[選択項目] 年度：1991〜2023 年　分野：2 微分

0.1 関数 $y=\dfrac{x}{1+x^2}$ について

(1) 極大値 , 極小値を求めよ.

(2) グラフの概形を書け.

（北見工業大 2004）　(m20040201)

0.2 次の関数を微分せよ.

(1) $y=(3x+2)^5$　　(2) $y=x^2\sin x$

(北見工業大 2005)　(m20050201)

0.3 $y=e^{-x^2}$ とする，y' , y'' を求め, グラフの概形を書け.

(北見工業大 2005)　(m20050203)

0.4 関数 $y=x^3+3x^2-1$ の極大値, 極小値を求め, グラフの概形を書け.

(北見工業大 2005)　(m20050206)

0.5 次の関数を微分せよ.

(1) $y=x^3\sin x$　　(2) $y=\log(x^2+1)$

(北見工業大 2006)　(m20060201)

0.6 $y=xe^{-x}$ の極値を求めよ.

(北見工業大 2006)　(m20060203)

0.7 次の関数 y の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.

(1) $y=(2x+3)^2$　　(2) $y=x\log(x^2+1)$

(北見工業大 2007)　(m20070201)

0.8 a を正の定数とし，$f(x)=e^x-ax$ とするとき，次の問に答えよ.

(1) $a=3$ のとき $y=f(x)$ の増減表を書き，y の極小値を与える x の値とその時の y の値および y の極大値を与える x の値とその時の y の値を，それぞれあればすべて求めよ.（ ヒント ： $e=2.718\cdots$, $\log e=1$ ）

(2) 方程式 $f(x)=0$ の解の個数を a の値について場合分けして答えよ.

(北見工業大 2007)　(m20070204)

0.9 次の関数を微分せよ.

(1) $y=\sin(x^3+2)$　　(2) $y=x\log x$

(北見工業大 2008)　(m20080201)

0.10 $y=x^3-\dfrac{3}{2}x^2+1$ とする.

(1) グラフの概形をかけ.　　(2) $-\dfrac{1}{4}\leqq x\leqq 2$ のとき，y の最大値と最小値を求めよ.

(北見工業大 2008)　(m20080203)

0.11 関数 $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$ について，以下の問いに答えよ.

(1) $f'(x)$ および $f''(x)$ を計算せよ.

(2) 関数 $f(x)$ の増減を調べよ.

(3) 曲線 $y = f(x)$ の概形を描け.

(北見工業大 2009) (m20090201)

0.12 次の関数を微分せよ.

(1) $y = (2x-3)^5$　　(2) $y = \sin x^2$

(3) $y = (x^2+1)\log(x^2+1)$　　(4) $y = e^{-2x}\cos x$

(北見工業大 2010) (m20100201)

0.13 (1) 関数 $y = -x^3 + \dfrac{9}{2}x^2 - 6x - 1$ のグラフを描き, 極値を求めよ.

(2) (1) の関数の $x = 0$ および $x = 2$ における接線を求め, その交点の座標を求めよ.

(北見工業大 2010) (m20100202)

0.14 次の関数 y の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.

(1) $y = (3x+4)^3$　　(2) $y = x^2 \log x$

(北見工業大 2011) (m20110201)

0.15 関数 $y = e^{-x^2}$ について

(1) y' および y'' を計算せよ.

(2) 増減表を作り, グラフを描け.

(北見工業大 2011) (m20110204)

0.16 関数 $y = \log(x + \sqrt{x^2+1})$ の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.

(北見工業大 2012) (m20120201)

0.17 関数 $y = |x^3 - 3x|$ の増減をしらべ, 極値を求め, かつ, グラフの概形を描け.

(北見工業大 2012) (m20120205)

0.18 関数 $y = (x^2+3x+1)^3$ を微分せよ. (北見工業大 2013) (m20130201)

0.19 次の問いに答えよ.

(1) 関数 $y = x^2e^{-x}$ の増減を調べ, その極値を求めよ.

(2) 極限 $\displaystyle\lim_{x\to\infty} x^2e^{-x}$ を求めよ.

(北見工業大 2013) (m20130203)

0.20 $f(x) = xe^{-x^2}$ とする.

(1) $\bigl(1, f(1)\bigr)$ における曲線 $y = f(x)$ の接線の方程式を求めよ

(2) $0 \leqq x$ における $f(x)$ の最大値, 最小値を求めよ.

(北見工業大 2014) (m20140201)

0.21 次の関数を微分せよ.

(1) $y = x^2 \sin x$　　(1) $y = \sqrt{1+e^x}$

(北見工業大 2015) (m20150201)

0.22 曲線 $y = \log x$ の接線で，原点を通るものの方程式を求めよ．

(北見工業大 2015)　　(m20150202)

0.23 $y = x^4 - 2x^3 + 1$ とする．$0 \leq x \leq 3$ のとき y の最大値，最小値を求めよ．

(北見工業大 2016)　　(m20160201)

0.24 関数 $y = e^{-x} \sin x$ （ただし，$0 < x < 2\pi$ の範囲で考える）について次の問 (1)，(2) に答えよ．

(1) y' および y'' を計算せよ．

(2) y'，y'' の符号を調べ，増減・凹凸がはっきりわかるようにグラフを描け．

(北見工業大 2017)　　(m20170204)

0.25 関数 $f(x) = \dfrac{x}{x^2+2}$ の $-1 \leqq x \leqq 2$ での最大値と最小値を求めよ．

(北見工業大 2018)　　(m20180203)

0.26 $-\dfrac{\pi}{2} < y < \dfrac{\pi}{2}$ での $x = \tan y$ の逆関数を $y = \arctan x$ とする．

(1) $\arctan x$ の導関数を書け．（証明は省略しても良い．）

(2) 関数 $f(x) = \arctan x - \log\sqrt{1+x^2}$ の $0 \leqq x \leqq \sqrt{3}$ での最大値と最小値を求めよ．

(北見工業大 2019)　　(m20190203)

0.27 関数 $y = e^{-x^2}$ について次の問 (1), (2) に答えよ．

(1) y' および y'' を計算せよ．

(2) y'，y'' の符号を調べ，増減，凹凸がはっきりわかるようにグラフを描け．
（変曲点があれば変曲点における $y = e^{-x^2}$ の接線も同じ xy 平面上に描くこと.）

(北見工業大 2019)　　(m20190210)

0.28 $-\dfrac{\pi}{2} < y < \dfrac{\pi}{2}$ での $x = \tan y$ の逆関数を $y = \arctan x$ とする．

$$f(x) = \arctan x - \frac{x}{2}$$

の $x \geqq 0$ での最大値を求めよ．

(北見工業大 2022)　　(m20220204)

0.29 次の関数を微分せよ．

(1) $y = x\cos^2 x$　　(2) $y = (x^2-1)\,e^{2x}$　　(3) $y = \log(2-x)$

(岩手大 1994)　　(m19940304)

0.30 次の関数の極値とそのときの x の値，および変曲点における関数の値と x の値を求めよ．ただし，極値については極大であるか極小であるかを明記せよ．

(1) $f(x) = 3x^3 - 6x^2 + 9x - 3$

(2) $f(x) = 1/(1+x^2)$

(岩手大 1994)　　(m19940305)

0.31 $f(x) = \sqrt{x}\log x$ 　$(x \geq 0)$ とするとき，以下の問に答えよ．

(1) $f'(x)$ と $f''(x)$ を求めよ．

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0} f(x)$ を求めよ．

(3) $f(x)$ の最小値を求めよ．

(4) $y = f(x)$ のグラフの概形を描け．

(岩手大 1997)　　(m19970301)

0.32 次の極限値を求めよ．

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-x\right), \qquad \lim_{x\to 0}\frac{(1-\cos x)\sin x}{x^3}$$

(岩手大 1998)　　(m19980305)

0.33 関数 $f(x) = xe^{-2x}$ について次の問いに答えなさい．

(1) 関数 $f(x)$ を微分しなさい．

(2) 関数 $f(x)$ の極値および変曲点を求めなさい．

(3) 関数 $f(x)$ の極限値 $\displaystyle\lim_{x\to\infty} f(x)$ および $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x)$ をそれぞれ求めなさい．

(4) 関数 $f(x)$ の増減表を作成し，概形を図示しなさい．また，極値と変曲点の座標も示しなさい．

(岩手大 2018)　　(m20180303)

0.34 e を自然対数の底とする．次の問いに答えなさい．

(1) 次の関数 $f(x)$ を考える．

$$f(x) = e^{-x^2}$$

関数 $f(x)$ の極値および変曲点を調べ，増減表を作成しなさい．

(2) 関数 $f(x)$ のグラフの概形を描きなさい．

(岩手大 2022)　　(m20220303)

0.35 沖合い 3 km を岸壁に平行に船舶が航行している．岸壁にある観測点に立つ観測者の正面を通過するとき，船舶と観測者を結ぶ直線は角速度 a (rad/秒) で変化した．

(1) 船の進行方向に x 軸を取り，船と観測者を結ぶ直線と，観測点から岸壁に垂直に沖合いに伸びる直線との角度を θ (rad) とする．船の位置 x と θ の関係式を求めよ．

(2) 船舶が観測者の正面を通過したときの航行速度を求める式を与えよ．

(秋田大 2001)　　(m20010402)

0.36 次の $\boxed{}$ 内に当てはまる整数を入れよ．

(1) 有理関数について， $\dfrac{4(3+3x-x^2)}{(x-1)^2(x+1)} = \dfrac{\boxed{(j)}}{x-1} + \dfrac{\boxed{(k)}}{(x-1)^2} + \dfrac{\boxed{(l)}}{x+1}$ である．

(2) 有理関数 $y = \dfrac{4(3+3x-x^2)}{(1-x)^2(1+x)}$ の 6 次導関数は $y^{(6)} = \dfrac{\boxed{(m)}}{(1-x)^7} + \dfrac{\boxed{(n)}}{(1-x)^8} + \dfrac{\boxed{(o)}}{(1+x)^7}$ である．

(秋田大 2002)　　(m20020401)

0.37 次の $\boxed{}$ 内に当てはまる整数を入れよ．注意：log は自然対数で，π は円周率である．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\arctan x}{x} = \boxed{(p)}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\log|\cos x|}{x^2} = \frac{1}{\boxed{(q)}}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\log|1-x^2|}{\log|\cos x|} = \boxed{(r)}$　　(4) $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{2^{\sin x}-2}{\log|\sin x|} = \log\boxed{(s)}$

(秋田大 2002)　　(m20020402)

0.38 次の関数について，導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めなさい．

(1) $y = x^3 e^{-2x}$　　(2) $y = \dfrac{2x+1}{\sin x}$

(2) $\begin{cases} x = & \cos t + t\sin t \\ y = & 2\sin t - 2t\cos t \end{cases}$　　(4) $x^3y + 3y^2 + 2x^4 = 0$

(秋田大 2003)　　(m20030401)

0.39 次の関数について, 導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めなさい.

(1) $y = \sin(\sin x)$

(2) $y = x^{\frac{1}{x}}$（ただし, $x > 0$）

（秋田大 2004）　　(m20040401)

0.40 次の極限を求め, $\boxed{}$ 内に当てはまる整数を入れよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\tan 3x}{x} = \boxed{}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{x^3}{e^x} = \boxed{}$　　(3) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\log x^2}{\log|\sin x|} = \boxed{}$

(4) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{2^{\cos x} - 2}{\log|\cos x|} = \boxed{}$　　(5) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\log|1-x^2|}{\log|\cos x|} = \boxed{}$

(秋田大 2007)　　(m20070403)

0.41 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x^3}{\sin x - x}$ を求めよ.

(秋田大 2008)　　(m20080403)

0.42 次の極限を求め，カッコ内に当てはまる整数を記入せよ.

以下の arcsin は逆正弦関数のことで, $\sin^{-1}$ と表されることもある.

(1) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = \boxed{(\text{キ})}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+x+1} - \sqrt{x^2+1}\right) = \frac{1}{\boxed{(\text{ク})}}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\arcsin(2x)}{x} = \boxed{(\text{ケ})}$

(秋田大 2010)　　(m20100402)

0.43 関数 $f(x) = xe^x$ について，次の問いに答えなさい.

(1) 増減と極値を調べなさい.

(2) グラフの凹凸と変曲点を調べなさい.

(3) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} f(x)$ と $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x)$ を求めなさい.

(4) グラフの概形をかきなさい.

(秋田大 2012)　　(m20120403)

0.44 以下の四角内に当てはまる値を計算し，解答欄の指定した箇所に記入せよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+2x-3} - x + 1\right) = \boxed{\quad（\text{ア}）\quad}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \boxed{\quad（\text{イ}）\quad}$

(3) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n = \boxed{\quad（\text{ウ}）\quad}$

(秋田大 2013)　　(m20130401)

0.45 以下の四角内に当てはまる式を計算し，解答欄の指定した箇所に記入せよ．ここで，arcsin$x$ は $\sin x$ の逆関数を表し，$\sin^{-1} x$ と表されることもある.

(1) $\dfrac{d}{dx}\log\left(x+\sqrt{x^2+1}\right) = \boxed{\quad（エ）\quad}$

(2) $0<x<1$ とするとき， $\dfrac{d}{dx}x^{\arcsin x} = \boxed{\quad（オ）\quad}$

(秋田大 2013)　　(m20130402)

0.46 $f(x)=\dfrac{2x-\sin 2x}{x^2}$ とするとき， $0<x<\pi$ の範囲での $f(x)$ の最大値と，最大値をとるときの x の値を求めよ．

(秋田大 2013)　　(m20130406)

0.47 次の不定形の極限を求めなさい．

$$\lim_{x\to 0}\frac{x-\sin x}{x^3}$$

(秋田大 2014)　　(m20140402)

0.48 次の不定形の極限値を求めなさい．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan x}{x^2-x}\right)$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\frac{e^x-x-1}{x^2}\right)$　　(3) $\displaystyle\lim_{x\to \frac{\pi}{2}}\left(\tan x-\sec x\right)$

(秋田大 2015)　　(m20150402)

0.49 次の極限を求めなさい．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x-1}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to \infty}x^2\left(1-\cos\frac{1}{x}\right)$　　(3) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^{3x}-1}{e^{2x}-1}$ （e は自然対数の底である.）

(秋田大 2017)　　(m20170402)

0.50 次の極限値を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to \infty}\frac{x^2+1}{x-1}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to +0}x^2\log x$　　(3) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\left\{1-\frac{1+e^{-x}}{2(x^2+x+1)}\right\}$

(秋田大 2020)　　(m20200403)

0.51 放物線　　$y=-\dfrac{1}{2}x^2+x$　　(*)

の上の点 $P(a,b)$ において，放物線より上側に中心 $Q(X,Y)$ をもつ半径 $\sqrt{(a-1)^2+1}$ の円 C が接している．次の問いに答えよ．

(1) 円 C の中心 Q の座標 (X,Y) を a で表せ．

(2) 点 P が放物線 $(*)$ 上を動くとき，円 C の中心 Q が描く曲線の方程式を求めよ．

(3) 中心 Q が直線 $x+2y=6$ に最も近づくとき，中心 Q の座標 (X,Y) を求めよ．

(東北大 1993)　　(m19930502)

0.52 関数　$F(x)=x\log x-\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}-x}$　の導関数を $F'(x)$ と表し，

関数 $f(x)$ を　$f(x)=F'(x)$　と定義する．

(1) 関数 $f(x)$ を求めよ．　　(2) 関数 $f(x)$ の増加・減少を調べよ．

(2) 等式　$f(c)=0\quad(1<c<3)$　を満たす c が少なくとも 1 つ存在することを示せ．

(東北大 2001)　　(m20010501)

0.53 x を実数として, 関数 $f(x)$ を　$f(x)=x^2e^{ax}$　と定義する. ただし, a は負の定数である.

(1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$, 第 2 次導関数 $f''(x)$ を求めよ.

(2) $x\to+\infty$ のとき, $f(x)$ の極限 $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}f(x)$ を求めよ.

(3) $f(x)$ の増減 , 極値 , グラフの凹凸 , 変曲点を調べ, 増減表を書き, $y=f(x)$ の概形を描け.

(東北大 2005)　　(m20050502)

0.54　$m = 1, 2, \cdots$ に対して　$\displaystyle\lim_{x \to \infty} x^m e^{-x} = 0$　を示せ.

(東北大 2005)　　(m20050504)

0.55　x を実数とし, 関数 $f(x)$ を　$f(x) = x - \sin x$　と定義する．このとき, 以下の問に答えよ.

(1) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ および第 2 次導関数 $f''(x)$ を求めよ.

(2) $f'(x) = 0$ を満たすすべての実数 x および $f''(x) = 0$ を満たすすべての実数 x をそれぞれ求めよ.

(3) 関数 $y = f(x)$ の区間 $-2\pi \leqq x \leqq 2\pi$ における増減, 極値, グラフの凹凸, 変曲点を調べ, 増減表を書き, グラフの概形を描け.

(4) 任意の実数 x について不等式　$|x| \geqq \sin|x|$　が成り立つことを証明せよ.

(東北大 2006)　　(m20060502)

0.56　(1) 関数の積の微分に関するライプニッツの公式を述べよ（証明はしなくてよい）.

$\{f(x)g(x)\}^{(n)} =$

(2) $x > 0$ で定義された関数 $h(x) = x^4 \log x$ を考える．　$\displaystyle\lim_{x \to +0} h(x)$ を求めよ.

(3) $0 < m < 4$ であるような自然数 m に対し, (2) で定義した $h(x)$ の m 階導関数 $h^{(m)}(x)$ を求めよ. また, $\displaystyle\lim_{x \to +0} h^{(m)}(x)$ を求めよ.

(4) $\displaystyle\lim_{x \to +0} h^{(4)}(x)$ は存在するか.

(東北大 2006)　　(m20060507)

0.57　実数上の 1 階連続的微分可能関数 $f(x)$ がすべての点 x で $\dfrac{df}{dx}(x) = 0$ を満たすならば, $f(x)$ は定数関数であることを示せ.

(東北大 2008)　　(m20080507)

0.58　x を実数とし, 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \sin(a \cos x)$$

と定義する．ただし, a は実数の定数である．$f(x)$ の導関数を $f'(x)$ とするとき, 以下の問いに答えよ.

(1) $a = 1$ のとき $f(x) = 0$ を満たすすべての実数 x を求めよ.

(2) $a = 1$ のとき $f'(x) = 0$ を満たすすべての実数 x を求めよ.

(3) $a = \pi$ のとき $y = f(x)$ の区間 $0 \leqq x \leqq 2\pi$ における増減,極値を調べ, 増減表を書き, グラフの概形を描け．ただし, グラフには $y = 0$ となる点の x の値も記すこと.

(東北大 2009)　　(m20090502)

0.59　x を非負の実数, r を $0 < r < 1$ を満たす実数とし, 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = xr^x$$

と定義する. このとき, 以下の問に答えよ.

(1) $f(x)$ の導関数 $\dfrac{df}{dx}$ および第 2 次導関数 $\dfrac{d^2 f}{dx^2}$ を求めよ.

(2) $f(x)$ の増減表を書き, 関数 $y = f(x)$ のグラフの概形を描け.

(3) n を正の整数とし, 数列 $\{a_n\}$ の一般項を $a_n = f(n-1)$ により定義する. このとき, 初項から第 n 項までの和を求めよ.

(東北大 2010)　　(m20100501)

0.60　数列

$$a_n = \frac{-n^2+3n-1}{n^2+1} \qquad (\text{ただし } n=1,2,\cdots)$$

について，その最大値，最小値および $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n$ を求めよ．

(東北大 2012)　　(m20120508)

0.61　$\dfrac{2x}{\pi} \leqq \sin x \leqq x \quad \left(0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ が成り立つことを示せ．

(東北大 2015)　　(m20150502)

0.62　関数 $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ を　$f(x) = \begin{cases} x^4 \sin\dfrac{1}{x} & (x \neq 0 \text{ のとき}) \\ 0 & (x = 0 \text{ のとき}) \end{cases}$　と定める．

(1)　f は $x=0$ で連続であることを証明せよ．

(2)　f は $x=0$ で何回微分可能か．

(東北大 2015)　　(m20150509)

0.63　a, b, c を正の実数とするとき，以下の問いに答えよ．ただし，$a \neq 1,\ c \neq 1$ とする．

(1)　$\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ が成り立つことを示せ．

(2)　方程式 $\log_a x = 2x$ の実数解が 1 つだけになるための a の条件を求めよ．

(東北大 2016)　　(m20160501)

0.64　(1)　次の条件を満たす数列 $\{a_n\}$ を求めよ．ただし，$S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k$ とする．

$$a_1 = 1,\ \ a_{n+1} = -a_n + S_n \quad (n=1,2,3,\cdots)$$

(2)　次の数列が収束するとき，実数 x の範囲と数列の極限を求めよ．

$$\frac{(2x-1)^n}{3^n} \quad (n=1,2,3,\cdots)$$

(3)　ロピタルの定理を用いて，以下の極限を求めよ．

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{1-\cos x}}$$

(東北大 2016)　　(m20160503)

0.65　関数 $f(x)$ を，以下のように定義する．次の問いに答えよ．

$$f(x) = e^{2x}(\cos^2 x - \sin^2 x) \quad (0 \leqq x \leqq \pi)$$

(1)　$f(x) = 0$ となる x を求めよ．

(2)　関数 $f(x)$ の極値を求めよ．また，この関数の増減表を示せ．

(3)　k を実数とする．$f(x) = k$ の実数解の個数を求めよ．

(東北大 2018)　　(m20180502)

0.66　次の極限値をそれぞれ求めよ

(1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x-2}-x+1\right)$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x-\sin x}{x^3}$

(東北大 2022)　(m20220503)

0.67 $y=x^2\log x$ の増減・凹凸を調べてグラフを描け.

(お茶の水女子大 1997)　(m19970601)

0.68 次の計算をせよ．ただし，$\log x$ は自然対数であり，$\ln x$ と同じである．

(1) $\dfrac{d}{dx}\sin^2 x$　(2) $\dfrac{d}{dx}\cos(x^3)$　(3) $\dfrac{d}{dx}\log(\sqrt{x^2+1}+x)$　(4) $\dfrac{d}{dx}2^x$　(5) $\dfrac{d}{dx}x^x$

（お茶の水女子大 1999）　(m19990601)

0.69 次の極限を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x}$　(2) $\displaystyle\lim_{x\to +0}x^3\log x$　(3) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\cos 2x-1}{x^2}$　(4) $\displaystyle\lim_{x\to 0}(1+e^x)^{1/x}$　(5) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\log x+\sin x}{x}$

（お茶の水女子大 1999）　(m19990602)

0.70 関数 $f(x)=x^{1/x}$ $(x>0)$ の最大値をとる点を求めよ．

また，$\displaystyle\lim_{x\to +0}f(x)$，　$\displaystyle\lim_{x\to\infty}f(x)$ を求めよ．

（お茶の水女子大 1999）　(m19990603)

0.71 次の計算をせよ．ただし，$\log$ は自然対数を，e はその底を表す．

(1) $\dfrac{d}{dx}e^{x^2}$　(2) $\dfrac{d}{dx}\log(\log x)$

（お茶の水女子大 2000）　(m20000601)

0.72 $f(x)$ は有界な 3 階導関数を持つ関数とする．$h>0$ が小さいとき, 差分商

$$\frac{af(x)+bf(x+h)+cf(x+2h)}{h}$$

が一階導関数 $f'(x)$ を最も良く近似するように実定数 a,b,c を決定せよ．

（お茶の水女子大 2000）　(m20000602)

0.73 平均値の定理は次のように書くことができる．

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=f'(x+\theta h),\quad 0<\theta<1$$

次の各関数に対して θ を x と h の関数として表せ．

(1) $f(x)=x^2$　(2) $f(x)=x^3$　(3) $f(x)=e^x$　(4) $f(x)=\log x$ $(x>0)$

$x\neq 0$ で固定したときに各関数について，$\displaystyle\lim_{h\to 0}\theta$ を求めよ．

一般に $f(x)$ が C^2 級の関数で $f''(x)\neq 0$ のとき $\displaystyle\lim_{h\to 0}\theta$ の値は定まるかどうか調べよ．

（お茶の水女子大 2000）　(m20000603)

0.74 $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2}$ $(-\infty<x<\infty)$ の増減・凹凸を調べ，グラフの概形を書け．

(お茶の水女子大 2003)　(m20030601)

0.75 次の極限が存在するように定数 a,b,c を定め，そのときの極限を求めよ．

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x-\cos x+a+bx+cx^2}{x^3}$$

(お茶の水女子大 2003)　(m20030602)

0.76 次の計算をせよ． $\dfrac{d}{dx}e^{\sqrt{\log x}}$ $(x > 1)$

(お茶の水女子大 2003) (m20030603)

0.77 関数 $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$ を考える．

(1) $f(x)$ の極値とそのときの x の値を求めなさい．

(2) $f(x)$ の変曲点を求めなさい． (3) $y = f(x)$ の概形を描きなさい．

(お茶の水女子大 2007) (m20070601)

0.78 次の関数を微分せよ．

(1) x^{x^x}

(2) $\arcsin\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ （主値でかんがえること）

(お茶の水女子大 2010) (m20100601)

0.79 次の関数 $f(x)$ について以下の問いに答えよ．

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & x \leq 0 \\ x\cos x & x > 0 \end{cases}$$

(1) 関数 $f(x)$ は $x = 0$ で連続か？

(2) 関数 $f(x)$ は微分可能か？ 微分可能ならば導関数を記しなさい．

(3) 関数 $f(x)$ は $x = 0$ で何回まで微分可能か？

(お茶の水女子大 2010) (m20100609)

0.80 すべての実数 x について，不等式

$$\cos x + \sin x \geq 1 + x - \frac{2}{\pi}x^2$$

が成り立つことを示せ．

(お茶の水女子大 2011) (m20110610)

0.81 極座標表示で

$$r^2 = \cos 2\theta \quad \text{ただし} \qquad -\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$$

と表される曲線の概形を描け．

(お茶の水女子大 2012) (m20120606)

0.82 $f(x)$ を微分可能関数とし $\displaystyle\lim_{x\to\infty} f'(x) = \beta$ とする．このとき任意の実数 h に対して

$$\lim_{x\to\infty}\left(f(x+h) - f(x)\right)$$

が収束することを示し，その極限の値を β と h を用いて表せ．

(お茶の水女子大 2013) (m20130603)

0.83 関数 $f(x)$ を $x = a$ のまわりで定義された関数とし，その定義域を D とする．D のなかに a を含むある開区間 $I \subset D$ があり，$x \in I$, $x \neq a$ ならば $f(x) > f(a)$ となるとき f は $x = a$ で極小値をとるといい，同様に, $x \in I$, $x \neq a$ ならば $f(x) < f(a)$ となるとき f は $x = a$ で極大値をとるという．極小値をとるとき，または極大値をとるとき， 極値をとるという．

以下の各問いに答えよ．

(1) 関数 $f(x)$ の $x=a$ での微分係数の定義を述べよ.

(2) 関数 $f(x)$ は $x=a$ で極値をとるとする. f が $x=a$ で微分可能であるとき, $f'(a)=0$ となることを示せ.

(3) g は $(-\infty,\ \infty)$ で定義され C^2- 級関数であるとする. g が $x=0$ と $x=1$ で極値をとるとき, ある $0<c<1$ で $g''(c)=0$ となることを示せ.

(4) 上問 (3) において g が $x=0$ と $x=1$ で共に極大値をとるとき, $g''(x)=0$ となるような x は開区間 $(0,1)$ の中に少なくとも 2 つ存在することを示せ.

(お茶の水女子大 2014) (m20140601)

0.84 次の関数を微分せよ.

(1) $y=x^x$ (2) $y=\sin\bigl(\cos(x^2)\bigr)$

(お茶の水女子大 2016) (m20160608)

0.85 以下の関数の n 次導関数を求めよ.

$$y(x)=x^2e^x$$

(お茶の水女子大 2016) (m20160612)

0.86 以下の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3}{e^x}\right)$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\left(\frac{\log x}{x-1}\right)$

(お茶の水女子大 2016) (m20160614)

0.87 $a\neq 0$ とし, $f(x)$ を $x=0$ のまわりで定義された関数とする.

$$(*)\qquad \lim_{x\to a}\frac{x^2f(a)-a^2f(x)}{x-a}$$

が存在するために $f(x)$ が満たすべき条件を求めよ. また $(*)$ が存在するための条件を $f(x)$ が満たす時, $(*)$ の値を求めよ.

(お茶の水女子大 2017) (m20170601)

0.88 極限値を求めよ. (1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x-\cos x}{x}$

(お茶の水女子大 2017) (m20170609)

0.89 $x=\sin x$ を満たす x の実数解はいくつあるか答えよ. またその根拠も示せ.

(お茶の水女子大 2017) (m20170610)

0.90 以下の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{5x-7x^3}{x^3}$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin(3\sin 4x)}{x}$

(お茶の水女子大 2018) (m20180604)

0.91 以下の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}x\sin\frac{1}{x}$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{3^x-2^x}{x}$

(お茶の水女子大 2020) (m20200613)

0.92 半径 r の円周に内接する正 m 角形 $(m\geqq\ 3)$ を考える. 以下の問いに答えよ.

(1) この正 m 角形の面積 A_m を求め，m が無限大のときの極限を算出せよ．ただし，下記の関係を用いてよい．

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$$

(2) この正 m 角形を底面とする高さ h の正 m 角柱を考える．図 1 は，$M=6$ の場合の例である．この側面は m 個の長方形（$2m$ 個の直角三角形）で構成される．側面の総面積 B_m を求め，m が無限大のときの極限を算出せよ．

(3) この正 m 角柱の底面を面内で角 π/m だけ正 m 角形の中心で回転して得られる高さ h の多面体を考える．この多面体は，正反 m 角柱と呼ばれる．図 2 は，$m=6$ の場合の例である．この側面は $2m$ 個の二等辺三角形で構成される．側面の総面積 C_m を求め，m が無限大のときの極限を算出せよ．

(4) 正反 m 角柱の高さを h/n $(n \geqq 2)$ にして n 段積み重ねることを考える．図 3 は $M=6,\ n=2$ の例である． この側面は $2mn$ 個の二等辺三角形で構成される． 側面の総面積 D_{mn} を求めよ．さらに，$n=m^2$ の場合を考え，m が無限大のときの D_{mn} の極限を算出せよ．

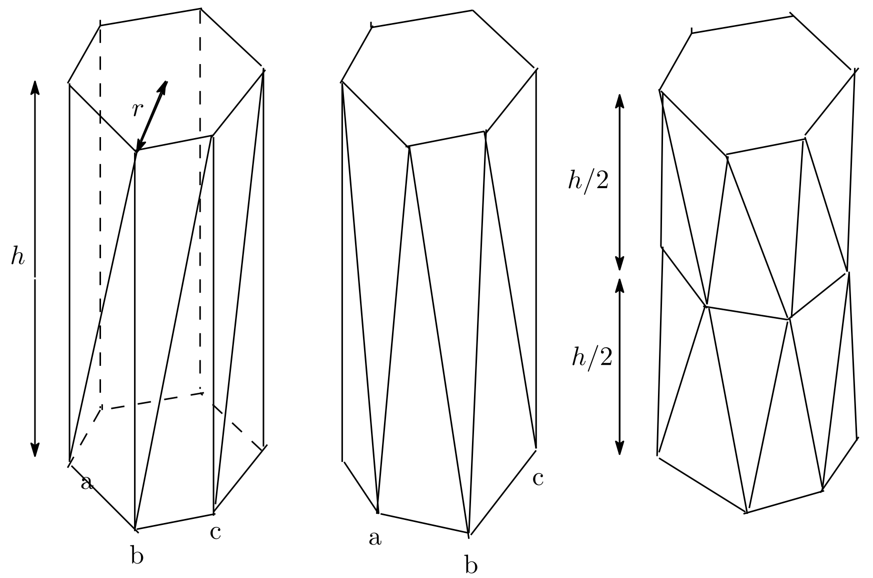


図 1　　図 2　　図 3

(東京大 2013)　　(m20130703)

0.93 区間 $[-1,1]$ 上の連続関数 $f(x)$ で，次の 2 条件 (1),(2) を同時に満たす例をあげよ．

(1) $f(0)=0,\ f(\frac{1}{n})=0$ $(\ n=1,2,\cdots)$

(2) $f(x)$ は $0,\ \dfrac{1}{n}$ $(n=1,2,\cdots)$ において微分可能で $f'(0)=0,\ f'(\frac{1}{n})=1$ $(n=1,2,\cdots)$

(東京工業大 1997）　　(m19970801)

0.94 関数 $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$ について以下の問に答えよ．

(1) $f'(x),\ f''(x)$ を求めよ．

(2) $f(x)$ の極点，変曲点，凹凸を調べグラフを描け．

(東京農工大 1996)　　(m19960901)

0.95 $x=t-\sin t$ ，$y=1-\cos t$ $(0<t<2\pi)$ により定められる関数 $y=y(x)$ について，$\dfrac{dy}{dx}$ および $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を t を用いて表しなさい．

(東京農工大 2006)　　(m20060904)

0.96 関数 $f(x) \quad (-\pi < x < \pi)$ を

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{\sqrt{1-\cos x}} & (-\pi < x < \pi,\ x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

により定義する．次の問いに答えよ．

(1) $f(x)$ は連続関数であることを示せ．

(2) $\displaystyle\lim_{x \to 0+} f'(x)$, $\displaystyle\lim_{x \to 0-} f'(x)$ を求めよ．

(3) $f(x)$ は $x = 0$ で微分可能でないことを示せ．

(電気通信大 1999) (m19991001)

0.97 生産・経営問題に関連した下記の関数

$$f(x) = \frac{ax^n}{2} + \frac{b}{x^n}, \quad x \geq 0, \quad a, b \geq 0, \quad n = 1, 2, \cdots$$

について，以下の設問に答えよ．

(1) 関数 $f(x)$ を最小にする最適解 x^* を，極値条件を用いて求めよ．

(2) 相加平均と相乗平均の関係を用いて，最適解 x^* と $f(x^*)$ を求めよ．

(3) 以上の結果を用いて，関数の右辺第 1 項目，第 2 項目，および $f(x)$ の概形を描け．

(電気通信大 2001) (m20011002)

0.98 $f(x) = \mathrm{Sin}^{-1}\left(\dfrac{\sqrt{2}x}{x^2+1}\right)$ について，次の問に答えよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x \to \infty} f(x)$, $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} f(x)$, $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x}$ の値を求めよ．

(2) $f'(x)$ を計算せよ． (3) $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ．

(電気通信大 2006) (m20061001)

0.99 <u>微分の定義に基づいて</u>，次の各関数を x について微分せよ．

(1) $\cos x$ (2) $\sqrt[3]{x}$

(電気通信大 2006) (m20061009)

0.100 $f(x) = \left(x + \sqrt{1+x^2}\right)^{10}$ のとき，次の値をそれぞれ求めよ．但し，$f'(x)$ は $f(x)$ の x に関する 1 階の微分を表す．

(1) $f'(0)$ (2) $\dfrac{f'(1)}{f(1)}$ (3) $f'(1)f'(-1)$

(電気通信大 2006) (m20061010)

0.101 関数 $f(x) = \left(1 + \dfrac{2}{x}\right)^x \quad (x > 0)$ について，以下の問いに答えよ．

(1) 極限値 $\displaystyle\lim_{x \to 0} f(x)$, $\displaystyle\lim_{x \to \infty} f(x)$ を求めよ．

(2) $g(x) = \dfrac{f'(x)}{f(x)}$ とおく．$g(x)$ を求めよ．

(3) $g(x) > 0 \ \ (x > 0)$ であることを示せ．

(4) $f(x)$ の値域 $\{f(x) \mid x > 0\}$ を求めよ．

(電気通信大 2009) (m20091003)

0.102 次の極限値を求めよ．

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 3x}{\tan x}$$

(横浜国立大 2016)　　(m20161105)

0.103 (1) 次の極限値を求めよ．$\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$

(2) 次の関数の概形を描け．$y = \sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}$

(千葉大 1995)　　(m19951201)

0.104 $y = \dfrac{1}{3}x^{\frac{2}{3}}(2-x)\quad(-1 \leq x \leq 2)$ のグラフを描け．

(千葉大 1997)　　(m19971201)

0.105 次の極限値を求めなさい．ただし，与えられた関数 $f(x)$ は，$x=a$ で微分可能とする．

(1) $\displaystyle \lim_{x \to \infty} x \sin \frac{1}{x}$　　(2) $\displaystyle \lim_{h \to 0} \frac{f(a+2h)-f(a-3h^2)}{h}$

(千葉大 2002)　　(m20021201)

0.106 $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{a^x-1}{x}$ を求めなさい．ただし，$a>0$ とする．

(千葉大 2003)　　(m20031201)

0.107 次の極限値を求めなさい．

(1) $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x}$　　(2) $\displaystyle \lim_{x \to \infty} (1+x)^{1/x}$

(千葉大 2004)　　(m20041201)

0.108 次の極限値を求めなさい．

(1) $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{1-\cos x}{\sin 2x}$　　(2) $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{a^x-b^x}{x}$　（ただし, a, b は定数.）

(千葉大 2005)　　(m20051201)

0.109 次の関数 y を x で微分しなさい．

(1) $y = x^2-2x-3$　　(2) $y = \dfrac{1}{(x+4)^2}$　　(3) $y = x \sin x$

(千葉大 2005)　　(m20051205)

0.110 関数 $f(x) = \dfrac{1}{1+e^{-x}}$ を x で微分しなさい．

(千葉大 2007)　　(m20071201)

0.111 次の極限値を求めなさい．　$\displaystyle \lim_{x \to 1} \left(\frac{\log_{10} x}{x-1} \right)$

(千葉大 2007)　　(m20071202)

0.112 次の極限値を求めなさい．

(1) $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x}$　　(2) $\displaystyle \lim_{x \to 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$

(千葉大 2007)　　(m20071206)

0.113 次の極限値を求めなさい．

(1) $\displaystyle \lim_{x \to \infty} (\sqrt{x+2}-\sqrt{x})$　　(2) $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{x-\sin x}{x^3}$

(千葉大 2008)　　(m20081201)

0.114 次の極限値を求めなさい.

