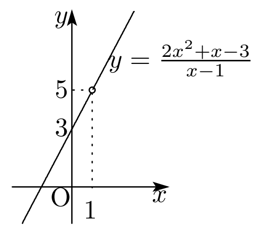
微分法 ≪基礎≫ 小テスト　$(No.1)$　解答例

1. 次の極限値を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{2x^2+x-3}{x-1}$

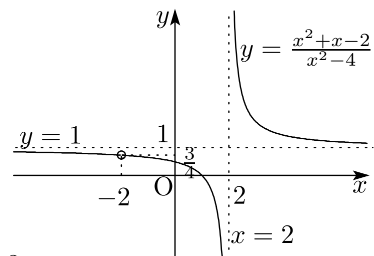


（解）$x\neq1$ のとき

$$\frac{2x^2+x-3}{x-1}=\frac{(x-1)(2x+3)}{x-1}=2x+3$$

$$\therefore\lim_{x\to1}\frac{2x^2+x-3}{x-1}=\lim_{x\to1}(2x+3)=2\cdot1+3=5 \quad〃$$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to-2}\frac{x^2+x-2}{x^2-4}$

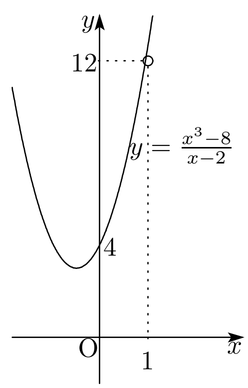


（解）$x\neq-2$ のとき

$$\frac{2x^2+x-2}{x^2-4}=\frac{(x+2)(x-1)}{(x+2)(x-2)}=\frac{x-1}{x-2}$$

$$\therefore\lim_{x\to-2}\frac{2x^2+x-2}{x^2-4}=\lim_{x\to-2}\frac{x-1}{x-2}=\frac{(-2)-1}{(-2)-2}=\frac{-3}{-4}=\frac{3}{4} \quad〃$$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{x^3-8}{x-2}$



（解）$x\neq2$ のとき

$$\frac{x^3-8}{x-2}=\frac{x^3-2^3}{x-2}=\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x-2}=x^2+2x+4$$

$$\therefore\lim_{x\to2}\frac{x^3-8}{x-2}=\lim_{x\to2}(x^2+2x+4)=2^2+2\cdot2+4=12 \quad〃$$

≪注意事項≫

上のグラフからも分るように、関数の分母が 0 になるような x に対応する点で、グラフは不連続になります。

2. 次の極限値が存在するように、定数 a の値を定め、極限値を求めよ。

$\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x^2+ax-3}{x-1}$

（解）分母について

$\displaystyle\lim_{x\to1}(x-1)=0$ であるから

分子についても

$\displaystyle\lim_{x\to1}(x^2+ax-3)=1^2+a\cdot1-3=a-2=0 \qquad \therefore a=2 \quad〃$

したがって、$x\neq1$ のとき

$$\frac{x^2+ax-3}{x-1}=\frac{x^2+2x-3}{x-1}=\frac{(x-1)(x+3)}{x-1}=x+3$$

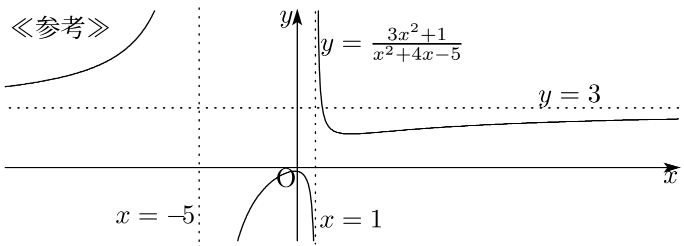
$$\therefore\lim_{x\to1}\frac{x^2+ax-3}{x-1}=\lim_{x\to1}(x+3)=1+3=4 \quad〃$$

3. 次の極限値を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+1}{x^2+4x-5}$

（解） $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+1}{x^2+4x-5}=\lim_{x\to\infty}\frac{3+\frac{1}{x^2}}{1+\frac{4}{x}-\frac{5}{x^2}}=\frac{3+0}{1+0-0}=3$　〃

≪参考≫



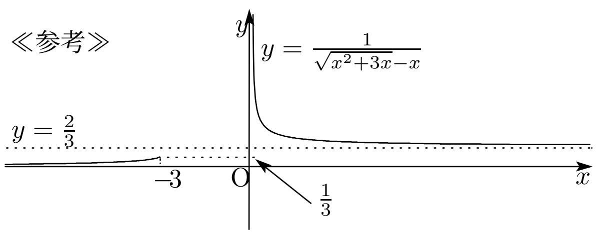
(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2+3x}-x}$

（解） $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2+3x}-x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+3x}+x}{(\sqrt{x^2+3x}-x)(\sqrt{x^2+3x}+x)}$

$\displaystyle=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+3x}+x}{(\sqrt{x^2+3x})^2-x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+3x}+x}{(x^2+3x)-x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+3x}+x}{3x}$

$\displaystyle=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{1+\frac{3}{x}}+1}{3}=\frac{\sqrt{1+0}+1}{3}=\frac{2}{3}$　〃

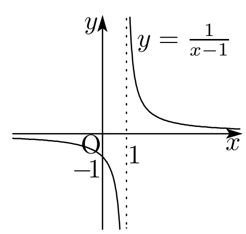
≪参考≫



4. 次の極限値を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to1-0}\frac{1}{x-1}$

(解) $\displaystyle\lim_{x\to1-0}\frac{1}{x-1}=-\infty$　〃

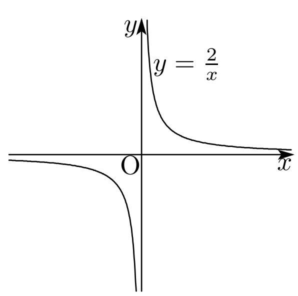


(2) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{2}{x}$

(解) $\displaystyle\lim_{x\to-0}\frac{2}{x}=-\infty$

$\displaystyle\lim_{x\to+0}\frac{2}{x}=+\infty$

よって、$\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{2}{x}$ は存在しない。〃



(3) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{4}{(x-2)^2}$

(解) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{4}{(x-2)^2}=\infty$　〃