[選択項目] 年度：1991〜2023 年　分野：11 連立方程式

0.1　以下のように定義されるベクトル $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ に関する設問に答えよ.

$$\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix},\ \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},\ \boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \\ 9 \end{bmatrix},$$

(1)　ベクトル $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ は 1 次従属であることを示せ.

(2)　ベクトル $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ すべてに直交するベクトルを求めよ.

(3)　ベクトル $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ を列ベクトルとした行列に関する連立方程式

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 6 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ s \end{bmatrix}$$

が解を持つように，実数 s を定めよ．またそのときの解を求めよ.

(北海道大 2015)　　(m20150102)

0.2　変数 x, y, z の連立 1 次方程式

$$(*) \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ -a & 1-a & 0 \\ 1+2a & 1+a & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ -a-2 \end{pmatrix}$$

に対して，以下の問いに答えよ.

(1)　連立 1 次方程式 $(*)$ が一意的な解を有するための a に関する必要十分条件を求めよ.

(2)　連立 1 次方程式 $(*)$ が解をもたないための a に関する必要十分条件を求めよ.

(3)　連立 1 次方程式 $(*)$ が無限に多くの解を有するための a に関する必要十分条件を求めよ.

(北海道大 2017)　　(m20170106)

0.3　次の連立 1 次方程式について，以下の設問に答えなさい.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & a \\ -1 & 2 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

ただし，a および b は任意の実数とする．また，途中の計算手順についても詳しく記述すること.

(1)　この連立方程式が解を持たないために実数 a および b が満たすべき条件を求めなさい.

(2)　この連立方程式が一意の解を持つために実数 a および b が満たすべき条件を求めなさい.　また，そのときの解を求めなさい.

(北海道大 2019)　　(m20190102)

0.4　連立 1 次方程式

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 20x_3 = 26 \\ x_1 + 2x_3 = 7 \\ x_1 + x_2 + 6x_3 = 12 \end{cases}$$

の解が存在するかどうか判定せよ. 存在すれば解を求めよ.

(北見工業大 2004)　　(m20040205)

0.5　次の連立 1 次方程式を解け．

$$\begin{cases} x-2y-5z+w &= -7 \\ x-y-3z+2w &= -3 \end{cases}$$

(北見工業大 2005)　　(m20050209)

0.6　(1)　行列 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ の逆行列を求めよ．

(2)　$\boldsymbol{a}_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{a}_2=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{a}_3=\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ とする．

等式 $x_1\boldsymbol{a}_1+x_2\boldsymbol{a}_2+x_3\boldsymbol{a}_3=\boldsymbol{b}$ が成り立つような係数 x_1, x_2, x_3 を求めよ．

(北見工業大 2015)　　(m20150205)

0.7　$\boldsymbol{v}_1=\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{v}_2=\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{v}_3=\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{c}=\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ とする．等式 $x\boldsymbol{v}_1+y\boldsymbol{v}_2+z\boldsymbol{v}_3=\boldsymbol{c}$ をみたす x, y, z を求めよ．

(北見工業大 2018)　　(m20180206)

0.8　$\boldsymbol{v}_1=\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{v}_2=\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{v}_3=\begin{pmatrix} -8 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{c}=\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ とする．

等式 $x\boldsymbol{v}_1+y\boldsymbol{v}_2+z\boldsymbol{v}_3=\boldsymbol{c}$ をみたす x,y,z を求めよ．

(北見工業大 2019)　　(m20190206)

0.9　次の連立 1 次方程式を解け．

$$\begin{cases} x+y+2z &= 1 \\ 2x-y+z &= -1 \\ x+2y+3x &= 2 \end{cases}$$

(秋田大 2001)　　(m20010409)

0.10　次の連立一次方程式の解をパラメータを用いて表せ．

$$\begin{cases} 2x-y+z &= 0 \\ -x+2y+z &= 0 \\ x+y+2z &= 0 \end{cases}$$

(秋田大 2005)　　(m20050401)

0.11　次の $\boxed{}$ に当てはまる整数を入れよ．

(1)　行列 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 6 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ の階数は $\boxed{}$ である．

(2)　連立一次方程式 $\begin{cases} x+\ \ y-3z=-9 \\ x-2y+\ \ z=\ \ 0 \\ 3x+2y+2z=34 \end{cases}$ の解は $x=\boxed{}$, $y=\boxed{}$, $z=\boxed{}$ である．

(秋田大 2007)　　(m20070402)

0.12　次の 1 次連立方程式を解け.
$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 0 \\ 2x - 3y + 4z = 0 \\ x - z = 0 \end{cases}$$

(秋田大 2008)　　(m20080402)

0.13　連立 1 次方程式 $\begin{cases} x + y - az = 2 \\ x - 2y + z = -3 \\ 3x + 2y + 2z = 14 \end{cases}$ を解け. ただし, a は定数である。

(秋田大 2010)　　(m20100404)

0.14　次の連立 1 次方程式を解け.
$$\begin{cases} x + z - w = 1 \\ 3x + y + 2z + w = 1 \\ y - z + 5w = -1 \end{cases}$$

(秋田大 2011)　　(m20110401)

0.15　次の連立 1 次方程式について，以下の問に答えよ．ただし，k は定数とする.
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ x + 5y + 9z = 6 \\ 3x + 5y + 7z = k \end{cases}$$

(1)　この連立 1 次方程式の係数行列 $\boldsymbol{A}$ と拡大係数行列 $\widetilde{\boldsymbol{A}}$ をそれぞれ示せ.

(2)　拡大係数行列 $\widetilde{\boldsymbol{A}}$ を階段行列に変形し，連立 1 次方程式が解を持つような k を定めよ.

(3)　k の値が (2) で定めた値であるとき，この連立 1 次方程式を解け.

(東北大 2022)　　(m20220501)

0.16　次の連立一次方程式の解空間を 実数の範囲で求め，その次元を示せ．またその幾何学的意味を述べよ．

$x + 2y + 3z = 0, \quad 3x + z = 0, \quad x - y - z = 0$

（お茶の水女子大 2000）　　(m20000613)

0.17　次の連立 1 次方程式が

(1)　解を持たない

(2)　無数に多くの解をもつ

ように，それぞれ実数 a の値を定めよ.
$$\begin{pmatrix} 1 & a & -2 \\ a & -1 & 4 \\ 2 & a & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(お茶の水女子大 2016)　　(m20160610)

0.18　(1)　$m \times n$ 型実行列 $A = (a_{ij})$ の階数 (rank) の定義を述べよ.

(2)　t を実数とする．次の行列の階数を求めよ.
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2t-2 & t & 1 \\ 1 & 0 & 1 & t \\ t & t-1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(3) t を実数とする．4 次元実ベクトル空間 $\mathbb{R}^4$ の 4 つのベクトル

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ t \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 2t-2 \\ 0 \\ t-1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ t \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ t \\ 1 \end{pmatrix}$$

で生成される $\mathbb{R}^4$ の部分空間を $V(t)$ で表す． t が実数全体を動くとき， $V(t)$ の次元の最小値をとるような t の値を求めよ．また，そのときの $V(t)$ の基底を求めよ．

(4) t を実数とする．未知数 x, y, z に関する次の連立 1 次方程式が解をもつような t をすべて求めよ．

$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x + (2t-2)y + tz = 1 \\ x + z = t \\ tx + (t-1)y + z = 1 \end{cases}$$

(お茶の水女子大 2017)　　(m20170604)

0.19 定数 a に対し，方程式

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 1 & 0 & 1+a \\ 1 & -a & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ a+1 \\ 1 \\ a+1 \end{pmatrix}$$

が解をもつ a と一般解を求めよ．

(東京工業大 2004)　　(m20040803)

0.20 定数 a, b, c に対し，行列 B を $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & b \\ a & 2 & -2 \\ 4 & -2 & c \end{pmatrix}$ と定める．B の階数を求めよ．

(東京工業大 2006)　　(m20060804)

0.21 次の行列の階数を求めよ． $\begin{pmatrix} 1 & y & 1 & x \\ y & 1 & x & 1 \\ 1 & x & 1 & y \\ x & 1 & y & 1 \end{pmatrix}$

(東京工業大 2007)　　(m20070803)

0.22 a を定数とする．

連立一次方程式 $\begin{cases} x + y + z - w = 1 \\ -x - 2y - 2z + 2w = -2 \\ 2x - 2y - z + aw = -1 \\ 3x - 3y + az - w = -2 \end{cases}$

について，

(1) この方程式の係数行列の行列式の値を求めよ．

(2) この方程式を解け．（ a の値による場合分けになる．）

(東京工業大 2010)　　(m20100803)

0.23 実数 a に対して，次の連立一次方程式が解を持つかどうか調べよ．また，解が一意でない場合には一般解を求めよ．

$$\begin{cases} x + ay + a^2z + a^3w = 1 \\ a^3x + y + az + a^2w = -1 \\ a^2x + a^3y + z + aw = 1 \\ ax + a^2y + a^3z + w = -1 \end{cases}$$

(東京工業大 2011)　　(m20110801)

0.24 a を実数とするとき，連立一次方程式

$$\begin{cases} x + y + z - w = 1 \\ 2x + y + 2z + aw = 2 \\ 3x + y + 2z + aw = 2 \\ 2x + az + 2w = 1 \end{cases}$$

について次の問に答えよ．

(1) この方程式の係数行列の行列式の値を求めよ．

(2) この方程式を解け．

(東京工業大 2016)　　(m20160801)

0.25 p, q を実数とする．連立一次方程式

$$\begin{cases} 2x + y - 2z = 1 \\ 3x + qz = 1 \\ -2x + py - 6z = 0 \end{cases}$$

が解を持たないとき，点 (p, q) が pq 平面内で動き得る範囲を図示せよ．

(東京工業大 2017)　　(m20170801)

0.26 a を実数とする．x, y, z に関する連立 1 次方程式

$$\begin{cases} ax + 2y + 2z = a + 3 \\ 2x + y + az = 4 \\ x + y - z = 2 \end{cases}$$

について，次の問いに答えよ．

(1) 連立 1 次方程式が解をもつための必要十分条件を a で表せ．

(2) (1) で求めた条件を a がみたすとき，連立 1 次方程式の解を求めよ．

(東京工業大 2018)　　(m20180801)

0.27 x_1, x_2, x_3, x_4 に関する次の連立方程式が解をもつための条件を a, b, c, d を用いて表せ．また，その条件のもとで解をすべて求めよ．

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = a \\ x_1 - x_2 - 3x_3 - 2x_4 = b \\ 5x_1 - 3x_2 + x_3 = c \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 = d \end{cases}$$

(東京工業大 2019)　　(m20190801)

0.28 $a,\, b$ を実数とする．x, y, z に関する連立一次方程式

$$\begin{cases} x \quad + y + az = b \\ x + ay \quad + z = b \\ ax \quad + y \quad + z = b \end{cases}$$

について，次の問いに答えよ．

(1) この連立一次方程式が任意の実数 b に対して解をもつための必要十分条件を，a を用いて表せ．

(2) a が (1) の条件をみたすとき，解をすべて求めよ．

(東京工業大 2020)　　(m20200801)

0.29 連立方程式 $\begin{cases} 2x + 3y + 2z = 0 \\ 2x + 2y + 3z = 0 \\ 3x + 2y + az = 0 \end{cases}$ が $x = y = z = 0$ 以外の解をもつような a を求めなさい．

(東京農工大 2006)　　(m20060902)

0.30 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 8 & -3 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2a \\ 10 \end{pmatrix}$ とおく．ただし，a は実数とする．

(1) 連立一次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{d}$ が解を持つように a の値を定めなさい．

(2) a が (1) で定めた値であるとき，連立一次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{d}$ を解きなさい．

(東京農工大 2008)　　(m20080901)

0.31 a を実数として，$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 5 & 1 & a \\ 4 & 3a & 0 \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ とする．

(1) 連立 1 次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$ が $\boldsymbol{0}$ でない解 $\boldsymbol{x}$ をもつような a の値をすべて求めなさい．

(2) (1) の方程式の $\boldsymbol{0}$ でない解 $\boldsymbol{x}$ のうち，$x_1,\, x_2,\, x_3$ がすべて整数で，$x_1 + x_2 + x_3$ が最小の正の整数となるような $\boldsymbol{x}$ を，(1) で定めたそれぞれの a について，求めなさい．

(東京農工大 2009)　　(m20090901)

0.32 a を実数とし $A = \begin{pmatrix} 1 & 2-a & a \\ 0 & 2-a & -2+a \\ 2 & 4-a^2 & a^2 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2-a \\ 10+3a-a^2 \end{pmatrix}$ とする．

(1) 連立 1 次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ が解をもつような a の値を求めなさい．

(2) a を (1) で求めた値とするとき，連立 1 次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ を解きなさい．

(東京農工大 2012)　　(m20120903)

0.33 $4 \times\ 4$ 行列 $A = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 6 & 0 \\ 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -3 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ について以下の問いに答えなさい．

(1) 行列式 $|A|$ の値を求めなさい．

(2) t の方程式 $|tE - A| = 0$ を満たす t の値をすべて求めなさい．ただし E は 4 次単位行列とする．

(3) $B=A-E$ とし，$\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{O}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ とする．このとき，連立 1 次方程式 $B\boldsymbol{x}=\boldsymbol{O}$ の解をすべて求めなさい．

(東京農工大 2013)　　(m20130904)

0.34 A は 3 行 3 列の行列で，その (i,j) 成分が $\sin\left(\dfrac{7i+5j-1}{6}\pi\right)$ となるものとする．

(1) A の行列式を計算しなさい．

(2) 連立 1 次方程式 $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ の解のうちで $x^2+y^2+z^2=1$ を満たすものをすべて求めなさい．

(東京農工大 2014)　　(m20140904)

0.35 $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 \\ -3 & 1 & 7 \\ -1 & 4 & -5 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} -5 \\ t \\ u \end{pmatrix}$ とする．ただし，t, u は定数とする．

(1) 未知数 x_1, x_2, x_3 に関する連立 1 次方程式 $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$ が解をもつとき，u を t の式で表しなさい．

(2) u が (1) で求めた t の式で表されるとする．$t=9$ とした場合の連立 1 次方程式 $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$ を解きなさい;

(東京農工大 2016)　　(m20160903)

0.36 等式

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ d \end{pmatrix}=a\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}+b\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}+c\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

が成り立つような実数 a, b, c, d の値を求めなさい．

(東京農工大 2020)　　(m20200903)

0.37 次の連立 1 次方程式が (1) 解がない，(2) 解があってただ 1 つ，(3) 解空間の次元が 1 より大きい，の各場合 a の値を定め，(2),(3) の場合は解を求めよ．

$$\begin{cases} ax+y-2z-w=1 \\ x-y+z+2w=0 \\ 2x+y-2z-w=-5 \\ x+z+aw=-3 \end{cases}$$

(電気通信大 1994)　　(m19941003)

0.38 次の連立方程式を解け．

(1) $\begin{cases} x+y+z+w=6 \\ 2x+2y+z+w=8 \\ -x-2y+2z+w=3 \\ x+y+2z-2w=0 \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} x+y+az=1 \\ x+ay+z=a \\ ax+y+z=a^2 \end{cases}$

(電気通信大 1998)　　(m19981003)

0.39　$3\times\ 3$ 行列 M が

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & -1 & -3 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

と与えられたとして，次の (a)〜(d) の計算を考える．

(1) M^{-1} を求める．

(2) M を下三角行列 L と上三角行列 U の積 $M = LU$ に分解する．
但し，L または U のいずれかは，対角要素がすべて 1 に等しい行列とする．

(3) $e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$,　$e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,　$e_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ とする．
$Mx_1 = e_1, Mx_2 = e_2, Mx_3 = e_3$ を満たすベクトル x_1, x_2, x_3 を求める．

(4) 連立方程式

$$\begin{cases} z_1 + 2z_2 + 4z_3 = 3 \\ z_1 + z_2 + 3z_3 = 2 \\ 2z_1 + z_2 + 6z_3 = 2 \end{cases}$$

を満たす z_1, z_2, z_3 を求める．

(1) (a)〜(d) のすべての計算を行う場合の，適切な計算の順序を示し，手順を簡単に説明せよ．

(2) 前問の解答の手順に従って，(a)〜(d) の各々の解を求めよ．

(電気通信大 2001)　　(m20011007)

0.40　次の連立方程式を行列式を用いて解きなさい．$\begin{cases} x + \ \ y + \ \ z = 12 \\ 2x + \ \ y + 3z = 22 \\ 3x + 2y + \ \ z = 25 \end{cases}$

(千葉大 2007)　　(m20071203)

0.41　次の行列 A, B について，以下の問に答えなさい．

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

(1) 行列の基本変形を用いて，行列 A および行列 B の階数を求めなさい．

(2) 行列 A および行列 B が正則であるならば，逆行列を求めなさい．

(3) 行列 A を係数行列とした連立方程式 $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 33 \\ 10 \end{pmatrix}$ を解きなさい．

(4) 行列 B を係数行列とした連立方程式 $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ を解きなさい．

(千葉大 2016)　　(m20161202)

0.42　$A(\lambda)$ は実数のパラメータ λ を含む次の正方行列である．

$$A(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda & -1 & 0 \\ -1 & \lambda & \sqrt{2} \\ 0 & \sqrt{2} & \lambda \end{pmatrix}$$

また,

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

とする. x, y, z もすべて実数である.