(1) $\displaystyle \lim_{x \to 4} \frac{e^x - e^4}{x - 4}$

(2) $\displaystyle \lim_{x \to 0} (\cos x)^{\frac{1}{\log(1+x^2)}}$

(千葉大 2009) (m20091201)

0.115 次の極限値を求めなさい. ただし, a は定数である.

(1) $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{e^x - e^{-x}}{1 + \sin x}$ (2) $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{\sin 2x}{\sin x}$ (3) $\displaystyle \lim_{x \to 0} (1 + ax)^{\frac{1}{x}}$

(千葉大 2010) (m20101201)

0.116 次の極限値を求めなさい.

(1) $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x \sin x}$ (2) $\displaystyle \lim_{x \to 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}}$ (3) $\displaystyle \lim_{x \to \infty} \left(3x - \sqrt{9x^2 - 3x - 1}\right)$

(千葉大 2011) (m20111201)

0.117 次の極限値を求めなさい.

(1) $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ (2) $\displaystyle \lim_{x \to +0} x^x$

(千葉大 2012) (m20121201)

0.118 次の数列, または, 関数の極限値を求めなさい.

(1) $\displaystyle \lim_{n \to \infty} a_n$ ここで, $\displaystyle a_n = 2 + \frac{2}{a_{n-1}}$ $(n = 1, 2, \cdots)$, $a_0 = 2$

(2) $\displaystyle \lim_{x \to \infty} \left(\sqrt{x^2 + 2x - 3} - x + 1\right)$

(3) $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos(1 - \cos x)}{x^4}$

(千葉大 2013) (m20131201)

0.119 次の関数の極限値を求めなさい.

(1) $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$ (2) $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$ (3) $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{\log(1-x)}{x}$

(千葉大 2014) (m20141201)

0.120 次の関数の極限に関する問に答えよ.

(1) $\displaystyle \lim_{x \to 2} \frac{x^3 - 4x^2 + 7x - 6}{3x^2 - 2x - 8}$ を求めなさい.

(2) $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{\log(x + e) - 1}{x}$ を求めなさい. ここで, e は自然対数の底である.

(千葉大 2015) (m20151201)

0.121 楕円 $\displaystyle \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (ただし, a, $b > 0$) が下に図示されている. 点 A の座標は $(a, 0)$, 点 B の座標は $(0, b)$ であり, 点 $\mathrm{P}(x_0, y_0)$ は楕円の弧 AB (第一象限) 上の点 (ただし, 点 A と点 B を除く) である. 次の設問に答えなさい.

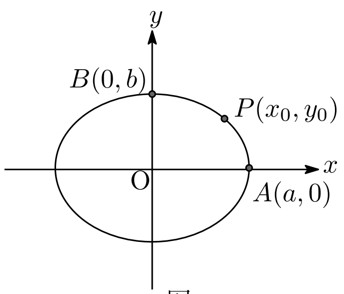
(1) 点 P で楕円に接する接線の方程式を x, y, a, b, x_0, y_0 を用いて表しなさい.

(2) $x_0 = a\cos\theta$, $y_0 = b\sin\theta$ (ただし, $0 < \theta < \pi/2$) とおいたとき, 設問 (1) で求めた接線の方程式を x, y, a, b, θ を用いて表しなさい.

(3) 設問 (2) で求めた接線の方程式と x 軸および y 軸との交点をそれぞれ点 C および点 D とするとき，線分 CD の長さを a, b, θ を用いて表しなさい.

(4) 線分 CD の長さが最小となる θ の値を a, b を用いて表しなさい.

(5) 線分 CD の最小値を a, b を用いて表しなさい.



図

(千葉大 2017) (m20171207)

0.122 関数 $f(x)=a\sin x$ (ただし, $-\pi/2 \leqq x \leqq \pi/2$) を考える.

(1) $y=f(x)$ の逆関数 $x=f^{-1}(y)$ を求めよ.

(2) 逆関数 $x=f^{-1}(y)$ の導関数 $\dfrac{dx}{dy}$ を求めよ.

(筑波大 2001) (m20011302)

0.123 次の極限値を求めよ. $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x^3-3x+2}{x^3-x^2-x+1}$

(筑波大 2001) (m20011303)

0.124 x が限りなく正の無限大に近づくとき，次の式の値を小さい順に並べよ.

$$\frac{x}{\log x},\ \sqrt{x},\ \frac{1}{\sin(1/x)}$$

(筑波大 2003) (m20031301)

0.125 次の問いに答えなさい.

(1) 三角関数 $y=\sin(x)$ を，単位円を用いて定義しなさい.

(2) 関数 $f(x)$ の微分（導関数）は $\displaystyle f'(x)=\lim_{\Delta x\to0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ で定義される.
この定義に基づいて $y=\sin(x)$ の微分を，(1) の定義を用いて導きなさい.

(筑波大 2003) (m20031302)

0.126 関数 $f(x)=x^{\frac{1}{x}}$ $(x>0)$ の増減の状態を調べ，その結果に基づき，2 つの実数値 e^π と π^e の大小を比較せよ.

(筑波大 2004) (m20041305)

0.127 $2\leq x\leq 2$ で定義された関数

$$f(x)=\begin{cases}2\left(x^2-\dfrac{1}{4}\right) & \left(\dfrac{1}{2}\leq x\leq 2\right)\\[2ex] 0 & \left(0\leq x\leq \dfrac{1}{2}\right)\end{cases}$$

を y 軸の回りに 1 回転してできる曲面によって定義される容器がある. この容器に毎秒 π の割合で水を注入する. 注入開始から 5 秒経過した時点での状態について, 次の各問に答えなさい.

(1) 容器の底面から測った水面の位置 (h) を求めなさい.

(2) 水面の上昇速度 (v) を求めなさい.

(3) 水面の面積の増加速度 (w) を求めなさい.

（筑波大 2004） (m20041306)

0.128 関数 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+ax-2}{x-2} & x>2 \text{ のとき} \\ b & x\leq 2 \text{ のとき} \end{cases}$

がすべての点において連続となるように, 定数 a と b の値を決めよ.

(筑波大 2005) (m20051301)

0.129 関数 $f(x)=\exp\left[-\dfrac{(x-a)^2}{2}\right]$ について，次の問いに答えなさい.

(1) $f(x)$ の 1 次導関数 $f'(x)$ を求め，$f'(x)=0$ となる x の値を示せ.

(2) $f(x)$ の 2 次導関数 $f''(x)$ を求め，$f''(x)=0$ となる x の値を示せ.

(筑波大 2006) (m20061304)

0.130 曲線 $y=x^2$ 上の点 (t,t^2) における接線を $C(t)$，直線 $x=2$ の $y>0$ の部分を m とする.

(1) $C(t)$ の方程式を求めなさい.

(2) $C(t)$ と m が交点をもつための t の範囲を求めなさい.

(3) $C(t)$, m および x 軸で囲まれてできる三角形の面積を $S(t)$ とする．$S(t)$ を t の式で表しなさい.

(4) $S(t)$ の最大値を求めなさい.

(筑波大 2006) (m20061321)

0.131 次の極限を求めなさい.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to -1}\frac{x^2+4x+3}{x^2-1}$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{\sin 5x}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left\{\frac{1}{2}\log(x+1)+\log(\sqrt{3x+2}-\sqrt{3x})\right\}$

(筑波大 2006) (m20061322)

0.132 (1) 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to -\infty}\left(\sqrt{x^2+x}+x\right)$ を求めよ.

(2) 関数 $f(x)=\sin^{-1}\sqrt{1-x^2}$ の導関数を求めよ.

(筑波大 2007) (m20071310)

0.133 $x>0$ のとき次の不等式を証明せよ．ただし log は自然対数とする. $\log(1+x)>x(1-x)$

(筑波大 2007) (m20071321)

0.134 自然対数の底 e は $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e$ と定義される．対数関数 $f(x)=\log x$ の x に関する微分が $1/x$ となることを微分の定義 $\displaystyle\frac{df(x)}{dx}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\log(x+\Delta x)-\log x}{\Delta x}$ に基づき示しなさい.

(筑波大 2008) (m20081303)

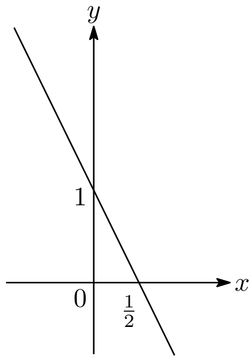
0.135 $f(x)=e^{-(1/x)}(x>0)$ とおき，その $n(\geq 1)$ 階導関数を $f^{(n)}(x)$ で表すとき, $\dfrac{x^{2n}f^{(n)}(x)}{f(x)}$ は x の $(n-1)$ 次多項式であることを示せ.

(筑波大 2008) (m20081315)

0.136 例を参考にして，(1) から (5) の各関数についてそれぞれ $x = 0$ での傾きを求め，グラフを描け．

例：$y = -2x + 1$

$x = 0$ での傾きは -2，グラフは次の通り：



(1) $y = e^x$

(2) $y = \ln x$ （自然対数）

(3) $y = 1/(1 + x^2)$

(4) $y = \exp(-x^2)$

(5) $y = (e^x - e^{-x})/2$

(筑波大 2008)　　(m20081318)

0.137 (1) 方程式 $x^3 + 3x^2 - 5 = 0$ は，ただ 1 つの実数解をもち，その解は 1 と 2 の間にあることを証明しなさい．

(2) (1) で得られる実数解は無理数であることを証明しなさい．

(筑波大 2008)　　(m20081325)

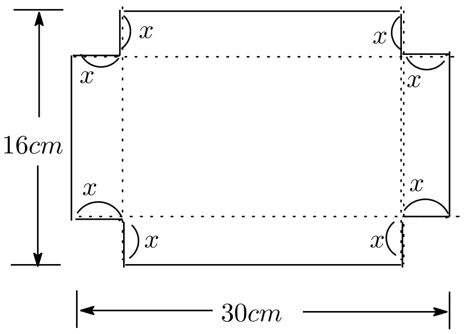
0.138 $g(x)$ を整数係数の多項式とする，$n \geqq 1$ を与えられた自然数として，

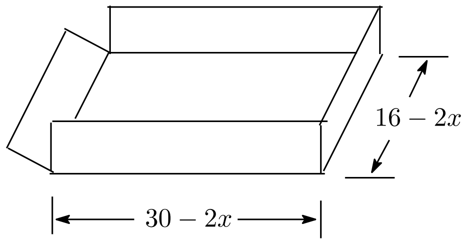
$$f(x) = x^n g(x)$$

とする．このとき，すべての $k = 0, 1, 2, \cdots$ に対して，$f^{(k)}(0)$ は $n!$ の倍数になることを示せ．ただし，$f^{(k)}(x)$ は $f(x)$ の k 回微分してできる多項式を表す．

(筑波大 2009)　　(m20091314)

0.139 $16cm \times 30cm$ の段ボール紙がある．下図のように，この紙の四隅から一辺 xcm の正方形を取り除き，残りの部分を使って上に開いた箱を作りたい．この箱の容量（体積）を最大にするには x をいくらにしたらよいか答えなさい．





(筑波大 2011)　　(m20111305)

0.140 x の関数 $f(x) = e^{-x^2}$ に関して以下の問題に答えなさい．

(1) f を 1 回微分した導関数 $f'(x)$ を求めなさい．

(2) f を n 回微分した導関数を $f^{(n)}(x)$ と表すとき，ある n 次の多項式 $\phi_n(x)$ によって，$f^{(n)}(x) = \phi_n(x)e^{-x^2}$ と表せることを証明しなさい．

(3) n を任意に固定する．このとき $\lim\limits_{x \to \infty} f^{(n)}(x)$ は収束するか．それとも発散するか．理由を付して答えなさい．

(筑波大 2011)　　(m20111306)

0.141 正弦関数 $\sin x$ の逆関数 $\mathrm{Sin}^{-1}x$ を用いた関数の導関数について以下の問いに答えよ．ただし，$\mathrm{Sin}^{-1}x$ は値域を閉区間 $[-\pi/2, \pi/2]$ に制限した主値を表す関数である．

(1) $\dfrac{d}{dx}\left(\mathrm{Sin}^{-1}x\right) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ であることを示せ．

(2) 定義域 $-1 < x < 0$ および $0 < x < 1$ において $\dfrac{d}{dx}\left(\mathrm{Sin}^{-1}\sqrt{1-x^2}\right)$ を求めよ．

(筑波大 2011) (m20111316)

0.142 実関数

$$f(x) = \frac{1}{2}\left(e^x - e^{-x}\right)$$

について，以下の問いに答えよ．

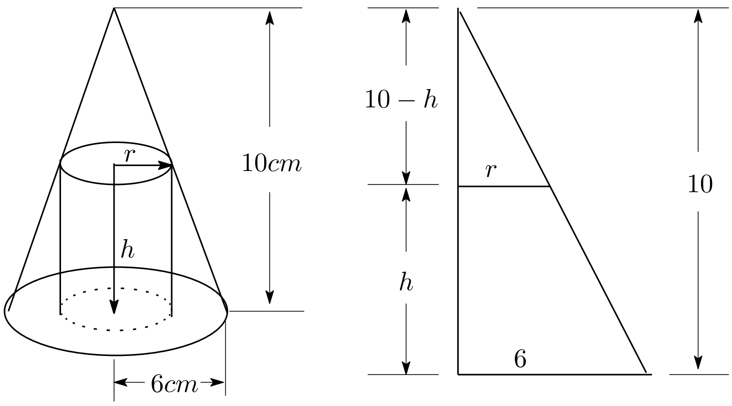
(1) 逆関数が存在することを示せ．

(2) 逆関数 $f^{-1}(x)$ を求めよ．導出過程も示せ．

(3) 逆関数 $f^{-1}(x)$ の導関数を求めよ．導出過程も示せ．

(筑波大 2012) (m20121303)

0.143 下図のように半径 $6cm$，高さ $10cm$ の円錐の中に内接する円柱がある．この円柱の体積が最大になるときの半径 r と高さ h を求めよ．



(筑波大 2012) (m20121306)

0.144 (1) 関数 $y = \sin^2 x$ のグラフを (x, y) 平面上に描きなさい．

(2) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ とは何か．定義を述べなさい．

(3) ある畑の面積は $0.5ha$ である．この面積を km^2 の単位で表しなさい．

(筑波大 2012) (m20121313)

0.145 任意の実数 x について $y = \tan^{-1}(x) + \tan^{-1}\left(\dfrac{1}{x}\right)$ の値を，$\tan^{-1}(x)$ の微分を用いて求めなさい．

(筑波大 2013) (m20131319)

0.146 逆正接関数 $f(x) = \mathrm{Tan}^{-1}x \ \left(-\dfrac{\pi}{2} < f(x) < \dfrac{\pi}{2}\right)$ に関する以下の問いに答えよ．

(1) $y = \mathrm{Tan}^{-1}x$ とおき，$x = \tan y$ とすることで，$\dfrac{dy}{dx}$ を y の関数として求めよ．

(2) $(1+x^2)f'(x) = 1$ が成り立つことを示せ．

(3) $f^{(n)}(x)$ に関する漸化式 $(1+x^2)f^{(n+1)}(x) + 2nxf^{(n)}(x) + n(n-1)f^{(n-1)}(x) = 0$ が成り立つことを示せ．ただし，n は 1 以上の整数である．

(4) $f^{(n)}(0)$ に関する漸化式を解き，m を 0 以上の整数として $f^{(2m)}(0)$ および $f^{(2m+1)}(0)$ を求めよ．

(筑波大 2014)　　(m20141309)

0.147 関数 $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ を

$$f(x)=\begin{cases} x-[x] & 0\leq x-[x]<\frac{1}{2} \\ 1-(x-[x]) & \frac{1}{2}\leq x-[x]<1 \end{cases}$$

で定義する．ただし $[x]$ は x 以下の最大の整数を表す．$x\in\mathbb{R}$ に対して

$$g(x)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{f(2^k x)}{2^k}$$

とおく．このとき以下の問いに答えよ.

(1) 関数 $f(x)$ の，$-1\leq x\leq 1$ におけるグラフを描け.

(2) 任意の $x\in\mathbb{R}$ に対して，$g(x)\leq 1$ が成り立つことを示せ.

(3) 関数 $g(x)$ は連続であることを示せ.

(4) 自然数 n に対して，$g\left(\dfrac{1}{2^n}\right)=\dfrac{n}{2^n}$ を示せ.

(5) 関数 $g(x)$ は $x=0$ において微分不可能であることを示せ.

(筑波大 2014)　　(m20141315)

0.148 次の極限値を求めなさい．ただし，$a>0,\ b>0$ とする.

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{a^x+b^x}{2}\right)^{\frac{1}{x}}$$

(筑波大 2014)　　(m20141317)

0.149 f を実数全体で定義された実数値関数とする.

(1) 「f は至るところ連続ある」という定義を述べよ.

(2) 「f は一様連続ある」という定義を述べよ.

(3) 関数 $f(x)=\sin x$ は一様連続であることを証明せよ.

(4) 関数 $f(x)=x^2$ は一様連続でないことを証明せよ.

(筑波大 2016)　　(m20161305)

0.150 関数 $f(x)$ が次式で与えられているとする.

$$f(x)=\begin{cases} x^n\sin\dfrac{1}{x} & (x\neq 0)\ , \\ 0 & (x=0)\ . \end{cases}$$

このとき，以下の問に答えよ.

(1) $n=2$ のとき，$x=0$ において f は微分可能であるかを示せ.

(2) $n=2$ のとき，$f'(x)$ は $x=0$ で連続であるかどうかを示せ.

(3) $n=3$ のとき，$f'(x)$ は $x=0$ で連続であるかどうかを示せ.

(筑波大 2016)　　(m20161311)

0.151 次の関数 $f(x)$ について，以下の設問に答えよ.

$$f(x)=\begin{cases} x\dfrac{e^{1/x}-1}{e^{1/x}+1} & (x\neq 0) \\ a & (x=0) \end{cases}$$

(1) すべての実数 x において連続となる a に関する条件を求めよ．

(2) 上記 (1) の条件のもとで，$x=0$ における微分可能性を調べよ．

(3) 上記 (2) において微分可能である場合は $f'(0)$ を求めよ． 微分可能ではないが，右側微分係数 $f'_+(0)$，左側微分係数 $f'_-(0)$ が存在する場合は， それぞれを求めよ．ただし，存在しない場合は，“ 存在しない ” と答えること．

(筑波大 2016) (m20161317)

0.152 関数 f を

$$f(x)=\begin{cases} x^3\sin\dfrac{1}{x^2} & (x\neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$$

とする．このとき，以下の問に答えよ．

(1) f は原点 $x=0$ で連続である．その理由を答えよ．

(2) f の原点 $x=0$ 以外の導関数を求めよ．

(3) f の原点 $x=0$ での微分係数を定義に従って求めよ．

(4) f の導関数 f' が原点 $x=0$ で連続かどうかを，その理由とともに答えよ．

(筑波大 2018) (m20181310)

0.153 $\mathbb{R}$ 上で定義された実数値関数の列 $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ が与えられている．

(1) 「 $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ が $\mathbb{R}$ 上で関数 $f(x)$ に各点収束する 」の定義を述べよ．

(2) 「 $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ が $\mathbb{R}$ 上で関数 $f(x)$ に一様収束する 」の定義を述べよ．

(3) 次の関数列が $\mathbb{R}$ 上で定数関数 0 に一様収束するかを判定せよ．

$$f_n(x)=\frac{nx}{1+n^2x^2} \qquad (n=1,2,\cdots)$$

(4) $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ が $\mathbb{R}$ 上で関数 $f(x)$ に一様収束しているとする． すべての $n=1,2,\cdots$ について $f_n(x)$ が連続関数ならば，$f(x)$ も連続関数であることを示せ．

(筑波大 2018) (m20181321)

0.154 次の関数 $f(x)$ の $x=0$ における微分可能性を調べよ (a は定数)．ただし，逆三角関数は主値をとるものとする．

$$f(x)=\begin{cases} a|x|-x\tan^{-1}\dfrac{1}{x} & (x\neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$$

(筑波大 2021) (m20211315)

0.155 次の方程式が開区間 $(-\sqrt{2},\sqrt{2})$ で互いに異なる解をちょうど n 個持つことを証明しなさい．

$$\frac{d^n}{dx^n}(x^2-2)^n=0$$

(筑波大 2022) (m20221312)

0.156 次の極限を求めよ． $\displaystyle\lim_{x\to 0+} x\sqrt{-\log x}$

(埼玉大 1999) (m19991401)

0.157 閉区間 $[0,2\pi]$ 上の関数

$$f(x)=\sqrt{1+a^2+b^2-2a\cos x-2b\sin x}$$

を考える．ただし，a,b は正の定数とする．

(1) $f(x)$ の最大値 M と最小値 m を求めよ．

(2) 関係式

$$\begin{cases} a = 1 + \dfrac{\cos\theta}{\sqrt{2}} \\ \\ b = 1 + \dfrac{\sin\theta}{\sqrt{2}} \end{cases} \qquad (0 \leqq \theta < 2\pi)$$

があるとき，積 Mm の最大値を求めよ．

(埼玉大 2000)　　(m20001401)

0.158 次の関数の導関数を求めさない．

(1) $y = \sin^{-1} x$ ($y = \arcsin\, x$ を意味する)

(2) $y = x^{\sin x}$

（埼玉大 2001）　　(m20011401)

0.159 周の長さ l が一定の扇形のうちで，面積が最大になる場合の中心角 x を求めなさい．

（埼玉大 2001）　　(m20011402)

0.160 $y = \tan^{-1} x^2$ について，次の問に答えよ．

(1) グラフの概形を描け．

(2) $x = 0$ における 2 次の微分係数 $y''(0)$ を求めよ．

（埼玉大 2001）　　(m20011403)

0.161 次の関数を微分しなさい．　$\mathrm{sech}^{-1} x$　　$(0 < x < 1)$

(埼玉大 2003)　　(m20031401)

0.162 実数 α に対し，　$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq 0) \\ x^\alpha \sin \dfrac{1}{x} & (x > 0) \end{cases}$　とおく．

(1) $\alpha > 1$ のとき，$f(x)$ は $-\infty < x < \infty$ で微分可能であることを示せ．

(2) $\alpha \leq 1$ のとき，$f(x)$ は $x = 0$ で微分可能でないことを示せ．

(3) $\alpha > 1$ のとき，$f'(x)$ が $-\infty < x < \infty$ で連続となる α の範囲を求めよ．

(埼玉大 2003)　　(m20031402)

0.163 (1) 次の関数を微分せよ．

$$\left[\ \sin^{-1}(2x)\ \right]^3 \qquad \left(\ |x| < \frac{1}{2}\ \right)$$

ただし, $\sin^{-1}()$ は逆正弦関数の主値をとるものとする．

(2) 次の極限値を求めよ．

$$\lim_{x \to 0} \frac{a^x - b^{2x}}{(a+b)x} \qquad (a > 0\,,\ b > 0\,,\ a \neq b)$$

（埼玉大 2004）　　(m20041401)

0.164 次の関数を微分せよ．

(1) $y = \dfrac{x^2 + x + 1}{\sqrt{x}}$　　(2) $y = \sqrt{1 + \cos x}$

(3) $y = x^e e^x \quad (x > 0)$　　(4) $y = \log\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$

(埼玉大 2006)　　(m20061401)

0.165 以下の関数を微分せよ.

(1) $y = \tan^{-1}\dfrac{x}{a}$ （a は 0 ではない定数） (2) $y = x^x$

(埼玉大 2008) (m20081401)

0.166 $f(x) = \log\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)$ とする.

(1) $(1+x^2)f''(x) + xf'(x) = 0$ が成り立つことを示せ.

(2) 非負整数 n に対し,

$$(1+x^2)f^{(n+2)}(x) + (2n+1)xf^{(n+1)}(x) + n^2f^{(n)}(x) = 0$$

が成り立つことを示せ.

(埼玉大 2009) (m20091406)

0.167 (1) つぎの関数を微分せよ.

$$y = \tan^{-1}\left(\frac{1-\cos x}{\sin x}\right)$$

(2) つぎの関数の第 n 次導関数を求めよ.

$$y = (x+1)^2\log(x+1)$$

(埼玉大 2010) (m20101405)

0.168 次の関数を微分せよ.

(1) $y = \cos(\sin x)$ (2) $y = x^{\sin^{-1}x}$ $(0 < x < 1)$

(埼玉大 2012) (m20121401)

0.169 次の関数を微分せよ.

$y = \tan(\log x)$ $(x > 0)$

(埼玉大 2013) (m20131401)

0.170 次の関数を微分せよ.

$y = \log\Big(\cos e^x\Big)$

(埼玉大 2015) (m20151401)

0.171 次の関数を x について微分せよ.

(1) $y = \tan\left(\dfrac{1}{1+x^2}\right)$ (2) $y = x^{(e^{3x})}$

(埼玉大 2016) (m20161401)

0.172 次の関数を x について微分せよ.

(1) $y = \dfrac{\sin 3x}{1+\cos 3x}$ (2) $y = e^{\frac{x}{\tan x}}$

(埼玉大 2017) (m20171401)

0.173 次の関数を微分せよ. $y = \dfrac{x+1}{(x+2)^2(x+3)^3}$

(埼玉大 2018) (m20181403)

0.174 次の関数について以下の問いに答えよ. $f(x) = \dfrac{1}{2}\log\left|\dfrac{x-1}{x+1}\right|$

(1) $f'(x)g(x)=1$ を満たす $g(x)$ を求めよ．

(2) $f'(x)g(x)=1$ に積の微分に関するライプニッツの公式を適用して，次の漸化式が成り立つことを示せ．

$$(x^2-1)f^{(n+1)}(x)+2nxf^{(n)}(x)+n(n-1)f^{(n-1)}(x)=0 \quad (n \geqq 1)$$

(埼玉大 2019)　(m20191401)

0.175 2 つの関数 $f(x)=\dfrac{a}{2}x$ と $g(x)=\dfrac{b}{x}$ について，以下の 2 問に答えよ．($a \geqq 0,\ b \geqq 0$ とする)．

(1) $a=1,\ b=2$ のとき，$f(x)$ と $g(x)$ のグラフを描け．

(2) $x>0$ であるとき，$f(x)+g(x)$ が最小となる x を，a と b を用いて表せ．

(群馬大 2003)　(m20031502)

0.176 定数 $b>a>1$ があり，$f(x)=2\log_e(x-a)-\log_e(x-b)$ とする．以下の 4 問に答えよ．

(1) $f(x)$ が定義される x の範囲を示せ．

(2) $f(x)$ を微分せよ．

(3) $f(x)$ が最小となるときの x を a と b で示せ．

(4) $x=6$ で最小となり, そのときに $f(x)=2\log_e 2$ であった．a と b を求めよ．

(群馬大 2004)　(m20041503)

0.177 2 つの関数 $y=ax$ と $y=b(x-1)^2+1$ について, 以下の 3 問に答えよ. ($a \geqq 0, b \geqq 0$ とする).

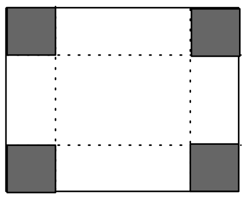
(1) $y=ax$ と $y=b(x-1)^2+1$ が 2 点で交わるとする. このときの交点をそれぞれ a と b を用いて表せ.

(2) $b=1$ とし, $y=ax$ と $y=b(x-1)^2+1$ が 1 点で交わるときの a の値を求めよ.

(3) $f(x)=ax$ と $g(x)=b(x-1)^2+1$ とするとき, $f(x)+g(x)$ が最小のなる x を, a と b を用いて表せ.

(群馬大 2005)　(m20051503)

0.178 図に示すように，長方形の用紙の四つの角からそれぞれ 1 辺が x の正方形（図の黒で示した部分）を切り取り，図の点線で折り返して，ふたのない容器を作る．この容器の体積を $f(x)$ とする．長方形の二辺の長さをそれぞれ，11，17 としたとき，以下の各問に答えよ．



(1) 切り取る正方形の一辺が $(x+1)$ のときと x のときの，容器の体積の差を表す関数 $g(x)=f(x+1)-f(x)$ を求めよ．

(2) x が整数値を取るときの $g(x)$ の符号を調べ，容器の体積が最大になる整数値 x を求めよ．

(3) x が実数値を取るときに，容器の体積が最大になる実数値 x を求めよ．

(群馬大 2014)　(m20141502)

0.179 関数 $f(x)=\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{x^{2n+1}+x^2-2x}{x^{2n}+1}$ について，

(1) $f(-1), f(0), f(1)$ の値を求めよ．

(2) $y=f(x)$ のグラフを描け．

(図書館情報大 1998)　(m19981603)

0.180 以下の３次関数のグラフの概形を示せ．ただし，x 軸，y 軸との交点の座標をグラフの中に明記すること．

(1) $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ (2) $y = -x^3 - x^2 - x - 1$ (3) $y = x^3 - 7x - 6$

(図書館情報大 2000) (m20001609)

0.181 a, b, c を定数として，３次関数

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

を考える．このとき以下の問に答えよ．

(1) 関数 $y = f(x)$ のグラフにおいて，点 $(\alpha, f(\alpha))$ における接線と法線の方程式を求めよ．

(2) どのような場合に，関数 $y = f(x)$ が $x = \alpha$ で極値をとるといわれるのかを説明せよ．

(3) 関数 $y = f(x)$ が x のいかなる値でも極値をとらない条件を a, b, c を用いて示せ．

(茨城大 2002) (m20021701)

0.182 $y = x + \dfrac{1}{x^2}$ について

(1) $\dfrac{dy}{dx} = 0$ となる x と，そのときの y の値を求めよ．

(2) $y = x + \dfrac{1}{x^2}$ のグラフの増減，凹凸および漸近線を調べ，グラフの概形をかけ．

(茨城大 2003) (m20031701)

0.183 以下の問に答えよ．

(1) 極限 $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{2^x - e^x \log 2 - 1 + \log 2}{x^2}$ を求めよ．ただし，対数は自然対数とする．

(2) 関数 $f(x) = xe^{-x^2}$ の区間 $[0, \infty)$ における最大値と最小値を求めよ．

(茨城大 2013) (m20131701)

0.184 a を正の定数とする．関数 $f(x) = \log\left(x + \sqrt{x^2 + a}\right)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ．
ただし，対数は自然対数とする．

(茨城大 2020) (m20201703)

0.185 $\dfrac{d \sin^{-1} x}{dx}$ を計算せよ．

(山梨大 2002) (m20021801)

0.186 $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\sin 2x}{x}$ を求めよ．

(山梨大 2003) (m20031801)

0.187 $\displaystyle\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n}$ を求めよ．

(山梨大 2004) (m20041801)

0.188 極限値 $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{2 \sin x - \sin 2x}{x^3}$ を求めなさい．

(山梨大 2007) (m20071804)

0.189 極限値 $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\log(1 - x^2)}{x}$ を求めなさい．ただし，対数関数は自然対数によるものとする．

(山梨大 2008) (m20081803)

0.190 関数 $f(x) = \sqrt{x} - \log x \quad (x > 0)$ を考える．ただし，対数関数は自然対数によるものとする．

(1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めなさい.

(2) $f(x)$ の第 2 次導関数 $f''(x)$ を求めなさい.

(3) $f(x)$ の極小値を求めなさい.

(山梨大 2009)　　(m20091803)

0.191 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は,

$$f'(x) = \lim_{\triangle x \to 0} \frac{f(x+\triangle x) - f(x)}{\triangle x}$$

で定義される. この定義を用いて, $f(x) = x^3$ の導関数は $f'(x) = 3x^2$ となることを示しなさい.

(山梨大 2010)　　(m20101803)

0.192 関数　$f(x) = e^x \sin(x+\alpha)$　の第 n 階導関数は

$$f^{(n)}(x) = (\sqrt{2})^n e^x \sin(x+\alpha+\frac{n\pi}{4})$$

であることを証明せよ.

(信州大 1998)　　(m19981901)

0.193 $\tan^{-1}x$ は $\tan x$ の逆関数で区間 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ に値をとるとする. このとき

(1) $(\tan^{-1}x)'$ を求めよ.

(2) $\frac{d}{dt}\tan^{-1}(\cos t)$ を求めよ.

(3) $\tan^{-1}(\cos t)$　の導関数の $t = \frac{\pi}{2}$ における値を求めよ.

(信州大 1999)　　(m19991901)

0.194 $f(x)$ は区間 $[a,b]$ 上で 2 回連続微分可能な関数であり, $f(a) = f(b) = 0$, $|f''(x)| \leq M$　$(x \in [a,b])$ を満たすとする. このとき, $|f(x)| \leq M(b-a)^2$　$(x \in [a,b])$ となることを示せ.

(信州大 2003)　　(m20031904)

0.195 (1) 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{\sqrt{x^2-1}}$ を求めよ.

(2) 実数 p, q は, $p > 1$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ を満たすとする.　このとき, $a \geqq 0$, $b \geqq 0$ を満たすすべての実数 a, b に対して, 不等式　$ab \leqq \frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q}$　が成り立つことを示せ.

(信州大 2017)　　(m20171901)

0.196 $\mathbb{R}$ で定義された実数値関数 $f(x)$ が $x = a$ で連続とは, 任意の $\varepsilon > 0$ に対し或る $\delta > 0$ が存在して $|x-a| < \delta$ なる任意の x に対して $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$ が成り立つことである. いま ε, a が与えられたとして, 関数 $f(x) = \sin x$ について δ の 1 つを求めよ.

