

第 3 章 線形代数 《 § 2 行列と行列式 》

173(2) 次の行列式の値を求めよ.

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

(横浜国立大)

[解]

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{array}{l} \text{2行} - 1\text{行} \times 1 \\ \text{3行} + 1\text{行} \times 3 \\ \hline \hline \end{array} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & -2 \\ 0 & -5 & 0 & 2 \\ 0 & 10 & 5 & -3 \\ 0 & 2 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} -5 & 0 & 2 \\ 10 & 5 & -3 \\ 2 & -4 & 2 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} -5 & 0 & 2 \\ 10 & 5 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{array}{l} \text{1行と2行を交換} \\ \hline \hline \end{array} -2 \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 10 & 5 & -3 \\ -5 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{array}{l} \text{2行} + 1\text{行} \times (-10) \\ \text{3行} + 1\text{行} \times 5 \\ \hline \hline \end{array} -2 \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 25 & -13 \\ 0 & -10 & 7 \end{vmatrix}$$

$$= -2 \begin{vmatrix} 25 & -13 \\ -10 & 7 \end{vmatrix} = -2 \times 5 \begin{vmatrix} 5 & -13 \\ -2 & 7 \end{vmatrix}$$

$$= -10\{5 \times 7 - (-2) \times (-13)\} = -90$$

[別解]

《 ポイント 》 途中からサラスの方法を使用する.

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & -2 \\ 0 & -5 & 0 & 2 \\ 0 & 10 & 5 & -3 \\ 0 & 2 & 4 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -5 & 0 & 2 \\ 10 & 5 & -3 \\ 2 & -4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= [\{(-5) \cdot 5 \cdot 2\} + \{0 \cdot (-3) \cdot 2\} + \{2 \cdot (-4) \cdot 10\}] - [\{2 \cdot 5 \cdot 2\} + \{(-3) \cdot (-4) \cdot (-5)\} + \{2 \cdot 0 \cdot 10\}]$$

$$= (-50 + 0 - 80) - (20 - 60 + 0) = -90$$