(1) x, y, z を未知変数とする連立一次方程式

$$A(\lambda)\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$$

が自明でない解を持つための, パラメータ λ が満たすべき条件を求めよ. また, そのときの解を求めよ.

(2) 連立一次方程式

$$A(\lambda)\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

を考える. パラメータ λ に応じた場合分けをして, 解が存在するか否かを調べよ. 存在する場合には, 一意性に注意して, その解を求めよ.

(筑波大 2004)　　(m20041319)

0.43 (1) 次の連立方程式の解を求めよ.

$$\begin{cases} 2x + 3y + 2z &= 4 \\ 4x + 3y + 2z &= 5 \\ 1x + 2y + 2z &= 3 \end{cases}$$

(2) 次の連立方程式が解を持つための係数 a の条件を求めよ.

$$\begin{cases} 2x + 3y + az &= 4 \\ 4x + 3y + 2z &= 5 \\ ax + 2y + 2z &= 3 \end{cases}$$

(筑波大 2004)　　(m20041320)

0.44 未知数 $x_1, \cdots x_n$ についての連立 1 次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ を考える. ここで,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \ldots & a_{mn} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

である. さらに, A の第 i 列の列ベクトルを $\boldsymbol{a}_i$ とおくことにより $A = [\boldsymbol{a}_1 \quad \cdots \quad \boldsymbol{a}_n]$ と表す. このとき, 以下の設問に答えよ.

(1) $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ の解 $\boldsymbol{x}$ が存在するための必要十分条件は $\boldsymbol{b}$ が $\boldsymbol{a}_1, \cdots, \boldsymbol{a}_n$ の 1 次結合で表されることである. このことを示せ.

(2) $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ の解 $\boldsymbol{x}$ が存在するための必要十分条件は $\mathrm{rank}[\boldsymbol{a}_1 \quad \cdots \quad \boldsymbol{a}_n] = \mathrm{rank}[\boldsymbol{a}_1 \quad \cdots \quad \boldsymbol{a}_n \quad \boldsymbol{b}]$ が成り立つことである. このことを示せ. ここで, $[\boldsymbol{a}_1 \quad \cdots \quad \boldsymbol{a}_n \quad \boldsymbol{b}]$ は A の右側に列ベクトル $\boldsymbol{b}$ を加えた m 行 $n+1$ 列の行列を表す.

(3) 次の連立 1 次方程式の解が存在するかどうか調べ, 存在するときはそれを求めよ.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 4 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

(4) 次の連立 1 次方程式の解が存在するかどうか調べ, 存在するときはそれを求めよ.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 - 8x_4 = 7 \\ -2x_1 - 5x_2 - x_3 + 13x_4 = -12 \\ 3x_1 + 8x_2 + 2x_3 - 21x_4 = 19 \end{cases}$$

(筑波大 2005)　　(m20051312)

0.45 次の連立方程式の解を調べよ．ただし，a および b は実数のパラメータとする．

$$\begin{cases} x - y - 2z = -2 \\ ax - by - z = -1 \\ x - y - 4az = -4b \end{cases}$$

(筑波大 2007)　　(m20071303)

0.46 (1) 次の連立一次方程式の解の集合を求めよ. $\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ y + z = 0 \\ x + y - 2z = 0 \end{cases}$

(2) 次の連立一次方程式の一般解を求めよ. $\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ y + z = 2 \\ x + y - 2z = 0 \end{cases}$

(筑波大 2007)　　(m20071319)

0.47 連立 1 次方程式

$$A\boldsymbol{x} = b, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \beta \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$$ を考える（α, β は定数）.

(1) 行列 A の階数 $\mathrm{rank}(A)$ を求めよ.　(2) この方程式に複数の解が存在するための条件を示せ.

(3) そのときの一般解を示せ.

(筑波大 2007)　　(m20071337)

0.48 次の連立一次方程式を解け. $\begin{cases} 8x + 5y + 7z = 7 \\ 7x + 2y + 7z = 2 \\ 2x + 9y + 8z = -3 \end{cases}$

(筑波大 2008)　　(m20081329)

0.49 いま以下のような連立一次方程式 $A\boldsymbol{x} = b$ があるとします.

$$A\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 4 & -8 & 0 \\ -2 & 10 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 10 \end{bmatrix} = b\,.$$

この連立方程式を解くために以下のはきだし法を用いることを考える.

(a) 1 行目の方程式を 2 倍して 2 行目の方程式から引く．この操作をする行列を E とする.

(b) 1 行目の方程式を -1 倍して 3 行目の方程式から引く．この操作をする行列を F とする.

(c) これらの操作の後, 2 行目の方程式を -1 倍して 3 行目の方程式から引く．この操作をする行列を G とする.

この結果として新しい係数行列 U をもった以下のような連立一次方程式 $U\boldsymbol{x} = d$ がつくられた.

$$U\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & -12 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -14 \\ 1 \end{bmatrix} = d\,.$$

(1) この連立一次方程式の解 $\boldsymbol{x}$ を求めなさい.

(2) 行列 U は上三角行列になっているが，このはきだし法を行う過程で用いた $GFEA = U$ となる行列 E, F, G を求めなさい.

(3) またこれらの行列のうち E の作用の逆，すばわち，第 1 行の 2 倍を第 2 行に加える行列を求めなさい．この行列を E' とすると $E'\,E$ はどんな行列になるか答えなさい.

(4) 上記の (2) から $E^{-1}F^{-1}G^{-1}U = A$ と表せるが，この行列 $E^{-1}F^{-1}G^{-1} = L$ が下三角行列になることを示しなさい.

(5) 上記の (2) から (4) ではきだし法を用いて，行列 A が下三角行列 L と上三角行列 U との積，すなわち，$A = LU$ と表されることがわかった．これと同じ考え方を用いて以下の行列 B を下三角行列と上三角行列との積であらわしなさい.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

(筑波大 2009)　　(m20091301)

0.50　a と b を実定数とし，x_1, x_2, x_3, x_4 を未知数とする連立 1 次方程式

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} x_1 & & & - & x_3 & & & = & 0 \\ 8x_1 & + & x_2 & - & 5x_3 & - & x_4 & = & 0 \\ & & x_2 & + & 4x_3 & - & ax_4 & = & 0 \\ x_1 & - & x_2 & - & 3x_3 & + & 2x_4 & = & b \end{array}$$

に関して以下の (1)〜(5) に答えよ.

(1) $a = b = 1$ のときに解は存在するか．存在すれば，その解を求めよ.

(2) 解が $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$ のみとなる a と b の条件を求めよ.

(3) 解を持たないときの a と b の条件を求めよ.

(4) 解が無限個存在するときの a と b の条件を求めよ.

(5) すべての解の集合が 4 次元実ベクトル空間の部分空間となるときの a と b の条件を求めよ.

(筑波大 2009)　　(m20091318)

0.51　次の連立一次方程式を掃き出し法によって三角行列に変形して，x_1, x_2, x_3 を求めなさい．解答に際しては，以下の各段階に対応する行列を明記しなさい.

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} 10x_1 & - & 30x_2 & + & 20x_3 & = & 310 \\ 3x_1 & - & 4x_2 & - & 69x_3 & = & 43 \\ 9x_1 & - & 20x_2 & - & 82x_3 & = & 334 \end{array} \right.$$

第 1 段階

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \end{array} \right]$$

第 2 段階

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & & & \\ 0 & 1 & & \\ 0 & 0 & & \end{array}\right]$$

第 3 段階

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & & & \\ 0 & 1 & & \\ 0 & 0 & 1 & \end{array}\right]$$

(筑波大 2011)　　(m20111307)

0.52　x, y, z に関する連立 1 次方程式について，以下の問いに答えよ．a は定数である．

$$\begin{cases} ax + \ \ y + \ \ z = 1 \\ \ \ x + ay + \ \ z = 1 \\ \ \ x + \ \ y + az = 1 \end{cases}$$

(1)　解をもつために定数 a が満たすべき条件を求めよ．

(2)　そのときの解を求めよ．

(筑波大 2013)　　(m20131312)

0.53　$(n+1)$ 次実正方行列

$$A = \begin{pmatrix} c & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & c & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & c & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & c \end{pmatrix}$$

に対し，連立一次方程式

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = 0$$

が解を持つための必要十分条件は，$c = 1$ または $c = -n$ となることである．このことを示せ．

(筑波大 2014)　　(m20141312)

0.54　ベクトル $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$ は線形独立であるとする．このとき，以下の問いに答えなさい．

(1)　$\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$ で張られる空間の直交基底 $\boldsymbol{b}_1$, $\boldsymbol{b}_2$ を求めなさい．

(2)　次の連立一次方程式が解を持つための条件を示し，その条件を満たすときの解 $\boldsymbol{x}$ を求めなさい．ここで，$\boldsymbol{b}_1$, $\boldsymbol{b}_2$ は (1) で求めた直交基底であり，$\boldsymbol{b}_1$, $\boldsymbol{b}_2$ および $\boldsymbol{x}$ は全て列ベクトルとする．

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{b}_1 & \boldsymbol{b}_2 \end{pmatrix} \boldsymbol{x} = \boldsymbol{c}$$

(筑波大 2016)　　(m20161308)

0.55　次の 3 変数連立一次方程式を考える．

$$\begin{cases} cx_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 2c \\ x_1 & + & cx_2 & + & x_3 & = & c+1 \\ x_1 & + & x_2 & + & cx_3 & = & 3c-1 \end{cases}$$

ただし，c は定数である．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) 一意の解が得られるときのすべての c の値を求めよ．また，それぞれの c に対応する解を求めよ．

(2) 解が存在しないときのすべての c の値を求めよ．

(3) 解が一組より多くなるときのすべての c の値を求めよ．またそれぞれの c に対応する解を求めよ．

(筑波大 2017)　　(m20171306)

0.56 同じ係数を持つ 3 つの連立方程式

(1) $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=0 \\ a_2x+b_2y+c_2z=2 \\ a_3x+b_3y+c_3z=0 \end{cases}$　(2) $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=1 \\ a_2x+b_2y+c_2z=0 \\ a_3x+b_3y+c_3z=0 \end{cases}$　(3) $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=0 \\ a_2x+b_2y+c_2z=0 \\ a_3x+b_3y+c_3z=3 \end{cases}$

において，(1) の解は $x=2,\ y=1,\ z=-2,$ (2) の解は $x=-1,\ y=2,\ z=4,$ (3) の解は $x=-3,\ y=0,\ z=5$ であるという．このとき，$a_1,\ b_1,\ c_1,\ a_2,\ b_2,\ c_2,\ a_3,\ b_3,\ c_3$ を定めよ．

(埼玉大 1999)　　(m19991404)

0.57 a,b を実数とし，正方行列 $A=\begin{pmatrix} 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a \\ a & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & b \\ b & 1 & 1 & 1 \\ 1 & b & 1 & 1 \\ 1 & 1 & b & 1 \end{pmatrix}$ を考える．

(1) A の階数を求めよ．

(2) 積 AB が単位行列になるような a,b の組をすべて求めよ．

(埼玉大 2007)　　(m20071408)

0.58 次の連立一次方程式について考える．

$$\begin{cases} x+y+z=0 \\ 2x-y+5z=3 \\ x+5y-4z=-3 \end{cases}$$

(1) 上の連立方程式の係数行列を $\boldsymbol{A}$ とするとき，$\mathrm{rank}\boldsymbol{A}=3$ となることを示せ．

(2) クラメールの公式を使って x,y,z を求めよ．

(埼玉大 2011)　　(m20111404)

0.59 a,b を実数とし，次の連立 1 次方程式を考える．

$$(*)\begin{cases} x+2y-2z=3 \\ 2x+y+az=9 \\ -3x-5y+4z=b \end{cases}$$

(1) 連立 1 次方程式 $(*)$ が解を持つ条件を a,b を用いて述べよ．

(2) 連立 1 次方程式 $(*)$ が解を無限個持つような a,b に対して，その一般解を求めよ．

(埼玉大 2014)　　(m20141405)

0.60 2 つの方程式 $x+\dfrac{1}{2}y-5=0$ と $\dfrac{2}{3}x+y-5=0$ がある．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) この 2 つの方程式からなる連立方程式を解く際にこれらは，$\begin{pmatrix} a & 1 \\ b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} d \\ 15 \end{pmatrix}$ という行列の形式で表現できる．このときの a,b,c,d の値を求めよ．

(2) (1) で求めた a,b,c,d の値のとき，$\begin{pmatrix} a & 1 \\ b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ となるような e,f,g,h の値を求めよ．

(3) このとき連立方程式の解は $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix}$ になる．i, j の値を求めよ．

(群馬大 2009)　　(m20091501)

0.61 (1) 下記の方程式をみたす x の値を求めよ．

$$\begin{vmatrix} 2-x & 1 & 0 \\ 1 & 2-x & 1 \\ 0 & 1 & 2-x \end{vmatrix} = 0$$

(2) 次の連立 1 次方程式をクラメルの公式を用いて解け．

$$\begin{cases} x_1 & +2x_2 & -2x_3 & = & 0 \\ 2x_1 & -x_2 & +3x_3 & = & 2 \\ 3x_1 & & +2x_3 & = & -1 \end{cases}$$

（この公式を知らないときは，公式を用いないでよい．）

(茨城大 2002)　　(m20021705)

0.62 連立方程式 $\begin{cases} x+y+z & = & 1 \\ x+2y+3z & = & 0 \\ 2x+3y+az & = & a-3 \end{cases}$ について

(1) 係数行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & a \end{pmatrix}$ の行列式の値を求めよ．

(2) 拡大係数行列 $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & a & a-3 \end{pmatrix}$ の階数を求めよ．

(3) この方程式が解をもつか否かを判定し，解をもつ場合にはその解を求めよ．

(茨城大 2003)　　(m20031703)

0.63 以下の各問に答えよ．

(1) 行列 $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & 2 \\ -6 & 9 & -3 & -6 \\ 1 & -3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ の階数を求めよ．

(2) 連立一次方程式 $\begin{cases} 2x-3y\ +z = & 2 \\ -6x+9y-3z = & -6 \\ x-3y\ +z = & 2 \end{cases}$ を解け．

(茨城大 2013)　　(m20131703)

0.64 a を実数の定数とする．xy 平面において，関数 $y = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$ のグラフが 3 点 $(2,1)$, $(3,-1)$, $(a,0)$ を通るとする．このような実数 α, β, γ がただ 1 組定まるための必要十分条件は，$a \neq 2$ かつ $a \neq 3$ であることを示せ．また，この条件のもとで，α, β, γ の値を求めよ．

(茨城大 2014)　　(m20141704)