(信州大 2018)　　(m20181905)

0.197 関数列 $f_n(x) = xe^{-nx}$　$n = 1, 2, 3, \cdots$ が区間 $[0, \infty)$ 上で一様収束するかどうか判定せよ.

(信州大 2018)　　(m20181907)

0.198 $f(x)$ を $\mathbb{R}$ 上で定義された実数値関数とする. $f(x)$ が $x = a$ で連続であるとは, 次の主張が成り立つ事として定義される.

P :　任意の $\varepsilon > 0$ に対し, ある $\delta > 0$ が存在して, $|x-a| < \delta$ となる任意の x に対して $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$ である.

以下の問いに答えよ.

(1) 命題 P の否定を書け．

(2) $f(x)$ を次で定義する．

$$f(x) = \begin{cases} \cos\dfrac{1}{x}\,, & x \neq 0 \\ 0\,, & x = 0 \end{cases}$$

(1) の答えにもとづいて，$f(x)$ は $x=0$ で連続ではないことを証明せよ．

(信州大 2019)　　(m20191906)

0.199 $f(x) = x^x$ $(x > 0)$ の微分 $f'(x)$ を求めよ．

(信州大 2019)　　(m20191907)

0.200 $f(x)$ はすべての実数で定義された何回でも微分可能な関数で，$f(0) = 1, f'(0) = -1, f''(0) = 1$ かつ相異なる実数 u, v に対して等式

$$\frac{f(u) - f(v)}{u - v} = f'(\frac{u+v}{2})$$

を満たしているものとする．このとき次の問いに答えよ．

(1) 任意の実数 x, y $(y \neq 0)$ に対して，

$$f(x+y) - f(x-y) = 2f'(x)y$$

が成り立つことを示せ．

(2) 任意の実数 x, y $(y \neq 0)$ に対して，

$$f''(x+y) = f''(x-y)$$

が成り立つことを示せ．さらに $f''(x)$ を求めよ．

(3) $f(x)$ を求めよ．

(新潟大 1998)　　(m19982002)

0.201 閉区間 $[a, b]$ を含むある開区間上で定義された実数値関数 $f(x)$ が 2 回連続微分可能で，任意の点 $x \in [a, b]$ において，$f''(x) \geq 0$ とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 任意の $c \in [a, b]$ に対して，次の不等式が成立することを証明せよ．

$$(b-c)f(a) + (c-a)f(b) \geq (b-a)f(c)$$

(2) (1) の不等式で，真に不等号 $>$ が成立するのはどんな場合か．

(3) 上の結果を用いて，$0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ のとき，$\sin x > \dfrac{2}{\pi}x$ となることを示せ．

(新潟大 1999)　　(m19992001)

0.202 次の問いに答えよ．

(1) どんな無理数 p に対しても，有理数の列 $\{q_n\}_{n=1}^{\infty}$ で $\lim\limits_{n\to\infty} q_n = p$ となるものが存在する．その理由を述べよ．

(2) どんな有理数 q に対しても，無理数の列 $\{p_n\}_{n=1}^{\infty}$ で $\lim\limits_{n\to\infty} p_n = q$ となるものが存在する．その理由を述べよ．

(3) 関数 f を次のように定義する．

$$f(x) = \begin{cases} x & (\ x \text{ が無理数のとき }) \\ 0 & (\ x \text{ が有理数のとき }) \end{cases}$$

このとき，f の連続性を述べよ．

(新潟大 2000)　　(m20002001)

0.203 次の極限値を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left\{\sqrt{x^2+4x}-\sqrt{x^2+x}\right\}$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{1-\cos x}{x^2}$ (3) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\log_2(1+x)}{x}$

(新潟大 2001) (m20012001)

0.204 (1) $y=x^x(x>0)$ を微分せよ． (2) $\displaystyle\lim_{x\to+0}x\log x$ の値を求めよ．

(新潟大 2002) (m20022002)

0.205 関数 $y=\sin(\sin(\sin x))$ の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ．

（新潟大 2004） (m20042001)

0.206 関数 $f(x)=x\sin 2x$ の第 2 次導関数を求めよ．

(新潟大 2006) (m20062002)

0.207 次の関数について問 (1)〜(4) に答えよ $y=x^3-6x^2+9x$

(1) この関数の導関数を求めよ． (2) この関数の極大値と極小値を求めよ．

(3) この関数の増減表を書け． (4) この関数の概略図を書け．

(新潟大 2006) (m20062007)

0.208 $0<x$ において定義された関数 $f(x)=-\dfrac{1}{x}+\dfrac{C}{x^n}$ が $x=p$ $(0<p)$ において極値をとるとき，以下の問いに答えよ．ただし，C は正の実数，n は 2 以上の整数である．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}f(x)$ を求めよ． (2) $\displaystyle\lim_{x\to+0}f(x)$ を求めよ．

(3) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ． (4) C の値を，p および n を用いて表せ．

(5) この関数の極値を，p および n を用いて表せ． (6) この関数の概形をグラフで示せ．

(新潟大 2006) (m20062014)

0.209 (1) 三角関数に対して次のような公式がある．

$$(\cos x+i\sin x)^n=\cos nx+i\sin nx \tag{a}$$

ここで，$i=\sqrt{-1}$ は虚数単位とする． 式 (a), または，三角関数の加法定理，倍角公式などを用いて，次の式が成り立つことを証明せよ．

$$\cos 5x=16\cos^5 x-20\cos^3 x+5\cos x \tag{b}$$

(2) 式 (b) の両辺を x で微分することにより

$$\sin 5x=(16\cos^4 x-12\cos^2 x+1)\sin x \tag{c}$$

となることを証明せよ．

(3) $\cos\dfrac{\pi}{5}$ を求めよ．

(新潟大 2008) (m20082002)

0.210 (1) $y=x^n$ を n 回微分せよ. なお, n は正の整数である．

(2) $y=\sin x$ を n 回微分せよ．

(3) α は任意の実数で $x>0$ とする. $y=x^\alpha$ のとき, $y'=\alpha\,x^{\alpha-1}$ であることを与式の両辺の対数を取って示せ．

(4) (3) と同様の方法を用いて $y=x^2\sqrt{\dfrac{1+x^2}{1-x^2}}$ を微分せよ．

(新潟大 2010) (m20102001)

0.211 以下の極限値を求めよ.

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-\cos x}{\sin x-\log(x+1)}$$

(新潟大 2010)　　(m20102004)

0.212 点 $P(0,-1)$ から曲線 $y=4x^2$ に引いた接線の方程式, および接点の座標を求めよ.

(新潟大 2010)　　(m20102011)

0.213 以下の数列 $\{a_n\}$ の極限値を求めよ.

$$a_n=\left(1+\frac{2}{n}\right)^n$$

(新潟大 2011)　　(m20112003)

0.214 $\begin{cases} x=3\cos\theta \\ y=5\sin\theta \end{cases}$ で表される点 $P(x,y)$ はどのような曲線を描くか求めなさい.
また, 概略形も示すこと. （フリーハンドでよい）

(新潟大 2011)　　(m20112011)

0.215 次の 3 つの関数のそれぞれの導関数を求めよ.

(1) $f(x)=\dfrac{1}{3x^2}$　　(2) $g(x)=-\cos(2x+2)$　　(3) $h(x)=(x+1)(x^2+x+1)$

(新潟大 2011)　　(m20112013)

0.216 次の関数を微分せよ. ただし, log は自然対数で表す.

(1) $\tan(x^2-3x)$　　(2) $x^2\log x$　　(3) $x^3(x^2+5x+1)^{-1}$

(新潟大 2012)　　(m20122001)

0.217 関数 $f(x)$ を

$$\begin{cases} x^2\sin\left(\dfrac{1}{2x}\right) & (x\neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$$

により定める. このとき, $f(x)$ は区間 $(-1,1)$ で微分可能かどうかを答えよ. すなわち微分可能ならば導関数を求め, 微分可能でないなら, そのことを証明せよ.

(新潟大 2013)　　(m20132001)

0.218 次の関数を微分せよ.

$$y=\sin^{-1}x^2$$

(新潟大 2014)　　(m20142006)

0.219 以下の極限値は存在するか, 存在すればその値を求めよ.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\arcsin x}{\log(1-x)}$$

(新潟大 2014)　　(m20142011)

0.220 次の関数を微分せよ. ただし, e は自然対数の底とする.

(1) $(x^3+2x-3)^4$　　(2) $\log_e(x^3+2)$ (ただし $x>0$)　　(3) e^{3x+1}　　(4) xe^{-3x}　　(5) $e^{\cos x}$

(新潟大 2014)　　(m20142013)

0.221 (1) $0 < a < 1$ とするとき，$x > 0$ で定義された関数 $f(x) = (1 + a^x)^{\frac{1}{x}}$ は単調（単調増加，または単調減少）であることを示せ．

(2) 前問 (1) の結果を利用して，2 つの数 $b = (2014^8 + 2015^8)^{\frac{1}{8}}$，$c = (2014^9 + 2015^9)^{\frac{1}{9}}$ の大小を判定せよ．

(新潟大 2015) (m20152001)

0.222 右の極限は存在するか，存在すればその値を求めよ． $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(\cos x)^{\sin x} - 1}{xe^{-x^2}}$

(新潟大 2015) (m20152005)

0.223 $y = \sqrt{\cos x}$ のとき，y'' を求めよ．

(新潟大 2015) (m20152007)

0.224 次の (1)〜(3) の関数を微分せよ．

(1) $y = x^3(x-1)^2(x+2)^2$ (2) $y = \sqrt{1 + \cos x}$ (3) $y = \dfrac{x^2 + 2}{x - 1}$

(新潟大 2015) (m20152013)

0.225 関数 $f(x) = -\displaystyle\sum_{n=1}^{N}(a_n - x)^2$ を最大にする x を求めよ．ただし，N は正の整数，a_n，$n = 1, 2, 3, \cdots, N$ は任意の実数とする．

(新潟大 2016) (m20162001)

0.226 以下の極限は存在するか，存在すればその値を求めよ．

$$\lim_{x\to 0} \frac{\arcsin x}{(1 + \cos x)\log(1 + x)}$$

(新潟大 2016) (m20162005)

0.227 正の定数 $a > 0$ と自然数 n に対して，等式

$$\left(1 + \frac{b_n}{n}\right)^n = 1 + a$$

が成り立つように数列 $\{b_n\}$ を定める．また，関数 $f(x)$ を $f(x) = (1 + a)^x$ により定める．このとき，次の問いに答えよ．

(1) b_n を a と n を用いて表せ．

(2) 関数 $f(x)$ の $x = 0$ における微分係数 $f'(0)$ を求めよ．

(3) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} b_n$ を求めよ．

(4) b_n と b_{n+1} の大小関係を不等式で表せ．

(新潟大 2016) (m20162013)

0.228 3 次関数 $f(x)$ は $x = 1$ で極小値 0，$x = 3$ で極大値 32 をとる．このときの $f(x)$ を求めよ．

(新潟大 2017) (m20172009)

0.229 次の (a)〜(c) の関数を x で微分せよ．

(a) $y = \dfrac{x}{(x+1)^2}$ (b) $y = \sqrt{x}\log_e x \quad (x > 0)$ (c) $y = x^{\log_e x} \quad (x > 0)$

(新潟大 2017) (m20172012)

0.230 座標平面上の 3 点 $A(-2,\ 0)$, $B(2\cos\theta,\ 2\sin\theta)$, $C(2\cos 2\theta,\ 2\sin 2\theta)$ の線分 AC の長さ $\overline{AC}$ と線分 BC の長さ $\overline{BC}$ の和 $\overline{AC}+\overline{BC}$ の最大値を $0^\circ \leqq \theta \leqq 90^\circ$ の範囲で求めよ．

(新潟大 2017)　(m20172015)

0.231 次の (1)〜(3) の関数を x で微分せよ．ただし，e は自然対数の底とする．

(1) $y=\sqrt{1+\sin x}$　(2) $y=xe^{1/x}$　(3) $y=-\log_e(\cos x)$

(新潟大 2018)　(m20182001)

0.232 次の (1),(2) の極限値を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{4x^2+3x+2}{3x^2+2}$　(2) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{4^x-3^x}{4^x+3^x}$

(新潟大 2018)　(m20182003)

0.233 n を $n \geqq 2$ となる自然数とし，t を $0<t<1$ となる実数とする．このとき，$(1-t)^n$ と $1-nt$ の大小関係を不等式で表せ．

(新潟大 2018)　(m20182008)

0.234 関数 $f(x)=(x+3)\sqrt{-x^2-2x+3}\ \ (-3 \leqq x \leqq 1)$ について，次の問いに答えよ．

(1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ．

(2) $f(x)$ の最大値を求めよ．

(3) 極限 $\displaystyle\lim_{x\to-3+0} f'(x)$ と $\displaystyle\lim_{x\to 1-0} f'(x)$ を求めよ．

(新潟大 2019)　(m20192013)

0.235 $0 \leq x \leq 2\pi$ の範囲における，関数 $f(x)=e^{-x}\sin x$ の最小値を求めよ．

(新潟大 2020)　(m20202001)

0.236 n を自然数とする．$x^2\cos x$ の n 次導関数を求めよ．

(新潟大 2022)　(m20222001)

0.237 $f(x)=\dfrac{\sin x}{x}$ とする．以下の問いに答えよ．計算過程を示すこと．

(1) $\dfrac{df(x)}{dx}$ を求めよ．　(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0} f(x)$ を求めよ．

(新潟大 2022)　(m20222007)

0.238 中心 O，半径 1 の円がある．円外の点 P からこの円に 2 本の接線を引き，O と接点 A, B とで作られる 3 角形 OAB の面積を S とする．P が動くときの S の最大値，およびその値を与える点 P と O との距離 $\overline{OP}$ を求めよ．

(長岡技科大 1994)　(m19942102)

0.239 実数 x の関数 $f_n(x)=\displaystyle\sum_{k=1}^{n}|x-k|$ を考える．

(1) $f_3(x)$ の最小値とそれを与える x をすべて求めよ．

(2) $f_4(x)$ の最小値とそれを与える x をすべて求めよ．

(長岡技科大 1994)　(m19942103)

0.240 $a>0,\ b>0$ とする．定点 (a,b) を通り x 軸の正の部分および y 軸の正の部分と交わる直線を考える．この直線が x 軸 , y 軸と交わる点をそれぞれ P, Q とする．次の各問いに答えよ．

(1) この直線と原点 O との距離の最大値を求めよ．

(2) 三角形 OPQ の面積の最小値を求めよ．

(長岡技科大 1997)　　(m19972101)

0.241 $a > b > 0$ とする．y 軸上に 2 点 $A(0, a), B(0, b)$ を取り，点 P が x 軸の正の部分を動くとき，$\angle APB$ を最大にする P の位置を求めよ．

(長岡技科大 1998)　　(m19982102)

0.242 球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ の $y > 0,\ z > 0$ の部分を M とし，$A(1, 0, 0),\ B(-1, 0, 0)$ とする．M 上の点 $P(x, y, z)$ から xy 平面に下ろした垂線の足を Q とするとき，以下の問いに答えよ．

(1) 三角形 ABQ の面積 S を $x,\ y$ で表せ．

(2) 三角錐 $PABQ$ の体積 V を $x,\ y$ で表せ．

(3) P が M 上を動くとき，V の最大値を求めよ．

(長岡技科大 1999)　　(m19992101)

0.243 $f(x)$ を微分可能な関数とし，$g(x) = \log f(x),\ f(0) = \dfrac{1}{2},\ f'(0) = \dfrac{8}{3}$ とする．曲線 $y = g(x)$ 上の点 $(0,\ g(0))$ における接線の方程式を求めよ．

(長岡技科大 2001)　　(m20012101)

0.244 xyz 空間において, 球面 $S\ :\ x^2 + y^2 + z^2 = 1$ と点 $A(3, 0, 0)$ について以下の問いに答えよ.

(1) 平面 $x = c$ と球面 S とが交わるような実数 c の範囲を求めよ.

(2) c が前問の範囲を動くとき, 平面 $x = c$ と S との交わりの円を底面とし A を頂点とする円すいの体積を最大とする c の値を求めよ.

(長岡技科大 2005)　　(m20052103)

0.245 座標平面に 2 点 $A(3, 0)$, $B(0, 4)$ をとる．点 P が円周 $x^2 + y^2 = 1$ 上を動くとき，三角形 ABP の面積の最大値と最小値を求めなさい.

(長岡技研大 2007)　　(m20072103)

0.246 $0 < t < 1$ として，空間の 4 点

$$A(t, \sqrt{1-t^2}, 0),\ B(t, -\sqrt{1-t^2}, 0),\ C(-t, 0, \sqrt{1-t^2}),\ D(-t, 0, -\sqrt{1-t^2})$$

を考える，以下の問いに答えなさい.

(1) AB の中点 E の座標を求めなさい.

(2) $\triangle CDE$ の面積 S を t で表しなさい.

(3) 四面体 $ABCD$ の体積 V を t で表しなさい.

(4) V を最大にする t の値とその最大値を求めなさい.

(長岡技科大 2008)　　(m20082103)

0.247 3 辺の長さが 1 である台形の面積の最大値を求めなさい.

(長岡技科大 2011)　　(m20112103)

0.248 xy 平面において，原点 O を中心とする半径 1 の円を C とする．　x 軸上に点 $T(t, 0),\ 0 < t < 1$ をとる．点 T を通る直線 ℓ と円 C との交点を A, B とする．ただし, 直線 ℓ は点 O を通らないとする．$\triangle OAB$ の面積を S とするとき，下の問いに答えなさい.

(1) 直線 ℓ と点 O の距離を h とするとき，h の取りうる値の範囲を t で表しなさい.

(2) 前問の h を用いて S を表しなさい.

(3) S の最大値 $f(t)$ を t で表しなさい.

(長岡技科大 2016)　　(m20162102)

0.249 次のことを示せ.

(1) $f(x) = \begin{cases} x^{-1} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$ とする．$f(x)$ は連続でない.

(2) $f(x) = \begin{cases} x^{m} & (x > 0) \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases}$ とする．$m \geq 3$ ならば，$f'(x)$ は微分可能である.

(3) 数列 $\left\{\dfrac{1}{n^2}\right\}$ は有界である.

（金沢大 1999）　　(m19992201)

0.250 (1) 関数 $\sin\dfrac{1}{x}$ を微分せよ.　　(2) 関数 $\sin^{-1} x$ を微分せよ.

(2) 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to\infty} x \sin^{-1}\frac{1}{x}$ を求めよ.

(金沢大 2001)　　(m20012201)

0.251 (1) $y = \cos x$ の第 n 階導関数 $y^{(n)}$ は,

$$y^{(n)} = \cos\left(x + \frac{n\pi}{2}\right),\ n = 1, 2, 3, \cdots$$

で与えられることを示せ.

(2) 次の関数の第 n 階導関数 $y^{(n)}$, $n = 1, 2, 3, \cdots$ を求めよ.

(a) $y = (ax + b)\cos x$ $(a, b$ は定数$)$　　(b) $y = \cos^2 x$

(金沢大 2003)　　(m20032201)

0.252 $\sinh t = \dfrac{e^t - e^{-t}}{2}$, $\cosh t = \dfrac{e^t + e^{-t}}{2}$ について, 次の問いに答えよ.

(1) n 階導関数 $\sinh^{(n)} t$, $\cosh^{(n)} t$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ を求めよ.

(2) $\begin{cases} x = \cosh t \\ y = \sinh t \end{cases}$ とおく．t を消去し, x と y の関係を求めよ.

また, $-\infty < t < \infty$ のとき，点 (x, y) の描く曲線の概形を示せ.

（金沢大 2004）　　(m20042201)

0.253 関数 $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\log(2 + \cos x)}{x - \pi} & (x \neq \pi) \\ 0 & (x = \pi) \end{cases}$ について, 次の問に答えよ.

(1) $f(x)$ は $x = \pi$ で連続であるかどうか調べよ.

(2) $x = \pi$ での $f(x)$ の微分係数 $f'(\pi)$ は存在するか. 存在するときにはその値を求め, 存在しないときにはその理由を述べよ.

(金沢大 2005)　　(m20052206)

0.254 次を示せ.

(1) $0 < a < b < \pi$ ならば，$\dfrac{\sin b}{b} < \dfrac{\sin a}{a}$ である.

(2) $0 < c < 1$ ならば，$\dfrac{\sin d}{d} = c$ となる d が開区間 $(0, \pi)$ のなかにただ一つ存在する.

(金沢大 2007)　　(m20072206)

0.255 次のことを示せ.

(1) $f(x)=\begin{cases} x^{-1} & (x \neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$ とする. $f(x)$ は連続でない.

(2) $f(x)=\begin{cases} x^{m} & (x > 0) \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases}$ とする. $m \geq 3$ ならば, $f'(x)$ は微分可能である.

(金沢大 2007)　　(m20072209)

0.256 $\cosh x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$, $\sinh x = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$ とする. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) $\dfrac{d}{dx}(\cosh x) = \sinh x$, $\dfrac{d}{dx}(\sinh x) = \cosh x$ を示せ.

(2) $\cosh(\alpha+\beta) = \cosh\alpha\,\cosh\beta + \sinh\alpha\,\sinh\beta$ を示せ.

(3) $f(x) = e^{x\cosh\alpha}\cosh(x\sinh\alpha)$ とする. ただし, α は定数とする.

$$\frac{d^n f}{dx^n} = e^{x\cosh\alpha}\cosh(n\alpha + x\sinh\alpha), \quad n = 1, 2, 3, \cdots$$

を示せ.

(金沢大 2009)　　(m20092202)

0.257 関数 $\tan x$ $\left(-\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}\right)$ の逆関数を $f(x)$ $(-\infty < x < \infty)$ とする. 次の問いに答えよ.

(1) 公式 $\dfrac{d}{dy}\tan y = \tan^2 y + 1$ $\left(-\dfrac{\pi}{2} < y < \dfrac{\pi}{2}\right)$ を利用して

$$(x^2+1)f'(x) = 1 \quad (-\infty < x < \infty)$$

となることを示せ.

(2) $n = 1, 2, 3, \cdots$ に対して

$$(x^2+1)f^{(n+1)}(x) + 2nxf^{(n)}(x) + n(n-1)f^{(n-1)}(x) = 0$$

が成立することを示せ.

(3) $m = 1, 2, 3, \cdots$ に対して, 微分係数 $f^{(2m+1)}(0)$ の値を求めよ.

(金沢大 2010)　　(m20102202)

0.258 次の微分をしなさい.

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x^2}\right)$$

(金沢大 2010)　　(m20102209)

0.259 次の問に答えよ.

(1) $(1+\sqrt{x}\,)^3$ は x の整式 $p(x), q(x)$ を用いて

$$(1+\sqrt{x}\,)^3 = p(x) + q(x)\sqrt{x}$$

と表すことができる. $p(x)$ と $q(x)$ を求めよ.

(2) 次の等式

$$\left(\sqrt{x}\,\right)^{(n)} = \frac{-(2n-3)}{2x}\left(\sqrt{x}\,\right)^{(n-1)} \ , \quad n = 2, 3, 4, \cdots$$

を示せ．ただし，$(\sqrt{x}\,)^{(n)}$ は $\sqrt{x}$ の n 階導関数である．

(3) $f(x) = (1+\sqrt{x}\,)^3$ とおくとき，

$$f^{(n)}(x) = 3\left(1 - \frac{x}{2n-3}\right)\left(\sqrt{x}\,\right)^{(n)} \ , \quad n = 2, 3, 4, \cdots$$

を示せ．

(金沢大 2011)　　(m20112202)

0.260 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sin x} - \dfrac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

と定義するとき，$f(x)$ は $x=0$ で微分可能であることを示し，微分係数 $f'(0)$ を求めよ．

(金沢大 2011)　　(m20112207)

0.261 関数 $f(x) = 1 - \sqrt{1-x^2}$ $(|x| < 1)$ について，次の問いに答えよ．

(1) $f'(0)$, $f''(0)$, $f'''(0)$ を求めよ．

(2) $(x - x^3)f''(x) = f'(x)$ を示せ．

(3) $f^{(n)}(0)$ を求めよ．

(金沢大 2015)　　(m20152202)

0.262 次のことを示せ．

(1) $f(x) = \begin{cases} x^{-1} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$ とする．$f(x)$ は連続でない．

(2) $f(x) = \begin{cases} x^m & (x > 0) \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases}$ とする．$m \geq 3$ ならば，$f'(x)$ は微分可能である．

(金沢大 2016)　　(m20162213)

0.263 $x > 0$ の範囲で考えて，　$f(x) = x^2 \log x$　と置く. 次の小問に答えよ.

(1) $f(x)$ のグラフの概形をかけ，また $f(x)$ の極値を求めよ．

(2) すべての自然数 n に対して $f(x)$ の n 次導関数を求めよ

(金沢大 2016)　　(m20162218)

0.264 次の問いに答えよ．ただし，以降 a, b は正の定数とする．

(1) $f(x) = a^x$ の導函数を求めよ．

(2) 極限値 $\displaystyle\lim_{x \to +0} \frac{1}{x} \log \frac{a^x + b^x}{2}$ を求めよ．

(3) 極限値 $\displaystyle\lim_{x \to 0} \left(\frac{a^x + b^x}{2}\right)^{1/x}$ を求めよ．

(金沢大 2016)　　(m20162220)

0.265 関数　$f(x) = \begin{cases} e^{-1/x} & (x > 0 \text{ のとき}) \\ 0 & (x \leqq 0 \text{ のとき}) \end{cases}$　について，次の問いに答えよ．

(1) $x>0$ に対し，$f'(x)$ と $f''(x)$ を計算せよ．

(2) 正の整数 n に対し，$\lim_{y\to\infty} y^n e^{-y}=0$ を示せ．

(3) $f'(0)=f''(0)=f'''(0)=0$ であることを示せ．

(金沢大 2017)　　(m20172207)

0.266 (1) 任意の非負整数 $n=0,1,2,\cdots$ に対して

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^n}{e^x}=0$$

が成り立つことを示せ．

(2) 次の関数 $f(x)$ は $x=0$ で微分可能であることを示せ．

$$f(x)=\begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}} & (x\neq 0) \\ 0 & (x=0)\end{cases}$$

(3) (2) の関数 $f(x)$ は $\boldsymbol{R}$ 上で 2 回微分可能であり，2 階導関数 $f''(x)$ は $x=0$ で連続であることを示せ．

(4) 関数 $y=f(x)$ のグラフの概形を描け．

(金沢大 2018)　　(m20182203)

0.267 関数 $f\ :\ \boldsymbol{R}\to\boldsymbol{R}$ を次式で定義する．

$$f(x)=\begin{cases} x^2+\dfrac{x^2}{4}\sin\dfrac{1}{x} & (x\neq 0) \\ 0 & (x=0)\end{cases}$$

このとき，次の問いに答えよ．

(1) $f(x)$ は $x=0$ で微分可能であることを示せ．

(2) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求め，$f'(x)$ が $x=0$ で連続でないことを示せ．

(3) $f(x)$ は $x=0$ のとき最小値をとり，かつ $f(x)$ が最小値をとるのは $x=0$ のときに限ることを示せ．

(金沢大 2019)　　(m20192206)

0.268 $x\in\boldsymbol{R}$ に対して，

$$f(x)=x\Big(\log\Big(x^2+\frac{1}{2}\Big)-2\Big)+\sqrt{2}\tan^{-1}\big(\sqrt{2}x\big)$$

とおく．以下の問いに答えよ．

(1) 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x\log(x)}$ を求めよ．

(2) f の導関数を求めよ．

(3) f の極値を求めよ．

(金沢大 2020)　　(m20202207)

0.269 (1) $\alpha>1$ のとき，関数 $f(x)=(x+|x|)^{\alpha}$ は $\boldsymbol{R}$ 上の C^1 級関数であることを証明せよ．

(2) 集合 $\left\{(x,y)\in\boldsymbol{R}^2 \;\middle|\; \dfrac{1}{4}(x+|x|)^2+y^2\leq 1,\ x\geq -2\right\}$ の面積を求めよ．

(3) 次の極限値を求めよ．

$$\lim_{x\to 0+}\frac{\cos\left(\sqrt{x}\right)-1+\sin\left(\frac{x}{2}\right)}{\sin\left(x^2\right)}$$

(金沢大 2022)　　(m20222201)

0.270 関数 $f \quad \boldsymbol{R} \to \boldsymbol{R}$ を C^2 級とし，導関数 f' は $\boldsymbol{R}$ 上で単調増加であるとする．次の問いに答えよ．

(1) $a, b \in \boldsymbol{R}\ \ (a < b)$ に対して

$$f'(a)(b-a) \leqq f(b) - f(a) \leqq f'(b)(b-a)$$

を示せ．

(2) $a, b \in \boldsymbol{R}\ \ (a < b)$ を固定する．関数 $F_{a,b} : [0,1] \to \boldsymbol{R}$ を

$$F_{a,b}(t) = (1-t)f(a) + tf(b) - f((1-t)a + tb)$$

と定めるとき

$$F_{a,b}(t) \geqq 0 \quad (t \in [0,1])$$

を示せ．

(金沢大 2022)　　(m20222207)

0.271 次の関数 $f(x)$ の導関数を求めなさい．

(1) $f(x) = \tan^{-1} x$

(2) $f(x) = \log(\log x)$

(金沢大 2022)　　(m20222211)

0.272 次の計算をせよ．

(1) $\dfrac{d}{dx}\left(x^x\right)$　　(2) $\left(\dfrac{d}{dx}\right)^n x^3 e^x$

(富山大 2000)　　(m20002302)

0.273 次の各問いの計算をせよ．

(1) $x = \log(y + \sqrt{y^2+1})$ を y について解け

(2) $\displaystyle\lim_{x \to 1+0} \frac{x}{1-x^2}, \quad \lim_{x \to 1-0} \frac{x}{1-x^2}$　　(3) $\dfrac{d}{dx} e^{x \log x}$

(富山大 2001)　　(m20012301)

0.274 $x = a\cos\theta,\ y = b\sin\theta\ (0 \leqq \theta \leqq 2\pi,\ a, b$ は正の定数）によって描かれる $x-y$ 平面上の図形 S について，以下の問いに答えよ．

(1) θ を消去して x, y のみたす関係式を導け．

(2) S の概形を描け．

(3) S 上の点 P $(a\cos\theta, b\sin\theta)$ における S の接線 l の方程式を求めよ．

(4) l が x 軸，y 軸の両方に交わるとき，その交点をそれぞれ A, B とする．線分 AB の長さを求めよ．

(5) 線分 AB の長さの最小値を求めよ．

(富山大 2001)　　(m20012302)

0.275 次の計算をせよ．

(1) $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{2x+3}{\sqrt{2x+1}}\right)$　　(2) $\dfrac{d}{dx}\left(x^{\sin x}\right) \quad (x > 0)$

(富山大 2003)　　(m20032301)

0.276 次の計算をせよ.

(1) $\dfrac{d}{dx}x^{\frac{2}{3}} \quad (x>0)$ (2) $\dfrac{d}{dx}e^{x^2}$ (3) $\dfrac{d}{dx}\tan^{-1}(2x)$

（富山大 2004） (m20042301)

0.277 関数

$$f(x)=\begin{cases} 0 & (x \leqq 0) \\ e^{-\frac{1}{x}} & (x>0) \end{cases}$$

は微分可能であるか. 微分可能であるならば導関数 $f'(x)$ を求めよ.

(富山大 2004) (m20042310)

0.278 次の関数の導関数を求めよ.

(1) $x\cos x$ (2) $\sqrt{1+x^2}$ (3) $\dfrac{1}{1+\sin^2 x}$ (4) $\mathrm{Tan}^{-1}x$

(富山大 2005) (m20052301)

0.279 $f(x)=\log\left(\cos^2 x\right)$ を x で微分せよ.

(富山大 2005) (m20052311)

0.280 次の計算をせよ.

(1) $\dfrac{d}{dx}\tan^{-1}(2x)$ (2) $\dfrac{d}{dx}xe^{-x^2}$

(富山大 2006) (m20062301)

0.281 次の計算をせよ.

(1) $\dfrac{d}{dx}\cos^{-1}(2x) \quad \left(-\dfrac{1}{2}<x<\dfrac{1}{2}\right)$ (2) $\dfrac{d}{dx}xe^{x^2}$ (3) $\dfrac{d}{dx}(\log_e x)^x \quad (x>e)$

(富山大 2007) (m20072301)

0.282 (1) $f\left(\theta(t)\right)=\sqrt{1+\sin^2\theta(t)}+3\cos\theta(t)+2$ において, $\dfrac{df}{dt}$ を求めよ.

(2) $f\left(\theta_1(t)\,,\ \theta_2(t)\right)=5+\cos\theta_1(t)+2\sin\left(\theta_1(t)+\theta_2(t)\right)$ において, $\dfrac{df}{dt}$ を求めよ.

(富山大 2007) (m20072305)

0.283 次の計算をせよ.

(1) $\dfrac{d}{dx}x^2e^{-2x}$ (2) $\dfrac{d}{dx}\log(\tan x) \quad \left(0<x<\dfrac{\pi}{2}\right)$ (3) $\dfrac{d}{dx}(\cos x)^x \quad \left(-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}\right)$

(富山大 2010) (m20102301)

0.284 次の計算をせよ.

(1) $\dfrac{d}{dx}(1-x^2)e^{\left(a(x-b)\right)^2}$ $(a, b$ は定数である$)$

(2) $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{1}{(1-x)^2}+\dfrac{1}{(1-x)^3}\right) \quad (x\neq 1)$

(富山大 2012) (m20122301)

0.285 次の計算をせよ.

(1) $\dfrac{d}{dx}\dfrac{1}{\log_e(1-x)^2}$ (2) $\dfrac{d}{dx}(\cos 2x)^{-2}$ (3) $\dfrac{d}{dx}\tan\left(\dfrac{e^{x^2}}{2}\right)$

(富山大 2013) (m20132301)

0.286 区間 $I=[1,\infty)$ における関数列 $\{f_n(x)\}_{n=1,2,\cdots}$ について，次の問いに答えよ．ただし，

$$f_n(x)=\frac{n}{2+nx}$$

とする．

(1) 区間 I における極限関数 $f(x)=\lim_{n\to\infty}f_n(x)$ を求めよ．

(2) 上の (1) における収束は一様収束であるかどうか調べよ．

(富山大 2013) (m20132309)

0.287 次の計算をせよ．

(1) $\dfrac{d}{dx}\dfrac{\sin(1-x^{-1})}{(1-x)^3}$ (2) $\dfrac{d}{dx}x^{x-2}\quad(x>0)$ (3) $\dfrac{d}{dx}\left(3^x\exp\left(\dfrac{1}{3-x}\right)\right)$

(富山大 2014) (m20142301)

0.288 $f(x)$ を $\mathbb{R}$ 上の実数値関数とする．また，$x_0\in\mathbb{R}$ とする．このとき，次の (a)，(b) は同値であることを示せ．

(a) $f(x)$ は $x=x_0$ で連続である．

(b) x_0 に収束する任意の実数列 $\left\{y_n\right\}_{n=1}^{\infty}$ に対して，$\lim_{n\to\infty}f(y_n)=f(x_0)$ である．

(富山大 2015) (m20152302)

0.289 次の計算をせよ．計算の概略も示すこと．

(1) $\dfrac{d}{dx}\log_e\left\{(x-1)e^{x^2}\right\}\quad(x>0)$ (2) $\dfrac{d}{dx}\left\{\dfrac{(x-2)^x}{\tan x}\right\}\quad(x>2)$

(富山大 2015) (m20152305)

0.290 次の計算をせよ．ただし，計算の概略も示すこと．

(1) $\dfrac{d}{dx}x^{\sin x}\qquad(x>0)$ (2) $\dfrac{d^5}{dx^5}\left(\dfrac{1}{1-x}\right)\qquad(x\neq 1)$

(富山大 2017) (m20172301)

0.291 $y=a\arcsin\left(\sqrt{\dfrac{x}{a}}\right)+\sqrt{ax-x^2}\quad(a:\ 定数,\ 0<x\leq a)$ の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ．

(富山大 2018) (m20182301)

0.292 $\log_e y-a^x\ \ (a:\ 定数,\ a>0)$ で定義される関数 y の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ．

(富山大 2018) (m20182302)

0.293 次の計算をせよ．ただし，計算の概略も示すこと．

(1) $\dfrac{d}{dx}\left(xe^{\sin x}\right)$ (2) $\dfrac{d}{dx}\left(x\sqrt{1-x^2}+\arcsin x\right)$

(富山大 2019) (m20192301)

0.294 次の式の値を求めよ．

$$\lim_{x\to+0}x^{2x}$$

(富山大 2020) (m20202301)

0.295 次の式の値を求めよ．

$\lim_{x\to+0}xe^x$

(富山大 2021) (m20212301)

0.296 次の曲線に与えられた点から引いた接線の方程式を求めなさい．

(1) $y = \log x$ ， 点 $(0, 0)$

(2) $\dfrac{x^2}{12} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ ， 点 $(2, 2)$

(福井大 2000) (m20002401)

0.297 関数 $y = \dfrac{bx+1}{x^2+ax}$ が 2 つの極値 -1 および -4 を持つように a, b の値を定めなさい．

(福井大 2000) (m20002402)

0.298 区間 $0 \leq x \leq \pi/2$ において，以下の不等式が成り立つことを示せ．

$\sin x \leq x$

(福井大 2000) (m20002403)

0.299 $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\log_a(1+x)}{x}$ を求めよ．

(福井大 2001) (m20012401)

0.300 以下の関数の 1 次導関数を求めなさい．

(1) $x^n e^{-x}$ (2) x^x (3) $\cos^{-1} x^3$ (4) $\sqrt{\dfrac{1-\sqrt[3]{x}}{1+\sqrt[3]{x}}}$ (5) $\sin^{-1}(n \sin x)$

(福井大 2001) (m20012402)

0.301 口の直径 $8cm$，高さ $12cm$ の円錐形のろ過器に毎秒 $3cc$ の割合で注入される溶液が毎秒 $1cc$ の割合でろ過されるものとすれば，溶液の深さ $6cm$ となった瞬間において液面の上がる速さは毎秒何 cm か．

(福井大 2001) (m20012403)

0.302 以下の関数の増減，凹凸，極値を調べ，このグラフの概形を描け．また，このグラフに変曲点があればそれも調べよ．

$$f(x) = \frac{x}{x^2-1}$$

(福井大 2001) (m20012404)

0.303 下記の関数 $y = f(x)$ の導関数を求めよ．ただし，a, b は定数とする．

(1) $f(x) = e^{ax}(\cos bx + \sin bx)$ (2) $f(x) = x^{ax+b}$

(福井大 2003) (m20032403)

0.304 次の関数のグラフを描きなさい． $y = \sqrt[3]{x(x^2-1)}$

(福井大 2003) (m20032404)

0.305 次の関数を微分しなさい．

(1) $y = \sqrt[3]{x^2(x-1)}$ (2) $y = \sin(3x+2)$ (3) $y = \log(\sin x^2)$

(福井大 2003) (m20032405)

0.306 一般に，関数 $y = f(x)$ について，x の微小増加量 Δx にともなう y の微小増加量を Δy とすると，導関数 dy/dx は近似的に $\Delta y/\Delta x$ を表す．このことを利用して，下記の問いに答えよ．

(1) 空気中の音速 u と絶対温度 T との間に，$u = \sqrt{kRT}$ の関係が成り立つものとする．ただし，比熱比 k と気体定数 R は定数である．このとき，du/dT を求めよ．

(2) 空気の絶対温度を 2% 増やすと，音速は近似的に何 % 増加するか答えよ．

(福井大 2003) (m20032406)

0.307 下記の関数 $y=f(x)$ について，極値を求めよ．

$$f(x)=\frac{ax}{x^2+a^2} \qquad \text{（ただし，}a\text{ は正の定数）}$$

(福井大 2003) (m20032407)

0.308 次の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^{ax}-e^{bx}}{x}$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}$ (3) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{x^2+3x-4}{x^2-1}$ (4) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{8+x}-2}{x}$

（福井大 2004） (m20042402)

0.309 次の関数の導関数を求めよ.

(1) $y=x^x \quad (x>0)$ (2) $y=\dfrac{2x+3}{x^2+2}$

(2) $y=x^5\log x$ (4) $y=\arcsin x \quad \left(-\dfrac{\pi}{2}<y<\dfrac{\pi}{2}\right)$

（福井大 2004） (m20042403)

0.310 $y=\dfrac{1}{5}x^5-x^4+x^3+2$ のグラフの概形を, xy 直交座標平面上に図示しなさい. また, 極値を求めなさい.

（福井大 2004） (m20042404)

0.311 極限値を求めなさい.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{4x-x^2}{2-6x+3x^2}$ (2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{\sum_{i=1}^{n}i}{n^2-1}$ (3) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}$

（福井大 2004） (m20042405)

0.312 次の関数の導関数を求めなさい.

(1) $y=x^2e^{3x}\sin x$ (2) $y=e^{\sqrt{x}}$

（福井大 2004） (m20042406)

0.313 x,y がパラメータ表示により

$x=a\cos^3 t$

$y=b\sin^3 t$

で与えられているとき, dy/dx を求めなさい. ただし, $a\neq 0$, $b\neq 0$ とする.

（福井大 2004） (m20042407)

0.314 次の関数の n 階導関数を求めよ.

(1) x^2e^x (2) $\sin x$ (3) $x^2\sin x$

(福井大 2005) (m20052401)

0.315 次の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-3x+5}{x^2-2}$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}x\sin\frac{1}{x}$

(福井大 2005) (m20052417)

0.316 次の関数を微分せよ.

(1) $y=\log\dfrac{1-x+x^2}{1+x+x^2}$ (2) $y=(x^2+2x)\log x$ (福井大 2005) (m20052419)

0.317 $\dfrac{\sin\theta}{1-\cos\theta} = \cot\dfrac{\theta}{2}$ が成り立つ.

この式の両辺を微分し，微分した左辺と右辺が等しくなることを示せ.

ただし，必要に応じて三角関数の 2 倍角の公式“ $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ ”を使え.

(福井大 2006) (m20062401)

0.318 $x = a(t - \sin t),\ y = a(1 - \cos t)$ のとき，$t = t_0$ に対応する点 (x_0, y_0) における接線と法線の方程式を求めよ.

(福井大 2006) (m20062402)

0.319 次の関数を微分しなさい.

(1) $y = \sqrt{x}$ (2) $y = \dfrac{1}{x+1}$ (3) $y = \cos x \sin^2 x$

(4) $y = e^{x^2}$ (5) $y = x^{3x}$

(福井大 2006) (m20062416)

0.320 点 $P(x, y)$ は，時間 t の時，$x = a\cos(2\pi t),\ y = a\sin(2\pi t)$ の位置にあるものとする.

(1) $a = e^{-t}$ とする時，$-1 \leq t \leq 1$ の範囲で，時間 t に対する a および x の描く図形のおよその形を示せ.

(2) $-1 \leq t \leq 1$ の範囲で，点 P の描く図形のおよその形を示せ.

(3) $\dfrac{dx}{dt}$，$\dfrac{dy}{dt}$ をそれぞれ求めよ. (4) 点 P の時刻 t における速度を求めよ.

(福井大 2006) (m20062419)

0.321 次の計算を行え（途中経過も書くこと）.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin x^2}{e^{2x^2} - 1} =$ (2) $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{1}{\tan x}\right) =$

(福井大 2007) (m20072401)

0.322 関数 $f(x) = (x^2 + 4x)e^{-x}$ について以下の問いに答えよ.

(1) 1 階の導関数 $f'(x)$，2 階の導関数 $f''(x)$ と $\displaystyle\lim_{x\to\infty} f(x)$ を求めよ.

(2) $0 \leq x < \infty$ の範囲で増減表を書き，$y = f(x)$ のグラフを描け.

(福井大 2008) (m20082402)

0.323 次の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{5^x - 3^x}{5^x + 3^x}$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \Big(\cos x\Big)^{\frac{1}{x^2}}$ (3) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \Big(1 + 8x\Big)^{\frac{1}{x}}$

(福井大 2008) (m20082413)

0.324 次の関数を微分しなさい.

(1) $y = \sin^{-1} x$ (2) $y = x^x$ (3) $y = \log\sqrt{x^2 + a^2}$

(4) $y = \dfrac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$ (5) $y = a^x$

(福井大 2008) (m20082414)

0.325 次の曲線の概形を図示せよ. $y = x^2 e^{-x}$

(福井大 2008) (m20082415)

0.326 (1) 次の関数を微分せよ．

(a) $y = \sin^3 4x$

(b) $y = a^x$

(2) 極座標系 (r, θ) についての方程式 $r = 2a\cos\theta$ の $\theta = \alpha$ における接線の方程式を求める．以下の各問に従って解答せよ．

なお，必要に応じて右下の公式を利用せよ．

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin 2A = 2\sin A\cos A \\ \cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 2\cos^2 A - 1 = 1 - 2\sin^2 A \\ \cos(A \pm B) = \cos A\cos A \mp \sin A\sin B \end{array} \right\}$$

(a) 極座標系 (r, θ) と直交座標系 (x, y) との関係を求めよ．

$x =$

$y =$

(b) $\theta = \alpha$ における接線の傾き dy/dx を求めよ．

$$\frac{dy}{dx}_{(\theta=\alpha)} =$$

(c) $\theta = \alpha$ における接線の方程式を求めよ．ただし，解答は途中の計算を示すとともに，$\boxed{}$ 内に記号または数字を入れて方程式を完成せよ．

$$\frac{1}{r} = \frac{\cos\left(\boxed{}\boxed{} - \boxed{}\right)}{\boxed{}\, a\cos^2\boxed{}}$$

(福井大 2009)　　(m20092401)

0.327 次の極限値を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{\log x}{1-x}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin^{-1} x}{x}$　　(4) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x^n}{e^x}$　（n は正の整数）

(福井大 2009)　　(m20092407)

0.328 次の関数を微分せよ．

(1) $y = \dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$　　(2) $y = x^{1/x}$　　(3) $y = \log_a x$

(4) $y = \tan^{-1} x$　　(5) $y = e^{-a^2x^2}$

(福井大 2009)　　(m20092408)

0.329 次の関数を微分せよ．

(1) $y = \sin^3(4x)$　　(2) $y = x^{\frac{1}{x}}$　　(福井大 2010)　　(m20102401)

0.330 実数 x が $x \neq 2$ を満たすとき, $k = x + \dfrac{4}{x-2}$ の取りうる値の範囲を求めよ．

(福井大 2010)　　(m20102411)

0.331 次の極限値を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x - x\cos x}{\sin x - x}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0+}\left(\frac{e^x}{x} - \frac{1}{x}\right)$　　(3) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{n^2+4n+2}{3n^2+4}$

(4) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{9n^2+2n} - 3n\right)$　　(5) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{(-1)^n}{n}$

(福井大 2010)　　(m20102413)

0.332 次の関数を微分せよ.

(1) $\dfrac{b}{ax+b}+\log|ax+b|$ (2) $\sin^{-1}x$ (3) a^x

(福井大 2010) (m20102415)

0.333 次の極限値を求めよ.

なお, 必要に応じて, 公式 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ を使ってもよい.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin 4x}{x}$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}\right)^{\sin x}$

(福井大 2011) (m20112401)

0.334 次の関数を微分せよ.

(1) $y=\log_e\left(\cos^2 x\right)$ (2) $y=x^{\tan^{-1}x}$

(福井大 2011) (m20112402)

0.335 次の関数を微分せよ.

(1) $y=\sin x^2$ (2) $y=\cos x\ \sin^2 x$ (3) $y=2^{3x}$ (4) $y=x^x$

(福井大 2011) (m20112414)

0.336 次の公式を使って極限値を求めよ.

〈公式〉 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$, $\displaystyle\lim_{x\to\pm\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e$

(1) $\displaystyle\lim_{x\to +0}\frac{\sin 2x}{\sqrt{x}}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\log_e(1+2x)}{x}$

(福井大 2012) (m20122403)

0.337 次の関数を微分せよ.

(1) $y=\left(\dfrac{\log_e x}{x}\right)^5$

(2) $y=x^x$

(福井大 2012) (m20122404)

0.338 次の関数を微分せよ.

(1) $y=\sqrt{4\sin x+6}$

(2) $y=\log\sqrt[5]{\dfrac{x+5}{x-5}}$

(3) $y=-\tan^5 x$

(4) $y=\sin^5 x+\cos^5 x$

(福井大 2012) (m20122417)

0.339 極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{3x}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{2x-x^2\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)}{x}$

(福井大 2013)　　(m20132405)

0.340 次の関数を微分せよ．

(1) $y=\sin^3\Bigl(4(2x+1)^2\Bigr)$

(2) $y=a^{2x} \qquad \bigl(a>0\bigr)$

(福井大 2013)　　(m20132406)

0.341 次の極限を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{2x^2-x-6}{3x^2-2x-8}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{\sin x}$

(福井大 2014)　　(m20142401)

0.342 次の関数を微分せよ．

(1) $y=\sqrt{x^2+1}$　　(2) $y=xe^{-x^2}$

(福井大 2014)　　(m20142402)

0.343 関数 $f(x)=\begin{cases} x\sin\dfrac{1}{x} & (x\neq 0) \\ 0 & (x=0)\end{cases}$ の原点における微分可能性を調べよ．

(福井大 2014)　　(m20142404)

0.344 $y=x^3-3x$ の極大値と極小値を求めよ．

(福井大 2014)　　(m20142415)

0.345 次の等式が成り立つように，定数 a と b の値を定めよ．

$$\lim_{x\to 2}\frac{ax^2+b}{x-2}=1$$

(福井大 2014)　　(m20142416)

0.346 以下の (1) および (2) の極限値を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\tan^{-1}x}{x}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{\pi-2x}$

(福井大 2014)　　(m20142417)

0.347 次の (1) および (2) の関数を微分せよ．

(1) $\dfrac{2x-1}{x^2}$　　(2) $\cos^{-1}\dfrac{1}{x}$

(福井大 2014)　　(m20142419)

0.348 $f(x)=x^2-4x+5$ とする．関数 $f(x)$ のグラフ上の 2 点 $(2,\ f(2))$ と $(4,\ f(4))$ を結ぶ直線の傾きが，点 $(a,\ f(a))$ における接線の傾きに等しくなる a の値を求めよ．

(福井大 2014)　　(m20142420)

0.349 次の極限値を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{\sin 3x}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{4x^3-3x^2+2}{e^x}$

(福井大 2015)　　(m20152401)

0.350 次の関数の導関数を求めよ．

(1) $y=x^{\sin x} \quad (x>0)$　　(2) $y=\log(\sin^2 x)$

(福井大 2015)　　(m20152402)

0.351 次の関数を微分せよ.

(1) $y=(x^2+2)^4$ (2) $y=\sin(3x+\pi)$ (3) $y=\sin x\cdot\cos^2 x$ (4) $y=x^{2x}$

(福井大 2015) (m20152415)

0.352 関数 $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2}$ の増減表を用いて，$f(x)$ のグラフの概形を描け.

(福井大 2015) (m20152430)

0.353 次の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1-x}{x^2}$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{2x-1}-\sqrt{x}}{x-1}$

(福井大 2016) (m20162401)

0.354 次の関数の導関数を求めよ.

(1) $y=x^3\sqrt{3x^2+1}$ (2) $y=(1+x)^x$

(福井大 2016) (m20162402)

0.355 次の関数を微分せよ.

(1) $y=(x^2-2x+3)^5$ (2) $y=\cot x$ (3) $y=\sin^{-1}x$ (4) $y=xe^{2x}$

(福井大 2016) (m20162411)

0.356 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-e^x}{x}$ を求めよ.

(福井大 2018) (m20182419)

0.357 次の関数を微分せよ.

(1) $y=\dfrac{1}{\sqrt{(x-a)(x-b)}}$ (2) $y=xe^{-x^2}$

(3) $y=(2^x+1)^3$ (4) $y=\sqrt{\sin x}$

(福井大 2018) (m20182424)

0.358 次の関数 $f(x)$ について $x=0$ における微分可能性を調べよ.

ただし，必要であれば $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ の関係を用いてもよいこととする.

$$f(x)=\begin{cases}\sin x & (x<0)\\ x & (x\geq 0)\end{cases}$$

(福井大 2020) (m20202401)

0.359 次の関数を x で微分せよ.

(1) $y=\sin^3 e^x$ (2) $y=\sqrt[3]{x\sqrt{x-1}}$ （ただし，$x>1$）

(福井大 2020) (m20202402)

0.360 次の関数を微分せよ.

(1) $y=\left(\dfrac{4x+3}{x^2-3x+4}\right)$ (2) $y=\sin^5 x\ \cos 5x$

(3) $y=\log(1+x^2)$ (4) $y=e^{\sqrt{x}}$

(福井大 2020) (m20202423)

0.361 次の関数 y を x で微分せよ.

(1) $y=xe^{-x^2}$ (2) $y=\dfrac{x^x}{(x+1)^{x+1}}$

(福井大 2021) (m20212401)

0.362 次の関数の 1 階導関数と 2 階導関数を求めよ．なお，n は整数，e は自然対数の底である．

$x^{n-1}e^{1/x}$

(福井大 2021) (m20212414)

0.363 次の関数を微分せよ．

(1) $y = \log x(5-x)$

(2) $y = \dfrac{4x-1}{e^x}$

(3) $y = \dfrac{\sin x}{\cos x + 1}$

(4) $y = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+2}+2x}$

(福井大 2021) (m20212420)

0.364 次の関数を微分せよ．

(1) $y = \log\left(5\sqrt{x^2+1}+5x\right)$　　(2) $y = \dfrac{-e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

(3) $y = \cos\dfrac{5\pi}{x^2+5}$　　(4) $y = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

(福井大 2022) (m20222401)

0.365 $f(x) = 4\sin x \cdot \cos 2x + \cos x \cdot \sin 2x \ \ (0 \leq x \leq \pi)$ の最大値を求めよ．

(福井大 2022) (m20222404)

0.366 次の関数 $f(x)$ について $x = 0$ における微分可能性を調べよ．

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\dfrac{1}{x} & (x < 0) \\ x & (x \geq 0) \end{cases}$$

(福井大 2022) (m20222412)

0.367 次の関数を x について微分せよ．

(1) $y = \log(x - x\log x)$　　(2) $y = x^{e^x}$

(福井大 2022) (m20222413)

0.368 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\log(\cos x)}{x^2}$ を求めよ．

(静岡大 2006) (m20062501)

0.369 極限 $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{\sqrt{x^2-3}-1}$ を求めよ．

(静岡大 2007) (m20072501)

0.370 $(0, 2\pi)$ において，$f(x) = x + \sqrt{2}\cos x$ の極値を求めよ．なお，極大値・極小値の区別も明記すること．

(静岡大 2008) (m20082507)

0.371 $y = x^{x\cos(x)}$ とするとき，$y' = x^{x\cos(x)}\{(\cos(x) - x\sin(x))\log(x) + \cos(x)\}$ が成り立つことを証明しなさい．

(静岡大 2009) (m20092509)

0.372 次の極限値を求めなさい.

(i) $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\frac{x\sin(x)-\frac{\pi}{2}}{\cos(x)}\right)$ (ii) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sqrt{1+x}-1-\frac{x}{2}}{x^2}\right)$

(静岡大 2015) (m20152501)

0.373 関数 $f(x)=\cos(ax)\cos(bx)$ の第 n 次導関数は

$$f^{(n)}(x)=\frac{(a+b)^n}{2}\cos\left((a+b)x+\frac{n\pi}{2}\right)+\frac{(a-b)^n}{2}\cos\left((a-b)x+\frac{n\pi}{2}\right)$$

となることを示しなさい.

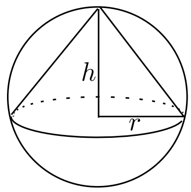
(静岡大 2015) (m20152502)

0.374 $z=(ax^2+bx+c)^n$ を微分せよ.

(岐阜大 2001) (m20012602)

0.375 直径 d の球に内接する円錐の体積の最大値を求めよ.

その場合の円錐の体積は, 球の体積の何%にあたるか.



（岐阜大 2004） (m20042601)

0.376 実関数 $f(x)$ が $x=a$ で連続であることの必要十分条件（定義としてもよい）を, “ 極限 ”という言葉を使わずに, $\varepsilon-\delta$ 論法を用いて書きなさい.

(岐阜大 2005) (m20052610)

0.377 $f(x)$, $g(x)$ を微分可能な x の実関数とする. $(f(x)g(x))'$ は, $f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$ として表されることを示しなさい. ただし, $'$ は, x に関する導関数を表すものとする.

(岐阜大 2005) (m20052611)

0.378 関数 $y=\sin x$ の n 次導関数を求めよ.

[ヒント 1 ：関数 y を次々に微分していき ($y', y'', \cdots$) , n 次導関数の検討をつける.]

[ヒント 2 ：$\sin x=\sin(x+2\pi)$]

(岐阜大 2005) (m20052616)

0.379 $y=2x+\sin x$ 上の点 $(0,0)$ における接線の方程式を求めよ.

(岐阜大 2006) (m20062616)

0.380 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^{3x}-1}{2x}$ の極限値を求めよ.

[ヒント ： $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\log_e(1+x)=1$ を用いても良い.]

(岐阜大 2007) (m20072607)

0.381 次の関数について, $\dfrac{dz}{dt}$ を求めよ. $z=\sin(2x)\cos(y)$, $x=e^{-2t}$, $y=\log_e 3t$

(岐阜大 2007) (m20072609)

0.382 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ であることを証明せよ.

(岐阜大 2007) (m20072614)

0.383　関数 $\log(\sin^2 t + 1)$ を t に関して微分せよ．

(岐阜大 2007)　　(m20072615)

0.384　次の関数 $f(x)$ を x について微分せよ．

(1)　$f(x) = \sqrt{e^{2x} + 1}$　　　(2)　$f(x) = \dfrac{x}{1 + \sin 3x}$

(岐阜大 2008)　　(m20082612)

0.385　$\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$ を求めよ．

(岐阜大 2009)　　(m20092620)

0.386　a を 1 より大きい定数とする．方程式

$$\tan^{-1} x = \frac{ax}{1 + x^2}$$

の区間 $(0, \infty)$ における実数解の個数を求めよ．ただし，$\tan^{-1} x$ は x の逆正接関数で，$\tan^{-1} 0 = 0$ とする．

(岐阜大 2011)　　(m20112601)

0.387　次の極限を求めよ．　$\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\log(1 + 2x) - 2x}{x^2}$

(岐阜大 2017)　　(m20172601)

0.388　$x = a\cos^3 t$,　$y = a\sin^3 t$　のとき，$\dfrac{dy}{dx}$　を求めよ．

(豊橋技科大 1997)　　(m19972702)

0.389　以下の文章の空欄に適当な式を記入せよ．

(1)　連続関数 $f(x)$ の微分は次の公式で定義される．

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{\boxed{1} - f(x)}{h}$$

この公式に基づき e^x の微分を求めよう．

$$(e^x)' = \lim_{h \to 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h} = e^x \lim_{h \to 0} \frac{\boxed{2}}{h}$$

ここで，$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots$ と展開できることを利用すると，

$$(e^x)' = e^x \lim_{h \to 0} \frac{1}{h} \left(\frac{h}{1!} + \frac{h^2}{2!} + \cdots + \frac{\boxed{3}}{n!} + \cdots \right)$$

$$= e^x \lim_{h \to 0} \left(1 + \frac{h}{2!} + \frac{h^2}{3!} + \cdots + \frac{\boxed{4}}{n!} + \cdots \right)$$

$$= \boxed{5}$$

と求まる．

(2)　x^x の微分を次の手順で求めよう．ただし，$x > 0$ とし，また自然対数を $\log$ で表すものとする．

$y = x^x$ の両辺の対数をとると，

$$\log y = \boxed{6}$$

この式の両辺を x で微分すると，

$$\boxed{7} = \boxed{8} + x \cdot \frac{1}{x} = \boxed{9} + 1$$

この式から，y' を x で表すと，

$$y' = \boxed{10}$$

と求まる．

(豊橋技科大 1997)　　(m19972703)

0.390　関数　$y = x^3 - 3x^2 - 24x + 40$　の　$0 \leqq x \leqq 5$　における最大値と最小値を求めよ．

(豊橋技科大 1997)　　(m19972704)

0.391　直線上を運動する点 P の出発してから t 秒後の位置が，$x = e^{-\pi t}\cos\pi t$ で表されるとき，出発してから 3 秒後の速度を求めよ．

(豊橋技科大 1998)　　(m19982704)

0.392　$y = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$ の逆関数を求めよ．

(豊橋技科大 1998)　　(m19982705)

0.393　次の極限値を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0} x \sin\frac{1}{x}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$

(豊橋技科大 1998)　　(m19982706)

0.394　関数 $y = -\dfrac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$ について，以下の問いに答えよ．

(1) この関数のグラフの概形を書け．

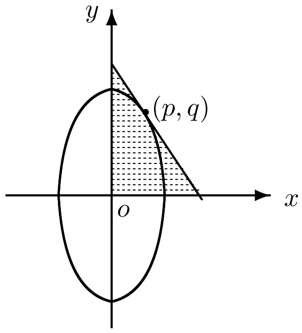
(2) この関数が描く曲線と直線 $y = mx$ とが交わるような m の範囲を求めよ．

(豊橋技科大 2000)　　(m20002703)

0.395　以下の各問いに答えよ．

(1) $4x^2 + y^2 = 4$ で表される楕円上の点 (p, q) における接線の方程式は，$4px + qy = 4$ となることを示せ．

(2) $p > 0, q > 0$ のとき，問 (1) の接線と x 軸および y 軸で囲まれる面積（下図の斜線部）を最小にしたい．この面積が最小になる楕円上の点 (p_0, q_0) を求める場合の計算方法を示し，その点 (p_0, q_0) の値を示せ．



(豊橋技科大 2000)　　(m20002704)

0.396　曲線 $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ について答えよ．

(1) $x = 0$ で極大となり，点 $(1, 3)$ に変曲点を持つ．このとき a, b, c の値を求めよ．

(2) 極小点の座標を求めよ．

(豊橋技科大 2003)　　(m20032703)

0.397 曲線 $y = x^3 - 2x^2 + 3$ について答えよ．

(1) $y = x + 1$ の条件の下で，この曲線の y 座標が最大となる点の座標を求めよ．

(2) x の閉区間 $[-1, 2]$ に対して，平均値の定理が成立する点の x 座標をすべて求めよ．

[平均値の定理] $f(x)$ が閉区間 $[a, b]$ で連続で，開区間 (a, b) で微分可能ならば，

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$$

であるような c が (a, b) の中に少なくとも一つ存在する．

(豊橋技科大 2003)　　(m20032704)

0.398 関数 $f(t) = ae^{-bt}\sin(\omega t + c)$ について，次の問いに答えよ．ただし，a, b, c, ω は正の定数とする．

(1) $t \geq 0$ での関数 $f(t)$ の概略図を描け．

(2) 関数 $f(t)$ の極大，極小が $\tan(\omega t + c) = \dfrac{\omega}{b}$ を満たす t のときに生ずることを示せ．

(豊橋技科大 2003)　　(m20032705)

0.399 2 次曲線 $y = x^2 + (m + 2)x + (m^2 + 4)$ の接線のうち, 原点を通る傾き k_1, k_2 の 2 本の直線のなす角を θ とする. θ が最大となるときの m の値を求めたい. ただし, m は実数, $0 \leq \theta \leq \dfrac{\pi}{2}$ とする.

(1) $\tan(\alpha - \beta)$ を $\tan\alpha$, $\tan\beta$ を用いて表せ.

(2) k_1 , k_2 を m を用いて表せ.

(3) $\tan\theta$ を m を用いて表せ.

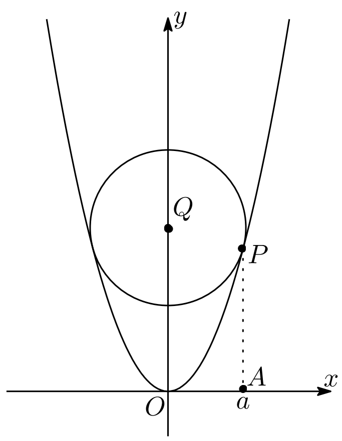
(4) θ が最大となるときの m の値と $\tan\theta$ の値を求めよ.

（豊橋技科大 2004）　　(m20042705)

0.400 次式で表される放物線がある.

$$y = x^2$$

図に示すように, y 軸上にある点 Q を中心とする円がこの放物線に接している. $x > 0$ の領域における接点を P とし, 点 P から x 軸に下ろした垂線の x 軸との交点を A とし, その x 座標を a とする.
以下の問いに答えよ.



(1) 点 P を通り, 放物線に接する直線の方程式を a を用いて表せ.

(2) 点 P を通り放物線の法線となる直線の方程式を a を用いて表せ.

(3) 点 Q の y 座標を a を用いて表せ.

(4) 原点 O から点 Q までの距離 $\overline{OQ}$ と点 A までの距離 $\overline{OA}$ の比 $r = \dfrac{\overline{OQ}}{\overline{OA}}$ が最小となる a の値を求めよ.
また, そのときの r の値を求めよ.

(豊橋技科大 2005)　　(m20052705)

0.401 放物線 $y = x^2$ から点 $A(10, 2)$ までの最短距離を次の方法に従って求めよ．

(1) この放物線上の点 $P(x_p, x_p^2)$ における法線の方程式を求めよ．

(2) 上で求めた法線が点 A を通ることから x_p を求め，点 P と点 A の距離を計算せよ．

(豊橋技科大 2006)　　(m20062702)

0.402 (1) 次の関数の極限値を求めよ． $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}\left(\sqrt{x+a}-\sqrt{x}\right)$

(2) 次の関数を微分せよ．ただし，$x\neq 0$ とする． $\exp\left(-\sin\dfrac{1}{x}\right)$

(3) 次の関数を微分せよ．ただし，$x\pm a\neq 0$ とする． $\log\left|\dfrac{x-a}{x+a}\right|$

(豊橋技科大 2009) (m20092701)

0.403 次の関数について以下の問いに答えよ．

$$f(x)=\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$$

(1) 次の極限値を求めよ．

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$$

(2) $f(x)$ の一次導関数を $f'(x)$ とする．$f'(0)$ の値を求めよ．

(豊橋技科大 2010) (m20102703)

0.404 (1) 次式が成り立つような定数 a の値を求めよ．

$$\lim_{x\to\infty}\left(x+a-\sqrt{x^2+x+1}\right)=1$$

(2) 次の関数を微分せよ．

$$f(x)=\log\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)$$

(豊橋技科大 2011) (m20112705)

0.405 次の関数を微分せよ．

$$f(x)=\frac{1}{\tan x}\quad (x\neq n\pi,\ n\text{ は整数})$$

(豊橋技科大 2012) (m20122704)

0.406 次の極限値を求めよ．

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(\sin 3x)}{2x(3-x)}$$

(豊橋技科大 2013) (m20132701)

0.407 次の関数 $f(t)$ と $g(t)$ について，以下の問いに答えよ．ここで，e は自然対数の底である．

$f(t)=5e^{-t}$, $g(t)=t^2+t+1$

(1) $\dfrac{df}{dt}$, $\dfrac{dg}{dt}$ をそれぞれ求めよ．

(2) t を媒介変数とする媒介変数方程式

$$\begin{cases} x=f(t) \\ y=g(t) \end{cases}$$

に対し，以下の問いに答えよ．

ア．$\dfrac{dy}{dx}$ を t の関数で表せ．

イ．$\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を t の関数で表せ．

(3) $z(t)=f(t)g(t)$ とし，以下の問いに答えよ．なお，答えは e を含んだままでもよい．

ア．$z(t)$ に関して，すべての極値を求めよ．また，そのときの t も示せ．

イ．$\displaystyle\int_0^1 z(t)dt$ を求めよ．

(豊橋技科大 2016)　　(m20162701)

0.408　関数の増大を示す最も基本的なものとして次の等式がある．

「 任意の整数 $m>0$ に対して，$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x^m}{e^x}=0$ 」

この等式は関数の増大について何を示しているのか．また，この等式が成立する理由を説明せよ．

(名古屋大 1999)　　(m19992801)

0.409　$\tan x=t$ とするとき，$\sin 2x,\ \cos 2x$ を t で表わせ．次に，dx を t 及び dt で表わせ．

(名古屋大 2000)　　(m20002801)

0.410　次の関数のすべての極値を求め，グラフの概形をかけ．

(1)　$y=-\cos 2x+2\cos x \qquad (0\leq x\leq 2\pi)$

(2)　$y=e^{1-x^2}$　　(3)　$y=x^3e^{-x}$

(名古屋大 2002)　　(m20022801)

0.411　以下の不等式を証明せよ．

(1)　$1+x \leqq e^x$

(2)　$x_1\times x_2\times\cdots\times x_n=1$ ならば $x_1+x_2+\cdots+x_n\geqq n$．ただし，$x_k>0\ (k=1,2,\ldots,n)$．

(名古屋大 2004)　　(m20042801)

0.412　関数 $y=e^{\sqrt{3}x}(\sin x+1)$ の第 n 次導関数が $y^{(n)}=e^{\sqrt{3}x}\left\{2^n\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}n\right)+\left(\sqrt{3}\,\right)^n\right\}$ となることを証明せよ．

(名古屋大 2005)　　(m20052802)

0.413　関数 $f(x)=\dfrac{x^2}{\sin x}$ に対し，$\displaystyle\lim_{x\to 0}f(x)$ を求めよ．

(名古屋工業大 1998)　　(m19982901)

0.414　$\sin^2 x$ の n 次導関数を求めよ．

(名古屋工業大 1998)　　(m19982902)

0.415　次の極限値を求めよ．

(1)　$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\tan(3x)}{x}$

(2)　$\displaystyle\lim_{x\to\infty}(x-\sqrt{1+x+x^2})$

(名古屋工業大 2000)　　(m20002901)

0.416　(1)　次の 2 つの逆三角関数の導関数を求めよ．

(i)　$\tan^{-1}\dfrac{1}{x}$　　(ii)　$\sin^{-1}\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

(2)　(1) を参考にして，原点以外で定義される関数　$f(x)=\sin^{-1}\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}+\tan^{-1}\dfrac{1}{x}$ を簡単な形にせよ．

(名古屋工業大 2006)　　(m20062903)

0.417　(1)　$x>0$ で定義された関数 $f(x)=\dfrac{\log x}{x}$ の最大値を求めよ．

(2)　(1) を利用して，π^e と e^π の大小関係を調べよ．

(名古屋工業大 2007)　　(m20072901)

0.418　極限 $\displaystyle\lim_{x \to 0}\left(\frac{1}{\tan x}-\frac{1}{x}\right)$ を求めよ．

(名古屋工業大 2012)　　(m20122906)

0.419　関数 $f(x)=(x^3+1)e^{-x}$ について，次の問いに答えよ．

(1)　$f(x)$ を n 回微分して得られる第 n 次導関数 $f^{(n)}(x)$ $(n=1,2,3,\cdots)$ を求めよ．

(2)　極限値

$$A=\lim_{x \to 0}\frac{f(x)-a_0-a_1x-a_2x^2}{x^3}$$

が存在するような定数 a_0，a_1，a_2 と，そのときの極限値 A を求めよ．

(名古屋工業大 2021)　　(m20212901)

0.420　関数 $f(x)=\sin\left(\mathrm{Cos}^{-1}x\right)$ の増減を調べ，極値を求めよ．ただし，$y=\mathrm{Cos}^{-1}x$ の値域は $0 \leqq y \leqq \pi$ である．

(名古屋工業大 2022)　　(m20222901)

0.421　3 次関数 $f(x)=-x^3+ax^2+x$ が，区間 $-1 \leqq x \leqq 1$ で極大値，極小値をとるような定数 a の値の範囲を定めよ．

(三重大 2002)　　(m20023106)

0.422　関数の微分の定義は次式で与えられる．

$$h'(x)=\lim_{\Delta x \to 0}\frac{h(x+\Delta x)-h(x)}{\Delta x}$$

この極限値が存在するとき，関数 $h(x)$ は微分可能であるという．

上の定義を用いて，次の定理を証明しなさい．

【定理】
関数 $f(x)$ と $g(x)$ が微分可能であれば，$f(x)+g(x)$ は微分可能であり，次の公式が成り立つ．

$$\{f(x)+g(x)\}'=f'(x)+g'(x)$$

(三重大 2002)　　(m20023107)

0.423　関数 $f(x)=x^3+ax^2+bx$ は，$x=1$ で極小値 $y=-5$ をとる．このとき，以下の問いに答えよ．

(1)　a と b を求めよ．　　(2)　関数 $f(x)$ の極大値を求めよ．

(三重大 2002)　　(m20023108)

0.424　関数 $y=f(x)=\sqrt[3]{x^2(x+3)}$ について，以下の問に答えなさい．

(1)　$\displaystyle\lim_{x \to \pm\infty}\{y-(mx+b)\}=0$ となるように，係数 m,b の値を決定しなさい．極限値を求めるときには，途中の計算過程もわかるようにしなさい．「$x=1/t$ への変形，テイラー展開，ロピタルの定理」等の工夫のうち，一部，または全部の工夫をすることにより，答えを求める方法もある．

(2)　(1) で求めた直線 $y=mx+b$ は，一般に何と呼ばれるか？答えなさい．(漢字で書くと，より望ましい)．

(3)　$f(x)$ を 1 回微分，2 回微分した式を，それぞれ，求めなさい．

(4)　(1)〜(3) をもとに，$f(x)$ のグラフの概形を書きなさい．途中の手順も示しなさい．また，極大値，極小値，変曲点，x 軸，y 軸との交点などが，もしあれば，それぞれ，その座標をグラフ中に示しなさい．

(三重大 2003)　　(m20033101)

0.425 次の関数の第 1 次導関数を求めなさい. $y = a^x$ （ただし, $a > 0$）

(三重大 2003) (m20033102)

0.426 方程式 $x^4 - 4kx^3 + 3 = 0$ が実数解を持つような, 実定数 k の値の範囲を求めよ.