0.65 4 次の正方行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & a & a^2+2b^2 & a^3 \\ 1 & b & 2a^2+b^2 & b^3 \\ 1 & -a & a^2+2b^2 & -a^3 \\ 1 & -b & 2a^2+b^2 & -b^3 \end{pmatrix}$ に対して，以下の問に答えよ．

ただし，a, b は実数とする．

(1) A の行列式 $|A|$ を求めよ．

(2) $a=0$ かつ $b=-1$ のとき，連立 1 次方程式 $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ を解け．

(茨城大 2015)　　(m20151702)

0.66 成分がすべて実数である行列に関して，以下の各問に答えよ．

(1) 行列の積 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ を計算せよ．

(2) 連立 1 次方程式 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ は $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 以外の解を持つか否か，理由を付けて答えよ．

(3) 一般に，3 行 2 列の行列 A と 2 行 3 列の行列 B の積 AB は単位行列にならないことを示せ．

(茨城大 2016)　　(m20161705)

0.67 連立 1 次方程式 $\begin{cases} x_1+\ \ x_2+\ \ x_3=3 \\ x_1+2x_2-\ \ x_3=2 \\ 2x_1+5x_2-4x_3=3 \end{cases}$ を解きなさい．

(山梨大 2007)　　(m20071801)

0.68 連立 1 次方程式 $\begin{cases} x_1-\ x_2+2x_3=1 \\ 2x_1-\ x_2-3x_3=1 \\ 4x_2-3x_2+\ x_3=3 \end{cases}$ を解きなさい．

(山梨大 2008)　　(m20081801)

0.69 連立 1 次方程式 $\begin{cases} x_1-\ x_2-3x_3=-2 \\ 3x_1-4x_2-5x_3=-4 \\ 2x_1+2x_2-5x_3=\ 5 \end{cases}$ を解きなさい．

(山梨大 2009)　　(m20091801)

0.70 a,b,c,d を互いに異なる実数として，次の小問に答えよ．

(1) 次に示す行列式の値を求めよ．

$$(a)\quad \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}, \qquad\qquad (b)\quad \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \\ 1 & b & b^2 & b^3 \\ 1 & c & c^2 & c^3 \\ 1 & d & d^2 & d^3 \end{vmatrix}$$

(2) 4 つのベクトル $\boldsymbol{u}_1$，$\boldsymbol{u}_2$，$\boldsymbol{u}_3$，$\boldsymbol{u}_4$ を

$$\boldsymbol{u}_1=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{u}_2=\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{u}_3=\begin{bmatrix} a^2 \\ b^2 \\ c^2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{u}_4=\begin{bmatrix} a^3 \\ b^3 \\ c^3 \end{bmatrix}$$

と定義する．また，x_1，x_2，x_3，x_4 を方程式

$$x_1\boldsymbol{u}_1+x_2\boldsymbol{u}_2+x_3\boldsymbol{u}_3+x_4\boldsymbol{u}_4=\mathbf{0}$$

を満たす未知数とする． このとき，自明でない未知数 x_1，x_2，x_3，x_4 を求めよ． また，$\boldsymbol{u}_1$，$\boldsymbol{u}_2$，$\boldsymbol{u}_3$，$\boldsymbol{u}_4$ の中で 1 次独立なベクトルの組をひとつ示せ． ただし，$\mathbf{0}$ は 3 次元のゼロベクトルである．

(山梨大 2019)　　(m20191802)

0.71　以下の式を考える．

$$AX = B$$

ここで，$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \\ 2 & 6 & 13 \end{bmatrix}$，$X = [x_1,\ x_2,\ x_3]^T$，$B = [1, 3, 5]^T$ である．

(1) 行列 A の逆行列 A^{-1} を求めよ．

(2) x_1, x_2, x_3 を求めよ;

(山梨大 2020)　　(m20201802)

0.72　次の連立 1 次方程式を解け．

$$\begin{cases} 2x + y + 3z + 5w = 3 \\ x + 2y - 9z - 2w = 6 \\ 3x + y + 8z + 9w = 3 \\ 7x + 5y \quad + 13w = 15 \end{cases}$$

(信州大 1998)　　(m19981905)

0.73　次の連立方程式を解け．

$$\begin{cases} x + 3y + 2z - 3w = 0 \\ 2x + y + z + 2w = -2 \\ x + 2y - z + w = 2 \\ 2x + 4y + z - w = 1 \end{cases}$$

(信州大 1999)　　(m19991904)

0.74　次の x, y, z, u に関する連立一次方程式を解け．

$$\left\{ \begin{array}{ccccccccc} x & + & 2y & + & 3z & - & 4u & = & 11 \\ x & + & y & + & z & - & u & = & 6 \\ x & + & 3y & + & 5z & - & 7u & = & 16 \end{array} \right.$$

(信州大 2003)　　(m20031901)

0.75　k を実数とするとき, 次の連立 1 次方程式を解け．

$$\left\{ \begin{array}{ccccc} kx_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 = 0 \\ x_1 & + & (k+1)x_2 & + & 2x_3 = 0 \\ x_1 & + & x_2 & + & (k+2)x_3 = 0 \end{array} \right.$$

(信州大 2005)　　(m20051901)

0.76　次の連立 1 次方程式を Cramer の公式により解け．
$$\left\{ \begin{array}{ccccccc} x & + & 5y & + & 2x & = & 6 \\ 3x & - & y & + & z & = & -2 \\ 2x & + & 3y & + & z & = & 0 \end{array} \right.$$

(信州大 2006)　　(m20061902)

0.77 次の連立方程式を解け． $\begin{cases} x+2y+z= a \\ 2x+3y-z= -1 \\ 3x+ay-12z=-12 \end{cases}$

(信州大 2007)　　(m20071902)

0.78 a, b は実数とする．実数の未知数 x, y, z, w に関する連立 1 次方程式

$$\begin{cases} x+2y+3z+4w=1 \\ 2x+y+4z+aw=1 \\ 3x+4y+z+2w=1 \\ 4x+3y+2z+w=b \end{cases}$$

は無数の解をもつとする．このとき，a, b が満たす条件を求め，連立 1 次方程式を解け．

(信州大 2016)　　(m20161903)

0.79 k を実定数とするとき，x, y, z を未知数とする連立 1 次方程式

$$\begin{cases} x-y+z=-1 \\ 2x-y+2z=-1 \\ x-y+k^2z=k \end{cases}$$

について，以下の問いに答えよ．

(1) 解をもたないような k の値を求めよ．

(2) 解を無数にもつような k の値と，そのときの一般解を求めよ．

(3) 解をただ一つもつための k の条件と，そのときの解を求めよ．

(信州大 2019)　　(m20191904)

0.80 行列 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 8 & 2 \\ 1 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ で与えられる連立方程式 $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ を考える．
このとき，次の問いに答えよ．

(1) 行の基本変形を行うことにより，A の階級 (rank) を求めよ．

(2) 上の連立方程式を解け．

(新潟大 1999)　　(m19992004)

0.81 実数 a に対して， $A=\begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ とする. このとき, 次の問いに答えよ．

(1) 行列 A の階数を求めよ．

(2) 同次連立一次方程式 $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ の実数解を求めよ．

(新潟大 2004)　　(m20042004)

0.82 (1) A を 3 次実正方行列とする．連立 1 次方程式 $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$ が $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$ 以外の解を持つための必要十分条件は，A が正則（可逆）でないことである．このことを証明せよ．

(2) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1-a & 2 & 2 \\ 1 & 2-a & -1 \\ -1 & 1 & 4-a \end{pmatrix}$ に対して，連立 1 次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$ が $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$ 以外の解を持つとき，a の値を求めよ．更に，求めた a の値に対して，$A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$ の解を求めよ．

(新潟大 2009)　　(m20092006)

0.83 (1) $x,\ y,\ z$ に関する連立 1 次方程式

$$\begin{cases} x + y - 2z = a \\ 2x - y - z = b \\ 3x + 2y - 5z = c \end{cases}$$

が解を持つための必要十分条件は，$7a + b - 3c = 0$ が成り立つことである．このことを示せ．

(2) 実数 $x,\ y,\ z$ に関する関数

$$\left\| \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\|$$

の最小値を求めよ．ここで，$||\boldsymbol{v}||$ は標準内積に関するベクトル $\boldsymbol{v}$ の大きさである．

(新潟大 2009)　　(m20092008)

0.84 a を実数とするとき, 次の未知数 x, y, z, w に関する連立 1 次方程式を解け.

$$\begin{cases} 3x + 2y + 5z + 6w = 6 \\ x + y + 2z + 3w = 2 \\ 2x + y + 3z + 2w = 1 \\ 3x + y + 4z + 2w = a \end{cases}$$

(新潟大 2010)　　(m20102007)

0.85 a を定数とする．以下の連立一次方程式の解が存在する a をすべて求め， その全ての a に対して連立方程式の解 (x, y, z) をすべて求めよ．

$$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + 5y - 7z = 5 \\ -x - 3y + 5z = a \end{cases}$$

(新潟大 2014)　　(m20142012)

0.86 $m.\ n$ を未知数とする連立 1 次方程式 $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ が解をもつとき $x,\ y,\ z$ はどのような関係を満たすか，以下の設問に答えなさい．

ただし，$\boldsymbol{p} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$ ，$\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ，$\boldsymbol{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ x \end{bmatrix}$ とおくとき，与式は $m\boldsymbol{p} + n\boldsymbol{q} = \boldsymbol{r}$ とかける．

(1) $\boldsymbol{r} = 0$ のとき連立 1 次方程式の解を答えなさい．

(2) $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{p}$ のとき連立 1 次方程式の解を答えなさい．

(3) $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{q}$ のとき連立 1 次方程式の解を答えなさい．

(4) 点 (x,y,z) の存在する領域が空間内のどのような図形で表されるか推量し，次の 5 つの中から選択しなさい．

ア．3 つの点　　イ．直線　　ウ．円　　エ．双曲線　　オ．平面

(5) 点 (x,y,z) の存在する領域が表す図形を定める方程式を求めなさい，

(6) この図形を描きなさい．

(新潟大 2015)　　(m20152004)

0.87 a を定数とする．以下の連立一次方程式の解が存在する a をすべて求め，そのすべての a に対して連立方程式の解 (x,y,z) をすべて求めよ．

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 4y + 2z = 3 \\ 3x + 7y + 5z = a \end{cases}$$

(新潟大 2016)　　(m20162006)

0.88 次の ①, ② の連立方程式について，行列を用いて Y_1, Y_2 を求めよ．

$$(a+b)Y_1 - bY_2 = X_1 - X_2 \quad \cdots\cdots ①$$
$$-bY_1 + (b+c)Y_2 = X_2 \quad \cdots\cdots ②$$

(新潟大 2017)　　(m20172002)

0.89 次の連立方程式を解け．ただし，a, b は定数とする．

$$\begin{cases} 2x + y + az = b \\ x \qquad + 2z = 1 \\ x - y + 3z = 1 \end{cases}$$

(新潟大 2019)　　(m20192006)

0.90 次の連立方程式を解け．不定の場合，任意定数を用いて答えよ．

$$\begin{cases} 2x - 3x + 2z = 4 \\ 4x - 5y + 2z = 10 \\ -6x + 8y - 4z = -14 \end{cases}$$

(新潟大 2020)　　(m20202006)

0.91 次の連立方程式を解け（a は定数）．不定の場合，任意の定数（パラメータ）を用いて答えよ．

$$\begin{cases} x + y + az = a + 2 \\ x + ay + z = a + 2 \\ ax + y + z = a + 2 \end{cases}$$

(新潟大 2022)　　(m20222011)

0.92 連立方程式 $\begin{cases} ax - y + 3z = 0 \\ x + y + az = 0 \\ x - ay + z = 0 \end{cases}$ が $(x,y,z) = (0,0,0)$ 以外の解をもつような a を求めよ．

(長岡技科大 2001)　　(m20012106)

0.93 3 次正方行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ と 3 次元ベクトル $\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ k \end{pmatrix}$ を考える．以下の問いに答えなさい．

(1) A の行列式 $|A|$ を求めなさい．

(2) 3 次元ベクトル $\boldsymbol{p}$ についての方程式 $A\boldsymbol{p} = \boldsymbol{b}$ が解を持つように，k を定めなさい．

(3) 前問で定めた k について，$A\boldsymbol{p} = \boldsymbol{b}$ の解のうちで $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ と垂直なものを求めなさい．

(長岡技科大 2013)　　(m20132102)

0.94 下の問いに答えなさい．

(1) α を定数，x を未知数とする方程式

$$\alpha x + 3x = 0$$

が $x = 0$ 以外の解を持つような α の値を求めなさい．

(2) α を定数，x, y を未知数とする連立方程式

$$\begin{cases} \alpha x + y = 0 \\ 2x + (\alpha - 1)y = 0 \end{cases}$$

が $x = y = 0$ 以外の解を持つような全ての α の値を求め，それぞれの α に対する $x = y = 0$ 以外の解 (x, y) を 1 つずつ求めなさい．

(長岡技科大 2014)　　(m20142102)

0.95 連立 1 次方程式 $\begin{cases} x + ay + az = 0 \\ ax + y + az = 0 \\ ax + ay + z = 0 \end{cases}$ について，次の問いに答えよ．

(1) $x = y = z = 0$ 以外の解をもつように a の値を定めよ．

(2) 上で定めた a の値に対して，この方程式の解を求めよ．

(金沢大 2002)　　(m20022203)

0.96 (1) 2 次正方行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に対して, ある数 k とある零行列と異なる 2 次正方行列 B が存在して，$AB = BA = k \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ が成り立つことを示せ．

(2) t を実数とする. 連立一次方程式

$$\begin{cases} 3x + 5y + 2z &= 0 \\ x + (t+2)y + z &= 0 \\ tx + y + (t-1)z &= 0 \end{cases}$$

が $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ でない解を持つための t についての必要十分条件を求めよ. また, そのときの解を求めよ.

(金沢大 2005)　　(m20052205)

0.97 a, b, c を正の実数として, 行列

$$A = \begin{pmatrix} -(a+c) & a & c \\ a & -(a+b) & b \\ c & b & -(b+c) \end{pmatrix}$$

を考える. 次の問いに答えよ.

(1) A の階数 (rank) を求めよ.

(2) 連立 1 次方程式

$$A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

の解を求めよ.

(金沢大 2010) (m20102204)

0.98 (1) $M = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & -4 \\ 2 & 4 & 3 & -3 \\ 1 & 2 & 6 & -6 \end{pmatrix}$ の階数 (rank$M$) を求めよ.

(2) 次の連立方程式を解け.

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 &= 1 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 3x_4 &= -2 \\ x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 6x_4 &= 5 \end{cases}$$

(金沢大 2016) (m20162232)

0.99 次の問に答えよ.

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b)$ を示せ.

(2) 連立方程式 $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + az = 1 \\ x + 4y + a^2z = 1 \end{cases}$ がただ 1 組の解 (x, y, z) を持つための a に関する必要十分条件を求め，そのときの解を求めよ.

(3) 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{vmatrix}$ を因数分解せよ.

(富山大 2000) (m20002306)

0.100 行列 $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 0 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}$ について, 以下の問に答えよ.

(1) A の行列式を計算せよ.

(2) A の逆行列が存在する条件を示し, そのときの逆行列を求めよ.

(3) 連立 1 次方程式 $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ を解け.

解が存在しない場合は, 解なしと答えよ.

(富山大 2005) (m20052304)

0.101 次の同次連立一次方程式がある.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \\ -3x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ -2x_1 - x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$$

(1) 係数行列のランク (rank) はいくらか.

(2) この連立方程式の解の自由度はいくらか.

(3) この同次連立一次方程式の非自明な解を求めなさい.

(福井大 2003)　　(m20032414)

0.102 方程式

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -4 & -6 \\ 1 & -1 & 2 & -3 \\ -2 & 1 & 6 & 3 \\ 5 & 3 & -10 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -4 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}$$

を解いて a, b, c, d を求めなさい.