(三重大 2004) (m20043102)

0.427 実数係数の 3 次方程式 $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - p^2x + q = 0$ (ただし，$p > 0$) について，次の (1) から (3) に答えよ.

(1) この方程式が 1 実根しかもたない条件を示し，それぞれの場合についてグラフの概形を描け.

(2) この方程式が重根をもつ条件を示し，それぞれの場合についてグラフの概形を描け.

(3) この方程式が 3 つの異なる実根をもつ条件を示し，それぞれの場合についてグラフの概形を描け.

(三重大 2004) (m20043103)

0.428 鉛直の壁に立てかけた長さ 5m の板がある．その下端を毎秒 16cm の速さで水平に引く場合について，次の (1)，(2) に答えよ.

(1) 板の下端が壁から 3m になった瞬間における板の上端の速さ，および加速度の大きさを求めよ.

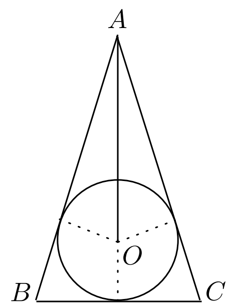
(2) 板の下端が壁から 3m になった瞬間における板の中点の速さ，および加速度の大きさを求めよ.

(三重大 2004) (m20043104)

0.429 図のように $AB = AC$ となる二等辺三角形 ABC が, 半径 1, 中心 O の円に外接する. 次の問に答えよ.

(1) $AO = x$ として, 二等辺三角形 ABC の面積 S を x で表せ.

(2) 面積 S が最小となる場合の各辺の長さを求めよ.



(三重大 2005) (m20053106)

0.430 $f(x) = a \cdot \sin x + b \cdot \cos x + x$ が $x = \pi/3$ で極大値をとる. このとき, 以下の問に答えよ.

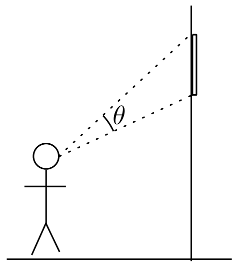
(1) 係数 a , b の満足する条件を求めよ.

(2) この極大値のとりうる範囲を求めよ.

(三重大 2005) (m20053114)

0.431 (1) 関数 $y = \dfrac{x}{x^2+2}$ のグラフの概形を書きなさい.

(2) 美術館の壁にかけてある絵は, その上端と下端が, 観覧者の目の高さの上方 $2m$ および $1m$ のところにある. 絵画を最も観やすくするためには, 観覧者と壁との距離を何 m にすれば良いか？（ここでは, 最も観やすいとは, 観覧者の縦方向の視角 θ が最大になれば良いとする.）



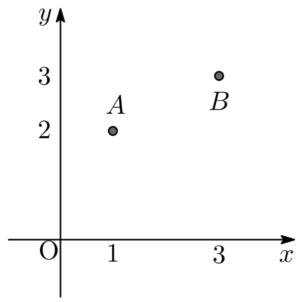
(三重大 2005) (m20053118)

0.432 xy 平面上の曲線 $y = f(x) = a\log(x+1)$ が 2 点 $A(1,2)$, $B(3,3)$ のできるかぎり近傍を通るように a の値を定めたい．次の (1)～(3) の問に答えなさい．ただし，a は実数，$\log$ は自然対数の演算を表すものとする.

(1) A と点 $(1, f(1))$ との距離の二乗および B と点 $(3, f(3))$ との距離の二乗の合計を $g(a)$ とする時，$g(a)$ を a で表しなさい.

(2) $g(a)$ が最小となるような実数 a の値を求めなさい.

(3) $g(a)$ が最小となる時の $f(x)$ の曲線を右上の図に描き入れなさい.



(三重大 2006)　　(m20063106)

0.433 1 辺が 10cm の正方形を底面にもつ，高さ 15cm の四角錐の容器を上下逆さまに置く．この容器に毎秒 0.5cm^3 の割合で水を静かに注ぐとき、以下の問に答えなさい.

(1) t 秒後の水面の深さを y(cm)，水面の 1 辺の長さを x(cm) としたとき，水面の面積 S(cm^2) と水の体積 V(cm^3) を x, y であらわせ．また，x と y の関係を示しなさい.

(2) 水面の 1 辺の長さ x(cm) を t で表しなさい。

(3) 水面の面積 S(cm^2) を t で表し、S の増加する割合を求めなさい.

(三重大 2006)　　(m20063108)

0.434 (1) $x^3 - 3x \geqq 0$ を満たす x の範囲を求めよ ((1) の配点はわずか).

(2) $y = \sqrt{x^3 - 3x}$ のグラフの概形を書きなさい.

(3) 方程式 $x^3 - 3x - y^2 = 0$ が表す曲線の概形を書きなさい.

(2),(3) の回答上の注意

グラフ（曲線）中には，極大値，極小値，最大値，最小値，変曲点，x 軸との交点の値，y 軸との交点の値を記入せよ．なお，極大値，極小値，最大値，最小値，変曲点，x 軸との交点，y 軸との交点は，それぞれ，存在しないかもしれないし，複数存在するかもしれない．また，各種の数値が無理数であった場合は，そのままの形で，解答用紙に記入しなさい．但し，有効数字 2 桁程度の近似値も求めないと，グラフが若干不正確になり, 若干減点となる.

(三重大 2007)　　(m20073114)

0.435 次の関数 $f(x)$ が最小値をとるときの x の値 x_0 を a の関数 $x_0(a)$ として求め，その関係を図で示せ．また，関数 $f(x)$ のグラフの概形を書け.

$$f(x) = \frac{1}{2}(a-1)x^2 + \frac{1}{4}x^4 \qquad (a > 0)$$

(三重大 2008)　　(m20083102)

0.436 以下の関数を微分せよ.

(1) $y = \sin^2 x$　　(2) $y = \dfrac{1}{(2x-3)^3}$　　(3) $y = \log 3x$

(三重大 2010)　　(m20103113)

0.437 xy 平面上に, 曲線 $C\ :\ y = x^3 + 3x^2 + x$ と点 $A(1, a)$ がある. A を通って C に 3 本の接線が引けるとき, a の値の範囲を求めよ.

(三重大 2010)　　(m20103116)

0.438 指示に従って導関数を求めなさい.

(1) $y = \left(e^x + e^{-x}\right)^2$ を x で微分せよ．e は自然対数の底を表す.

(2) $y = x \cdot \sqrt{\dfrac{a-x}{a+x}}$ を x で微分せよ．a は定数を示す.

(3) $x = \sin t,\ y = \cos 2t$ のとき，$\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.

(三重大 2011)　　(m20113101)

0.439 次の極限値を求めよ.

$$\lim_{x \to 0} \frac{x}{\sin x}$$

(三重大 2011)　　(m20113102)

0.440 次の関数を微分せよ.

(1) $y = \sqrt{x^2+1}$　　(2) $y = (x+1)(x+2)(x+3)$　　(3) $y = \sin\sqrt{x^2+x+1}$

(4) $\log \dfrac{1+x}{1-x}$　　(5) $y = \log_a(x^2-1)\quad (a > 0\,,\ a \neq 1)$

(三重大 2012)　　(m20123111)

0.441 地上から角度 α の方向に初速度 v_0 で投げ上げた物体の t 秒後の位置は，投げ上げた地点を原点にとり，物体の運動する曲線を含む平面上で，地面上に x 軸，鉛直方向に y 軸をとると，

$$x = v_0 \cdot t \cdot \cos\alpha$$
$$y = v_0 \cdot t \cdot \sin\alpha - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

で与えられる．この時の以下の設問に答えよ．ただし，g は重力の加速度である.

(1) この物体は，どのような曲線を描いて運動するか，軌跡の式を示して説明せよ.

(2) この物体が最高点に達した時点と地面に着いた時点について，両者の速度と方向を求め，両者の関係を説明せよ.

(三重大 2012)　　(m20123115)

0.442 以下の関数を微分せよ.

(1) $y = \dfrac{3x-2}{x^2+1}$　　(2) $y = \sqrt{2x^2-3}$　　(3) $y = e^x \sin x$

(4) $y = \dfrac{1}{\tan x}$　　(5) $y = \log(x^2+1)$

(三重大 2012)　　(m20123116)

0.443 $y = x\log x$ のとき，y' を求めよ．　ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ であり，$\log$ は自然対数である.

(三重大 2013)　　(m20133102)

0.444 変数 x に関する関数を微分せよ.

(1) $y = \dfrac{x^2}{1-x}$　　(2) $y = x\log_e x$　　(3) $y = x^2 \sin 2x$

(三重大 2013)　　(m20133110)

0.445 次の関数を微分せよ.

(1) $y = (3x-1)^3$　　(2) $y = \dfrac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$

(3) $y = \log_e\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$　　(4) $y = \dfrac{2e^x+1}{e^x+1}$

(三重大 2014)　　(m20143106)

0.446 $f(x) = x^2 + ax + b$ とするとき,

$$-1 < f(-1) < 1, \quad 0 < f(1) < 4$$

が成立する．このとき，$f(x)$ の最小値 m のとり得る値の範囲を求めよ．

(三重大 2014) (m20143108)

0.447 次の関数の x に関する導関数 y' を求めよ．

(1) $y = x^3 e^{-2x}$ (2) $y = x \log_e \dfrac{1}{x}$ (3) $y = x^{\sin x}$

(三重大 2015) (m20153105)

0.448 以下の問いに答えなさい．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ である．

$y = x^x$ $(x > 0)$ のとき，y' を求めよ．

(三重大 2016) (m20163103)

0.449 次の関数 $f(x)$ の第 n 次導関数 $f^{(n)}(x)$ を求めなさい．

$f(x) = e^x \sin x$

(三重大 2016) (m20163106)

0.450 次の関数を微分せよ．

(1) $y = \dfrac{\sin x - x\cos x}{x\sin x + \cos x}$ (2) $y = \sqrt{x^2 + 3x + 2}$ (3) $y = x^{\log_e x}$

(三重大 2016) (m20163109)

0.451 次の関数の与えられた範囲内での最大値と最小値を求めなさい．ただし，log の底は e とする．

$$y = \frac{4\log x}{3x} \quad (x \geqq 1)$$

(三重大 2017) (m20173104)

0.452 次の関数を微分せよ．

(1) $y = \dfrac{4\sqrt[4]{x} - 2x^{-2} + x}{3x}$ (2) $y = \dfrac{1}{\cos 2x}$ (3) $y = \sqrt{x\sqrt{x}}$

(三重大 2017) (m20173109)

0.453 次の関数を微分せよ．

(1) $y = 5^{-2x}$ (2) $y = \sin^4 x \cos^4 x$ (3) $y = x^{\log x}$

(4) $y = \dfrac{(x-1)\cdot\sqrt[3]{3x+1}}{\sqrt{(2x+5)^3}}$ (5) $y = \log_a(2x^2 - 4)$ $(a > 0,\ a \neq 1)$

(三重大 2018) (m20183106)

0.454 曲線 $y = \dfrac{\log x}{x}$ の極値及び変曲点を求め，この曲線の概形を書け．

(三重大 2018) (m20183113)

0.455 次の関数を微分せよ．（e は自然対数の底である.）

(1) $y = x^2 e^x$ (2) $y = \sqrt{\cos 2x}$

(3) $y = \log_e(1 - e^{-x})$ (4) $y = \sqrt{\dfrac{x}{(x+1)^5}}$

(三重大 2020) (m20203101)

0.456 次の関数 $f(x)$ の増減を調べて極値と変曲点を示し，グラフの概形を描け．(e は自然対数の底である.)

$$f(x) = x(\log_e x - 1)^2 \qquad (x > 0)$$

(三重大 2020)　　(m20203103)

0.457 $x > 0$ において，$h(x) = \log \alpha^x - \log x^\alpha$ と定義する．ここで，α は正の実数とする．任意の正の実数 x に対して，$x^\alpha \leqq \alpha^x$ となる正の実数 α を求めなさい．

(三重大 2020)　　(m20203112)

0.458 p の関数

$$f(p) = p \log \frac{p}{q} + (1-p) \log \frac{1-p}{1-q}$$

について，以下の問に答えなさい．ただし，定義域は $0 < p < 1$ とし，q は $0 < q < 1$ を満たす定数とする．また，log は自然対数を表す．

① p の関数 $f(p)$ の最小値を求めなさい．

② 右側極限値 $\displaystyle\lim_{p \to +0} f(p)$，および，左側極限値 $\displaystyle\lim_{p \to 1-0} f(p)$ を求めなさい．

③ p の関数 $f(p)$ の変曲点の有無を，理由を説明して答えなさい．

④ 問 ①，②，③ の結果を用いて，$q = 1/2$ に固定したとき，$f(p)$ のグラフの概形を描きなさい．ただし，必要であれば $\log 2$ の近似値として 0.7 を使ってもよい．

(三重大 2022)　　(m20223101)

0.459 以下の関数の y の値が最小値となる x の値を求めなさい．

$y = \sqrt{x^2 + 2} + \sqrt{(x-5)^2 + 1}$

(三重大 2022)　　(m20223107)

0.460 次の関数を微分せよ．

(1) $y = x^{2x} \quad (x > 0)$　　(2) $y = e^{-2x} \sin 3x$

(3) $y = \left(\tan x + \dfrac{1}{\tan x}\right)^2$　　(4) $y = (3x-1)\sqrt{x^3 + 1}$

(三重大 2022)　　(m20223109)

0.461 次の関数を微分せよ．

(1) $y = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

(2) $y = \sinh^{-1}(x)$　　(ただし，$\sinh(y) = \dfrac{e^y - e^{-y}}{2}$ である)

(奈良女子大 2001)　　(m20013201)

0.462 次の極限値は存在しますか．存在する場合はその極限値を求めなさい．

(1) $\displaystyle\lim_{x \to +0} x \log x$　　(2) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x}$

(奈良女子大 2001)　　(m20013202)

0.463 次の関数のグラフの概形を描きなさい．

(1) $y = 2x^3 - 9x^2 + 18x$　　(2) $y = \dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$　　(3) $y = \dfrac{1}{x^2 + 1}$

(奈良女子大 2001)　　(m20013203)

0.464 次の関数の導関数を求めよ．

(1) $y = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ (2) $y = \tan^{-1}(1+x)$

(奈良女子大 2002) (m20023201)

0.465 $f(x) = |x-1|$ とおく.

(1) 関数 $f(x)$ のグラフを描け. (2) $a \neq 1$ のとき微分係数 $f'(a)$ を求めよ.

(2) 関数 $f(x)$ は $x = 1$ で微分可能か.

(奈良女子大 2002) (m20023202)

0.466 次の関数の導関数を求めよ. $y = \dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

(奈良女子大 2003) (m20033201)

0.467 次の関数 $y = e^x \sin x$ について以下の問に答えよ.

(1) 第 1 次導関数 $y^{(1)}$ が $y^{(1)} = \sqrt{2}e^x \sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)$ となることを示せ.

(2) 第 n 次導関数 $y^{(n)}$ が $y^{(n)} = (\sqrt{2})^n e^x \sin\left(x + \dfrac{n\pi}{4}\right)$ となることを，数学的帰納法を用いて証明せよ.

(奈良女子大 2003) (m20033202)

0.468 次の関数の導関数を求めよ.

(1) $y = \log(x + \sqrt{x^2+a^2})$, ただし, a は定数である.

(2) $y = \dfrac{x+3}{x^2-1}$

（奈良女子大 2004） (m20043201)

0.469 n を 2 以上の自然数とし, 多項式 $f(x) = (x+1)^n$ と $g(x) = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} c_k x^k$ を考える.（ただし, c_k は定数）

(1) $f'(x)$, $g'(x)$, $f''(x)$ および $g''(x)$ を求めよ.

(2) $f'(0) - g'(0)$ および $f''(0) - g''(0)$ を求めよ.

（奈良女子大 2004） (m20043202)

0.470 (1) 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{3x}{x^2+1}$ および $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin(2x)}{x}$ を求めよ.

(2) 関数 e^{-x^2} を微分せよ.

(奈良女子大 2006) (m20063202)

0.471 関数 $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2+4}$ に関して次の問いに答えよ.

(1) 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to\infty} f(x)$ および $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x)$ を求めよ.

(2) 関数 $f(x)$ の第 1 次および第 2 次導関数を求めよ.

(奈良女子大 2007) (m20073202)

0.472 2 次元平面の直交座標を (x, y), また, 極座標を (r, θ) とする. このとき,

$$x = r\cos\theta \qquad y = r\sin\theta$$

の関係が成り立つ. x, y および r, θ が時間 t の関数であるとき, $\dfrac{dx}{dt}$ と $\dfrac{dy}{dt}$ を $\dfrac{dr}{dt}$ と $\dfrac{d\theta}{dt}$ を用いて表せ.

(奈良女子大 2007) (m20073206)

0.473 関数 $f(x) = \dfrac{x+1}{x(x-1)} + \dfrac{x+1}{(x-1)(x-2)}$ $(x \neq 0, 1, 2)$ に関して次の問いに答えよ.

(1) 極限値 $\lim_{x\to\infty} f(x)$ および $\lim_{x\to 1} f(x)$ を求めよ.

(2) 関数 $f(x)$ の第 1 次および第 2 次導関数を求めよ.

(奈良女子大 2008) (m20083202)

0.474 関数 $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$ に関して次の問いに答えよ.

(1) 極限値 $\lim_{x\to 0} f(x)$ および $\lim_{x\to\infty} f(x)$ を求めよ.

(2) 関数 $f(x)$ の第 1 次および第 2 次導関数を求めよ.

(奈良女子大 2009) (m20093202)

0.475 関数 $f(x)=\sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{x+1})\ \ (x>0)$ に関して次の問に答えよ.

(1) 極限値 $\lim_{x\to\infty} f(x)$ を求めよ.

(2) 関数 $f(x)$ の第 1 次および第 2 次導関数を求めよ.

(奈良女子大 2010) (m20103202)

0.476 a を負の定数とする. 点 $P(-1,1)$ を通る傾きが a の直線 L と, xy平面上の曲線

$$C\ :\ y=\frac{1}{x}\quad (x\neq 0)$$

について考える. 次の問に答えよ.

(1) L と C がただ 1 つの共有点を持つような a の値をすべて求めよ.

(2) (1) で求めたそれぞれの a の値に対し, L と C の共有点の座標を求めよ.

(奈良女子大 2010) (m20103203)

0.477 次の微分を求めよ. ただし, a は正の定数であるとする.

$$\frac{d^2}{dx^2}e^{-ax^2}$$

(奈良女子大 2010) (m20103206)

0.478 関数 $f(x)=\dfrac{x+2}{x^2+2x+1}$ に対して, 次の問に答えよ.

(1) 極限値 $\lim_{x\to 0} f(x)$ および $\lim_{x\to\infty} f(x)$ を求めよ.

(2) 関数 $f(x)$ の第 1 次および第 2 次導関数を求めよ.

(奈良女子大 2011) (m20113202)

0.479 以下の関数を微分せよ.

(1) $y=\cosh\left(\sqrt{x^2+1}\right)$ (2) $y=\tan^{-1}x$

(奈良女子大 2011) (m20113204)

0.480 以下の関数を微分せよ. ただし, a,b,c は実定数である.

(1) $y=\cos(ax^2+bx+c)$

(2) $y=\dfrac{\exp(-ax)}{x^2}$

(奈良女子大 2012) (m20123201)

0.481 関数 $f(x)=\sqrt{x^2+x+1}-x$ に対して, 次の問に答えよ.

(1) 極限値 $\lim_{x\to 0} f(x)$ および $\lim_{x\to\infty} f(x)$ を求めよ.

(2) 関数 $f(x)$ の第 1 次および第 2 次導関数を求めよ．

(奈良女子大 2012)　　(m20123207)

0.482 関数 $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}\ \ (x > -1)$ に対して，次の問に答えよ．

(1) 極限値 $\lim_{x \to 0} f(x)$ および $\lim_{x \to \infty} f(x)$ を求めよ．

(2) 関数 $f(x)$ の第 1 次および第 2 次導関数を求めよ．

(奈良女子大 2013)　　(m20133202)

0.483 次の関数を微分せよ．ただし，a は $a > 0$，かつ $a \neq 1$ の実定数である．

(1) $y = a^{-x}$　　(2) $y = \sin(\tan x)$

(奈良女子大 2013)　　(m20133204)

0.484 以下の関数を微分せよ．ただし，m，σ は正の定数である．

(1) $y = \exp\left[-\dfrac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right]$　　(2) $y = \tan^{-1} x^2$

(奈良女子大 2015)　　(m20153201)

0.485 関数 $f(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}\ \ (-\infty < x < \infty)$ に対して，次の問に答えよ．

(1) 極限値 $\lim_{x \to \infty} f(x)$ および $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ を求めよ．

(2) 関数 $f(x)$ の第 1 次導関数を求めよ．

(奈良女子大 2015)　　(m20153207)

0.486 (1) 極限値 $\lim_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos 2x}{x^2}$ を求めよ．

(2) 関数 $y = \log\sqrt{1 - x^2}$ を微分せよ．ただし，x は実数で $|x| < 1$ とする．

(奈良女子大 2016)　　(m20163204)

0.487 (1) 関数 $f(x) = \arctan\left(\dfrac{2}{x}\right)$ を x で微分せよ．

(2) 関数 $f(\omega) = \dfrac{1}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}}$ を考える．ここで，ω_0，γ は正の実定数とする．以下の問いに答えよ;

(a) 極限値 $\lim_{\omega \to \infty} f(\omega)$ を求めよ．

(b) $\omega > 0$ の範囲で，$f(\omega)$ が極大をもつために満たすべき ω_0 と γ に対する条件式を求めよ．またその時の ω を求めよ．

(奈良女子大 2017)　　(m20173204)

0.488 与えられた条件の下で，以下の関数を微分せよ．

(1) $y = xe^x$

(2) $y = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\dfrac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right]$，　($\sigma$ および m は正の定数)

(3) $y = \sin^{-1} x$　(x のとりうる値は $\left[-\dfrac{\pi}{2} < y < \dfrac{\pi}{2}\right]$ を満たす範囲のみとする)

(奈良女子大 2018)　　(m20183204)

0.489 関数 $f(x) = \cos^{-1}(x^3)$ を微分せよ．

(奈良女子大 2019)　　(m20193204)

0.490 $f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$ とする．以下の問いに答えよ．

(1) $f'(x)$ を求めよ．

(2) a を実数とする．$y = f(x)$ の接線で点 $A(a, 0)$ を通るものがちょうど 2 本存在するための a の条件を求めよ．

(奈良女子大 2022)　　(m20223203)

0.491 関数 $f(x) = x - (x-a)^{2/3}$ の極値を求めよ．ただし，a は正の実数で，x は a より大きい実数とする．

(奈良女子大 2022)　　(m20223205)

0.492 (1) 関数 $f(x)$ および $g(x)$ は $x = a$ において，$f(a) = g(a) = 0$ であり，$f'(a)$ および $g'(a)$ が存在する．このとき，$g'(a) \neq 0$ であれば，次の式が成り立つことを示せ．

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

(2) 次の極限値を求めよ．　$\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{x - \sin x}{x - \tan x}$

(京都大 2002)　　(m20023301)

0.493 任意の関数 $y = f(x)$ がある区間 I で微分可能であるとき，I の各点に対して次式で定義される y' を関数 y の導関数と呼び, 導関数を求めることを関数 y を微分するという．

$$y' = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

(1) 上の定義式を用いて, 次の関数の導関数を求めよ．

$$y = \log x \qquad (x > 0)$$

(2) 今関数 $f(x)$ と $g(x)$ は微分可能であるとする. この時, 上の導関数の定義式を用いて, 次の事を示せ．

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

但し, $g(x) \neq 0$ とする．

（京都大 2004）　　(m20043301)

0.494 $f(x) = \tan^{-1} x - \tan^{-1} \dfrac{x}{3}$ の最大値を求めよ．ただし，$\tan^{-1}$ は正接関数 $\tan$ の逆関数の主値である．

(京都工芸繊維大 1998)　　(m19983401)

0.495 $x > 0$ で定義された関数 $y = x^x$ に対して，$\dfrac{dy}{dx}$ を計算せよ．

(京都工芸繊維大 1999)　　(m19993401)

0.496 $\displaystyle\lim_{x \to +0} x \log x$ の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 1999)　　(m19993402)

0.497 極限値 $\displaystyle\lim_{x \to \infty} (1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2})^x$ を求めよ．

(京都工芸繊維大 2000)　　(m20003401)

0.498 極限 $\displaystyle\lim_{x \to \infty} x^2 e^{-x}$ の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2000)　　(m20003402)

0.499 $x > 0$ での方程式 $x \log x = 1$ は唯一つの解をもち，その解は 1 と 2 の間にあることを示せ．

(京都工芸繊維大 2000)　　(m20003403)

0.500 $y = x^2 \log x \ (x > 0)$ のグラフの概形を描け．ただしグラフの凹凸は考えなくてよい．

(京都工芸繊維大 2001) (m20013401)

0.501 $y = x^{\frac{1}{x}}$ の $x > 0$ での最大値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2002) (m20023401)

0.502 極限 $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2}\left(\frac{\sin x}{x} - 1\right)$ の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2002) (m20023402)

0.503 極限 $\displaystyle\lim_{x \to \infty} x^2 \left\{\log\left(1 + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x+1}\right\}$ の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2003) (m20033401)

0.504 n を自然数とする．$1 \leqq k \leqq n$ を満たす各自然数 k に対して

$$\frac{d^k}{dx^k}(x^2 - 1)^n = P_k(x)(x^2 - 1)^{n-k}$$

となる x の多項式 $P_k(x)$ が存在することを示せ．

(京都工芸繊維大 2003) (m20033402)

0.505 次の極限値を求めよ． $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{xe^x - \sin x}{x^2}$

(京都工芸繊維大 2003) (m20033403)

0.506 (1) 次の極限値を求めよ．

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - \left(1 + x + \dfrac{x^2}{2}\right)}{x^3}$$

(2) $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 1}$ の第 n 次導関数 $f^{(n)}(x)$（n は自然数）を求めよ．

（京都工芸繊維大 2004） (m20043401)

0.507 $x > 0$ のとき，不等式

$$\tan^{-1} x > x - \frac{x^3}{3}$$

が成り立つことを示せ．ただし $\tan^{-1}$ は $\tan$ の逆関数の主値である．

(京都工芸繊維大 2004) (m20043407)

0.508 a を定数とするとき，極限 $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{(1+x)^a + (1-x)^a - 2}{x^2}$ の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2004) (m20043408)

0.509 極限 $\displaystyle\lim_{x \to 0} \left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right)^{\frac{1}{x^2}}$ の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2005) (m20053407)

0.510 $0 \leqq x < 1$ のとき, 不等式 $\sin^{-1} x \geqq x + \dfrac{x^3}{6}$ が成り立つことを示せ．
ただし, $\sin^{-1}$ は $\sin$ の逆関数の主値である．

(京都工芸繊維大 2005) (m20053408)

0.511 極限 $\displaystyle\lim_{x \to +0} x^{\sqrt{x}}$ の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2006) (m20063402)

0.512 $-1 \leqq x \leqq 1$ のとき，不等式 $\sin^{-1} x + \sqrt{2(1-x)} \leqq \dfrac{\pi}{2}$ が成り立つことを示せ．
ただし $\sin^{-1}$ は sin の逆関数の主値である．

(京都工芸繊維大 2006) (m20063403)

0.513 次の極限値を求めよ． $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2}(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} - 2)$

(京都工芸繊維大 2006) (m20063406)

0.514 次の極限値を求めよ． $\displaystyle\lim_{x \to +0} \frac{e^{\sqrt{x}} - 1 - \sqrt{x}}{x}$

(京都工芸繊維大 2007) (m20073402)

0.515 実数 a, b に対して関数 $f(x) = e^{-x}\cos x + ax + b$ を考える． $f(x)$ は $f(0) = 0$, $f'(0) = 0$ を満たすとする．

(1) a, b の値を求めよ．

(2) 極限 $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x^m}$ が存在し，その極限値が 0 とは異なるような正の整数 m のうち最小のものを求めよ．

(京都工芸繊維大 2014) (m20143402)

0.516 極限 $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\log(\cos x)}{x^2}$ および $\displaystyle\lim_{n \to \infty} \left(\cos \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^n$ を求めよ．

(京都工芸繊維大 2017) (m20173402)

0.517 a を実数とする．実数全体で定義された関数 $f(x)$ が

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\cos x}{x^2} & (x \neq 0) \\ a & (x = 0) \end{cases}$$

を満たし，$x = 0$ で連続であるとする．

(1) a の値を求めよ．

(2) 関数 $f(x)$ は $x = 0$ で微分可能であることを示せ．さらに，$f'(0)$ の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2018) (m20183403)

0.518 極限 $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\mathrm{Tan}^{-1}(x^3 + x) - x}{x^3}$ を求めよ．

(京都工芸繊維大 2020) (m20203402)

0.519 極限 $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\sin 2x - 2\sin x}{x^3}$ を求めよ．

(京都工芸繊維大 2021) (m20213402)

0.520 x の関数 $f(x) = 2\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ $(x \geqq 0)$ を考える．

(1) $f(x)$ の増減を調べ，極値を求めよ．

(2) 極限 $\displaystyle\lim_{x \to \infty} f(x)$ を求めよ．

(3) 関数 $y = \mathrm{Tan}^{-1}\left(\dfrac{1}{f(x)}\right)$ $(x \geqq 0)$ の値域を求めよ．

(京都工芸繊維大 2022) (m20223402)

0.521 次の不等式を証明せよ．(ただし，$x \geq 0$) $e^x > \dfrac{x^2}{2}$

(大阪大 1995) (m19953502)

0.522 次のことを証明せよ．$\lim_{x \to 0} x \log x = 0$ 　　（ヒント：$\log x = -y$ とおき給え.）

(大阪大 1995) 　　(m19953503)

0.523 (1) 関数 $f(x)$ は，任意の実数 x に対して 2 次導関数 $f''(x)$ が存在して $f''(x) \geqq 0$ を満たすとする．$x_1 < x_2$ として次の問いに答えよ．

(a) $x_1 < x_3 < x_2$ を満たす任意の x_3 に対して，次の不等式が成立することを示せ．

$$\frac{f(x_3) - f(x_1)}{x_3 - x_1} \leqq \frac{f(x_2) - f(x_3)}{x_2 - x_3}$$

(b) $0 \leqq \alpha \leqq 1$ を満たす任意の α に対して，次の不等式が成立することを示せ．

$$f\big(\alpha x_1 + (1-\alpha)x_2\big) \leqq \alpha f(x_1) + (1-\alpha) f(x_2)$$

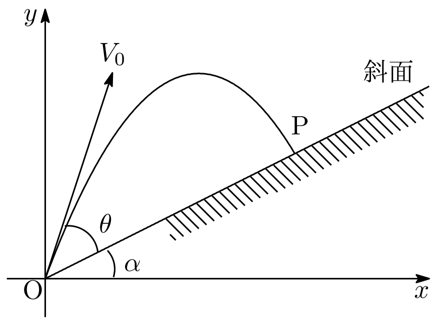
(2) $f(x) = \log(1 + \exp x)$ は任意の実数 x に対して，$f''(x) \geqq 0$ を満たすことを示せ．

(3) (1) と (2) の結果を用いて，$0 \leqq \alpha \leqq 1$ を満たす任意の α と任意の正数 y_1, y_2, z_1, z_2 に対して次の不等式が成り立つことを示せ．（ヒント：$x_i = \log y_i - \log z_i$, $i = 1, 2$ とせよ.）

$${y_1}^{\alpha}{y_2}^{1-\alpha} + {z_1}^{\alpha}{z_2}^{1-\alpha} \leqq (y_1 + z_1)^{\alpha}(y_2 + z_2)^{1-\alpha}$$

(大阪大 2002) 　　(m20023502)

0.524 右図のように水平面と α $(0 < \alpha < \pi/2)$ の角をなす斜面において，初速度 V_0 で斜面に対して θ $(\theta > 0,\ 0 < \alpha + \theta < \pi/2)$ の方向に物体を投げる．以下の問いに答えよ．



(1) 物体の軌跡の x および y 座標は時間 t を媒介変数とするとき，

$$x = V_0 t \cos(\alpha + \theta)$$
$$y = -\frac{1}{2} g t^2 + V_0 t \sin(\alpha + \theta)$$

で与えられる．ただし，g は重力加速度である．斜面上の到達距離 OP を求めよ．

(2) 到達距離が最大となる投射角度 θ およびその時の到達距離 OP を求めよ．

(大阪大 2004) 　　(m20043503)

0.525 $x > 0$ のとき $x - \dfrac{x^3}{6} < \sin x < x$ が成り立つことを示せ．

（大阪府立大 2001） 　　(m20013601)

0.526 次の関数の導関数を求めなさい．

(1) $\tanh x$ 　　(2) $\sqrt{\dfrac{1+x^2}{1-x^2}}$ $(-1 < x < 1)$ 　　(3) $\log_e(\cos x)$ $\left(-\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}\right)$

(大阪府立大 2010) 　　(m20103611)

0.527 (1) $y = \{\log(\log x)\}^3$ の一次導関数を求めよ．

(2) $y = \cos 2x$ の二次導関数を求めよ．

(3) $y = \sqrt[3]{x^2 - 2x + 3}$ の一次導関数を求めよ．

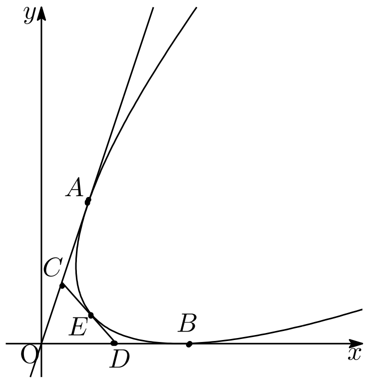
(大阪府立大 2011) 　　(m20113610)

0.528 O を原点とする直交座標上の 2 点 $A(a_x,\ a_y)$ と $B(b_x,\ 0)$ を通る曲線が媒介変数 t を用いて次式のように定義されている．$a_y > 0,\ b_x > 0$ として以下の問に答えよ．

$$x = (1-t)^2 a_x + t^2 b_x$$
$$y = (1-t)^2 a_y$$

(1) この曲線が点 A において直線 $\overline{AO}$ に接することを示せ.

(2) この曲線が線分 $\overline{AO}$ の中点 C と線分 $\overline{BO}$ の中点 D を結ぶ線分の中点 E で接することを示せ.



(大阪府立大 2011)　　(m20113612)

0.529 実変数 t の十分滑らかな関数 $z=z(t)$ が，任意の $t \geq 0$ に対して次の不等式を満たすとする.

$$\frac{dz(t)}{dt} \leq -2z(t)$$

このとき，任意の $t \geq 0$ に対して次の不等式が成り立つことを示せ.

$$z(t) \leq e^{-2t}z(0)$$

(大阪府立大 2013)　　(m20133605)

0.530 $y=f(x)=\dfrac{2x+2}{x^2+2x+2}$ について，次の問いに答えよ.

(1) $f(x)$ の極値を求めよ.　　(2) $y=f(x)$ のグラフの概形を描け.

(関西大 2002)　　(m20023701)

0.531 関数　$f(x)=\dfrac{1-2x+x^2}{1+x^2}$　について，次の問いに答えよ.

(1) $f'(x)$ を求めよ.

(2) 閉区間 $[0,2]$ における $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ.

(関西大 2003)　　(m20033701)

0.532 次の微分計算をせよ.

(1) $\dfrac{d}{dx}\left(x\log x - x\right)$　　(2) $\dfrac{d}{dx}\left(e^{\sin x}\right)$　　(3) $\dfrac{d^2}{dx^2}\left(e^{-x^2}\right)$

(神戸大 1997)　　(m19973802)

0.533 公式 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ を使って，次の (1)〜(3) を示せ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\frac{1}{2}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin^{-1}x}{x}=1$

(3) $\dfrac{d}{dx}\sin x=\cos x$

(神戸大 1998)　　(m19983801)

0.534 $y=\sin^{-1}x$　のとき，等式 $(1-x^2)y''-xy'=0$　が成り立つかどうか調べよ.

(神戸大 1998)　　(m19983802)

0.535 $(-\infty,\infty)$ 上で定義された実数値関数 $f(x)$ が任意の $a \le b,\ 0<t<1$ に対し

$$f(ta+(1-t)b) \le tf(a)+(1-t)f(b)$$

を満たすとき下に凸であるという．$f(x)$ を $(-\infty,\infty)$ 上で定義された微分可能な実数値関数とするとき，$f'(x)$ が単調増加なら $f(x)$ は下に凸であることを上の定義に基づいて示せ．

（神戸大 2001）　(m20013802)

0.536 $f(x)=\sin^{-1}x$ とするとき，以下の問いに答えよ．

(1) $f'(x), f''(x)$ を求めよ．

(2) f の n 階微分を $f^{(n)}$ と書くとき，

$$(1-x^2)f^{(n+2)}(x)-(2n+1)xf^{(n+1)}(x)-n^2f^{(n)}(x)=0$$

となることを示せ．

(3) $f^{(n+2)}(0)=n^2f^{(n)}(0)$ を示せ．

(4) $f^{(n)}(0)$ を求めよ．

(神戸大 2003)　(m20033801)

0.537 $f(x), g(x)$ を何回でも微分可能な関数とする．このとき

$$(f(x)g(x))^{(n)}=\sum_{k=0}^{n} {}_n\mathrm{C}_k f^{(n-k)}(x)g^{(k)}(x)$$

を証明せよ．ここで，$h^{(l)}(x)$ は関数 $h(x)$ の l 階導関数を表す．

(神戸大 2003)　(m20033802)

0.538 関数 $g_{a,b,c,d}(t)$ を　$g_{a,b,c,d}(t)=\dfrac{at+b}{ct+d}$　で定義する．ここで a,b,c,d は $ad-bc\neq 0$ を満たす任意の実定数．このとき $g=g_{a,b,c,d}(t)$ は

$$(*)\qquad \left(\frac{g''}{g'}\right)'=\frac{1}{2}\left(\frac{g''}{g'}\right)^2$$

を満たすことを示せ．ここで，$'=d/dt$．

さらに任意の $a,b,c,d,\hat{a},\hat{b},\hat{c},\hat{d}$ $(ad-bc\neq 0,\ \hat{a}\hat{d}-\hat{b}\hat{c}\neq 0)$ に対して

$$g=g_{a,b,c,d}(g_{\hat{a},\hat{b},\hat{c},\hat{d}}(t))=g_{a,b,c,d}\circ g_{\hat{a},\hat{b},\hat{c},\hat{d}}(t)$$

も $(*)$ を満たす理由を説明せよ．

(神戸大 2006)　(m20063802)

0.539

$$f(x)=\tan x-\frac{1}{2}\log\frac{1+\sin x}{1-\sin x}\quad\left(-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}\right)$$

とおく．以下の問いに答えよ．

(1) $f'(x)$ を求めよ．

(2) $0<x<\dfrac{\pi}{2}$ のとき，$f(x)>0$ を示せ．

(3) $0<x<\dfrac{\pi}{2}$ のとき，$\sin x<\tanh(\tan x)$ を証明せよ．

（ただし，任意の実数 t に対して，$\tanh t=\dfrac{e^t-e^{-t}}{e^t+e^{-t}}$ である．）

(神戸大 2011)　(m20113807)

0.540 $g(x)$ を $\mathbb{R}$ 上定義された 2 回微分可能な関数とし，$\mathbb{R}$ 上の関数 $f(x)$ を

$$f(x)=\begin{cases} g(x)+x^2\sin\dfrac{1}{x} & x\neq 0\\ g(0) & x=0\end{cases}$$

と定める．以下の問いに答えよ．

(1) $x \neq 0$ として $f'(x)$ を求めよ.

(2) $f(x)$ は $x = 0$ で微分可能であることを示し，$f'(0)$ を求めよ.

(3) $f'(x)$ は $x = 0$ で微分可能でないことを示せ.

(神戸大 2013)　　(m20133806)

0.541　正の実数 x に対し $f(x) = x^{x^x}$ と定義する．$f'(x)$ を計算せよ.

(神戸大 2015)　　(m20153805)

0.542　$y = \tan^{-1}\left(\dfrac{x}{a}\right)$ の微分係数 $\dfrac{dy}{dx}$ が次式で与えられることを証明せよ．ただし，a は定数で $a > 0$ である．

$$\frac{dy}{dx} = \frac{a}{a^2 + x^2}$$

(鳥取大 1997)　　(m19973901)

0.543　$f(x) = ax^5 - x^4 + x^3 + b$ は $x = 1$ のとき極大値 2 をもつという．

(1) a, b の値を求めよ．

(2) $f(x)$ が，他に極大，極小を持っているならば，それを与える x の値と極値を求めよ．

(3) $f(x)$ のグラフの概形を書け．

(鳥取大 1997)　　(m19973902)

0.544　微分可能な関数 $y = f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は次式で与えられる.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

このことを用いて, 次の問いに答えなさい.

(1) $y = \log_e x$ の導関数を求めなさい. ただし，$e = \displaystyle\lim_{x \to \infty}\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ とする.

(2) $y = x^n$ の導関数を求めなさい. ただし，n は正の整数とする.

（鳥取大 2004）　　(m20043901)

0.545　次の計算をせよ.

(1) $\dfrac{d}{dx}(2x + 3)^n$　　(2) $\dfrac{d}{dx}\sin^2(x/3)$　　(3) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

(鳥取大 2005)　　(m20053901)

0.546　$f(x)$ は x の 2 次以上の多項式である．$f(x)$ を $(x - 2)^2$ で割った余りを $\alpha x + \beta$，商を $g(x)$ とする（ すなわち　$f(x) = (x - 2)^2 g(x) + \alpha x + \beta$ ）．$f(2) = 3$，$f'(2) = 4$ の場合，α，β の値を求めよ.

(鳥取大 2005)　　(m20053904)

0.547　微分可能な関数 $y = f(x)$ の導関数 $f'(x)$ の定義式　$f'(x) = \displaystyle\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ を用いて, 以下の微分公式を証明せよ．

(1) $y(x) = u(x)v(x)$ の微分 ： $y'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$

(2) $y(x) = \sin(x)$ の微分 ： $y'(x) = \cos(x)$　　ただし, $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ を利用してもよい．

(鳥取大 2006)　　(m20063901)

0.548　次の関数の導関数を求めよ．(注 ： 対数の底は e（自然対数）とする.)

(1) $y = (2 - x^2)^3$　　(2) $y = \log \sin x$　　(3) $y = x^x$

(鳥取大 2007)　　(m20073901)

0.549 次の関数の極限値を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin bx}{\sin ax}\quad (a\neq 0,\ b\neq 0)$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin^{-1}x}{x}$

(鳥取大 2007)　(m20073902)

0.550 半径 r の円形の紙から扇形を切り取って直円錐形の容器を作り，その容積を最大にしたい．切り取る扇形の中心角 θ はいくらにすればよいか求めよ．ただし，容器の接合部は無視する．

(鳥取大 2007)　(m20073903)

0.551 (1) $x=\tan y$ のとき，逆関数 $y=\tan^{-1}x$ が定義できる．このとき，逆関数の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ．

(2) $y=x^4e^{-1/x}$ を微分せよ．

(3) 次の関数を微分せよ．ただし，$x>0$ とし，また log の底は e とする．

$$y=\log(x+\sqrt{x^2+1})$$

(鳥取大 2008)　(m20083901)

0.552 次のような関数が与えられている．ただし，$x>0$ とする．　$y=\dfrac{x}{(x^2+1)^{3/2}}$

(1) 1 階および 2 階の導関数 y', y'' をそれぞれ求めよ．

(2) この関数の極値を求めるための関数値の変化表を作成し，その極値を求めよ．

(鳥取大 2008)　(m20083902)

0.553 以下の (1)(2)(3) の関数について, それぞれ x で微分せよ．ただし a, b は正の定数とする．

(1) $\sin(ax+b)$,　(2) $\sin^{-1}(ax)$,　(3) $x^x\quad (x>0)$,

(鳥取大 2010)　(m20103901)

0.554 次の問に答えよ．

(1) 次の関数の導関数を求めよ．ただし，a は定数である．　$\dfrac{1}{\tan(ax)}$

(2) 次の関数の第 n 次導関数を求めよ．ただし，log は自然対数である．　$\log(1+x)$

(3) 次の極限値を求めよ．　$\displaystyle\lim_{x\to +0}x^x$

(鳥取大 2011)　(m20113901)

0.555 関数 $f(x)=\dfrac{4x}{1+x^2}$ の極値を求めよ．

(鳥取大 2011)　(m20113905)

0.556 区間 I 上の関数 $f(x)$ が，$x<y<z$ なる I の任意の 3 点 x,y,z に対して不等式

$$\frac{f(y)-f(x)}{y-x}\geq\frac{f(z)-f(y)}{z-y}$$

を満たすとき，$f(x)$ は上に凸であるという．

(1) $f(x)$ が I 上で 2 回微分可能であり，$f''(x)\leq 0$ が任意の x で成り立つならば，$f(x)$ は上に凸であることを示せ．

(2) $f(x)$ が上に凸であれば，$x<y$ なる I の任意の 2 点 x,y と $0<a<1$ なる任意の実数 a に対して次の不等式が成り立つことを示せ．

$$f(ax+(1-a)y)\geq af(x)+(1-a)f(y)$$

(3) $\alpha,\beta>0, \alpha+\beta=1$ であれば，任意の $x,y>0$ に対して次の不等式が成り立つことを示せ．

$$x^\alpha y^\beta\leq\alpha x+\beta y$$

(岡山大 2001)　(m20014001)

0.557 (1) 関数 $f(t)$ を $f(t)=\dfrac{1+at}{1+bt}$ によって定義する（a, b は定数）．このとき，$f'(0)$, $f''(0)$, $f'''(0)$ を計算せよ．

(2) 次の極限値が存在するように定数 a, b を定め，その極限値を求めよ．

$$\lim_{x\to 0}\frac{1}{x^6}\left(\cos x-\frac{1+ax^2}{1+bx^2}\right)$$

(岡山大 2008)　　(m20084001)

0.558 実数全体を定義域とする関数 $f(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$ を考える．

(1) $f(x)^2-f'(x)^2$ を計算せよ．

(2) $f(x)$ は単調増加であることを示せ．

(3) $f(x)$ の逆関数 $f^{-1}(x)$ について

$$\left\{f^{-1}(x)\right\}'=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

を示せ．

(岡山大 2010)　　(m20104001)

0.559 (1) $y=\dfrac{\log x}{x}$ $(x>0)$ のグラフを描け．

(2) 3^π と π^3 はどちらが大きいか，理由を付けて答えよ．

(岡山大 2011)　　(m20114001)

0.560 関数 $f(x)$, $f_n(x)$ $(n\in\mathbb{N})$ を，閉区間 $[a, b]$ 上で微分可能であり，それらの導関数は $[a, b]$ 上で連続とし，

(i) すべての n について　$f_n(a)=f(a)$,

(ii) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_a^b |f_n'(x)-f'(x)|\,dx=0$,

を満たすものとする．このとき次の問いに答えよ．

(1) $f(x)$ を $f(a)$ と $f'(x)$ を使って表せ．

(2) $f_n(x)$ は $f(x)$ に各点収束することを示せ．

(3) $f_n(x)$ は $f(x)$ に一様収束することを示せ．

(岡山大 2012)　　(m20124001)

0.561 関数 $a_{m,n}(x)$ $(m, n\in\mathbb{N})$ を

$$a_{m,n}(x)=\cos^{2n}(m!\pi x)$$

とし，関数 $g_m(x)$ $(m\in\mathbb{N})$ および $f(x)$ を

$$g_m(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin x}{1+a_{m,n}(x)}$$

$$f(x)=\lim_{m\to\infty}g_m(x)$$

で定める．以下の問いに答えよ．

(1) x が無理数のとき $g_m(x)$ を求めよ．

(2) x が有理数のとき $f(x)$ を求めよ．

(3) $f(x)$ は $x=0$ で連続であることを示せ．

(4) $f(x)$ は $x=0$ で微分不可能であることを示せ．

(岡山大 2013)　　(m20134001)

0.562　次の関数を x で微分せよ．　$\dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$

(広島大 2001)　　(m20014101)

0.563　$n=1,2,3,\cdots$ に対し，$\mathbb{R}$ 上の関数 $f_n(x)$ を　$f_n(x)=\sqrt{\dfrac{1}{n^2}+x^2}$　で定める．次に答えよ．

(1) $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}f_n(x)$ を求めよ．

(2) $f(x)$ は $\mathbb{R}$ で連続であることを示せ．

(3) $f(x)$ は $\mathbb{R}$ での微分可能性を調べよ．

(広島大 2003)　　(m20034101)

0.564　次の関数を x で微分せよ．　$f(x)=\ln\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$　($\ln$ は自然対数)

(広島大 2003)　　(m20034102)

0.565　$p>0$ を定数とし，$\mathbb{R}$ 上の関数 f を，　$f(x)=\begin{cases} x^p\sin\dfrac{1}{x^2} & (x>0\text{ のとき}) \\ 0 & (x\leqq 0\text{ のとき}) \end{cases}$　で定義する．

(1) f は $\mathbb{R}$ 上で連続であることを示せ．

(2) f が $\mathbb{R}$ 上で微分可能となるような p の値の範囲を求めよ．

(3) f が $\mathbb{R}$ 上で微分可能で，さらにその導関数が連続となるような p の値の範囲を求めよ．

(広島大 2006)　　(m20064101)

0.566　以下の関数を x で微分せよ．

(1) $F(x)=(2-x)\ln(x)$　　(2) $F(x)=\dfrac{1-x}{3+x^2}$

(広島大 2006)　　(m20064106)

0.567　関数 $f(x)=\tanh x$ を考える．ただし，$\tanh x=\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$ である．このとき以下の問いに答えよ．

(1) $f(x)$ の増減表とグラフを書き，定義域と値域を求めよ．

(2) $f(x)$ の逆関数 $f^{-1}(x)$ を求めよ．また，その定義域と値域も書け．

(広島大 2009)　　(m20094103)

0.568　$\mathbb{R}$ 上の微分可能な関数 $f(x)$ が $f(0)=a,\ f(x)<a\quad(0<x\leqq 1),\ f'(0)\neq 0$ を満たすとする．

(1) $f'(0)<0$ であることを示せ．

(2) 関数 $g(x)$ を次のように定める．

$$g(x)=\begin{cases} -f'(0) & (x=0) \\ \dfrac{a-f(x)}{x} & (x>0) \end{cases}$$

このとき，$g(x)$ は $x\geqq 0$ で連続であることを示せ．

(3) ある $C>0$ が存在して，

$$a-f(x)\geqq Cx\qquad(0\leqq x\leqq 1)$$

が成立することを示せ．

(広島大 2010)　　(m20104103)

0.569 $\mathbb{R}$ 上の 2 回微分可能な関数 $f(x)$ が常に $f''(x) > 0$ を満たすとする. 以下の問いに答えよ.

(1) 関数 $f'(x)$ は狭義単調増加であることを示せ.

(2) $x_1 < x_2 < x_3$ のとき, 次が成り立つことを示せ.

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < \frac{f(x_3) - f(x_2)}{x_3 - x_2}$$

(3) $a < b$, $f(a) = a$ かつ $f(b) = b$ であるとする. このとき, $a < x < b$ ならば $f(x) < x$ であることを示せ.

(4) $b > 0$, $f(0) > 0$, $f(b) = b$ かつ $f'(b) > 1$ であるとする. このとき, 方程式 $f(x) = x$ は, $0 < x < b$ の範囲に解をただ一つ持つことを示せ.

(広島大 2011)　　(m20114101)

0.570 関係式 $y = e^{-x}e^{-y}$ から, $\dfrac{dy}{dx}$ を y のみを用いて表せ.

(広島大 2011)　　(m20114104)

0.571 $\displaystyle\lim_{x \to 1} \frac{1 - x^2}{1 - x}$ を計算せよ.

(広島大 2012)　　(m20124107)

0.572 次の関数を x で微分せよ．ただし，a は正の定数である.

(1) e^{-ax^2}　　(2) $a^x \quad (a \neq 1)$

(広島大 2012)　　(m20124109)

0.573 以下の問いに答えよ.

(1) 「 $x > 0$ ならば $\log(1 + x) < x$ 」が成り立つことを示せ.

(2) 「 $x > 0$ ならば $\log(1 + x) > x - \alpha x^2$ 」を満たす実数 α の範囲を求めよ.

(広島大 2013)　　(m20134108)

0.574 (1) $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \dfrac{1}{x} & (x \neq 0), \\ 0 & (x = 0), \end{cases}$ とする.

(a) $f(x)$ が $\mathbb{R}$ で微分可能であることを示せ.

(b) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ が $x = 0$ で連続であるか否か理由もつけて答えよ.

(2) $g(x)$ は開区間 $I \subset \mathbb{R}$ 上の微分可能な関数とし，$a,\ b \in I$ は $a < b$ を満たすとする.

(a) $g'(a) < 0 < g'(b)$ とする．$g(x)$ は $a < \xi < b$ を満たすある $\xi \in \mathbb{R}$ で閉区間 $[a,\ b]$ での最小値をとることを示せ．また $g'(\xi)$ を求めよ.

(b) $g'(a) < k < g'(b)$ を満たす任意の $k \in \mathbb{R}$ に対して，$g'(\eta) = k,\ a < \eta < b$ を満たす $\eta \in \mathbb{R}$ が存在することを示せ.

(c) $g'(x)$ が I で狭義単調増加であるならば，$g'(x)$ は I で連続であることを示せ.

(広島大 2015)　　(m20154105)

0.575 (1) $x = a\cos^3 t,\ y = a\sin^3 t \ \ (a > 0)$ のとき，$\dfrac{dy}{dx}$，$\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を求めよ．ただし，途中の計算式も解答用紙に明記すること.

(2) $\displaystyle\lim_{x \to \infty} x^{\frac{1}{x}}$ の値を求めよ．ただし，途中の計算式も解答用紙に明記すること.

(広島大 2016)　　(m20164109)

0.576 xy 平面上において，θ を変数として，座標 $x,\ y$ が，$x=a(\theta-\sin\theta)$，$y=a(1-\cos\theta)$ で与えられる曲線を，サイクロイドと呼ぶ．ここで，a は定数である．$\theta \geqq 0$ におけるこの曲線上で，x 軸に対する曲線の傾きが 0 となる点 $(x,\ y)$ のうち，原点 $(x=0,\ y=0)$ に最も近い点を $(x_1,\ y_1)$，2 番目に近い点を $(x_2,\ y_2)$，$\cdots$，n 番目に近い点を $(x_n,\ y_n)$ とする．$x_n,\ y_n$ を求めよ．

(広島大 2018)　(m20184109)

0.577 次の関数の第 n 次導関数を求めよ．

$$y=\log(1+x)$$

(広島大 2022)　(m20224101)

0.578 $x>0$ とする. $f(x)=\dfrac{\log x}{x}$ について, 以下の問いに答えよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to+0} f(x)$，$\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$ を求めよ.

(2) 関数 $y=f(x)$ の増減, 凹凸および変曲点を調べ, グラフの概形を描け.

(広島市立大 2010)　(m20104204)

0.579 $x=1-2t$，$y=e^{2t}\sin t$ とする.

(1) $\dfrac{dx}{dt}$ と $\dfrac{dy}{dt}$ を求めよ.　(2) $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を求めよ.

(広島市立大 2011)　(m20114201)

0.580 極座標 (r,θ) で表示して $r=1+\cos\theta$ で表わされる曲線を考える．極座標で $\left(\dfrac{3}{2},\ \dfrac{\pi}{3}\right)$ と表わせるこの曲線上の点 A での接線の方程式を求めよ.

(広島市立大 2012)　(m20124203)

0.581 $f_i(x)$，$g_i(x)$，$h_i(x)$ を微分可能な関数とし，

$F(x)=\begin{vmatrix} f_1(x) & f_2(x) & f_3(x) \\ g_1(x) & g_2(x) & g_3(x) \\ h_1(x) & h_2(x) & h_3(x) \end{vmatrix}$ とするとき，

$$\frac{dF(x)}{dx}=\begin{vmatrix} f_1'(x) & f_2'(x) & f_3'(x) \\ g_1(x) & g_2(x) & g_3(x) \\ h_1(x) & h_2(x) & h_3(x) \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} f_1(x) & f_2(x) & f_3(x) \\ g_1'(x) & g_2'(x) & g_3'(x) \\ h_1(x) & h_2(x) & h_3(x) \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} f_1(x) & f_2(x) & f_3(x) \\ g_1(x) & g_2(x) & g_3(x) \\ h_1'(x) & h_2'(x) & h_3'(x) \end{vmatrix}$$

を示しなさい．ただし，$f_i'(x)$，$g_i'(x)$，$h_i'(x)$ はそれぞれの関数の微分である．

(山口大 1998)　(m19984301)

0.582 関数 $y=x^4-2x^3$ の増減表・極値を求めて，そのグラフをかけ．

(山口大 1999)　(m19994301)

0.583 (1) $y=\log\left(x+(x^2+1)^{\frac{1}{2}}\right)$ で $\dfrac{dy}{dx}$ を求めなさい．

(2) $x=1-t^2,\ y=t^3$ の関係が成り立っているとき，$\dfrac{dy}{dx}$ を求めなさい．

(山口大 2001)　(m20014307)

0.584 双曲線関数 $\sinh(x), \cosh(x)$ および $\tanh(x)$ は次のように定義される．

$$\sinh(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2} \qquad \cosh(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2} \qquad \tanh(x)=\frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$$

(1) $\sinh(x+y)=\sinh(x)\cosh(y)+\cosh(x)\sinh(y)$ を証明しなさい.

(2) $y=\tanh(x)$ のグラフを描きなさい.

(山口大 2001) (m20014308)

0.585 次の極限値を求めよ. $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\log x}{2x}$

(山口大 2001) (m20014309)

0.586 (1) $y=e^x\sin x$ の dy/dx を求めなさい.

(2) $y=(x+\log x)^2$ の dy/dx を求めなさい.

(山口大 2003) (m20034305)

0.587 曲線 $y=x^2$ の接線のうち, 点 $(2,3)$ を通る接線をすべて求めなさい.

(山口大 2004) (m20044301)

0.588 関数 $y=\dfrac{2x}{1+x^2}$ の増減を調べ, グラフを描きなさい.

(山口大 2004) (m20044302)

0.589 x の範囲が $\dfrac{1}{2}\leq x\leq 2$ のとき, 以下の関数 $f(x)$ の最大値と最小値を求めなさい. また, この x の範囲における関数 $f(x)$ のグラフを書きなさい.

$$f(x)=\log(x^2+1)-\log(2x)$$

(山口大 2005) (m20054303)

0.590 微分とは, 導関数を求めることをいう. 導関数とは, 関数 $f(x)$ における微分係数を, x の関数で表した関数 $\dfrac{df(x)}{dx}$ のことをいう. 微分係数とは, x から $x+\Delta x$ の区間における関数 $f(x)$ の平均変化率において, $\Delta x\to 0$ の極限を取った値をいう. そのような定義に従って

(1) $y=x^2$ を x について微分すると, $\dfrac{dy}{dx}=2x$ となることを示しなさい.

(2) $y=\sqrt{x+1}$ を x について微分すると, $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}$ となることを示しなさい.

(山口大 2005) (m20054307)

0.591 $f(x)=\sqrt{1-x}+\sqrt{3x+9}$ の最大値・最小値を求めなさい.

(山口大 2006) (m20064303)

0.592 $y=\tan x\ \left(-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}\right)$ の逆関数を $x=\arctan y$ または $\tan^{-1}y$ と書く. $x=\arctan y$ の導関数を求めよ.

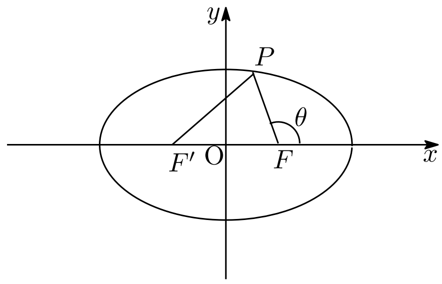
(山口大 2006) (m20064305)

0.593 焦点を F,F' とする楕円は，二つの線分 PF と PF' の長さの和が一定である点 P が作る曲線と定義される．今，$PF+PF'=2a$ とし，点 $F,\ F'$ の座標を $(ae,0),\ (-ae,0)$ として以下の問いに答えなさい.（e はいわゆる離心率）.

(1) この楕円の方程式を直交座標 x,y を用いて表しなさい.

(2) 線分 PF が x 軸となす角を θ，PF 間の距離を r として，この楕円の方程式を極座標で表しなさい.

(3) 楕円上の点で，点 F と最も近い点 P の座標を求めなさい.



(山口大 2006)　　(m20064308)

0.594　関数 $f(x) = \log(x^2+1)$ の増減表を作成し，グラフの概形を描きなさい．

(山口大 2008)　　(m20084305)

0.595　$f(x) = \log(x^2+5x+1)$ の導関数を求めなさい．

(山口大 2009)　　(m20094301)

0.596　関数 $y = x^3 - 3x^2 - 24x + 40$ について，区間 $[0,5]$ における最大値と最小値を求めなさい．

(山口大 2009)　　(m20094303)

0.597　関数 $y = \left(\dfrac{x}{x^2+1}\right)^3$ を微分しなさい．

(山口大 2009)　　(m20094304)

0.598　$f(x) = \cos x + \alpha x$ が極値をもたないための α の条件を求めなさい．

(山口大 2009)　　(m20094310)

0.599　方程式 $x^2 = 2\sin x$ の $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲における実数解の個数を, 関数 $f(x) = x^2 - 2\sin x$ の増減表と概略図を作成することにより示しなさい．

(山口大 2010)　　(m20104304)

0.600　円 $x^2+y^2=r^2$ の接線と x 軸，y 軸との交点をそれぞれ P, Q とし， 円と接線の交点を $A(x_0 . y_0)$ とする． このとき， 線分 PQ の最小値を求めたい． 以下の問いに答えなさい． ただし，$r>0$ とし，交点 A は第 1 象限 $(x_0 > 0,\ y_0 > 0)$ にあるものとする．

(1)　接線の方程式を書きなさい．

(2)　線分 PQ の最小値が $2r$ であることを示しなさい

(山口大 2011)　　(m20114304)

0.601　曲線 $y = x^3 + kx + 1$ を C とする（k を実数とする）．

点 $P(1,0)$ を通る曲線 C の接線が 3 本存在する時の k の範囲を求めよ．

(山口大 2012)　　(m20124303)

0.602　半径が 1 である半円に内接する長方形の最大面積を求めなさい．

(山口大 2014)　　(m20144303)

0.603　θ の範囲が $-\dfrac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ のとき，次の θ の関数

$$y = \frac{1}{4}(\cos 2\theta)^2 - \frac{7}{3}(\sin\theta)^3 + \frac{3}{4}$$

の増減表を作成し，グラフの概形を描きなさい．

(山口大 2014)　　(m20144304)

0.604 下に示す関数 y の最大値および最小値を求めなさい．また，そのときの θ の値を求めなさい．

$$y = \cos^2\theta + \sin\theta \qquad (0 \leqq \theta \leqq\ 2\pi)$$

(山口大 2015)　　(m20154303)

0.605 二つの放物線，$y = x^2 + 5x + 9$ と $y = -\dfrac{x^2}{2} + x - 2$ の両方に接する接線の方程式を求めなさい．

(山口大 2016)　　(m20164303)

0.606 $f(x) = \sin(\sin(\sin x))$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ．

(徳島大 1998)　　(m19984401)

0.607 次の極限値を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{\sin 3x}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}(1+5x)^{\frac{1}{x}}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x^n}{e^x}$　（n は正の整数）　　(4) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x - \sin^{-1}x}{x^3}$

(徳島大 1999)　　(m19994401)

0.608 (1) 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x - x + \frac{x^3}{6}}{x^2}$ を求めよ．

(2) 自然数 n と 0 でない定数 c に対して $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x - x + \frac{x^3}{6}}{x^n} = c$ となるとき，自然数 n と 0 でない定数 c の値を求めよ．

(徳島大 2000)　　(m20004401)

0.609 関数 $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$　$(x > 0)$ について，次の問いに答えよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\log f(x)$ を求めよ．　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}f(x)$ を求めよ．

(2) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{d}{dx}f(x)$ を求めよ．

(徳島大 2003)　　(m20034401)

0.610 実数全体における $f(x) = \dfrac{x-1}{x^2 - x + 1}$ の最大値および最小値を求めよ．

(徳島大 2006)　　(m20064402)

0.611 $x \neq 0$ として，$f(x) = \dfrac{\sin(2x)}{x}$ を考える．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}f(x)$ を求めよ．　　(2) $f'(x)$ を求めよ．　　(3) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}f'(x)$ を求めよ．

(徳島大 2007)　　(m20074402)

0.612 $f(x) = \sqrt{1 - \cos x}$ について，次の問いに答えよ．

(1) $f'(x)$ を求めよ．　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\{f'(x)\}^2$ を求めよ．

(3) $f''(x)$ を求めよ．　　(4) $\displaystyle\lim_{x\to 0}f''(x)$ を求めよ．

(徳島大 2008)　　(m20084402)

0.613 (1) $f(x)$ は微分可能で $f'(x)$ は連続とする．このとき，$\displaystyle\lim_{x\to a}\frac{a^2 f(x) - x^2 f(a)}{x - a}$ を求めよ．

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\cos x}{x+1}$ を求める次の計算の誤りを指摘せよ．

ロピタルの定理を用いて　$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\cos x}{x+1} = \lim_{x\to 0}\frac{(\cos x)'}{(x+1)'} = \lim_{x\to 0}\frac{-\sin x}{1} = 0$

(徳島大 2009)　　(m20094402)

0.614 (1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{2^x+\sin x-3^x+5x}{x}$ を求めよ．

(2) $f(x)=\sin^3(4x+3)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ．

(徳島大 2010) (m20104402)

0.615 次の極限値を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to\pi}\frac{1+\cos x}{x^2-\pi^2}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x^2(1-e^{-x})}{\sin x-x\cos x}$

(徳島大 2012) (m20124406)

0.616 $f(x)=x\log\left(e+\dfrac{1}{x}\right)\quad(x>0)$ について，次の問いに答えよ．

(1) $\alpha=\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}$ とする．α を求めよ．

(2) (1) で求めた α に対して，$\beta=\displaystyle\lim_{x\to\infty}\Big(f(x)-\alpha x\Big)$ とする．

$t=\dfrac{1}{x}$ とおくと，$x\to\infty$ のとき $t\to+0$ であることを利用して，β を求めよ．

(3) (1),(2) で求めた α, β に対して，$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-(\alpha x+\beta)}{\dfrac{1}{x}}$ を求めよ．

(徳島大 2015) (m20154402)

0.617 関数 $f(x)$ は，$\sin f(x)=\cos^2 x$, $0\leqq f(x)\leqq\dfrac{\pi}{2}$ を満たす．

(1) $f(0)$, $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ をそれぞれ求めよ．

(2) $f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$, $f''\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ をそれぞれ求めよ．

(3) $\displaystyle\lim_{x\to+0}f'(x)$ を求めよ．

(徳島大 2018) (m20184402)

0.618 関数 $f(x)$ は $\boldsymbol{R}$ 上で 2 回微分可能であり，さらに $\boldsymbol{R}$ 上で $f''(x)>0$ を満たしているとする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) $a<b$ で $f(a)=f(b)=0$ ならば　$f'(a)<0<f'(b)$　が成り立つことを，次のロールの定理を用いて示せ．

ロールの定理．　1 回微分可能な実数値関数 $g(x)$ が $a<b$ となる a, b について $g(a)=g(b)$ を満たすならば，$a<\xi<b$ となる ξ で $g'(\xi)=0$ となるものが存在する．

(2) $a<b<c$ であるとする．このとき　$f(a)=f(b)=f(c)=0$　が成り立たないことを示せ．

(3) $a<b$ で $f(a)<0<f(b)$ とする．このとき　$f(x)=0$　を満たす x が a と b の間に唯一つ存在することを示せ．

(高知大 2006) (m20064501)

0.619 関数 $f(x)$ が $x=x_0$ で連続であるとは

『任意の正の数 ε に対し，正の数 δ で $|x-x_0|<\delta$ であるならば $|f(x)-f(x_0)|<\varepsilon$ をみたすものがとれる』$\cdots$ (★)

ときをいう．このとき，次の問いに答えよ．

まず $f(x)=x^2$ として，(1) と (2) に答えよ．

(1) $x_0 = 0,\ \varepsilon = \dfrac{1}{100}$ としたときに (★) が成立する δ を求めよ.