(福井大 2004)　　(m20042417)

0.103 4 つの未知変数 x, y, z, w からなる次の連立一次方程式が解をもつために，スカラー a, b, c が満たすべき条件を求めよ.

$$\begin{cases} x + 2y + z + 3w = a \\ -2x + 3y + 5z + w = b \\ 3x + 4y + z + 7w = c \end{cases}$$

(福井大 2006)　　(m20062405)

0.104 次のような連立方程式がある．以下の問いに答えよ.　　$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$

ここで，$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 2 & -3 & 6 \\ 5 & -6 & 9 \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ とする.

(1) 行列 $\boldsymbol{A}$ に対応する行列式の値を求めよ.　　(2) 行列 $\boldsymbol{A}$ の階数（ランク）を求めよ.

(3) 上の連立方程式の一般解を求めよ.

(福井大 2007)　　(m20072407)

0.105 次のような連立方程式がある．以下の問いに答えよ.

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0} \qquad \text{ここで，} \quad \boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 6 & 3 \\ 2 & 9 & 3 \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

行列 $\boldsymbol{A}$ は下の 3 つの列ベクトルを使って，次のように表現できる.

$$\boldsymbol{A} = (\boldsymbol{a}_1,\ \boldsymbol{a}_2,\ \boldsymbol{a}_3) \qquad \text{ここで，} \quad \boldsymbol{a}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

(1) 行列 $\boldsymbol{A}$ の階数（ランク）を求めよ.

(2) 連立方程式の解を求めよ.

(3) 列ベクトル $\boldsymbol{a}_1,\ \boldsymbol{a}_2,\ \boldsymbol{a}_3$ は一次独立か一次従属か答えよ．もしそれらが一次従属なら，$\boldsymbol{a}_1$ を $\boldsymbol{a}_2$ と $\boldsymbol{a}_3$ の一次結合として表現せよ.

(福井大 2008)　　(m20082406)

0.106 (1) $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ のとき

(a) $\boldsymbol{AP} = \boldsymbol{PA}$ となる条件を求めよ.

(b) $\boldsymbol{AQ} = \boldsymbol{QA}$ となる条件を求めよ．

(2) 次の 3 つの列ベクトルがある．

(a) ベクトルは $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ は 1 次独立か 1 次従属か．

(b) その理由も述べよ．

(c) もし 1 次従属なら，それらの関係式を書け．

$$\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ -4 \end{bmatrix}$$

(3) $\boldsymbol{A}$ と $\boldsymbol{B}$ を正則行列とするとき，$(\boldsymbol{AB})^{-1} = \boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{A}^{-1}$ を証明せよ．

(4) 次の連立方程式がある．

(a) 連立方程式が解を持つように式中の a を決定せよ．

(b) 決定された a の値の連立方程式の一般解を求めよ．

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ 2x - 2y + 2z = a \\ 8x - 6y + 4z = 13 \end{cases}$$

(福井大 2009)　　(m20092403)

0.107　次の連立 1 次方程式を解け．解がなければその理由を示せ．

(1) $\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ 2x + 5y + 6z = 2 \\ y + 4z = 3 \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ 2x + 5y + 6z = 0 \\ y + 4z = 0 \end{cases}$

(福井大 2010)　　(m20102419)

0.108　次の連立方程式を行列とベクトルで表し，ガウスの消去法（掃き出し法）を利用して解を求めよ．

(1) $\begin{cases} 3x + 3y - z = 8 \\ 2x - y + z = -1 \\ x + 2y - 4z = 11 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} a - b + 2c + 3d + 4e = -8 \\ -2a + 3b - 4c - 5d - 5e = 14 \\ -a + 2b - 2c - 2d - 2e = 7 \\ a + 0b + 3c + 4d + 6e = -7 \\ 0a - 2b + c - d - 3e = 1 \end{cases}$

(福井大 2013)　　(m20132422)

0.109　次の連立一次方程式をガウスの消去法（掃き出し法）を用いて解け．

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

(福井大 2015)　　(m20152421)

0.110　未知数 x と y に関する以下の連立一次方程式を解け．ただし，a は定数であるとする．

$$\begin{cases} x + ay = 1 \\ 2x + (a^2 - 3)y = a - 1 \end{cases}$$

〈注〉この連立一次方程式は定数 a によって，「一意的な解」，「2 つ以上の解」，「解なし」の

3 つの状態を取りえることに注意せよ.

定数 a のどのような値に対して，どのような解をもつのか，あるいは解をもたないのかを場合分けして答えよ.

(福井大 2018)　(m20182415)

0.111 次の連立方程式を行列とベクトルを用いて書き直し，クラメルの公式を用いて解け.

$$\begin{cases} 2x - y + z = 7 \\ x + 2y - 3z = -1 \\ x - 3y - z = -2 \end{cases}$$

(福井大 2018)　(m20182431)

0.112 次の連立方程式について以下の問に答えなさい.

$x + y + z = 3$ ⋯⋯①
$x - y + z = 0$ ⋯⋯②

(1) 上式を行列とベクトルを使って表現しなさい.

(2) はきだし法などを用いて解きなさい.

(3) 求めた解の概形を，式 ① と ② が示す図形とともに示し，簡潔な補足説明を加えなさい.

(福井大 2020)　(m20202431)

0.113 実数 x と y に対する連立方程式 $2x - 3y = 0$, $ax + 6y = 0$ について，以下の問いに答えよ．,

(1) この連立方程式を 2×2 行列 A と 2 次元ベクトル $\boldsymbol{u}$ を用いて $A\boldsymbol{u} = 0$ の形に表せ．また，その結果を使い，連立方程式が $x = y = 0$ 以外の解を持つように実数 a の値を定めよ（逆行列 A^{-1} が存在すればどのような解が得られるか考えるとよい）.

(2) 上で求めた a の値を a_0 とする．$2x - 3y = 0$ と $ax + 6y = 0$ の図形的意味（それらが xy 平面上で表す図形はどのようなものか）に基づき，$a = a_0$ のときに連立方程式が $x = y = 0$ 以外の解を持つ理由を説明せよ.

(福井大 2021)　(m20212417)

0.114 次の連立方程式について以下の問に答えよ.

$x - 3y + 3z = 0$ ⋯ ①
$2x + y - z = 0$ ⋯ ②

(1) 上式を行列とベクトルを使って表現しなさい.

(2) はきだし法などを用いて解きなさい.

(3) (2) で求めた解の概形を図示しなさい.

(福井大 2021)　(m20212427)

0.115 次の連立一次方程式をガウスの消去法（掃き出し法）を用いて解きなさい.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(福井大 2022)　(m20222407)

0.116 3× 3 行列 A を $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & -6 & 2 \end{pmatrix}$ とおく．次の問に答えよ.

(1) A の逆行列 A^{-1} を求めよ.

(2) 連立方程式 $\begin{cases} -5x+10y=5 \\ 2x-3y-\dfrac{1}{2}z=5 \\ x+y+z=5 \end{cases}$ を解け.

(静岡大 2006) (m20062506)

0.117 (1) $A=\begin{pmatrix} 1 & s^2 & 0 \\ 1 & s & 4 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ t \end{pmatrix}$ とする. このとき, $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$ を満たす $\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ が一意に求められるための条件を与えなさい. (また ; この条件を条件 C とする).

(2) 条件 C を満たさない場合, つまり $\boldsymbol{x}$ が一意には求まらない場合の解 $\boldsymbol{x}$ を求めなさい.

(静岡大 2009) (m20092512)

0.118 行列 $\boldsymbol{A}$ が次のように与えられるとき, 以下の問いに答えよ. $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 7 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

(1) 行列 $\boldsymbol{A}$ の行列式 $|\boldsymbol{A}|$ を求めよ. (2) 行列 $\boldsymbol{A}$ の逆行列 $\boldsymbol{A}^{-1}$ を求めよ.

(3) 行列 $\boldsymbol{A}$ の逆行列 $\boldsymbol{A}^{-1}$ を使って次の連立方程式を解け. $\begin{cases} 3x+2y+5z=10 \\ 7x+3y+4z=3 \\ 2x+y+2z=3 \end{cases}$

(岐阜大 2006) (m20062610)

0.119 連立一次方程式 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 7 & 9 & 1 \\ 7 & 6 & 5 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ u \\ v \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ を解け.

(岐阜大 2007) (m20072602)

0.120 次の連立 1 次方程式が解をもつように定数 a を定め, そのときの一般解も求めよ.

$$\begin{cases} x + y + z + w = -1 \\ 2x + y + 4z + 2w = 4 \\ 3x + y + 3z + 2w = 1 \\ 2y + w = a \end{cases}$$

(岐阜大 2008) (m20082615)

0.121 連立 1 次方程式

$$\begin{cases} x-3y-5z=a \\ 2x-2y-4z=b \\ -3x+y+3z=1 \end{cases}$$

が, 少なくとも 1 つの解をもつための定数 a, b についての必要十分条件を求めよ. また, 求めた条件を満たす 1 組の a, b を選び, その場合の一般解を求めよ.

(岐阜大 2009) (m20092604)

0.122 行列 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ がある. 以下の問いに答えよ.

(1) 行列式 $\det A$ を求めよ.

(2) 逆行列 A^{-1} を求めよ.

(3) 連立方程式 $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ を解け.

(岐阜大 2009)　　(m20092618)

0.123 (1) 次の行列 A の階数 $(\mathrm{rank}A)$ を求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(2) 次の連立方程式が解をもつような定数 a の値を求め, そのときの一般解を示せ.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & a \\ 2 & 1 & a & 1 \\ a & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ a \end{pmatrix}$$

(岐阜大 2010)　　(m20102602)

0.124 R^3 の 3 つのベクトル

$$\boldsymbol{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

に対し，以下の問に答えよ.

(1) $\boldsymbol{a}_1$，$\boldsymbol{a}_2$，$\boldsymbol{a}_3$ を列ベクトルとする行列を係数行列に持つ連立一次方程式

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ \alpha \end{pmatrix}$$

が解を持つように定数 α の値を定めよ．また，そのときの一般解を求めよ.

(2) $\boldsymbol{a}_1$，$\boldsymbol{a}_2$，$\boldsymbol{a}_3$ が線形従属か線形独立かを調べよ．線形従属の時には $\boldsymbol{a}_3$ を $\boldsymbol{a}_1$ と $\boldsymbol{a}_2$ の線形結合で表せ.

(3) $\boldsymbol{a}_1$ と $\boldsymbol{a}_2$ の線形結合 $\boldsymbol{b} = x\boldsymbol{a}_1 + y\boldsymbol{a}_2$ が $\boldsymbol{a}_1$ に直交する単位ベクトルとなるとき，実数 x と y の値を求めよ.

(岐阜大 2011)　　(m20112603)

0.125 k を実数とする．連立 1 次方程式

$$(E)\qquad \begin{cases} x_1 & +2x_2 & +3x_3 & -x_4 & = & -1 \\ 2x_1 & +x_2 & -x_3 & +2x_4 & = & 3k+2 \\ & 4x_2 & +kx_3 & +x_4 & = & 8 \\ 3x_1 & -x_2 & +2x_3 & -kx_4 & = & -10 \end{cases}$$

を考える．以下の問に答えよ.

(1) (E) の係数行列の行列式の値を求めよ.

(2) (E) が解を持たないときの k の値を求めよ.

(3) (E) が複数個の解を持つときの k の値を求め，さらにそのときの解を示せ.

(岐阜大 2016) (m20162602)

0.126 k を定数とする．次の連立方程式を解け.

$$\begin{cases} 3x + 2y + 5z = -1 \\ x + 2y + 3z = 1 \\ 5x + 2y + 7z = k \end{cases}$$

(岐阜大 2017) (m20172605)

0.127 a, b を定数とする．連立方程式

$$\begin{cases} x - 3y + 2z = 0 \\ 2x - 11y + 6z = a \\ x + 7y - 2z = b \end{cases} \qquad \text{(E)}$$

が次の 2 条件を同時に満たすような定数 a, b の条件を求めよ.

(i) (E) の解は無限個ある.

(ii) $(x, y, z) = (1, 1, 1)$ は (E) の解ではない.

(岐阜大 2020) (m20202603)

0.128 次の連立一次方程式に対して，解が存在するための定数 b の条件を求めよ．また，その条件のもとで，この連立方程式を解け.

$$\begin{cases} x + 2y + 3z &= b \\ 2x + 3y - 2z &= 2 \\ -x - y + 5z &= 1 \end{cases}$$

(豊橋技科大 2000) (m20002706)

0.129 次の連立 1 次方程式が非自明解 ($x = y = 0$ 以外の解) をもつように k の値を定め，その一般解を求めよ.

$$\begin{cases} 3x + (2 - k)y = 0 \\ x + ky = 0 \end{cases}$$

(豊橋技科大 2003) (m20032707)

0.130 次の連立一次方程式が解をもつための条件（a の値）を求め, その条件のもとでの一般解を示せ.

$$\begin{cases} x + y - 2z + u = 2 \\ -x - 2y + 3z - u = 3 \\ 2x + y - 3z + 2u = a \end{cases}$$

(豊橋技科大 2011) (m20112703)

0.131 以下の連立一次方程式を解け，ただし，計算過程を解答用紙に明記すること.

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + 5y + 3z = 13 \\ x + 8z = -5 \end{cases}$$

(豊橋技科大 2014) (m20142703)

0.132 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ とする.

(1) 方程式 $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ が解をもつための必要十分条件は $a + b + c = 0$ であることを示せ.

(2) 任意のベクトル $\mathbf{x}$ に対して $(A\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0$ となる非自明な 3 次元のベクトル $\mathbf{y}$ を求めよ．ただし，$(,)$ は空間ベクトルの内積である.

(名古屋工業大 2003)　　(m20032903)

0.133 4 次の行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

について次の問い (1),(2),(3) に答えよ.

(1) A の行列式を求めよ.

(2) A の逆行列を求めよ.

(3) 次の列ベクトルを行列 A の列で与えられる 4 つの列ベクトルの 1 次結合で表せ.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

(名古屋工業大 2004)　　(m20042901)

0.134 次の連立一次方程式を解け.

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 + 5x_4 &= 1 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + 6x_4 &= 2 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 &= 3 \end{cases}$$

(名古屋工業大 2008)　　(m20082901)

0.135 行列 A, 変数ベクトル $\boldsymbol{x}$, 定数ベクトル $\boldsymbol{c}$ を次のように定義する.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & a+2 \\ 1 & a & -2 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ただし, a は定数である．方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{c}$ に対して, 次の問いに答えよ.

(1) 方程式が解をもたないための a の値を求めよ.

(2) 方程式が無数の解をもつための a の値を求めよ.

(3) 方程式が唯一の解をもつための a の範囲を示せ．またこの範囲の a に対して解 $\boldsymbol{x}$ を求めよ.

(名古屋工業大 2009)　　(m20092906)

0.136 次の連立一次方程式が解をもつように定数 k の値を定め, そのときの解を求めよ.

$$\begin{cases} x + 3y - z = k & \cdots\cdots \quad ① \\ 2x + y + 3z = 5 & \cdots\cdots \quad ② \\ 3x + 2y + 4z = 9 & \cdots\cdots \quad ③ \end{cases}$$

(名古屋工業大 2011)　　(m20112901)

0.137 a を定数とするとき, 次の連立一次方程式の解を求めよ.

$$\begin{cases} x - y + az = 1 \\ x + ay - z = a \\ ax + y + z = a + 1 \end{cases}$$

(名古屋工業大 2014)　　(m20142905)

0.138 (1) 次の x, y, z に関する連立一次方程式が，解を持たないための定数 k の条件を求めよ．

$$\left\{\begin{array}{rrrrrrrr} & - & 3y & + & z & = & -3 \\ 3x & & & - & 2z & = & k \\ - & x & + & 2y & & = & 1 \end{array}\right.$$

(2) 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$，ベクトル $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} b \\ c \\ d \end{pmatrix}$ について，連立一次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ を考える．$\boldsymbol{b}$ として $\boldsymbol{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \boldsymbol{b}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \boldsymbol{b}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ を選ぶとき，$A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ のそれぞれの解 $\boldsymbol{x}_1$，$\boldsymbol{x}_2$，$\boldsymbol{x}_3$ を求めよ．

(名古屋工業大 2018)　　(m20182905)

0.139 x, y, z についての次の連立 1 次方程式を解け．ただし a は定数である．

$$\left\{\begin{array}{rcl} x + 2y + 3z & = & 4 \\ 2x + 3y + az & = & 5 \\ x + ay - 2z & = & a \end{array}\right.$$

(名古屋工業大 2020)　　(m20202905)

0.140 連立方程式 $\left\{\begin{array}{l} 2x_1 + x_2 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 = 2 \end{array}\right.$ を，逆行列を用いて解きなさい.