(2) $x_0 = 0$ とし，任意の $\varepsilon > 0$ に対して (★) が成立する δ を求めることにより，$f(x) = x^2$ が $x = 0$ で連続であることを示せ.

次に

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{m} & (x \text{ が } 0 \text{ でない有理数で, その既約分数表示が } m > 0 \text{ として } \dfrac{n}{m} \text{ と表せるとき}) \\ 0 & (x = 0 \text{ のとき, または } x \text{ が無理数のとき}) \end{cases}$$

と定義された関数について，以下の (3)〜(5) に答えよ.

(3) 次の値を求めよ.
 (a) $f\left(\dfrac{2}{3}\right)$ (b) $f\left(\sqrt{2}\right)$ (c) $f\left(\dfrac{4}{8}\right)$

(4) M を自然数とする．$|x| < \dfrac{1}{M}$ をみたす有理数 x $(x \neq 0)$ の既約分数表示の分母を m とすれば $|m| > M$ となることを示せ.

(5) $f(x)$ が $x = 0$ で連続となることを示せ.

(高知大 2007) (m20074502)

0.620 微分可能な関数 $f(x)$ の $x = a$ での微分係数 $f'(a)$ は次で定義される.

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

次の問いに答えよ.

(1) $f(x) = \sin x$ の $x = a$ での微分係数を上の定義に基づいて求めよ.

(2) 同様に，$f(x) = x^n$ の $x = a$ での微分係数を上の定義に基づいて求めよ．ただし，n は正の整数である.

(高知大 2008) (m20084501)

0.621 次は，ロピタルの定理の使用例である.

$\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$ は $\dfrac{0}{0}$ の不定形であるから，ロピタルの定理より

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} = \lim_{x \to 0} \frac{(e^x - e^{-x})'}{(\sin x)'} = \lim_{x \to 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = 2$$

これらにならって極限値 $\displaystyle\lim_{x \to 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\log x}\right)$ を求めてみる．以下の問いに答えよ.

(1) ロピタルの定理が使える様に，$\displaystyle\lim_{x \to 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\log x}\right)$ を式変形せよ.

(2) 極限値 $\displaystyle\lim_{x \to 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\log x}\right)$ を求めよ.

(高知大 2008) (m20084505)

0.622 関数 $y = \sin x$ $\left(-\dfrac{\pi}{2} \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ の逆関数を $y = \sin^{-1} x$ とする．次の問いに答えよ.

(1) 開区間 $(-1, 1)$ 上で関数 $y = \sin^{-1} x$ を微分せよ.

(2) $y = \sin^{-1} x \quad (-1 < x < 1)$ の接線の傾きは 1 以上であることを示せ.

(3) 直線 $y = 2x$ と平行な，曲線 $y = \sin^{-1} x$ の接線の方程式をすべて求めよ.

(高知大 2009) (m20094501)

0.623 関数 $f(x)$, $g(x)$ が条件 $\lim_{x \to 0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = 1$ を満たしているとき，次の問いに答えよ．

(1) $\lim_{x \to 0} \dfrac{x+3}{x^2+3}$ を求めよ．

(2) $\lim_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{\log(1+x)}$ を求めよ．

(3) $f(x) = x$ のとき，$\lim_{x \to 0} \dfrac{f(x)}{g(2x)}$ を求めよ．

(4) $\lim_{x \to 0} f(x) = 3$ のとき，$\lim_{x \to 0} \dfrac{f(x)}{g(2x)}$ を求めよ．

(高知大 2011)　　(m20114501)

0.624 実数直線 $\mathbb{R}$ 上の関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \dfrac{1}{x} & (x \neq 0 \text{ のとき}) \\ 0 & (x = 0 \text{ のとき}) \end{cases}$$

により定義する．このとき，次の問いに答えよ．

(1) $f(x)$ が $x = 0$ で連続であることを示せ．

(2) $x \neq 0$ のとき，$f(x)$ の 1 階導関数 $f'(x)$ を求めよ．

(3) $f(x)$ が $x = 0$ で微分可能であることを示せ．また，$f'(0)$ を求めよ．

(4) $f'(x)$ が $x = 0$ で連続でないことを示せ．

(高知大 2012)　　(m20124501)

0.625 次の極限値　$\lim_{x \to \infty} x \left(\dfrac{\pi}{2} - \tan^{-1} x \right)$　を求めよ．

(高知大 2016)　　(m20164505)

0.626 (1) $\mathbb{R}$ 上の実数値関数 f を次で定義する．

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \neq 0 \text{ のとき}) \\ 1 & (x = 0 \text{ のとき}) \end{cases}$$

このとき，$\lim_{x \to 0} f(x)$ は存在するか．理由をつけて答えよ．

(2) a, A, $B \in \mathbb{R}$ を定数とする．g, h を $\mathbb{R}$ 上の実数値関数とする．$\lim_{x \to a} g(x) = A$ と $\lim_{x \to A} h(x) = B$ が成り立つとする．また，$x \neq a$ のとき, $g(x) \neq A$ であるとする．このとき，$\lim_{x \to a} h(g(x)) = B$ が成り立つことを $\varepsilon - \delta$ 論法を用いて示せ．

(3) a, A, $B \in \mathbb{R}$ を定数とする．g, h を $\mathbb{R}$ 上の実数値関数とする．$\lim_{x \to a} g(x) = A$ と $\lim_{x \to A} h(x) = B$ が成り立つとする．このとき，$\lim_{x \to a} h(g(x) = B$ が常に成り立つか．理由をつけて答えよ．

(高知大 2018)　　(m20184501)

0.627 α と β について連立方程式

$$\begin{cases} \sin\beta = 2\sin\alpha + 2 \\ \sin\beta = -\sin\alpha + h \end{cases}$$

について（但し，$0 \leq \alpha \leq 2\pi$, $0 \leq \beta \leq 2\pi$ とする．），以下の問いに答えよ．

(1) 連立方程式が解を持つ為の h の範囲を求めよ．

(2) (1) の範囲の各 h について，解の個数を求めよ．

(3) h が (1) の範囲にある時，$h^3 - h$ が最小となる h の値と最小値を求めよ．

(高知大 2020)　　(m20204501)

0.628 $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ とする．

(1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ．

(2) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$ と $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x)$ を求めよ．

(3) $\displaystyle\lim_{x\to+0} f(x)$ と $\displaystyle\lim_{x\to-0} f(x)$ を求めよ．

(4) $y = f(x)$ の増減を調べて，グラフを描け．

(愛媛大 2000)　　(m20004601)

0.629 $\tan^{-1} x$ の値域は $\left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right)$ とする．

(1) $y = \tan^{-1} x$ のグラフをかけ.

(2) $x > 0$ のとき，$\tan^{-1} x > x - \dfrac{1}{3}x^3$ が成り立つことを示せ.

（愛媛大 2004）　　(m20044601)

0.630 (1) 次の関数を微分せよ.

(a) $\log(1 + x^4)$　　(b) $\sin^{-1} x^2$

(2) α, β を定数とし，

$$f(x) = \begin{cases} \tan^{-1} x & (x > 1) \\ \beta & (x = 1) \\ \alpha x - \alpha + \beta & (x < 1) \end{cases}$$

とおく. ただし $\tan^{-1} x$ の値域は $\left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right)$ とする. 次の問いに答えよ.

(a) $f(x)$ が $x = 1$ で連続になるように β を定めよ.

(b) $\displaystyle\lim_{x\to+0} f'(x) = \lim_{x\to1-0} f'(x)$ となるように α を定めよ.

(愛媛大 2005)　　(m20054601)

0.631 $f(x)$ を $(0, \infty)$ 上で 2 回微分可能な関数とする. $0 < a < b$ とし,

$$f(b) = f(a) + f'(a)(b - a) + \frac{K}{2}(b - a)^2$$

を満たす定数を K とする.

(1) $F(x) = f(b) - \{f(x) + f'(x)(b - x) + \dfrac{K}{2}(b - x)^2\}$ とおくとき，$F'(x)$ を求めよ.

(2) $K = f''(a + \theta(b - a))$ を満たす $0 < \theta < 1$ が存在することを示せ.

(3) すべての $x > 0$ に対して $f''(x) \geqq \delta$ を満たす定数 $\delta > 0$ が存在するとき,

$$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \infty$$

であることを示せ.

(愛媛大 2005)　　(m20054608)

0.632 (1) 次の極限値を求めよ．

(a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \sqrt{x}(\sqrt{2x+1} - \sqrt{2x-1})$　　(b) $\displaystyle\lim_{x\to0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$

(2) 次の関数を微分せよ．

(a) $x \sin^{-1} x$　　(b) $\log \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}$　　(c) $a^{x \log x}$（ただし，a は $a \neq 1$ である正の定数）

(愛媛大 2006)　　(m20064601)

0.633 (1) 次の極限値を求めよ.

(a) $\displaystyle\lim_{x\to a}\frac{x^{10}-a^{10}}{x-a}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x^2}{x\sin 2x}$

(2) 次の関数を微分せよ.

(a) $e^{-2x}\cos\dfrac{x}{2}$ (b) $\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ (c) $x^{\frac{1}{x}}$ $(x>0)$

(愛媛大 2007) (m20074601)

0.634 次の関数に対して，導関数 dy/dx を求めよ. $y=x^x$

(愛媛大 2007) (m20074614)

0.635 (1) (a) 次の極限値を求めよ. $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{\frac{1}{\cos x}-1}$

(b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x^n}{e^x}=0$ を示せ. ただし，n は自然数とする.

(2) 次の関数の導関数を求めよ.

(a) $\log|2x+1|$ (b) $\sin^{-1}\sqrt{1-x^2}$ (c) $(\sin x)^{\sin x}$

(愛媛大 2008) (m20084608)

0.636 (1) 次の関数の導関数を求めよ.

(a) $x\tan^{-1}2x$ (b) $\dfrac{x}{\sqrt{1+9x^2}}$

(2) $f(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$， $g(x)=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$ について，次の問いに答えよ.

(a) $\{g(x)\}^2-\{f(x)\}^2=1$ を示せ.

(b) 関数 $y=f(x)$ が単調増加であることを示せ.

(c) 関数 $y=f(x)$ の逆関数を $h(x)$ とおくとき，導関数 $h'(x)$ を求めよ.

(愛媛大 2009) (m20094601)

0.637 (1) 次の曲線上の与えられた点 (a,b) における接線の方程式を求めよ.

(a) $y=x\log x$, $(a,b)=(e,e)$ (b) $y=\dfrac{e^{2x}-e^{-x}}{e^{3x}+e^{-2x}}$, $(a,b)=(0,0)$

(2) 次の極限値を求めよ.

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 4}\frac{3-\sqrt{2x+1}}{\sqrt{x}-2}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\tan^{-1}x-x}{x^3}$ ただし, $\tan^{-1}x$ の値域は $\left(-\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{\pi}{2}\right)$ とする.

(3) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ の定義を述べよ. さらに, $f(x)=c$（定数関数）ならば $f'(x)=0$ であることを定義に従って示せ.

(愛媛大 2010) (m20104601)

0.638 関数 $y=(x^2+1)e^{-x}$ の n 次導関数 $y^{(n)}$ を求めよ.

(愛媛大 2011) (m20114603)

0.639 (1) $f(x)=\tan^{-1}x+\tan^{-1}\dfrac{1}{x}$ $(x>0)$ とおく. ただし，$\tan^{-1}x$ の値域は $\left(-\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{\pi}{2}\right)$ とする.

(a) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ. (b) $f(2)$ の値を求めよ.

(2) 次の極限値を求めよ.

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^{3x}-e^{-4x}}{\sin 5x}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\cos x}{\log x}$ (c) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{\log x}-\frac{1}{x-1}\right)$

(愛媛大 2011) (m20114607)

0.640 (1) 次の極限値を求めよ．

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x-\sin x}{x^3}$　　　(b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} x^{\frac{1}{x}}$

(2) x の関数 $\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$ を微分せよ．

(3) $f(x)=\cos^{-1}(\sin x)$ とおく．ただし，$\cos^{-1}x$ の値域は $[0,\pi]$ とする．

(a) $f(\frac{\pi}{2})$ を求めよ．

(b) $f(x)$ を微分せよ．

(c) $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}+0} f'(x)$ と $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0} f'(x)$ を求めよ．

(愛媛大 2013)　　(m20134601)

0.641 $f(x)=\dfrac{x}{(\log x)^2}$ とする．次の問いに答えよ．

(1) 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{f(x)}$ を求めよ．

(2) 区間 $(1,\infty)$ における関数 $y=f(x)$ の増減を調べ，そのグラフをかけ．

(3) $D=\{(x,y)\mid x>1,\ y\geqq\ f(x)\}$ とする．領域 D における $x+y$ の最小値を求めよ．

(愛媛大 2014)　　(m20144601)

0.642 (1) 次の極限値を求めよ．

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x-\log(1+x)}{x^2}$　　　(b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\cos\frac{4}{x}\right)^{x^2}$

(2) x の関数 $x\sqrt{1-x^2}+\sin^{-1}x$ を微分せよ．

(3) 次の等式が成り立つことを示せ．

$$\cos^{-1}x+\cos^{-1}(-x)=\pi$$

ただし，$\cos^{-1}x$ の値域は $[0,\ \pi]$ とする．

(愛媛大 2015)　　(m20154601)

0.643 (1) 次の極限値を求めよ．

(a) $\displaystyle\lim_{x\to+0} x\log\sin x$　　　(b) $\displaystyle\lim_{x\to+0}(\sin x)^x$

(2) 次の関数の導関数を求めよ．

(a) $\dfrac{1}{\sqrt{x^2+x}}$　　　(b) $\tan^{-1}(2x+3)$

(愛媛大 2017)　　(m20174601)

0.644 (1) 次の関数の導関数を求めよ．ただし，a は正の定数とする．

(a) $\sin^{-1}(x^2)$　　(b) $x^{\sin x}$　$(x>0)$　　(c) $\log\left(x+\sqrt{x^2+a}\right)$

(2) 次の極限値を求めよ．

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\tan x-x}{x^3}$　　　(b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x^{\frac{1}{x}}}{x}$

(愛媛大 2018)　　(m20184601)

0.645 (1) 次の極限値を求めよ．

(a) $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{2x\tan x-\frac{\pi}{2}}{\sin x-\cos x}$　　　(b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} x\log\left(\frac{x+2}{x+4}\right)$

(2) $f(x)=\sqrt{x+2}$ とする．

(a) 3 階までの導関数 $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$ を求めよ.

(b) 次の式

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - a_0 - a_1 x - a_2 x^2}{x^2} = 0$$

が成り立つように定数 a_0, a_1, a_2 を定めよ.

(愛媛大 2021) (m20214601)

0.646 多項式で表される関数 $f(x)$ について 次の (i) ～ (iv) がわかった.

(i) $f(0) = 0$

(ii) $x = -4$ および $x = 2$ のみで $f'(x) = 0$

(iii) $-5 \leq x \leq 2$ について $f'(x) \geq 0$

(iv) $-4 < x < 0$ について $f''(x) > 0$

これらの情報からわかる範囲で, 区間 $[-5,\ 2]$ における $f(x)$ のグラフの概形をかけ. ただし, (i) ～ (iv) の各々がどのように反映するかを文章で記述すること.

(愛媛大 2022) (m20224603)

0.647 (1) 次の極限値を求めよ. ただし, $[x]$ は, 実数 x を超えない最大の整数とする.

(a) $\displaystyle\lim_{x \to \infty} \frac{\log(1+3x^2)}{\log(5+7x)}$ (b) $\displaystyle\lim_{x \to 1+0} \frac{x^2 - [3x]x + 2}{x-1}$ (c) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \int_0^{x/2} \frac{dt}{(\sin x)\sqrt{1-t^2}}$

(2) 次の関数の導関数を求めよ.

(a) $\sqrt{1 + \cos^2 x}$ (b) $\sin^{-1}(\log x)$

(愛媛大 2022) (m20224606)

0.648 関数 $f(x) = \dfrac{x^4 + 2x^2 + 2}{x^2 + 1}$ について次の問に答えよ.

(1) $-1 < x < 1$ における $f(x)$ の最小値を求めよ.

(2) $f(x)$ は $-1 < x < 1$ では最大値を持たないことを説明せよ.

(九州大 1998) (m19984701)

0.649 $f(x) = \begin{cases} x^3 \sin\left(\dfrac{1}{x}\right) & (x > 0) \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases}$

(1) 導関数 $f'(x)$ を求めよ.

(2) 導関数 $f'(x)$ は連続であるか調べ, また, 導関数 $f'(x)$ が微分可能な関数か調べよ.

(九州大 1999) (m19994701)

0.650 S を平面上の円とする.

(1) A, B が S 上にあり, P が円弧 AB の上を動くとき, $\triangle APB$ の面積はいつ最大になるか答えよ.

(2) S に内接する n 角形 $(n \geq 3)$ の面積はいつ最大になるか, 理由を付けて答えよ.

(九州大 2003) (m20034701)

0.651 関数 $f(x) = \sin(\log x) \quad (x > 0)$ を考える. $f'(x)$, $f''(x)$ をそれぞれ $f(x)$ の 1 次および 2 次の導関数とする. また, π は円周率, e は自然対数の底とする. 以下の問いに答えよ.

(1) $1 \leqq x \leqq e^{\pi}$ において $f'(x) = 0$ となる x を求めよ.

(2) $1 \leqq x \leqq e^{\pi}$ において $f''(x) < 0$ となる x の範囲を求めよ.

(3) 2 点 $(1, f(1))$, $(e^{\pi/2}, f(e^{\pi/2}))$ を通る直線の方程式を求めよ．

(4) $\dfrac{e^{\pi/4}-1}{e^{\pi/2}-1} < \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ が成り立つことを示せ．

(九州大 2012)　(m20124705)

0.652 自然数 n に対して，$f(x) = x^2 \log x$ の n 次導関数 $f^{(n)}(x)$ を求めよ．

(九州大 2014)　(m20144705)

0.653 以下に答えよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ を示し，これを使って $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-\cos x}$ を求めよ．

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{a^2+x} - \sqrt{a^2-x}}{x}$ を求めよ．

(3) $\dfrac{1}{1+\sqrt{x}}$ を微分せよ．

（九州芸術工科大 2000）　(m20004801)

0.654 (1) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2}-1}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$ を求めよ．

(2) 以下に順に答えよ．

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ を示せ．

(b) $1 + \cos x = 2\left(\sin \dfrac{\pi - x}{2}\right)^2$ を示せ．

(c) 上の (a) と (b) を使って，$\displaystyle\lim_{x\to \pi} \frac{1+\cos x}{\sin^2 x}$ を求めよ．

(3) $\dfrac{d}{dx} e^{x^x}$ を求めよ．

（九州芸術工科大 2001）　(m20014801)

0.655 (1) $e = \displaystyle\lim_{x\to\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ を使って以下を求めよ．

(a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x$　　(b) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$

(2) (a) $a > 0, x > 0$ のとき，$e^{ax} \geqq 1 + ax + \dfrac{a^2x^2}{2}$ であることを使って $\displaystyle\lim_{x\to\infty} xe^{-ax}$ を求めよ．

(b) 上の結果を使って $\displaystyle\lim_{x\to\infty} x^5 e^{-x}$ を求めよ．

(c) 同じく (a) の結果を使って $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{\log x}{x}$ を求めよ．

(九州芸術工科大 2003)　(m20034801)

0.656 (1) 関数 $f(x) = \sin x$ の n 次導関数を求めよ．

(2) 関数 $g(x) = x^3 \sin x$ の n 次導関数を求めよ．

(九州芸術工科大 2005)　(m20054801)

0.657 (1) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2}-1}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$ を求めよ．　(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin^2 x \cos x}{1-\cos x}$ を求めよ．

(九州芸術工科大 2005)　(m20054805)

0.658 次の極限値を求めなさい．$\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{3x}-1}{x}$

(佐賀大 1999)　(m19994901)

0.659 次の関数の 1 次微分を求めなさい．

(1) $y=e^{2x}(x^2+1)$　　(2) $y=\sqrt{x/(x^2+1)}$

(佐賀大 1999)　　(m19994902)

0.660 以下の極限値を求めなさい．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x^2-1}{x-1}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}$

（佐賀大 2000）　　(m20004901)

0.661 以下の関数の 1 次微分を求めなさい．

(1) $y=e^x\sin x$　　(2) $y=\dfrac{\sin x}{e^x}$　　(3) $y=\dfrac{\log x}{x}$　　(4) $y=\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$

（佐賀大 2000）　　(m20004902)

0.662 次の関数の増減の状態を調べて，$0^\circ \leqq x \leqq 180^\circ$ の範囲でグラフを書きなさい．

$f(x)=\sin x(1+\cos x)$

（佐賀大 2000）　　(m20004903)

0.663 以下の関数の極限値を求めなさい．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to -\infty}\frac{2x}{\sqrt{1+x^2}}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}$

（佐賀大 2001）　　(m20014901)

0.664 以下の関数の 1 次常微分を求めなさい．

(1) $y=(2-x^2)^3$　　(2) $y=\dfrac{x}{\sqrt{x+1}}$　　(3) $y=\dfrac{1}{\log x}$　　(4) $y=\log|\sin x|$

（佐賀大 2001）　　(m20014902)

0.665 1 辺の長さが a の正方形がある．その 4 隅から正方形を切り取って，その残りで箱を作る．箱の容積が最大になるときの切り取るべき 4 隅の正方形の 1 辺の長さを求めよ．

(佐賀大 2003)　　(m20034901)

0.666 曲線 $y=2\sin x$ において，

(1) $x=\pi/3$ [rad] の点における接線の傾きを求め，この接線と直交する直線が曲線 y と接する点 (x,y) の値を求めなさい．ただし，$0\leqq x\leqq 2\pi$ とする．

(2) 接線と直交する直線が曲線と接点を持たない x の範囲を式および図で示しなさい．

(佐賀大 2003)　　(m20034902)

0.667 関数 $f(x)=x^3$ が $x=1$ で連続であることを $\varepsilon-\delta$ 論法を用いて証明せよ．

(佐賀大 2003)　　(m20034903)

0.668 $x>0$ の範囲で定義された関数 $f(x)=x^x$ について，次の問いに答えよ．ただし，計算の際は $x^x=e^{x\log x}$ と変形せよ．また，$\displaystyle\lim_{x\to +0}f(x)=1$ は既知としてよい．

(1) 導関数 $f'(x)$ を計算し，$f(x)$ の最小値を求めよ．

(2) $y=f(x)$ のグラフの概形を図示せよ．

(佐賀大 2003)　　(m20034904)

0.669 以下の関数の 1 次微分を求めなさい．

(1) $y=(x^2-1)/(3x^2+1)$　　(2) $y=(2x+3/x)^2$

(2) $y = e^{3x-2}\sin(3x-2)$ (4) $y = x/(x^2+1)^{1/2}$

(佐賀大 2003) (m20034905)

0.670 次の極限を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}(x-\sqrt{x^2+3})$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x - 5\sin 2x}{x\cos x}$

(佐賀大 2003) (m20034906)

0.671 次の関数の 2 次導関数を求めよ.

(1) x^3e^x (2) $e^{-x}\sin x$

(佐賀大 2003) (m20034907)

0.672 関数 $f(x) = \dfrac{1}{x}$ は半開区間 $(0,1]$ で一様連続でないことを次の手順で示せ.

(1) 一様連続であることを $\varepsilon-\delta$ 法を用いて書け.

(2) (1) の否定命題を作れ.

(3) (2) が成り立つことを示せ.

(佐賀大 2004) (m20044901)

0.673 次の問に答えよ.

(1) $\sqrt{1+2\log x}$ を x について微分せよ.

(2) 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0}\left(\tan x - \frac{1}{\cos x}\right)$ を求めよ.

(佐賀大 2004) (m20044902)

0.674 次の関数の 1 次微分を求めなさい.

(1) $y = (2x^3+5x^2)^2$

(2) $y = e^{2x}\sin(x)$

(3) $y = (x^2-3x^3)/(1-x)$

(佐賀大 2004) (m20044903)

0.675 次の極限値を求めよ.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos x - 1}{x^2}$$

(佐賀大 2004) (m20044904)

0.676 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ について以下の問に答えよ.

(1) 導関数 $f'(x)$ の定義を示せ.

(2) 定義に基づいて $f(x) = x^n$ (n : 自然数) の導関数 $f'(x)$ を求めよ.

(3) $f(x) = x^x$ $(x > 0)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ.

(佐賀大 2004) (m20044905)

0.677 $f(x),\ g(x)$ がいずれも n 回微分可能とするとき,

$\displaystyle\{f(x)g(x)\}^{(n)} = \sum_{r=0}^{n} {}_nC_r f^{(n-r)}(x)g^{(r)}(x)$ を証明せよ.

(佐賀大 2004) (m20044906)

0.678 次の各問に答えよ.

(1) $x > 0$ のとき次の不等式が成り立つことを示せ.

$$e^x > 1 + x + \frac{x^2}{2}$$

(2) $y = \log|x + \sqrt{x^2 + a}\,| \quad (a \neq 0)$ を微分せよ.

(3) $y = x \sin x \quad (-\pi \leq x \leq \pi)$ のグラフの概形を描け.

（佐賀大 2004） (m20044907)

0.679 何回でも微分できる関数 $f(x), g(x)$ をそれぞれ f, g と書く. 次の等式がすべての自然数 n に対して成り立つことを証明せよ.

$$(fg)^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} f^{(k)} g^{(n-k)}$$

ただし, 一般に, 関数 h の第 n 次導関数を $h^{(n)}$ と書き,$h^{(0)} = h$ とする.

(佐賀大 2005) (m20054901)

0.680 次の問に答えよ.

(1) 極限値 $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{2x - \sin x}{x^3 - x}$ を求めよ.

(2) 逆三角関数 $\cos^{-1} \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ $(x > 0)$ の導関数を求めよ.

(佐賀大 2005) (m20054913)

0.681 次の関数の 1 次微分を求めなさい.

(1) $y = \sqrt{2x^2 + 3}$ (2) $y = \dfrac{1}{\cos x}$ (3) $y = e^{-x} \sin(5x + 2)$ (4) $y = \log \dfrac{x - 1}{x + 1}$

(佐賀大 2005) (m20054920)

0.682 次の問に答えよ.

(1) 三角関数の加法定理より

$$\cos\alpha \sin\beta = \frac{1}{2}\{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)\}$$

を導出せよ.

(2) 導関数の定義

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

を利用して $(\sin x)' = \cos x$ であることを示せ.

(佐賀大 2005) (m20054924)

0.683 (1) 関数 $f(x) = \sin^2 x$ を微分せよ.

(2) $y = e^{-t}$, $t = x^2$ のとき, $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.

(佐賀大 2005) (m20054930)

0.684 次の関数を微分せよ.

(1) $\tan x$ (2) x^x

(佐賀大 2006) (m20064905)

0.685 次の曲線の概形をかけ．　$y = \dfrac{1-x}{1+x}$

(佐賀大 2006)　(m20064906)

0.686 次の極限値を求めよ．　$\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x - \sin^{-1} x}{x^3}$

(佐賀大 2006)　(m20064907)

0.687 $x = \cos^4 t,\ y = \sin^4 t$ とするとき，導関数 $\dfrac{dy}{dx}$，$\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を求めよ．ただし，結果は t の関数のままでよい．

(佐賀大 2006)　(m20064913)

0.688 $x^2 \cos 3x$ の n 次導関数を求めよ．ただし，$g(x) = \cos ax \ \ (a > 0)$ のとき，$g^{(n)}(x) = a^n \cos\left(ax + \dfrac{n}{2}\pi\right)$ となることを証明せずに使用してもよい．

(佐賀大 2006)　(m20064914)

0.689 次の関数の導関数 dy/dx を求めなさい．

(1) $y = 3x^2 + 4x$　(2) $y = 1/x$　(3) $y = x^2 \ln x$　(4) $y = \sin(3x)$　(5) $y = x/e^{2x}$

(佐賀大 2006)　(m20064924)

0.690 次の極限値を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{5}}{x-3}$　(2) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{4x^2 + x}{5x^2 - 4x + 7}$

(佐賀大 2006)　(m20064935)

0.691 次の関数を微分せよ．

(1) $y = (x^2 - 3x + 1)^3$　(2) $y = (\sin 4x)\log(x-3)$

(佐賀大 2006)　(m20064936)

0.692 以下の関数に対して，区間 I における関数の増減表を作成し，その区間における最大値と最小値を求めよ．

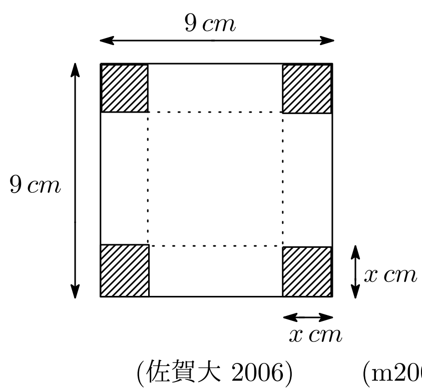
$$y = x^3 - 2x^2 + 1\ , \qquad I = [\,1, 3\,]$$

(佐賀大 2006)　(m20064938)

0.693 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$ を求めよ．

(佐賀大 2006)　(m20064939)

0.694 一辺の長さが 9 cm の正方形の厚紙の四隅から，一辺 x cm の合同な 4 つの正方形 $(0 \leq 2x \leq 9)$ を切り取り，その残りの部分を折り上げて枡（ます）を作る．この枡の容積を最大にする x を求めよ．



(佐賀大 2006)　(m20064942)

0.695 次の関数の一次導関数 dy/dx を求めなさい．

(1) $y = 2x^3 + 3x + 5$　(2) $y = \sin^2 x$　(3) $y = (2x+1)^3$

(4) $y = x \cdot \log x$　(5) $y = \exp(x)/x$

(佐賀大 2007)　(m20074901)

0.696 次の関数の極限を求めよ．ただし，log は自然対数とする．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x-\sin x}{x^3}$　(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\log\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$

(佐賀大 2007)　(m20074909)

0.697 次の関数の極限値を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{1-x}}{x}$　(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} x\sin\frac{1}{x}$

(佐賀大 2007)　(m20074915)

0.698 半径 R の円に内接する長方形のうち，面積が最大なものを求めよ．

(佐賀大 2007)　(m20074916)

0.699 次の関数を x について，微分せよ．但し，log の底は e とする．

(1) $y = \sin 3x \cos 3x$　(2) $y = (x\sin x)^3$　(3) $y = (\log x)^2$　(4) $y = 10^x$

(佐賀大 2007)　(m20074922)

0.700 次の関数の第 n 次導関数 $y^{(n)}$ を求めよ．

(1) $y = \sin ax$　(2) $y = e^{-ax}\sin bx$

(佐賀大 2007)　(m20074923)

0.701 $x-y$ 平面において，y 軸上を等速運動する点 P があり，その座標を $(0,y)$ とする．x 軸上の定点を A とし，その座標を $(a,0)$ とすると，x 軸と直線 AP とのなす角 θ の角速度は直線 AP の長さの 2 乗に反比例することを次の手順により示せ．ただし，各変数の時間微分を $y' = \dfrac{dy}{dt}$, $\theta' = \dfrac{d\theta}{dt}$ とする．

(1) 問題の関係を図で示せ．

(2) 点 P が等速運動する関係式を示せ．ただしその速度を v_0（一定値）とする．

(3) $\tan\theta$ がどのように表されるかを示し，その両辺を時間 t で微分し，題意を示せ．

(佐賀大 2008)　(m20084904)

0.702 次の関数の x に対する導関数を求めよ．

(1) $f(x) = \dfrac{1}{1+e^{-2x}}$

(2) $f(x) = \cos(2x + 3\sin(3x))$

(佐賀大 2009)　(m20094914)

0.703 (1) 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sinh x}{x}$ を求めよ．

(2) $y = \sqrt{1+2\log x}$ の導関数を求めよ．

(佐賀大 2009)　(m20094921)

0.704 (1) 次の関数を微分しなさい．

$$y = \frac{2x+1}{x^2+1}$$

(2) 次の関数を合成関数の微分法で微分しなさい．

(a) $y = \sqrt{x^2+4}$

(b) $y = e^{2x+1}$

(3) 不定形の極限値を求めなさい.

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-2\cos x}{x^3}$ （$x \cong 0$ のとき $x = \sin x$ となる関係を利用して解答しなさい）

(b) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\log x}{x^2}$

(佐賀大 2009)　　(m20094929)

0.705 次の関数の増減・凸凹について (1)〜(3) の問いに答えなさい.

$$y = x^3 - 6x^2 + 9x - 8$$

(1) 関数の極小あるいは極大をとる x を 2 つ（x_1 および x_2）求めなさい.

(2) 上記の 2 つの x に対してそれぞれ極小あるいは極大を与えるか理由を説明して区別しなさい.

(3) 変曲点を与える座標を求めなさい.

(佐賀大 2009)　　(m20094930)

0.706 次の関数を微分せよ.

(1) $\dfrac{1}{\tan x}$　　(2) $e^{\sqrt{x}}$

(佐賀大 2010)　　(m20104901)

0.707 次の曲線の概形をかけ.

$$y = x\sqrt{1-x^2}$$

(佐賀大 2010)　　(m20104902)

0.708 次の極限値を求めよ.

$$\lim_{x\to 1}\frac{\log x}{1-x}$$

(佐賀大 2010)　　(m20104907)

0.709 次の関数の極限を求めよ. ただし, $a > 0$ とし, $\log$ は自然対数とする.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to a}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{a}}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{a}}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x^2}{\sin x}$　　(3) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} x\log\left(1+\frac{2}{x}\right)$

(佐賀大 2010)　　(m20104908)

0.710 (1) 次の極限を求めよ.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}$$

(2) (1) の結果を利用して次の極限を求めよ.

$$\lim_{h\to 0}\frac{\cos(\theta+h)-\cos(\theta)}{h}$$

(佐賀大 2010)　　(m20104913)

0.711 次の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{3x^2-x-10}{x-2}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-x\right)$

(佐賀大 2010)　　(m20104917)

0.712 次の関数 y の導関数 dy/dx を求めなさい.

(1) $y = (ax+b)/(cx+d)$ (2) $y = x^{-n}$ (3) $y = (x^2+1)^{1/2}$ (4) $y = \tan x$

(佐賀大 2010) (m20104923)

0.713 3 次関数 $f(x)$ が次の条件を満たすとき, $f(x)$ を求めなさい. ただし, $f'(x)$ は $f(x)$ の導関数である.

$$f(-2) = 0\ , \qquad f(0) = 0\ , \qquad f'(1) = -5\ , \qquad f'(-1) = -1\ .$$

(佐賀大 2010) (m20104925)

0.714 次の関数の導関数 dy/dx を求めなさい.

(1) $y = x\sin x$ (2) $y = (ax+b)^n$

(3) $y = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ (4) $y = \log\dfrac{2x}{1+\sin x}$

(佐賀大 2011) (m20114901)

0.715 下式で表される Leibniz の公式を使って, $y = x^3\sin x$ の第 n 次導関数を求めなさい.

$$\text{Leibniz の公式 : } (uv)^{(n)} = u^{(n)}v + \begin{pmatrix} n \\ 1 \end{pmatrix} u^{(n-1)}v' + \begin{pmatrix} n \\ 2 \end{pmatrix} u^{(n-2)}v'' + \cdots + \begin{pmatrix} n \\ n \end{pmatrix} uv^{(n)}$$

ここで, $(uv)^{(n)}$: 関数 uv の第 n 次導関数, $\begin{pmatrix} n \\ r \end{pmatrix} = \dfrac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{r!}$

(佐賀大 2011) (m20114902)

0.716 方程式 $x^3 + 3px + q = 0$ が相異なる 3 実数解をもつための条件を求めよ.