(三重大 2002)　　(m20023116)

0.141 x, y, z に関する次の連立方程式

$$\left\{\begin{array}{l} x + 2y + 3z = 0 \\ 4x + \alpha y + 6z = 0 \\ 7x + 8y + 9z = 0 \end{array}\right.$$

が, 自明な解 ($x = 0$，$y = 0$，$z = 0$) の他に解をもつための α の条件を求めなさい.

(三重大 2004)　　(m20043111)

0.142 以下のように行列表現された連立一次方程式がある．ただし, a は任意の実数である.

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a-1 \\ 1 & 1 & a+1 \\ 1-a & -1 & -3 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(1) a のすべての値について, 行列 $\boldsymbol{A}$ および行列 $[\boldsymbol{A}|\boldsymbol{b}]$（$\boldsymbol{A}$ の右側に $\boldsymbol{b}$ を並べたもの）のランク（階数）を求めなさい.

(2) (1) の結果を用いて，a のすべての値について解の存在性を答えなさい. また, 解が存在する場合は解を求めなさい.

(三重大 2004)　　(m20043112)

0.143 行列 $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ に対して, 連立一次方程式 $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ が $x = y = 0$ 以外の解をもつように k の値を定めよ.

(三重大 2005)　　(m20053113)

0.144 (1) 定数 k_1, k_2 を含む次の行列 A の階数 (rank) を，k_1, k_2 の値で場合分けして求めなさい．

$$A = \begin{pmatrix} k_1 & 1 & 1 \\ 1 & k_2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(2) $A\boldsymbol{v} = \boldsymbol{0}$ を満たすベクトル $\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ を考え，その $\boldsymbol{v}$ が表す点の集合が x, y, z を軸とする直交座標系でどのような形状となるかを，行列 A の階数 (rank) ごとに説明しなさい．

(三重大 2007) (m20073106)

0.145 $x_1,\ x_2,\ x_3$ についての連立方程式 $B\boldsymbol{x} = \boldsymbol{p}$ を考える. ただし

$$B = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$$

とする. このとき $|B| \neq 0$ であるとして, 連立方程式の解が

$$\boldsymbol{x}_1 = \frac{1}{|B|}\begin{vmatrix} p_1 & b_1 & c_1 \\ p_2 & b_2 & c_2 \\ p_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad \boldsymbol{x}_2 = \frac{1}{|B|}\begin{vmatrix} a_1 & p_1 & c_1 \\ a_2 & p_2 & c_2 \\ a_3 & p_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad \boldsymbol{x}_3 = \frac{1}{|B|}\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & p_1 \\ a_2 & b_2 & p_2 \\ a_3 & b_3 & p_3 \end{vmatrix}$$

とかけることを示せ.

(三重大 2010) (m20103111)

0.146 x, y に関する下記の連立方程式について行列を用いて表せ．さらに，この連立方程式が解をもたないようにするための定数 a を行列式を用いて求めよ．

$$\begin{cases} (a-6)x + (a+1)y = 0 \\ (a-10)x + a(a+1)y = a-2 \end{cases}$$

(三重大 2013) (m20133113)

0.147 $x_1,\ x_2,\ x_3$ に関する連立 1 次方程式

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ \alpha x_1 + x_2 = \beta \quad (\alpha,\ \beta \text{は実定数}) \end{cases}$$

について，以下の問に答えなさい．

(1) 連立方程式を行列 $A,\ \boldsymbol{b}$ を用いて $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ と書くとき，行列 $A,\ \boldsymbol{b}$ を求めなさい，ただし，$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ である．

(2) $\alpha = 1,\ \beta = 3$ のとき，A^{-1} を求め，それを利用して連立方程式の解 $\boldsymbol{x}$ を求めなさい．

(3) 任意の $\alpha,\ \beta$ について $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ の解が存在するかどうかを調べ，存在する場合にはその解を求めなさい．

(三重大 2015) (m20153102)

0.148 次の連立方程式を行列を用いて解け．ただし，a は定数とする．

(1) $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 4x + 5y = -1 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 7x - 5y = 11 \\ 3x + 2y = 13 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} a^2x + 2y = 2a \\ ax + y = 2 \end{cases}$

(三重大 2015) (m20153109)

0.149 次の連立 1 次方程式を行列を用いて解け.

(1) $\begin{cases} 5x+6y-7z=-3 \\ 4x+7y+3z=4 \\ -3x-9y+z=4 \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} -x+y-z=2 \\ 2x-y+3z=4 \\ x+2z=1 \end{cases}$

(三重大 2018)　(m20183108)

0.150 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ -2 & -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ a \\ b \end{pmatrix}$ とするとき，連立 1 次方程式 $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$ が解を持つように a, b を定めよ.

(三重大 2018)　(m20183109)

0.151 次の連立 1 次方程式を，行列を用いて解け.

$$\begin{cases} 3x-2y+5z=1 \\ 2x+4y-3z=6 \\ x-2y+z=2 \end{cases}$$

(三重大 2022)　(m20223112)

0.152 3 次正方行列 A とベクトル $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$ を次で定める.

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & a & b \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{e}_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{e}_2=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{e}_3=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

さらに，$f_1=A\mathbf{e}_1$, $f_2=A\mathbf{e}_2$, $f_3=A\mathbf{e}_3$ とする．以下の問いに答えよ.

(1) f_1, f_2, f_3 が一次従属となる a, b の条件を求めよ.

(2) $Bf_1=\boldsymbol{e}_1$, $Bf_2=\boldsymbol{e}_2$, $Bf_3=\boldsymbol{e}_3$ となる 3 次正方行列 B が存在するための a, b を求めよ.

(奈良女子大 2018)　(m20183201)

0.153 x_1〜x_3 を変数とする次の連立方程式を解け.

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

(京都大 2019)　(m20193302)

0.154 (1) 次の行列が正則行列となるための a の条件を求めよ.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

(2) 上記の行列において $a=1$ の場合の行列式の値を求めよ.

(3) x_1〜x_4 を変数とする 次の連立方程式を解け.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$$

(京都大 2022)　(m20223302)

0.155 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a+1 & 2 \\ 1 & 0 & a & 3 \\ 1 & 2 & a+2 & a \end{pmatrix}$ を考える．ただし，a は定数である．

(1) 行列 A の階数を求めよ．

(2) 次の連立 1 次方程式が解をもつように a の値を定め，その解を求めよ．

$$\begin{cases} x + y + (a+1)z = 2 \\ x + az = 3 \\ x + 2y + (a+2)z = a \end{cases}$$

(京都工芸繊維大 2001)　　(m20013409)

0.156 連立 1 次方程式 $\begin{cases} x + z = 1 \\ 2x + y + 2z - 2w = 3 \\ x - y + z + 2w = k - 3 \end{cases}$ が解をもつように定数 k の値を定め，これを解け．また，係数行列 A を示し，その階数 rank A を求めよ．

(京都工芸繊維大 2006)　　(m20063410)

0.157 a を実数とする．x, y, z, w に関する連立 1 次方程式

$$(*) \quad \begin{cases} x + 2y + z + 4w = 1 \\ x + y + 3w = a \\ x - y - 2z + w = a^2 \end{cases}$$

について次の問いに答えよ．

(1) $(*)$ が解を持つような a の値をすべて求めよ．

(2) (1) で求めた a の値それぞれについて $(*)$ の解を求めよ．

(京都工芸繊維大 2011)　　(m20113401)

0.158 a を定数とする．x, y, z に関する連立 1 次方程式

$$(*) \quad \begin{cases} x - y + az = 1 \\ ax - ay + 4z = -2 \\ (a+1)x - 3y + (a+4)z = -1 \end{cases}$$

の解が 2 組以上存在するような a の値を求め，さらにその a の値に対して $(*)$ の解を求めよ．

(京都工芸繊維大 2016)　　(m20163401)

0.159 実数 a, b, c に対して 4 次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & c & -b \\ 1 & -c & 0 & a \\ 1 & b & -a & 0 \end{pmatrix}$$

を考える．

(1) $a + b + c \neq 0$ のとき，A が正則行列であることを示せ．

(2) $a + b + c = 0$ のとき，4 次の列ベクトル $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}$ で，$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ を満たすものをすべて求めよ．

(京都工芸繊維大 2017)　　(m20173401)

0.160　a, b を実数とする．x, y, z に関する連立 1 次方程式

$$(*)\begin{cases} ax + ay + 2bz = 3 \\ 2x + 3y + 3z = 4 \\ 3x + 5y + 2z = 5 \end{cases}$$

を考える．$(x, y, z) = (-4, 3, 1)$ は $(*)$ の解であり，かつ $(*)$ はそれ以外の解ももつとする．このとき，a, b の値を求めよ．また，$(*)$ の解を求めよ．

(京都工芸繊維大 2022)　　(m20223401)

0.161　実数値未知パラメタ α を含む次の連立一次方程式を考える．未知パラメタ α の値によって，この連立一次方程式の解の性質がどのようになるかを示せ．

$$\begin{cases} \alpha x + y - z = 2 \\ 2x + y + \alpha z = 1 \\ x + y - z = 2 \end{cases}$$

(大阪大 1998)　　(m19983502)

0.162　次のような 4 つの未知変数 x_1, x_2, x_3, x_4 をもつ連立一次方程式を考える．

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 & = & 0 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 + 3x_4 & = & 0 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 & = & 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 & = & 0 \end{cases}$$

次の (1), (2) に答えよ．

(1)　上述の連立一次方程式の係数行列

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & -1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

の列ベクトルのうちで，なるべく少ない個数の列ベクトルを用いて，それらの一次結合（線形結合）によって，その他の列ベクトルを表現せよ．

(2)　上述の連立 1 次方程式の解 x_1, x_2, x_3, x_4 のうちで，

$$(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 + (x_3 - 1)^2 + (x_4 - 1)^2$$

を最小にするものを求めよ．

(大阪大 2003)　　(m20033502)

0.163　次の連立方程式について，以下の問に答えよ。 $\begin{cases} x + 2y + 3z = a \\ 2x + 3y + 4z = b \\ 3x + 4y + 5z = c \end{cases}$

(1)　係数行列の階数 (rank) を求めよ．

(2)　この連立一次方程式が解をもつための必要十分条件を求めよ。

(3)　解があるときそれを求めよ．

(大阪府立大 2006)　　(m20063601)

0.164 4 次の正方行列 A と 4 次の実数ベクトル $\boldsymbol{b}$ を

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

により定める.

(1) 行列 A の階数を求めよ.

(2) $A\boldsymbol{v} = \boldsymbol{0}$ を満たす 4 次の実数ベクトル $\boldsymbol{v}$ のうち，$||\boldsymbol{b}+\boldsymbol{v}||$ を最小にする $\boldsymbol{v}$ を求めよ．ただし，$\boldsymbol{0}$ は 4 次の零ベクトルとし，$||\boldsymbol{b}+\boldsymbol{v}||$ はベクトル $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{v}$ の大きさ（ノルム）を表すとする.

(大阪府立大 2018) (m20183601)

0.165 $c,\ w,\ x,\ y,\ z$ を実数とし, 4 次正方行列 A と 4 次元ベクトル $\boldsymbol{x}$ を

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -c+1 & -1 & -2c+1 \\ -1 & 2c+1 & 2 & 3c-1 \\ 2 & -c+4 & 0 & -3c+2 \\ 0 & 0 & 1 & c^2-c \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} w \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

により定める.

(1) A の行列式を求めよ.

(2) A が正則にならない c の値をすべて求めよ.

(3) c を，(2) で求めた値のうち最大のものとする．このとき，$A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$ を満たす $\boldsymbol{0}$ でない $\boldsymbol{x}$ を 1 つ求めよ．ただし，$\boldsymbol{0}$ は 4 次元零ベクトルとする.

(大阪府立大 2020) (m20203601)

0.166

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 12 & 16 & 20 \\ 3 & 7 & 11 & 15 & 19 \\ 2 & 6 & 10 & 14 & 18 \\ 1 & 5 & 9 & 13 & 17 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ b \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix}$$

とする. 次の問に答えよ.

(1) 連立方程式 $A\overrightarrow{x} = \overrightarrow{b}$ が解をもつための b の条件を求めよ.

(2) $A\overrightarrow{x} = \overrightarrow{b}$ が解をもつとき, その解を求めよ.

(関西大 2005) (m20053701)

0.167 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$，ベクトル $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ u \\ v \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

について，次の問に答えよ.

(1) 行列 A は正則であるか.

(2) 連立方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ に解があれば，その解を求めよ.

(神戸大 1996) (m19963805)

0.168 行列 $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ のとき，

(1) A の階数を求めよ．

(2) 連立一次方程式 $A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ a \end{bmatrix}$ が解を持つように a を定めよ．

(3) 定めた a に対して，上の連立一次方程式を解け．

(神戸大 1998） (m19983808)

0.169 次の 3 元連立一次方程式の解を求めよ．

$$\begin{cases} ax + y + z &= 3a \\ x + ay + z &= 2a + 1 \\ x + y + az &= a + 2 \end{cases}$$

（神戸大 2001） (m20013810)

0.170 実数 a, b が与えられている． このとき，x, y, z に関する以下の連立方程式を解け．

(1) $\begin{cases} 3x - 2y - 2z &= a \\ 5x - 4y + 4z &= -1 \\ 3x - 4y + 20z &= 1 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} (b-2)x - y - 2z &= 1 \\ x + y + 2z &= -2 \\ x + by + 2z &= 1 \end{cases}$

(神戸大 2008) (m20083803)

0.171 $x_1,\ x_2,\ x_3$ を未知変数とする連立方程式 (A)

$$\sum_{j=1}^{3} a_{ij} x_j + a_{i4} = 0\ , \quad i = 1, 2, 3, 4$$

を考える. ここで $a_{ij} \in \mathbb{R}$.

(1) $a_{ij} = (-1)^{i+j}$ の時, この連立方程式 (A) の解をすべて求めよ.

(2) $a_{i1} = 1,\ a_{i2} = (-1)^i,\ a_{i3} = u^{i-1}\ (1 \leq i \leq 4)$ および $a_{14} = a_{24} = a_{34} = 1,\ a_{44} = u$ の時, この連立方程式 (A) が解をもつような実数 u の値をすべて決定せよ.

(3)

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \neq 0$$

の時, 連立方程式 (A) が解をもつ必要十分条件を a_{ij} を用いて表せ.

(神戸大 2010) (m20103802)

0.172 a, b, c, d, p, q を実数とし，$ad - bc \neq 0$ と仮定する．x, y についての連立 1 次方程式

$$(*) \quad \begin{cases} ax + by = p \\ cx + dy = q \end{cases}$$

に関する以下の問いに答えよ．

(1) $a \neq 0$ のとき，掃き出し法で連立方程式 $(*)$ を解け．

(2) $a = 0$ のとき，連立方程式 $(*)$ を解け．

(3) (1) の解を整理して $a=0$ とおいたものと，(2) の解とが一致することを確かめよ．

(神戸大 2011)　　(m20113809)

0.173 k を整数とし，

$$A=\begin{bmatrix}1&0&-1&0\\0&k&2&-1\\-2&1&3&0\\3&3&0&-k\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{x}=\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{j}=\begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\end{bmatrix}$$

とおく．以下の各問に答えよ．

(1) A が正則であるための k の条件を求めよ．

(2) $k=1$ のとき，連立一次方程式 $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{j}$ の解を求めよ．

(3) A が正則行列であるとき，A の逆行列の成分がすべて整数となるための必要十分条件は $k=1$ であることを示せ．

(神戸大 2016)　　(m20163806)

0.174 4 次の正方行列

$$A=\begin{bmatrix}1&1&1&1\\1&1&-1&-1\\1&-1&1&-1\\1&-1&-1&1\end{bmatrix}$$

について，以下の問いに答えよ．

(1) A^2 を求めよ．

(2) $\boldsymbol{x}=\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{bmatrix}$，$\mathbf{1}=\begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\end{bmatrix}$ とするとき，連立方程式 $A\boldsymbol{x}=\mathbf{1}$ を解け．

(3) ベクトル $\boldsymbol{x}_1$，$\boldsymbol{x}_2$，$\boldsymbol{x}_3$，$\boldsymbol{x}_4\in R^4$ を 1 次独立とする。

$$\boldsymbol{y}_1=\boldsymbol{x}_1+\boldsymbol{x}_2+\boldsymbol{x}_3+x_4$$
$$\boldsymbol{y}_2=\boldsymbol{x}_1+\boldsymbol{x}_2-\boldsymbol{x}_3-x_4$$
$$\boldsymbol{y}_3=\boldsymbol{x}_1-\boldsymbol{x}_2+\boldsymbol{x}_3-x_4$$
$$\boldsymbol{y}_4=\boldsymbol{x}_1-\boldsymbol{x}_2-\boldsymbol{x}_3+x_4$$

とするとき，ベクトル $\boldsymbol{y}_1$，$\boldsymbol{y}_2$，$\boldsymbol{y}_3$，$\boldsymbol{y}_4$ も 1 次独立となることを示せ．

(神戸大 2018)　　(m20183806)

0.175 a を実数とする．x, y, z に関する連立 1 次方程式

$$\left\{\begin{array}{ccccccc}x&+&y&+&az&=&1\\x&+&ay&+&z&=&1\\ax&+&y&+&z&=&1\end{array}\right.$$

を解け．

(神戸大 2020)　　(m20203801)

0.176 各成分が 1 か -1 のいずれかであるような 4 次正方行列

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & b \\ 1 & c & 1 & d \\ 1 & e & f & g \end{bmatrix}$$

について,

$$A^T A = 4E$$

が成り立つとする．ただし A^T は A の転置行列を，E は 4 次の単位行列を表す．このとき，次の問いに答えよ．

(1) a, b, c, d, e, f, g を求めよ．

(2) 連立一次方程式

$$A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

を解け．

(神戸大 2022)　　(m20223802)

0.177 次の連立一次方程式を消去法（掃き出し法）によって解け．

$$\begin{cases} x - y + 2z = 4 \\ x + y + z = 1 \\ 3x + y + 4z = 6 \end{cases}$$

(鳥取大 2005)　　(m20053911)

0.178 次の連立一次方程式を消去法（掃き出し法）によって解け． $\begin{cases} 2x - y + z & = & 2 \\ 4x - 2y + z & = & 3 \\ -2x + y + 3z & = & 1 \end{cases}$

(鳥取大 2006)　　(m20063909)

0.179 次の連立方程式を解きなさい． $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$

(鳥取大 2006)　　(m20063913)

0.180 3 行 4 列の行列 $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -2 \\ 3 & -9 & 6 & 3 \\ -2 & 6 & -4 & -2 \end{bmatrix}$ の階数を求めよ．

(鳥取大 2007)　　(m20073915)

0.181 クラメルの公式を用いて次の連立方程式を解け． $\begin{cases} 3x + 6y \ \ + z = 4 \\ 4x + 9y + 2z = 3 \\ 2x + 3y + 4z = 9 \end{cases}$

(鳥取大 2007)　　(m20073917)

0.182 (1) 行列 $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ の行列式の値を求めよ．

(2) 行列 $\boldsymbol{A}$ の逆行列を求めよ．

(3) 次の連立一次方程式を解け．
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 &= 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 &= 2 \end{cases}$$

(鳥取大 2008)　(m20083905)

0.183 連立一次方程式
$$\begin{cases} y - 2z &= 1 \\ 2x + 2y + az &= b \\ 4x + 3y &= b \\ 2x + y + z &= c \end{cases} \qquad (*)$$

に関して，以下の問いに答えよ．ただし，a, b, c は実数であるとする．

(1) 方程式 $(*)$ の解がただ一つ存在するとき，a, b, c の間に成り立つ関係を述べよ．また，その解を求めよ．

(2) 方程式 $(*)$ の解の全体が 3 次元ユークリッド空間内の直線になっているとき，a, b, c の間に成り立つ関係を述べよ．また，その直線のあらわす式を求めよ．

(岡山大 2003)　(m20034003)

0.184 (1) 次の行列 A に対して，その階数 $\mathrm{rank}(A)$ を求めよ．　$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

(2) $m \geqq 2$, $n \geqq 1$ のとき，$m \times n$ 行列 A に対して，A の第 1 行を取り除いた $(m-1) \times n$ 行列を A' と書くことにする．$\mathrm{rank}(A) - \mathrm{rank}(A')$ は 0 または 1 であることを示せ．

(3) $m \geqq 2$, $n \geqq 2$ のとき，$m \times n$ 行列 A に対して，A の第 1 行と第 1 列を取り除いた $(m-1) \times (n-1)$ 行列を A'' と書くことにする．A をさまざまな行列を動かしたときの $\mathrm{rank}(A) - \mathrm{rank}(A'')$ の最小値と最大値を求めよ．

(岡山大 2007)　(m20074001)

0.185 (1) 3 次正方行列 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ の行列式を計算し，その逆行列を求めよ（答のみでよい）．

(2) (x_1, x_2, x_3, x_4) に関する次の連立一次方程式が $(0, 0, 0, 0)$ 以外にも解をもつとき，a の値を求めよ．
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & a & 2 & 2a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(岡山大 2009)　(m20094004)

0.186 3 次の実正方行列 A に対し，行に関する基本変形を 2 回行って，単位行列に変形できたとする．行った基本変形は以下の通りである．

1 回目：第 2 行と第 3 行を入れ替えた．

2 回目：第 1 行に第 3 行の 2 倍を加えた．

このとき，1 回目の基本変形に対応する基本行列を P_1，2 回目の基本変形に対応する行列を P_2 として以下の問いに答えよ．

(1) 基本行列 P_1, P_2 とその逆行列を求めよ.

(2) 逆行列 A^{-1} と行列式 $\det A$ を計算せよ.

(3) $\boldsymbol{b}$ に同じ基本変形を行って得られるベクトルは，連立方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ の解になることを示せ.

(広島大 2009)　　(m20094102)

0.187 c を実数とし,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & c & 5 \\ 3 & 2 & 9 & 7 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

とする．以下の問いに答えよ.

(1) $c = 6$ のとき，方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ の一般解を求めよ.

(2) 方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ が解を持つための c の条件を求めよ.

(3) 方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ が解を持たないとき，方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$ の一般解を求めよ.

(広島大 2017)　　(m20174101)

0.188 3 次行列 $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ の階数が 2 となるときの a の値を求めよ.

(高知大 2009)　　(m20094505)

0.189 3 次実正方行列 $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ に対して，次の問いに答えよ．ただし，a は定数とする.

(1) A の階数 (rank A) を求めよ.

(2) A が正則行列であるための定数 a に対する条件を求めよ.

(3) 方程式

$$A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

が $x_1 = x_2 = x_3 = 0$ の他にも解をもつための定数 a に対する条件を求め，その条件のもとで一般解を求めよ.

(高知大 2012)　　(m20124503)

0.190 x, y, z, w を未知数とする連立 1 次方程式

$$\begin{cases} x + y + z + w = 2 \\ 3x \qquad - z \qquad = 0 \\ x + 2y + 3z + 2w = 2 \\ \qquad 2y \qquad - w = 0 \end{cases}$$

について，次の各問いに答えよ.

(1) この連立 1 次方程式の係数行列 A の行列式 $|A|$ の値を求めよ.

(2) 以下の 4 次正方行列 $A_x,\ A_y,\ A_z,\ A_w$ の行列式の値をそれぞれ求めよ.

$$A_x = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad A_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A_z = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad A_w = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(3) クラーメルの公式を用いて，この連立 1 次方程式を解け.

(高知大 2015)　　(m20154506)

0.191 (1) 行列 $\begin{pmatrix} 10 & 6 & 3 \\ 5 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ の逆行列を求めよ.

(2) 次の連立方程式を解け.

$$\begin{cases} 10x & + & 4y & + & z & = & 10 \\ 10x & + & 6y & + & 3z & = & 0 \\ 5x & + & 4y & + & 3z & = & 0 \\ x & + & y & + & z & = & 1 \end{cases}$$

(愛媛大 2004)　　(m20044609)

0.192 x, y, z についての連立方程式 $\begin{cases} 4x + y + 2z & = & 2 \\ ax - 5y + z & = & 8 \\ x - 4y - z & = & 9 \\ 3x - y + z & = & 5 \end{cases}$ が解を持つように，定数 a を定めよ.

(愛媛大 2006)　　(m20064605)

0.193 連立 1 次方程式 $\begin{cases} x + 2y - z & & = & -1 \\ x + 4y - z + 6w & & = & 7 \\ x + 3y \quad\ \ + 4w & & = & 6 \\ 3x + 8y - z + 8w & & = & 11 \end{cases}$ について次の問いに答えよ.

(1) 上の連立 1 次方程式の解をすべて求めよ.

(2) a, b, c を定数とする．組 $x = a,\ y = 7,\ z = b,\ w = c$ が上の連立 1 次方程式の解になるとき，a, b, c の値を求めよ.

(愛媛大 2006)　　(m20064607)

0.194 (1) $\begin{vmatrix} \lambda & 0 & -1 & 0 \\ 0 & \lambda-1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & \lambda & -1 \\ 0 & 0 & -1 & \lambda \end{vmatrix} = 0$ となる実数 λ をすべて求めよ.

(2) (1) で求めた λ の中で最大のものを λ_0 とするとき，連立方程式

$$\begin{pmatrix} \lambda_0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & \lambda_0 - 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & \lambda_0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & \lambda_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

の解 $(x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4)$ をすべて求めよ.

(愛媛大 2007)　　(m20074605)

0.195　c を実数とする. 4 次正方行列

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & c \\ 1 & 0 & c & 0 \\ 1 & c & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

について次の問に答えよ.

(1)　方程式

$$A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

が解をもつための c の条件を述べよ. またそのときの解を（複数あるならばそのうち一つを）求めよ.

(2)　方程式

$$A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

が解をもつための c の条件を述べよ. またそのときの解を（複数あるならばそのうち一つを）求めよ.

(愛媛大 2011)　　(m20114602)

0.196　x, y, z についての連立方程式

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -2 \\ -2x + y + z = -1 \\ x - 3y + 2z = a \end{cases}$$

が解を持つように, 定数 a を定めて解を求めよ.

(愛媛大 2011)　　(m20114611)

0.197　a を実数とし, 行列 A を次のように定める.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a & 1 \\ -1 & -1 & a \\ a & a & -1 \end{bmatrix}$$

以下の問いに答えよ.

(1)　行列 A の階数 $\mathrm{rank}\, A$ を求めよ.

(2)　$a = 1$ のとき, 実数 x, y, z を未知数とする連立 1 次方程式　$A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}$ の解を求めよ.

(3)　実数 x, y, z を未知数とする連立 1 次方程式　$A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ a \\ a \end{bmatrix}$ が唯一つでない解を持つとき, a の値を求めよ. また, このとき, この連立 1 次方程式の解を求めよ.

(愛媛大 2017)　　(m20174613)

0.198　a を実数とする．4 次実列ベクトル $\boldsymbol{x}$ を未知ベクトル，4 次正方行列

$$A = \begin{bmatrix} 5 & a^2+3 & a^2-1 & 1 \\ a+1 & a & 1 & 2a-2 \\ -a+1 & a^2-a & a^2-1 & -2a+2 \\ 0 & a^2-1 & a^2-1 & 0 \end{bmatrix}$$

を係数行列とする連立 1 次方程式

$$(\#) \quad A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{o}$$

を考える．ただし，$\boldsymbol{o}$ は 4 次零ベクトルとする．

(1)　$a = 1$ とする．このとき，方程式 (#) の解をすべて求めよ．

(2)　(i) 任意の a に対し，方程式 (#) は少なくとも 1 つの解をもつことを示せ．

(ii) 実列ベクトル $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ がともに 方程式 (#) の解であるとき，$\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ の 1 次結合 $\alpha\boldsymbol{a} + \beta\boldsymbol{b}$（ α, β は実数 ）も (#) の解であることを示せ．

(3)　方程式 (#) が以下の条件 (♭1), (♭2) の両方をみたすような a の値をすべて求めよ．

(♭1) 少なくとも 2 つの異なる解をもつ．

(♭2) 実列ベクトル $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ がともに (#) の解であるとき，$\boldsymbol{a} = c\boldsymbol{b}$ または $\boldsymbol{b} = c\boldsymbol{a}$ をみたす実数 c が存在する．

(愛媛大 2022)　　(m20224602)

0.199　次の問に答えよ．

(1)　行列 A の階数の定義について，以下の下線部に適切な単語を記入せよ．

(a) A の 0 でない小行列式の _________．

(b) A の _________ な列ベクトルのの最大個数．

(c) A の _________ な行ベクトルのの最大個数．

(d) A で定まる線形変換の値域の _________．

(2)　行列　$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 6 \\ 1 & -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$　の階数を求めよ．

(3)　次の連立方程式に解があれば，そのすべてを求めよ．

$$\begin{cases} x_1 + 4x_3 + 2x_4 = 2 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 6x_4 = 3 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -1 \end{cases}$$

(九州大 2003)　　(m20034706)

0.200　次の連立 1 次方程式 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ を考える. ただし,

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 4 & 8 & 4 \\ 0 & 6 & 14 \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 16 \\ 20 \end{pmatrix}$$

である. このとき, 以下の問いに答えよ.

(1)　上三角行列 $\boldsymbol{U}$ と, 対角成分が 1 の下三角行列 $\boldsymbol{L}$ を用いて, $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{L}\boldsymbol{U}$ と書くとき, $\boldsymbol{L}$ と $\boldsymbol{U}$ を求めよ.

(2) $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ の解は以下の 2 つの問題を解くことで求まることを説明せよ.

$$\begin{cases} \boldsymbol{Ly}=\boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{Ux}=\boldsymbol{y} \end{cases}$$

(3) (2) の方法で $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ を解け.

(九州大 2004)　　(m20044704)

0.201 A_n を対角成分がすべて a でそれ以外はすべて 1 の n 行 n 列の行列とする.

(1) A_n の行列式を因数分解された形で求めよ.

(2) 次の連立一次方程式を解け（a, b は定数）.

$$\begin{cases} ax_1+x_2+x_3+\cdots+x_n &= b \\ x_1+ax_2+x_3+\cdots+x_n &= b \\ \cdots & \vdots \\ x_1+x_2+x_3+\cdots+ax_n &= b \end{cases}$$

(九州大 2005)　　(m20054706)

0.202 次の連立 1 次方程式について, 各問いに答えよ.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

(1) 係数行列の逆行列を求めよ.

(2) 上で求めた逆行列を用いて方程式の解を求めよ.

(九州大 2008)　　(m20084715)

0.203 3 次元空間（$xyz-$ 空間）内において, 与えられた 3 つの平面のいずれにも属する点があるとき, その点をその 3 つの平面の「共有点」と呼ぶ. たとえば, $xy-$ 平面, $yz-$ 平面, $zx-$ 平面の共有点は, 原点 $(0,0,0)$ である. 3 次元空間内の次の 3 つの平面を考える. ここで, a は定数とする.

$$平面\ S_1=\{(x,y,z)\mid x-y+2z=2\}$$

$$平面\ S_2=\{(x,y,z)\mid 2x+3y+z=3\}$$

$$平面\ S_3=\{(x,y,z)\mid 4x+y+az=1\}$$

このとき, 次の各問いに答えよ.

(1) $a=4$ とする. このとき, 3 つの平面 $S_1,\ S_2,\ S_3$ の共有点を求めよ.

(2) $a=5$ とする. このとき, 3 つの平面 $S_1,\ S_2,\ S_3$ の共有点は存在するかどうか, 理由を述べて答えよ.

(九州大 2010)　　(m20104711)

0.204 a, b を実数として, 3 次元空間（$xyz-$ 空間）内の 3 つの平面を次のように定義する.

$$平面\ S_1=\big\{(x,y,z)\,|\,x+y+z=1\big\}$$

$$平面\ S_2=\big\{(x,y,z)\,|\,2x+3y+4z=7\big\}$$

$$平面\ S_3=\big\{(x,y,z)\,|\,4x+6y+az=b\big\}$$

このとき, 以下の問いに答えよ.

(1) $a=7$ とし，b は任意の値に固定する．3 つの平面の共通部分 $S_1\cap S_2\cap S_3$ は 1 点となることを示せ．また，その点を b を用いて表せ．

(2) $a=8$ とする，このとき，3 つの平面の共通部分 $S_1\cap S_2\cap S_3$ が空集合にならないための b に関する条件を求めよ．また，そのとき，この共通部分は「1 点」「直線」「平面」のいずれになるか，理由を述べて答えよ．

(九州大 2015)　　(m20154707)

0.205　a を定数として，変数 x,y,z,w に関する次の連立一次方程式を考える．

$$\begin{cases} x+2y+3z-w=a \\ x+3y\ -z\ +w=1 \\ x+2y\ +z\ -w=0 \\ \quad y+2z+2w=-1 \end{cases}$$

このとき，以下の各問いに答えよ．

(1) この方程式が解を持つための a の値を求めよ．

(2) 前問 (1) の a の値に対して，方程式の解を求めよ．　解がただ一つではない場合には，適切な方法を用いて解（一般解）を表現すること．

(九州大 2016)　　(m20164705)

0.206　次の連立 1 次方程式に対して係数行列の行列式の値，係数行列の逆行列，および，解を求めよ．

$$\begin{cases} 2x+y+3z &= -1 \\ x-y &= 2 \\ -2x+y+z &= 1 \end{cases}$$

（九州芸術工科大 2001）　　(m20014808)

0.207　次の行列 A について，以下の問いに答えよ．

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(1) A^2 および A^3 を計算せよ．

(2) 上の計算結果より，逆行列 A^{-1} を求めよ．

(3) 次の連立方程式を解け．

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(佐賀大 2003)　　(m20034928)

0.208　次の連立方程式を逆行列を用いて解け．

$$\begin{cases} 2x+2y+z &= 3 \\ 3x-2y+2z &= -1 \\ -x+2y &= 4 \end{cases}$$

(佐賀大 2003)　　(m20034929)

0.209　次の問に答えよ．

(1) 行列 $A=\begin{pmatrix} a+2 & 1 \\ 3 & a \end{pmatrix}$ が正則であるための条件を求めよ．

(2) a は $|A|$ を満たす整数であるとき, 次の連立方程式を逆行列を用いて解け.

$$\begin{cases} (a+2)x+y &= 1 \\ 3x+ay &= -3 \end{cases}$$

(佐賀大 2004)　　(m20044930)

0.210 次の連立方程式をクラーメルの解法で解け.

$$\begin{cases} 4x-3y &= 1 \\ 3x-y &= 2 \end{cases}$$

(佐賀大 2004)　　(m20044931)

0.211 行列の基本変形（掃き出し法）を用いて, 連立方程式

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -5 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -6 \end{pmatrix}$$

を解け.

(佐賀大 2005)　　(m20054903)

0.212 クラメルの公式を用いて，次の連立 1 次方程式を満たす y を求めよ. $\begin{cases} 2x+2y+z=2 \\ 2x+y+4z=1 \\ 3x+2y+2z=3 \end{cases}$

(佐賀大 2006)　　(m20064911)

0.213 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}$ のランク $\mathrm{rank}(A)$ を求めよ.

(佐賀大 2006)　　(m20064920)

0.214 次の連立一次方程式の解を求めよ. $\begin{cases} x_1+x_2+x_3 &= 0 \\ x_1+px_2+x_3 &= 0 \\ px_1+x_2 &= 0 \end{cases}$ （p は実数）

(佐賀大 2006)　　(m20064933)

0.215 連立一次方程式 $\begin{cases} 9x+4y+3z=-1 \\ 5x+y+2z=1 \\ 7x+3y+4z=1 \end{cases}$ を解け.

(佐賀大 2006)　　(m20064944)

0.216 次の連立一次方程式が解を持つように α の値を決定し，その連立一次方程式を解け.

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=5 \\ 2x_1-x_4=7 \\ x_1+x_2+x_4=4 \\ x_1-3x_2-x_3-10x_4=\alpha \end{cases}$$

(佐賀大 2007)　　(m20074921)

0.217 次の連立一次方程式を解け. $\begin{cases} x+2y-z=-1 \\ 3x+\ y+z=\ 7 \\ 2x-2y+z=\ 1 \end{cases}$

(佐賀大 2007)　　(m20074928)

0.218 次の行列 M と列ベクトル $\boldsymbol{x}$, $\mathbf{0}$ について, 以下の問いに答えよ.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -2 \\ 3 & 5 & -2 & 4 \\ 1 & 1 & -2 & 8 \\ -2 & -3 & 2 & -6 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ u \end{bmatrix} \qquad \mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(1) 行列 M の階数を求めよ.

(2) 連立方程式 $M\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$ の一般解を求めよ.

(佐賀大 2010) (m20104911)

0.219 次の連立一次方程式を解け.

(1) $\begin{cases} x + 4y + 7z = 1 \\ 2x + 5y + 8z = 3 \\ 3x + 6y + 9z = -2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 5x + 2y + 5z = -2 \\ x + 3y + z = -3 \\ 3x - 2y + 3z = 2 \end{cases}$

(佐賀大 2011) (m20114915)

0.220 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 3 & 3 & -1 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$, $\mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ とする.

(1) 行列 A の階数を求めよ.

(2) 連立方程式 $A\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$ の一般解を求めよ.

(佐賀大 2012) (m20124904)

0.221 次の連立 1 次方程式を掃き出し法（消去法）で解きなさい.

$$\begin{cases} x + 2y - 2z = 2 \\ 2x + 5y - z = 8 \\ -2x - y + 11z = 18 \end{cases}$$

(佐賀大 2012) (m20124916)

0.222 次の方程式が解を持つような a, b の値を求めよ．また，そのときの解を求めよ.

(1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ 2a-1 \\ 2a+4 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \\ 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ -3 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

(佐賀大 2014) (m20144906)

0.223 次の行列 M と列ベクトル $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{b}$ について，以下の問いに答えよ.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & 4 \\ 3 & 7 & -3 & 15 \\ 2 & -4 & 11 & 8 \\ 1 & 7 & -8 & 4 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ 10 \\ 0 \\ a \end{bmatrix}$$

(1) 行列 M の階数を求めよ.

(2) 連立方程式 $M\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ が解をもつように a の値を定めよ.

(3) (2) の条件のもとで，連立方程式 $M\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ の解を求めよ.

(佐賀大 2015) (m20154917)

0.224　次式は変数 x, y, z に関する連立方程式であり，k は定数である．以下の問いに答えよ．

$$\begin{cases} 2x+2y+z=k \\ 5x+3y-z=7 \\ x-y-3z=3 \end{cases}$$

(1)　連立方程式が解をもつように k の値を定めよ．

(2)　(1) の条件のもとで，連立方程式の解を求めよ．

(佐賀大 2016)　　(m20164904)

0.225　行列 $A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & a & 1 \\ a & 5 & 1 \end{bmatrix}$ について，次の問いに答えよ．ただし $a>0$ とする．

(1)　行列 A の行列式が 0 となる a の値を求めよ．

(2)　(1) で求めた a を用いて行列 A のランク（階数）を求めよ．

(3)　$a=2$ のとき，連立 1 次方程式 $A\boldsymbol{x}=\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 8 \end{bmatrix}$ の解をはき出し法（ガウスの消去法）を用いて求めよ．

(佐賀大 2016)　　(m20164923)

0.226　一次連立方程式

$$\begin{cases} x-2y+2z=3 \\ x-y+cz=2 \\ 2x+cy-z=1 \end{cases}$$

について，以下の問いに答えなさい．

(1)　方程式が解を持たない場合について，c の値を求めなさい．

(2)　方程式が解が無数に解を持つ場合について，c の値を求めなさい．

(佐賀大 2018)　　(m20184904)

0.227　つぎの連立一次方程式が成り立つベクトル $\boldsymbol{x}$ を求めよ．

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 5 & -5 \\ -2 & -3 & 4 \end{pmatrix} \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(佐賀大 2018)　　(m20184928)

0.228　連立一次方程式 $\begin{cases} 2x-y+8z=11 \\ x-y+5z=6 \\ -3x+5y-16z=-17 \end{cases}$ を解きなさい．

(佐賀大 2021)　　(m20214922)

0.229　次の連立一次方程式を解け．

$$\begin{cases} -x-3y+2z-2w=3 \\ -2x-6y+4z-5w=-1 \\ 3x+9y-6z+7w=-2 \end{cases}$$

ただし，答えは $t,\ s$ を任意の実数として，以下の $a_1,\ a_2,\ b_1,\ b_2,\ c_1,\ c_2$ を求め

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = t\begin{pmatrix} a_1 \\ 1 \\ 0 \\ a_2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} b_1 \\ 0 \\ 1 \\ b_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ 0 \\ 0 \\ c_2 \end{pmatrix}$$

の形に書くこと.

(佐賀大 2022)　　(m20224910)

0.230　連立一次方程式 $\begin{cases} x+y-z=1 \\ 2x+y+3z=4 \\ -x+2y-4z=-2 \end{cases}$ を解きなさい．答えだけでなく途中経過も記載すること.

(佐賀大 2022)　　(m20224926)

0.231　次のベクトルに関して以下の問いに答えよ.

$$\boldsymbol{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix},\quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix},\quad \boldsymbol{a}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix},\quad \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix},\quad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

(1)　$\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{a}_3$ が一次従属系であることを示せ.

(2)　連立一次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ が解を持つためには, a, b, c にはどのような条件が必要か.
但し, 行列 A は $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{a}_3$ を, それぞれ第 $1, 2, 3$ 列とする行列である.

(3)　連立一次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$ の解 $\boldsymbol{x}$ を全て求めよ.

（長崎大 2004）　　(m20045012)

0.232　次の連立 1 次方程式を解け.

$$\begin{cases} 2x+\ y+\ z=15 \\ 4x+2y+5z=39 \\ 8x+8y+9z=83 \end{cases}$$

(長崎大 2008)　　(m20085015)

0.233　以下の $A,\ \boldsymbol{b},\ \boldsymbol{X}$ について次の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

(1)　行列 A の逆行列を求めよ.

(2)　逆行列を用いて $A\boldsymbol{X} = \boldsymbol{b}$ を満たす x, y, z（未知の実数）の値を求めよ.

(長崎大 2011)　　(m20115006)

0.234　3 行 2 列行列 A を

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

で定め，その転置行列を A^T で表す．さらに，行列 B と行列 P を

$$B = A^T A\,,\quad P = AB^{-1}A^T$$

により定める．ここで，B^{-1} は B の逆行列を表す．また，A の転置行列 A^T とはその i 行 j 列成分が A の j 行 i 列成分であるような 2 行 3 列行列のことである.

(1) B を求めなさい.

(2) P を求めなさい.

(3) 連立方程式

$$P\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

を解きなさい.

(大分大 2011)　　(m20115108)

0.235 以下の問に答えなさい．ただし，a, b, c, d は定数とし，かつ，a, b, c は相異なるものとする．なお，結果は因数分解した形で示しなさい.

(1) 次の行列式を計算しなさい.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$$

(2) 次の連立一次方程式を解きなさい.

$$x + y + z = 1$$
$$ax + by + cz = d$$
$$a^2x + b^2y + c^2z = d^2$$

(熊本大 2021)　　(m20215201)

0.236 次の連立一次方程式について, 次の各問に答えよ.

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ -x_1 - 2x_3 = 2 \\ x_2 + 3x_3 = -7 \end{cases}$$

(1) この連立一次方程式を, 行列 A とベクトル $\boldsymbol{b}$ を用いて $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ とあらわしたときの, 係数行列 A を記せ. ただし，$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ とする.

(2) 係数行列 A の逆行列 A^{-1} を求めよ.

(3) 上の連立一次方程式を解け.

(宮崎大 2010)　　(m20105301)

0.237 連立一次方程式 $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 6 \\ x_1 + x_3 = 0 \end{cases}$ について，次の各問に答えよ.

(1) この連立一次方程式を，行列 A を用いて $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ と表したときの A を求めよ．ただし，$\boldsymbol{x}$ と $\boldsymbol{b}$ はベクトルであり，$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ とする.

(2) A の逆行列 A^{-1} を求めよ.

(3) 連立一次方程式を解け.

(宮崎大 2014)　　(m20145303)

0.238 連立一次方程式

$$\begin{cases} x_1 \qquad\quad + 2x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$$

について，次の各問いに答えよ．

(1) この連立一次方程式を，行列 A を用いて $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ と表したときの A を求めよ．ただし，$\boldsymbol{x}$ と $\boldsymbol{b}$ はベクトルであり，$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ とする．

(2) この連立一次方程式を解け．

(宮崎大 2015)　　(m20155302)

0.239 連立一次方程式 $\begin{cases} x_1 - 2x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ -5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = -2 \end{cases}$ について，次の各問に答えよ．

(1) この連立一次方程式を，行列 A を用いて $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ と表したときの A を求めよ．ただし，$\boldsymbol{x}$ と $\boldsymbol{b}$ はベクトルであり，$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ とする．

(2) A の逆行列 A^{-1} を求めよ．

(3) 連立一次方程式を解け．

(宮崎大 2018)　　(m20185303)

0.240 k を実数の定数とする．連立一次方程式

$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ -2x + 3y - z = 0 \\ -x + ky + z = 0 \end{cases} \quad \cdots\cdots\cdots (*)$$

について，次の各問いに答えよ．

(1) $(*)$ を，行列 A を用いて $A\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$ と表したときの A を求めよ. ただし，$\boldsymbol{x}$ と $\mathbf{0}$ はベクトルであり，$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$，$\mathbf{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ とする．

(2) (1) で求めた行列 A に対して，行列式 $|A|$ の値を求めよ．

(3) $(*)$ が自明解 $x = y = z = 0$ 以外の解ももつような k の値を求めよ．

(4) (3) で求めた k の値に対する $(*)$ の解を，すべて求めよ．

(宮崎大 2019)　　(m20195302)

0.241 連立一次方程式 $\begin{cases} 2x & -y & -3z & = & 2 \\ x & -3y & -2z & = & 5 \\ -x & +y & +z & = & -3 \end{cases}$ について，次の各問に答えよ．

(1) この連立一次方程式を，行列 A を用いて $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ と表したときの A を求めよ．ただし，$\boldsymbol{x}$ と $\boldsymbol{b}$ はベクトルであり，$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$ とする．

(2) A の逆行列 A^{-1} を求めよ.

(3) この連立一次方程式を解け.

(宮崎大 2020)　(m20205305)

0.242 以下の連立斉一次方程式が, $(0,0,0)$ と異なる解をもつように定数 a を定めて, この方程式を解け.

$$ax+2y+3z=0\,,\quad 4x-3y+2z=0\,,\quad 5x+7y-4z=0$$

(鹿児島大 2005)　(m20055404)

0.243 下記の X, Y の連立方程式において, X, Y ともに 0 以外の解が存在するための ω の値を求めなさい.

$$\begin{bmatrix} 500-\omega & -200 \\ -200 & 200-\omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

(鹿児島大 2012)　(m20125423)

0.244 行列を用いて, 次の連立一次方程式を解け;

(1) $\begin{cases} 4x+6y+\ z=2 \\ 2x\ +y-4z=3 \\ 3x-2y+5z=8 \end{cases}$　(2) $\begin{cases} 4x+6y+\ z=0 \\ 2x\ +y-4z=0 \\ 3x-2y+5z=0 \end{cases}$

(鹿児島大 2015)　(m20155416)

0.245 係数行列の逆行列を求めることにより, x, y を求めなさい.

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -9 \end{bmatrix}$$

(鹿児島大 2017)　(m20175410)

0.246 下記の行列 A について, 以下の問いに答えよ.

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(1) 行列 A を構成する 3 つの縦ベクトルは線形独立であるかどうかを調べよ.

(2) 直交座標系 $O-xyz$ において, 行列 A の転置行列を行列 B として, $(x\ \ y\ \ z)B=(10\ \ 5\ \ 1)$ の解を求めよ.

(鹿児島大 2022)　(m20225405)

0.247 $A=\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 9 & 14 \\ 8 & 16 & 33 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} 92 \\ 209 \\ 449 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{y}=\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$,

$L=\begin{pmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{pmatrix}$, $U=\begin{pmatrix} 1 & u_{12} & u_{13} \\ 0 & 1 & u_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　とする.

方程式 $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$ を次の手順に従って解け.

(1) $A=LU$ を満たすような行列 L および U を求めよ.

(2) $L\boldsymbol{y}=\boldsymbol{b}$ を満たすような $\boldsymbol{y}$ を求めよ.

(3) $U\boldsymbol{x}=\boldsymbol{y}$ を満たすような $\boldsymbol{x}$ を求めよ.

(室蘭工業大 2005)　(m20055505)

0.248　行列式を利用して，次の連立方程式を解け．
$$\begin{cases} 3x+y+5z=5 \\ x+y+3z=2 \\ 2x-y-z=3 \end{cases}$$

(室蘭工業大 2006)　　(m20065501)

0.249　x, y, z がいずれも 0 ではないとき，次の等式

$$\frac{-(x+7y)}{2z}=\frac{x+2z}{-y}=\frac{2z-y}{x}=t$$

が成り立つための t の値を求めよ．

(室蘭工業大 2008)　　(m20085501)

0.250　行列に関する以下の問いに答えよ．

(1)　$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix}$ の逆行列を計算せよ．

(2)　(1) で求めた逆行列を利用して，
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -3 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix}$$
の $x,\ y,\ z$ を求めよ．

(室蘭工業大 2016)　　(m20165507)

0.251　次の連立方程式 (1) を解け．

$$\left.\begin{aligned} -x+2y\phantom{{}+z} &= 1 \\ -x+3y+z &= 2 \\ x-y+2z &= -2 \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

(室蘭工業大 2018)　　(m20185504)

0.252　行列 $\begin{pmatrix} a & b & b & b \\ b & a & b & b \\ b & b & a & b \\ b & b & b & a \end{pmatrix}$ の階数を求めよ．ただし，a, b は実数とする．

(岡山県立大 2006)　　(m20065602)

0.253　下記の連立 1 次方程式について，以下の問に答えよ。

$$\begin{cases} 2x+5y-4z = 7 \\ 3x+y-3z = -6 \\ -5x+4y-z = 21 \end{cases} \qquad (1)$$

(1)　連立 1 次方程式 (1) の係数行列 $A=\begin{bmatrix} 2 & 5 & -4 \\ 3 & 1 & -3 \\ -5 & 4 & -1 \end{bmatrix}$ が正則であることを示せ．

(2)　連立 1 次方程式 (1) の係数行列 A の第 2 行第 3 列成分 a_{23} の余因子 A_{23} を求めよ．

(3)　クラメルの公式を用いて，連立 1 次方程式 (1) を解け．

(香川大 2006)　　(m20065702)

0.254 行列 $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$，ベクトル $\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}$ とするとき，A の逆行列を求めよ．また，$\boldsymbol{y} = A\boldsymbol{x}$ を満たすベクトル $\boldsymbol{x}$ を求めよ．

(香川大 2008)　　(m20085702)

0.255 以下の行列 U の階数（ランク）を求めよ．

$$U = \begin{bmatrix} 3 & 7 & -7 \\ -1 & 0 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{bmatrix}$$

(香川大 2018)　　(m20185704)

0.256 a, b, c を 0 でない実数とする．このとき，行列 $\begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{pmatrix}$ の階数が 2 となるための必要十分条件を求めよ．

(島根大 2006)　　(m20065804)

0.257 次の線形方程式の解 $\boldsymbol{x}$ 全体の集合を求めよ． $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$，　$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

(島根大 2006)　　(m20065812)

0.258 任意定数 a を含む行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 2 & 1 \\ 4 & 4 & a \end{bmatrix}$ について，以下の設問に答えよ．

(1) 行列式 $|A|$ を求めよ．

(2) 逆行列 A^{-1} を求めよ. さらに，$A^{-1}A$ が単位行列となることを示せ．

(3) 行列 A の階数 $\mathrm{rank}A$ を求めよ．

(4) 連立一次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ において，解 $\boldsymbol{x}$ がただ一つ求められる条件を示せ．さらに，その条件を満たす場合，$A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ を解いて，$\boldsymbol{x}$ を求めよ．ただし，$\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ である．

(5) 連立一次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$ において，$\boldsymbol{x}$ が $\boldsymbol{0}$ 以外の解を持つ条件を示せ．さらに，その条件を満たす a の値を用いて $\boldsymbol{x}$ を求めよ．ただし，$\boldsymbol{x}$ の大きさは 1，すなわち $|\boldsymbol{x}| = 1$ とせよ．

(島根大 2007)　　(m20075809)

0.259 次の連立 1 次方程式が自明な解以外の解をもつのは定数 a がどのような値のときか．

$$\begin{cases} (2-a)x & + & 3y & = & 0 \\ 3x & + & (2-a)y & = & 0 \end{cases}$$

(島根大 2010)　　(m20105806)

0.260 3 次正方行列 X を以下のように定義する．

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & -\sqrt{6} & 1 \\ \sqrt{3} & \sqrt{2} & \sqrt{3} \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

以下の設問に答えよ．ただし，${}^tX$ は X の転置行列を表す．

(1) $x_{11}=1$ とする．積 $X\,{}^tX$ を計算せよ．

(2) $x_{11}=1$ とする．$(X\,{}^tX)^{-1}$ の行列式の値を求めよ．

(3) $x_{11}=1$ とする．X の階数を求めよ．

(4) $x_{11}=1$ とする．X^2 の行列式の値を求めよ．

(5) $x_{11}=-7$ とする．以下の命題が真か偽かを示せ．
命題「任意の $\boldsymbol{a}$ に対して，方程式 $X\boldsymbol{y}=\boldsymbol{a}$ の解 $\boldsymbol{y}$ が存在する.」
ただし，以下のように，$\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{y}$ は 3 次列ベクトルとする．

$$\boldsymbol{a}=\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{y}=\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$$

(島根大 2012)　　(m20125802)

0.261 (1) 次の行列 A と行列 A' の階数を求めよ．

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad A'=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 2 & -1 & 3 & 4a+13 \\ 3 & 0 & 4 & a \end{pmatrix}$$

(2) 連立 1 次方程式

$$\begin{cases} x+\ y+\ z= & 5 \\ 2x-\ y+3z= & 4a+13 \\ 3x\qquad +4z= & a \end{cases}$$

の解が存在するための必要十分条件を (1) で求めた階数を用いて述べよ．さらに，解が存在するような a の値をすべて求めよ．

(3) (2) の連立 1 次方程式が解をもつとき，その一般解を求めよ．

(島根大 2015)　　(m20155803)

0.262 $m\times\ n$ 行列のランク（階数）はその行列の線形独立（一次独立）な列ベクトルの最大個数等しい．
このとき

行列 $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ のランクを求めよ．解答には，その理由も述べよ．

(首都大 2004)　　(m20045902)

0.263 次の連立一次方程式が解を持つための必要十分条件となる定数 a,b,c の関係式を求めよ. またそのときの解を求めよ．

$$\begin{cases} x+2y+3z=a \\ 2x+3y+4z=2b \\ 3x+4y+5z=c \end{cases}$$

(首都大 2010)　　(m20105902)

0.264 次の連立一次方程式がただ一組の解を持つように a の値を定め，そのときの解を求めなさい．

$$\begin{cases} 2x-y+z=1 \\ x+y-z=2 \\ 3x+ay+z=2 \\ 2x-2y+(a+3)z=a-5 \end{cases}$$

(首都大 2011)　　(m20115901)

0.265 下を満たす x, y, z の値をそれぞれ求めなさい.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 14 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(首都大 2016)　　(m20165901)

0.266 実数 $x,\ y,\ z$ に関する連立 1 次方程式について，以下の問いに答えなさい.

$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ -2x + 3y - z = 0 \\ -x + ky + z = 0 \end{cases}$$

(1) 連立 1 次方程式が $x = y = z = 0$ 以外の解をもつための定数 k の値を求めなさい.

(2) k が (1) の値を取るときの解を求めなさい．ただし，$z = t$（任意の実数）とおいてよい.

(首都大 2018)　　(m20185902)

0.267 (1) 行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ は正則行列であることを示し，逆行列 A^{-1} を求めよ.

(2) $\overrightarrow{a}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\overrightarrow{a}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\overrightarrow{a}_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\overrightarrow{b} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ とする.

$\overrightarrow{b} = \displaystyle\sum_{j=1}^{3} w_j \overrightarrow{a}_j$ と定めたとき，$w_j \geqq 0 \quad (j = 1, 2, 3)$ となるための必要十分条件を x, y, z を用いて表せ.

(東京都立大 2021)　　(m20215901)

0.268 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & x & x \\ x & 1 & x \\ x & x & 1 \end{pmatrix}$ の階数を求めよ.　　(滋賀県立大 2008)　　(m20086003)

0.269 次の 3 つの方程式を同時に満足する x, y, z が $x = y = z = 0$ 以外にあるように k の値を決めよ.

$$x + 3y - 2z = 0\,, \qquad x + y + (k+5)z = 0\,, \qquad 3x + (k+7)y + 4z = 0$$

(滋賀県立大 2012)　　(m20126003)

0.270 x, y, z を未知数とする連立 1 次方程式

$$\begin{cases} x + y + z = a \\ 2x + 3y + (a+3)z = 3 \\ x + 3y + a^2 z = -3 \end{cases}$$

を考える.

(1) これが解をもたないように a を定めよ.

(2) これが無限個の解をもつように a を定めよ.

(滋賀県立大 2014)　　(m20146003)

0.271 下の問いに答えよ．なお，計算過程も記入せよ.

(1) 次の行列の階数を求めよ.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

(2) 次の連立 1 次方程式が解を持つときの a の値を求めよ.

$$\begin{cases} x+2y+2z=a \\ 2x+3y-z=2a \\ 2x+5y+9z=6 \end{cases} \qquad (*)$$

(3) (2) で求めた a の値に対する連立 1 次方程式 $(*)$ の解を求めよ.

(宇都宮大 2016)　　(m20166101)

0.272 (1) 行列 $A=\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ の逆行列 A^{-1} を求めよ.

(2) 行列の演算, $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 60 \\ 70 \end{bmatrix}$ が成立するとき, (1) で求めた逆行列 A^{-1} を用いて, x と y の値を求めよ.

(工学院大 2003)　　(m20036205)

0.273 (1) 行列 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ の逆行列 A^{-1} を求めよ.

(2) 求められた逆行列 A^{-1} を用いて, 次の連立方程式を解け.

$$\begin{cases} 2x+y+z=4 \\ x+2y+z=1 \\ x+y+2z=5 \end{cases}$$

(工学院大 2005)　　(m20056205)

0.274 連立 1 次方程式

$$\begin{cases} -x + 5y + 3z = 1 \\ x - y - z = 1 \\ -3x + 7y + 5z = -1 \end{cases}$$

を解け.

(はこだて未来大 2011)　　(m20116302)

0.275 (1) 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ の値を求めよ.

(2) 連立方程式 $\begin{cases} x+y+z+w=0 \\ 3x+4y+3z-w=2 \\ 6x+7y+5z+w=1 \end{cases}$ を解け.

(東京海洋大 2008)　　(m20086401)

0.276 (1) 行列式 $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 & 2 \\ 4 & 5 & 4 & 4 \\ 5 & 5 & 1 & 5 \\ 4 & 5 & 5 & 3 \end{vmatrix}$ の値を求めよ.

(2) 連立方程式 $\begin{cases} 3x+4y+5z+7w=\ \ 6 \\ -x+4y+5z-\ w=-6 \\ 3x+3y-5z-2w=-2 \end{cases}$ を解け.

(東京海洋大 2009) (m20096401)

0.277 (1) 行列式 $\begin{vmatrix} \sqrt{2} & 1 & 0 & 0 \\ 1 & \sqrt{2} & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \sqrt{2} & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \sqrt{2} \end{vmatrix}$ の値を求めよ.

(2) x,y,z に対する連立方程式 $\begin{cases} x\ -\ y+2z=0 \\ ax-2y-7z=0 \\ 3x-3y+az=0 \end{cases}$ が非自明解を持つときの a の値を求め，そのとき連立方程式を解け.

(東京海洋大 2016) (m20166405)

0.278 連立 1 次方程式

$$\begin{cases} x-\ \ y+\ \ z+\ \ w=1 \\ 2x-\ \ y+\ \ z+\ \ w=2 \\ 3x-\ \ y+2z+\ \ w=5 \\ 4x-2y+3z+2w=6 \end{cases}$$

を解け.

(東京海洋大 2021) (m20216406)

0.279 次の連立 1 次方程式が解をもつように a,b を定めて，これを解け.

$$\begin{cases} 3x & - & 2y & + & z & & & = & 3 \\ 2x & - & 3y & - & z & + & w & = & 1 \\ 2x & - & 8y & - & 6z & + & 4w & = & a \\ -x & - & 6y & - & 7z & + & 4w & = & b \end{cases}$$

(東京海洋大 2022) (m20226410)

0.280 連立方程式 $\begin{cases} x-y+2z=0 \\ x+y+\ \ z=0 \\ 3x+y+kz=0 \end{cases}$ が，$x=y=z=0$ 以外の解をもつように定数 k を定めなさい，また，そのときの解を媒介変数を用いて表しなさい.

(和歌山大 2007) (m20076503)

0.281 次の連立一次方程式を行列の演算を使って解きなさい.

$$\begin{cases} 3x-y+z=4 \\ x+2y+z=8 \\ 2x-3y-2z=-10 \end{cases}$$

(和歌山大 2014) (m20146502)

0.282 次の連立一次方程式の解を行列を使用して求めなさい.

$$\begin{cases} \quad\ -5y-3z=2 \\ 4x\ +y-2z=9 \\ x-2y-5z=0 \end{cases}$$

(岩手県立大 2013) (m20137004)

0.283 次の行列 A, B, C とベクトル $\boldsymbol{v_1}$, $\boldsymbol{v_2}$, $\boldsymbol{v_3}$ について，あとの問いに答えなさい，解答は途中の式も省略せずに書きなさい．

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 2 \\ -2 & -4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{v}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{v}_3 = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix}$$

(1) AB と BA をそれぞれ答えなさい．定義されないときには「定義されない」と答えなさい．

(2) 行列式 $|A|$, $|C|$ をそれぞれ答えなさい．

(3) 行列 A, C の逆行列をそれぞれ答えなさい．定義されないときには「定義されない」と答えなさい．

(4) ベクトル $\boldsymbol{v_1}$, $\boldsymbol{v_2}$, $\boldsymbol{v_3}$ の組が線形独立か線形従属か理由とともに答えなさい．

(5) 次の連立一次方程式の解を行列を使用して求めなさい．行列を使用したことが分かるように，途中経過を示しなさい．

$$\begin{cases} x - 2y + 4z = 5 \\ x + y + z = -7 \\ x + 3y + 9z = -5 \end{cases}$$

(岩手県立大 2017)　　(m20177001)