(佐賀大 2011) (m20114905)

0.717 次の関数を微分せよ.

(1) 10^x (2) $\dfrac{1}{\sin^2 x}$ (3) $\cosh^{-1} x$

(佐賀大 2011) (m20114910)

0.718 次の関数 y の導関数 dy/dx を求めなさい.

(1) $y = x^2 + \sqrt{x}$ (2) $y = e^{2x^2}$

(3) $y = \sin(3x)\cos x$ (4) $y = x\log x$

(佐賀大 2012) (m20124907)

0.719 次の関数 y について答えなさい. ただし, a および b は正の定数である.

$$y = 4a\left\{\left(\frac{b}{x}\right)^{12} - \left(\frac{b}{x}\right)^{6}\right\}$$

(1) $y = 0$ となるときの x の値を求めなさい.

(2) $y < 0$ となるときの x の値の範囲を求めなさい.

(3) 関数 y が極値をとるときの x を求めなさい.

(佐賀大 2012) (m20124909)

0.720 次の関数 $f(x)$ の微分 $f'(x)$ を計算せよ.

(1) $f(x) = \dfrac{x^4 + x^2 + 1}{x+1}$ (2) $f(x) = e^{\sin x}\cos(2x)$

(佐賀大 2012) (m20124911)

0.721 次の関数を微分せよ．

(1) $y=\log_{10}3x$ (2) $y=\left(\dfrac{x}{x^2+1}\right)^3$

(佐賀大 2013) (m20134901)

0.722 次の関数の極限を求めよ．ただし，$a>0$ とする．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{x}$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{2x-\sin 2x}{x^3}$ (3) $\displaystyle\lim_{x\to a-0}\frac{|x-a|}{x^2-a^2}$

(佐賀大 2013) (m20134910)

0.723 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{1-x}{\log x}$ を求めよ．

(佐賀大 2013) (m20134916)

0.724 $y=\sqrt{1+\sin x}$ の導関数を求めよ．

(佐賀大 2013) (m20134917)

0.725 次の関数 y の導関数 dy/dx を求めなさい．

(1) $y=x\log_e x-x$ (2) $y=\dfrac{1}{3}(x^2+1)^{3/2}$ (3) $y=\dfrac{a\sin bx-b\cos bx}{a^2+b^2}e^{ax}$

(4) $y=3^{-x}$ (5) $y=\log_e\left|\tan\dfrac{x}{2}\right|$

(佐賀大 2013) (m20134924)

0.726 次の関数 $f(x)$ の微分 $f'(x)$ を計算せよ．

(1) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ (2) $f(x)=x\log_{10}x$

(佐賀大 2014) (m20144901)

0.727 次の関数の増減，極値，変曲点を調べてグラフを描け．

$y=\dfrac{x}{x^2+1}$

(佐賀大 2014) (m20144909)

0.728 次の関数を微分せよ．

(1) $\ln\dfrac{1}{x^4+1}$ (2) $y=e^{x^3}\cos x$

(佐賀大 2015) (m20154901)

0.729 次の関数 y の導関数 dy/dx を求めなさい．

(1) $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\quad(ad-bc\neq 0)$ (2) $y=\log_e\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$

(3) $y=e^x\left(x^2+1\right)$ (4) $y=2^{\sin x}$

(佐賀大 2015) (m20154904)

0.730 次の関数の極限を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to a}\frac{x^2-3ax+2a^2}{x^2-a^2}$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$

(佐賀大 2016) (m20164901)

0.731 次の関数を微分しなさい．

(1) $-3x^2+x+\dfrac{1}{x^2}$ (2) x^3e^{-x} (3) $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^3$ (4) $\dfrac{x^2}{\log x}$

(佐賀大 2016) (m20164906)

0.732 次の関数の n 次導関数を求めなさい.

(1) $\sin x$ (2) $\dfrac{1}{x^2-1}$

(佐賀大 2016) (m20164907)

0.733 点 $(1,4)$ を通る関数 $y=x^2+2x$ の接線は存在しないことを証明しなさい.

(佐賀大 2016) (m20164909)

0.734 次の微分を求めよ. ただし, e は自然対数の底である.

(1) $y=\dfrac{x}{x^2+1}$ (2) $y=e^{-x}\sin x$ (3) $y=\dfrac{\log x}{x}$

(佐賀大 2016) (m20164911)

0.735 次の関数を微分せよ.

(1) e^{3x} (2) $\log_a x\ \left(ヒント：\log_a x=\dfrac{\log x}{\log a}\right)$ (3) $\log_{10}\bigl(\log_{10} x\bigr)$

(佐賀大 2016) (m20164921)

0.736 次の関数の極限を求めよ. ただし, $a>0$ とする.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{2x}\right)^x$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{\sin(x^2-1)}{x-1}$ (3) $\displaystyle\lim_{x\to a}\frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{a}}{\sqrt{x}-\sqrt{a}}$

(佐賀大 2016) (m20164925)

0.737 次の関数 y の導関数 dy/dx を求めなさい.

(1) $y=\sqrt[3]{x^2+1}$ (2) $y=\bigl\{1-(1-x^2)^2\bigr\}^2$ (3) $y=\tan 4x$ (4) $y=x^{\sin x}$

(佐賀大 2016) (m20164930)

0.738 次の関数を微分せよ.

(1) $y=\log_{10} 5x$ (1) $y=\left(\dfrac{x}{x^2+1}\right)^4$

(佐賀大 2017) (m20174907)

0.739 次の関数を微分しなさい.

(1) $y=\dfrac{4}{3}x^6$ (2) $y=\bigl(x^2+1\bigr)^3$ (3) $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

(4) $y=2e^{5x}$ (5) $y=\sin^2 x$ (6) $y=\ln\bigl(x^2+x\bigr)$

(佐賀大 2017) (m20174911)

0.740 関数 $f(x)=e^{-x^2}$ の増減, 凹凸を調べ, 曲線 $y=f(x)$ の概形を描け. ただし, e は自然対数の底である.

(佐賀大 2017) (m20174916)

0.741 次の極限値を求めなさい..

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\left(\frac{2x^2-1}{x^2(x^2-1)}-\frac{x}{x^2-1}\right)$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{3\arcsin\frac{x}{5}}{x}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} x\left\{\log(3x+1)-\log 3x\right\}$

(佐賀大 2018) (m20184901)

0.742 次の関数を微分せよ.

(1) $\dfrac{\sqrt{x+2}}{x+1}$ (2) $\log \dfrac{\cos x}{x}$

(佐賀大 2018) (m20184909)

0.743 次の関数 y の導関数 dy/dx を求めよ.

(1) $y = x^2 e^{-x}$ (2) $y = \tan x$ (3) $y = \dfrac{x^2}{\log x}$ (4) $y = \sqrt{\dfrac{(1-x)(x^2+3)}{(x-1)^2}}$

(佐賀大 2018) (m20184921)

0.744 つぎの関数の 3 階導関数を求めよ.

(1) $x^3 \log x$ (2) $e^{ax} \sin bx$

(佐賀大 2018) (m20184926)

0.745 次の関数を微分しなさい.

(1) $y = \dfrac{1}{2}x^4$ (2) $y = \left(2x^2+1\right)^2$ (3) $y = \sqrt{x}$ (4) $y = 3\,e^{-4x}$

(佐賀大 2021) (m20214906)

0.746 次の関数の増減，極値，変曲点を調べてグラフを描け.

$$y = \frac{x}{x^2+1}$$

(佐賀大 2021) (m20214911)

0.747 次の問いに答えよ．ただし，log は自然対数であり，e は自然対数の底である.

(1) 次の極限を求めよ.

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{2x^3-7x^2+2x+3}{2x^3-7x^2+7x-2}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$

(2) 次の微分を求めよ.

(a) $\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ (b) $\tan^2(x)$

(佐賀大 2021) (m20214915)

0.748 次の極限値を求めなさい.

(1) $\displaystyle\lim_{x+\infty} \frac{x-\cos x}{x}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to +0} x^x$

(佐賀大 2021) (m20214920)

0.749 (1) つぎの式で与えられる x の関数 y を x に関して微分せよ.

$$y = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$$

(2) x および y が，媒介変数 t を用いて，つぎの 2 つの式で与えられる．ただし，$t>0$ とする．この y を x に関して微分し，その結果を t の関数で示せ.

$$x = \frac{1}{t^3+t+1} \qquad y = \frac{2t}{t^3+t+1}$$

(佐賀大 2022) (m20224901)

0.750 次の関数を微分せよ.

(1) $e^{5x} \sin 2x$ (2) $\log_e(\log_e x)$

(佐賀大 2022) (m20224905)

0.751 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin^{-1}x+\tan^{-1}(2x)}{x}$ を求めよ．
ただし，$\sin^{-1}x$ および $\tan^{-1}x$ は，それぞれ $\sin x$ および $\tan x$ の逆関数である．

(佐賀大 2022) (m20224913)

0.752 次の関数 y の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めなさい.

(1) $y=(x+3)^8$ (2) $y=\sin(2x)$ (3) $y=e^{\cos x}$
(4) $y=\sqrt{x^3+x^2+1}$ (5) $y=\log(x^3+1)$ (6) $y=\dfrac{\log(x)}{x^2+3}$

(佐賀大 2022) (m20224919)

0.753 下記の極限値を求めなさい. 答えだけでなく途中経過も記載すること.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{x^3-3x+2}{2x^3-x^2-4x+3}$ (1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\frac{1}{x}}$

(佐賀大 2022) (m20224924)

0.754 $f(x)=e^{-x}\sin x$ について以下の問いに答えなさい. ただし, $0\leq x\leq 2\pi$ とする.

(1) 曲線 $y=f(x)$ の増減, 凹凸を調べ, その概形を描きなさい.

(2) f の最大値を $f_{\rm max}$ とし, そのときの x を $x_{\rm max}$ とする. また,f の最小値を $f_{\rm min}$ とし, そのときの x を $x_{\rm min}$ とする. このとき, $x_{\rm max}$, $x_{\rm min}$ および $\left|\dfrac{f_{\rm max}}{f_{\rm min}}\right|$ を求めなさい. ただし, $\left|\dfrac{f_{\rm max}}{f_{\rm min}}\right|$ は $\dfrac{f_{\rm max}}{f_{\rm min}}$ の絶対値を表す.

（長崎大 2004） (m20045001)

0.755 次の関数をに x ついて微分せよ.

$y=(2x^3+x-3)^5$ $y'=$ ________________

（長崎大 2004） (m20045002)

0.756 次の導関数を示せ.

(1) x^n (2) e^x (3) $\log x$ (4) $\sin x$ (5) $\tan x$

（長崎大 2004） (m20045003)

0.757 関数

$$f(x)=1-e^{-x/2}\cos\frac{\sqrt{3}}{2}x-\frac{1}{\sqrt{3}}e^{-x/2}\sin\frac{\sqrt{3}}{2}x$$

について，以下の問いに答えなさい．ただし，$0\leq x\leq 2\sqrt{3}\pi$ とする．

(1) $\dfrac{df}{dx}=0$ を満足する x の値をすべて求めなさい．

(2) (1) で求めた x に対して，$f(x)$ の値および $\dfrac{d^2f}{dx^2}$ の値を求めなさい．

(3) $0\leq x\leq 2\sqrt{3}\pi$ における，最初の極大値を y_1，2 番目の極大値を y_2 とし，

$$p_1=y_1-1\ ,\quad p_2=y_2-1$$

と定義する．このとき，$\ln(p_2/p_1)$ を求めなさい．ln は自然対数（底が e の対数）を表す．

(長崎大 2008) (m20085001)

0.758 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\log(1+x)-x+\dfrac{x^2}{2}}{x^3}$ を求めよ．

(長崎大 2008) (m20085008)

0.759 以下の問いに答えなさい．ただし，y は $-\dfrac{\pi}{2} < y < \dfrac{\pi}{2}$ とする．

(1) $x = \tan y$ に対して，$\dfrac{dx}{dy}$ を求めなさい．

(2) $y = \tan^{-1} x$ に対して，逆関数の微分の公式

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\dfrac{dx}{dy}}$$

を利用して，$\dfrac{dy}{dx}$ を x で表しなさい．

(長崎大 2009) (m20095001)

0.760 (1) 次の関数を微分せよ．

(a) $\sin^{-1}\dfrac{x}{3}$

(b) $e^{-x^2} + \tan x$

(2) 次の極限値を求めよ．

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\cos x - 1 + \dfrac{x^2}{2}}{x^4}$

(b) $\displaystyle\lim_{x\to +0} x^x$

(長崎大 2009) (m20095011)

0.761 下記の極限値を求めよ．

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x}$$

(長崎大 2010) (m20105002)

0.762 (1) $e^{a\sqrt{x}}$ の微分を求めよ. ただし, a は実定数である.

(2) $x^k \sin ax$ の微分を求めよ. ただし, k は整数, a は実定数である.

(3) 極限 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\log(a^x + b^x) - \log 2}{x}$ を計算せよ. ただし, $a,\ b$ は正定数である.

(長崎大 2010) (m20105011)

0.763 $\log_e\sqrt{\dfrac{1+x^2}{1-x^2}}$ を x で微分せよ．

(長崎大 2011) (m20115001)

0.764 関数 $y = \dfrac{x^2}{e^x}$ について，以下の問題に答えよ．

(1) y の 1 次導関数および 2 次導関数を求めよ．

(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} y$ および $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} y$ を求めよ．

(3) この関数の増減表を作成せよ．

(4) $y = \dfrac{x^2}{e^x}$ のグラフの概形を描け．

(長崎大 2011) (m20115004)

0.765 以下の問いに答えよ．

(1) $e^{2x}\sin(ax)$ の微分を求めよ．ただし a は定数である．

(2) $x^{\sin x}$ の微分を求めよ． (3) 極限 $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\sin x - x\cos x}{\sin x - x}$ を計算せよ．

(長崎大 2011) (m20115008)

0.766 半径 R の半球状のドームがある．

このドーム内に納めることの出来る，最大の体積を持つ円柱を求めたい．

(1) この円柱が半球に接しているとき，高さ h の円柱の体積 V を，R と h を用いて示せ．

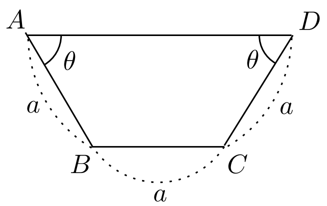
(2) このとき h に対して円柱の体積 V はどの様に変化するか示せ．

(3) 円柱の体積が最大となる時，円柱の半径と高さを各々 R を用いて示せ．

また，最大となる円柱の体積と半球状のドームの体積との比はいくらか．

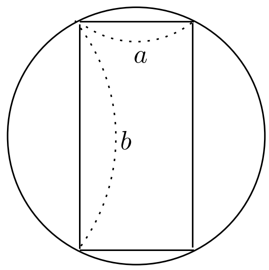
(大分大 2002) (m20025102)

0.767 図のような 3 辺 AB, BC, CD の長さが a の台形がある．この 3 辺の長さは変わらないとして，台形の面積が最大となるような角度 θ を求めなさい．



(大分大 2013) (m20135101)

0.768 半径 r の円に内接する長方形がある．長方形の面積が最大となるような辺の長さ a, b を，円の半径 r を用いて表しなさい．



(大分大 2013) (m20135103)

0.769 関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ が，$x = 1$ で極大値をとり，$x = 2$ で極小値をとるように関数 $f(x)$ の係数 a と b を決定せよ．

(大分大 2014) (m20145102)

0.770 $x > 0$ のとき，$0 < x\log(1 + \dfrac{1}{x}) < 1$ であることを示せ．

（熊本大 2001） (m20015201)

0.771 (1) 連続関数の中間値の定理について述べよ．

(2) $f(x)$ は区間 $I = [a, b]$ 上で定義されている連続関数とする．このとき，$f(x)$ が I 上単射であるための必要十分条件は $f(x)$ が I 上単調増加関数または単調減少関数であることを示せ．

注：$f(x)$ が I 上単調増加関数であるとは，$x_1, x_2 \in I$，$x_1 < x_2$ ならば，$f(x_1) < f(x_2)$ であるとき，また単調減少関数であるとは，$x_1, x_2 \in I$，$x_1 < x_2$ ならば，$f(x_1) > f(x_2)$ であるときをいう．さらに，I 上単射であるとは，$x_1, x_2 \in I$，$x_1 \neq x_2$ ならば，$f(x_1) \neq f(x_2)$ であるときをいう．

（熊本大 2001） (m20015202)

0.772 次の極限値を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2 x}{1-\cos x}$ (3) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{2^x-1}{x}$

（鹿児島大 2001） (m20015402)

0.773 関数 $y=x\sqrt{x-x^2}$ の増減，極値，凹凸を調べ，グラフの概形を示せ．

（鹿児島大 2001） (m20015403)

0.774 次の関数を微分せよ．

(1) $y=(3x+2)(3x^2+6x+1)$ (2) $y=2x/(x^2+5)$ (3) $y=\sin^2 5x$

（鹿児島大 2001） (m20015404)

0.775 次の関数の増減を調べ，極値を求めよ．また，そのグラフの概形をかけ．

$$y=x(1-x)^{2/3}$$

（鹿児島大 2001） (m20015405)

0.776 関数 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1+2x}}$ の x に関する 3 次の導関数 $f^{(3)}(x)$ を示し，$f^{(3)}\left(\dfrac{1}{2}\right)$ を求めよ．

（鹿児島大 2001） (m20015406)

0.777 次の x に関する関数において，1 階の導関数を求めなさい．

(1) $\dfrac{1}{1-x}$

(2) $\sin 2x+\cos x$

(3) $e^x\log x$

(鹿児島大 2005) (m20055409)

0.778 $0<x<\dfrac{\pi}{2}$ のとき，$\dfrac{2}{\pi}<\dfrac{\sin x}{x}$ であることを証明せよ．

(鹿児島大 2005) (m20055413)

0.779 関数 $f(x)=2x^3+6x^2-2$ の極値を求めなさい．また，そのグラフを描きなさい．

(鹿児島大 2006) (m20065405)

0.780 次の関数を微分せよ．

(1) $y=(8-x)^2+3x$ (2) $y=\log x\cdot e^{-x}$ (3) $y=\sin x\cdot(1+\cos x)$

(鹿児島大 2006) (m20065411)

0.781 次の関数を微分せよ．

(1) $y=\sin x\cos 2x$ (2) $y=\sin^{-1}x\quad\left(-\dfrac{\pi}{2}<y<\dfrac{\pi}{2}\right)$

(鹿児島大 2006) (m20065413)

0.782 (1) 曲線 $y=\log x$ の $x=a$ における接線の方程式を求めなさい，

(2) 方程式 $\log x=kx$ が実数解を持たない k の範囲を求めなさい．

(鹿児島大 2007) (m20075406)

0.783 次の関数を微分せよ．

(1) $y=\cos(\theta)\cdot\sin(\theta)$ (2) $y=\tan(x)\cdot\log(x)$

(鹿児島大 2007) (m20075409)

0.784 次の関数のグラフを図示せよ．特徴的な点は値とともに図示せよ．範囲は $\{-\pi \leqq \theta \leqq \pi\}$ とする．グラフは可能な範囲で丁寧に描くこと．

$y = 3\sin 2(\theta + \pi/3)$

(鹿児島大 2007)　　(m20075412)

0.785 $f'(0) = a$ のとき $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{f(3x) - f(\sin x)}{x}$ を求めよ．　(鹿児島大 2007)　　(m20075413)

0.786 次の関数の微分を求めよ．

(1) $f(x) = \dfrac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$　　(2) $f(x) = \sin^{-1}(x)$

(鹿児島大 2008)　　(m20085409)

0.787 $y = \sin^{-1} x \ \left(-\dfrac{\pi}{2} < y < \dfrac{\pi}{2}\right)$ の導関数を求め，$y = \sin^{-1} \dfrac{1}{x}$ を微分せよ（$x > 1$）．

(鹿児島大 2009)　　(m20095409)

0.788 (1) $t^2 - 2t + 3/\sqrt{t} + 5$ を微分しなさい．

(2) $(5 - 3x^2)^4$ を微分しなさい．

(3) 底面の直径が 10cm，深さが 10cm の直円錐形の容器が頂点を下にして直立している．これに $4\text{cm}^3/\text{sec}$ の割合で水を注ぐとき，水深が 6cm になった瞬間の水面の上昇する速度を求めなさい．

(鹿児島大 2009)　　(m20095411)

0.789 次の微分を計算し, 簡単な式で表せ.

(1) $\dfrac{d}{dx} \log(\cos x)$　　(2) $\dfrac{d}{dx} \left(\dfrac{\cos 2x}{\sin 2x}\right)$

(鹿児島大 2010)　　(m20105401)

0.790 次の微分を求めよ.

$\dfrac{d}{dx}\left(e^{-x^2}\right)$

(鹿児島大 2010)　　(m20105406)

0.791 次の関数を微分しなさい.

$\cos^{-1} \dfrac{x}{a}$

(鹿児島大 2011)　　(m20115407)

0.792 次の微分を求めなさい.

$\dfrac{d}{dx}\left(\log\left|x + \sqrt{x^2 + 1}\right|\right)$　（ただし，対数は自然対数とする.）

(鹿児島大 2011)　　(m20115409)

0.793 関数 $y = a^x$ を x で微分しなさい．ただし，a は正の実数とする．

(鹿児島大 2011)　　(m20115414)

0.794 次の微分を計算し，簡単な式で表せ．

(1) $\dfrac{d}{dx}\left\{\sin(x^3)\right\}$　　(2) $\dfrac{d}{dx}\left(\log x \cdot \cos x\right)$

(鹿児島大 2012)　　(m20125401)

0.795 次の微分を計算し，簡単な式で表せ．

(1) $\dfrac{d}{dx}\left\{\dfrac{e^{2x}}{2} \log(x^2 + 1)\right\}$　　(2) $\dfrac{d}{dx}\left\{\dfrac{\cos^2 x}{(2x + 1)^2}\right\}$

(鹿児島大 2012)　　(m20125406)

0.796 次の微分を求めなさい.

(1) $\dfrac{d}{dx}\left(e^{-x^2}\log x\right)$ （ ただし，対数は自然対数とする．）

(鹿児島大 2012) (m20125411)

0.797 次の微分を求めなさい.

$\dfrac{d}{dx}\left(\sin^{-1}x\right) \qquad \left(-\dfrac{\pi}{2} \leq \sin^{-1}x \leq \dfrac{\pi}{2}\right)$

(鹿児島大 2012) (m20125416)

0.798 以下の問題に答えなさい.

(1) $(x^2+1)^2$ を微分しなさい.

(2) 関数 $y = \cos^2 x - \sin^2 x$ の最大値，最小値，そのときの x の値を求めなさい.

(鹿児島大 2012) (m20125421)

0.799 関数 $y = \dfrac{1}{1+e^{-ax}}$ について以下の設問に答えなさい．ただし，a は正の定数とする.

(1) y の値域を求めなさい.

(2) 逆関数 y^{-1} を求めなさい.

(鹿児島大 2012) (m20125430)

0.800 次の関数 y を x で微分し，三角関数 1 つを用いた式に整理しなさい.

$y = \cos^2 x - \sin^2 x$

(鹿児島大 2012) (m20125432)

0.801 関数 $y = x^x$ を x で微分しなさい.

(鹿児島大 2012) (m20125434)

0.802 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2 x}{1-\cos x}$ を求めなさい.

(鹿児島大 2012) (m20125435)

0.803 以下の微分を計算せよ.

(1) $\dfrac{d}{dx}\left\{\log\left(\tan\dfrac{x}{2}\right)\right\}$ (ただし，$0 < x < \pi$)

(2) $\dfrac{d}{dx}\left(\sin^{-1}x\right)$ (ただし，$-1 < x < 1$)

(鹿児島大 2013) (m20135401)

0.804 次の微分を求めなさい.

$\dfrac{d}{dx}\left[\,\tan^{-1}\sqrt{x}\,\right]$ (ただし，$\tan^{-1}$ は arctan とする.)

(鹿児島大 2013) (m20135406)

0.805 次の問いに答えよ.

(1) x^n の n 階導関数を求めなさい．また，e^{ax} の n 階導関数を求めなさい．ただし，n は，自然数であり，$a > 0$ とする.

(2) 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to\infty} x^n e^{-ax}$ を求めなさい．ただし，n は，自然数であり，$a > 0$ とする.

(鹿児島大 2013) (m20135411)

0.806 次の関数の，付記の区間での，最大値，最小値を求めなさい．

$$f(x) = 2\cos x + \cos 2x \qquad \left(0 \leqq\ x \leqq\ 2\pi\right)$$

(鹿児島大 2013)　　(m20135413)

0.807 関数 $y = x^{x^x}$ を x で微分しなさい．

(鹿児島大 2014)　　(m20145404)

0.808 以下の微分を計算せよ．

(1) $\dfrac{d}{dx}\left\{\tan^{-1}\left(\dfrac{x}{2}\right)\right\}$　　(2) $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{e^x}{x^2+1}\right)$

(鹿児島大 2014)　　(m20145406)

0.809 次の微分を求めなさい．

$\dfrac{d}{dx}\left[\cosh x^2\right]$　　（ただし，cosh はハイパボリックコサインとする.）

(鹿児島大 2014)　　(m20145411)

0.810 次の関数の，付記の区間での，最大値，最小値を求めなさい．

$$f(x) = \cos x + \sin^2 x \quad (0 \leqq\ x \leqq\ 2\pi)$$

(鹿児島大 2014)　　(m20145416)

0.811 以下の微分を計算せよ．

(1) $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{x-1}{x^2+1}\right)$　　(2) $\dfrac{d}{dx}\left(1 - xe^{-x^m/m}\right)$　（ただし，$m \neq 0$）

(鹿児島大 2015)　　(m20155401)

0.812 次の微分を求めなさい．ただし，n は自然数である．　$\dfrac{d^n}{dx^n}\cos^2 x dx$

(鹿児島大 2015)　　(m20155406)

0.813 次の関数を x で微分しなさい．　$y = x^{\sin(x)}$

(鹿児島大 2015)　　(m20155417)

0.814 以下の微分を計算せよ．

(1) $\dfrac{d}{dx}\log(x^2+4x+4)$　(ただし，$x > 0$)　　(2) $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{\cos x}{1+\sin x}\right)$　(ただし，$0 < x < \pi$)

(鹿児島大 2016)　　(m20165401)

0.815 次の微分を求めなさい．

$\dfrac{d}{dx}(\cos^2 x + \cos^2 y)$　　(ただし，$x + y = \pi/2$ とする．)

(鹿児島大 2016)　　(m20165406)

0.816 次の関数を x で微分しなさい．

$$y = x^{\cos(x)}$$

(鹿児島大 2016)　　(m20165414)

0.817 以下の微分を計算せよ．

(1) $\dfrac{d}{dx}(x^2+1)(x^3+2)$　　(2) $\dfrac{d}{dx}\left\{\dfrac{\sin x}{x}\right\}$

(鹿児島大 2017)　　(m20175401)

0.818 次の微分を求めなさい.

$$\frac{d}{dt}(e^{i\omega t}+e^{-i\omega t})$$

(鹿児島大 2017) (m20175406)

0.819 曲線 $y=xe^{-2x}+1$ の点 $P(0,1)$ における接線の方程式を求めよ.

(鹿児島大 2017) (m20175412)

0.820 次の関数を x で微分しなさい.

$$y=x^{\log_e(x)} \qquad (x>0)$$

(鹿児島大 2017) (m20175416)

0.821 関数 $y=|x|$ について，以下の問いに答えよ.

(1) $x=0$ における微分係数を示す式について以下の a,b,c から適切なものを選択せよ.

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0}|x|$ b) $\displaystyle\lim_{x\to 0}x$ c) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{|x|}{x}$

(2) x が 0 においては微分不可能であることを説明せよ.

(鹿児島大 2017) (m20175421)

0.822 以下の微分を計算せよ.

(1) $\displaystyle\frac{d}{dx}\left\{(x^2+3x-1)(5-2x-3x^2)\right\}$ (2) $\displaystyle\frac{d}{dx}(\sin^{-1}x)^2$

(鹿児島大 2018) (m20185401)

0.823 次の微分を求めなさい.

$$\frac{d}{dx}\left(\cos^3(x^2+1)\right)$$

(鹿児島大 2018) (m20185406)

0.824 $x^{\sin x}$ $(x>0)$ の導関数を求めなさい.

(鹿児島大 2018) (m20185412)

0.825 次の関数を x で微分しなさい.

$$y=(\tan(x))^x$$

(鹿児島大 2018) (m20185416)

0.826 次の微分を計算しなさい.

(1) $\displaystyle\frac{d}{dx}\left(\frac{2x}{1+2x^2}\right)$ (2) $\displaystyle\frac{d}{dx}(\sin 2x\cos^2 x)$

(鹿児島大 2018) (m20185420)

0.827 以下の微分を求めなさい.

$$\frac{d}{dx}\left(\sqrt{\cos x+1}\right)$$

(鹿児島大 2018) (m20185425)

0.828 次の関数の導関数を求めよ.

$$f(x)=e^x\cdot\cos x$$

(鹿児島大 2018) (m20185430)

0.829 長さ $5m$ の棒 AB が垂直な壁に立てかけてあり，下端 B が水平な地面を $0.8m/s$ で壁から遠ざかるとする．B が壁から $3m$ 離れたとき，上端 A の速度及び加速度を求めなさい．ただし，この問題では，重力加速度を考慮せず，棒の上部 A は壁から離れず接した状態で地面方向に移動するものとする．

(鹿児島大 2018)　　(m20185436)

0.830 以下の微分を計算せよ．

(1) $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{x^2-4x-5}{x^2+3x+2}\right)$　　(2) $\dfrac{d}{dx}\left[\cos\left(\log ax\right)\right]$

(鹿児島大 2021)　　(m20215401)

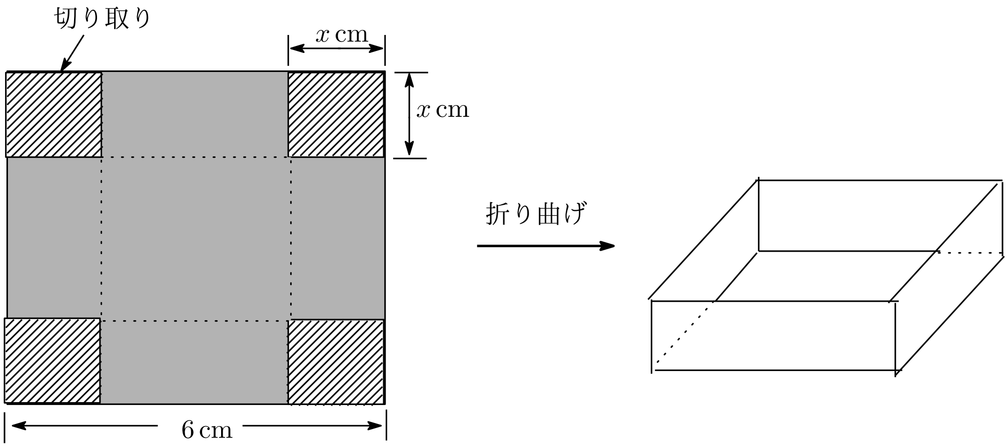
0.831 $\dfrac{d\left(\log(x^2+3)+\sin^2 3x\right)}{dx}$ を求めなさい．ただし，log は自然対数である．

(鹿児島大 2021)　　(m20215406)

0.832 $\sqrt{\cos x}$ の導関数を求めよ．

(鹿児島大 2021)　　(m20215413)

0.833 一辺が $6\,\mathrm{cm}$ の正方形の紙の四隅から，一辺の長さ $x\,\mathrm{cm}$ の同じ大きさの 4 つの正方形を切り取り，残りの紙を折り曲げてふたのない直方体の箱を作る．なお，紙の厚みは無視できるものとする．



(1) この箱の容積を $V\,\mathrm{cm}^3$ とすると，V は ① 式で示されることを説明せよ．

$$V = x(6-2x)^2 \qquad ①$$

(2) x の取りうる範囲を述べよ．

(3) ① 式を微分すると ② 式となる．この式を用いて V が最大となる x の値を求める手順を説明せよ．そして，その x の値を求めよ．

$$V' = 12(x-3)(x-1) \qquad ②$$

(鹿児島大 2021)　　(m20215418)

0.834 以下の微分を計算せよ．

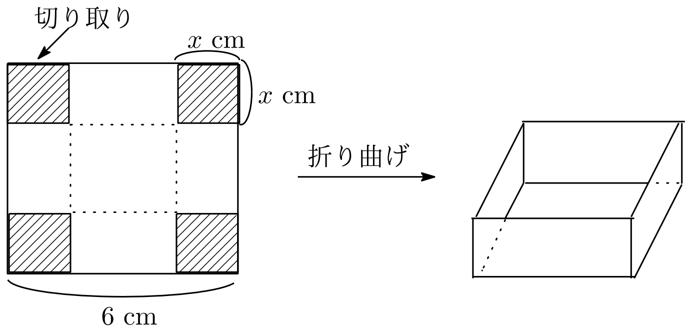
(1) $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{3x^2+2x-1}{x^2-x-1}\right)$　　(2) $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{\sin x}{1-\cos x}\right)$

(鹿児島大 2022)　　(m20225401)

0.835 $\dfrac{d}{dx}\left(\cos(\sin x^2)+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+2}}\right)$ を求めなさい．

(鹿児島大 2022)　　(m20225406)

0.836 一辺が 6 cm の正方形の紙の四隅から，一辺の長さ x cm の同じ大きさの 4 つの正方形を切り取り，残りの紙を折り曲げてふたのない直方体の箱を作る．なお，紙の厚みは無視できるものとする．



(1) この箱の容積を $V\text{cm}^3$ とすると，V は ① 式で示されることを説明せよ．

$$V = x(6-2x)^2 \qquad ①$$

(2) x の取りうる範囲を述べよ．

(3) ① 式を微分すると ② 式となる．この式を用いて V が最大となる x の値を求める手順を説明せよ．そして，その x の値を求めよ．

$$V' = 12(x-3)(x-1) \qquad ②$$

(鹿児島大 2022)　　(m20225412)

0.837 次の関数を微分せよ．

$y = \sin^4 3x$

(室蘭工業大 2005)　　(m20055503)

0.838 次式で定義される双曲線関数：

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}\ , \qquad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

について, 以下を示しなさい.

(1) $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$

(2) $\sinh(x+y) = \sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y$

(室蘭工業大 2005)　　(m20055506)

0.839 関数 $y = \log(x^2+3)$ について次の問いに答えよ. ただし，log は e を底とする自然対数である.

(1) 関数 y の導関数を求めよ.

(2) 関数 y の第 2 次導関数を求めよ.

(室蘭工業大 2005)　　(m20055512)

0.840 $x > 0$ で α が実数のとき, 公式 $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$ を証明せよ.

(室蘭工業大 2005)　　(m20055513)

0.841 次の式が与えられている.　$f(x) = \dfrac{\sin 2x - \cos 2x}{\sin 2x + \cos 2x}$　導関数 $\dfrac{df}{dx}$ を求めなさい.

(室蘭工業大 2006)　　(m20065505)

0.842 次の微分を計算せよ.　$\dfrac{d}{dx}\left[\tan^{-1}\left(\dfrac{1}{2-3x}\right)\right]$

(室蘭工業大 2006)　　(m20065510)

0.843 以下の関数の導関数を求めよ.

(1) $(ax+b)^n$ (2) $\sqrt{1-x}$ (3) $\log(ax+b)$ (4) $e^{\frac{1}{x}}$

(室蘭工業大 2006) (m20065513)

0.844 次の関数の導関数を求めなさい.

$$f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

(室蘭工業大 2008) (m20085503)

0.845 次の関数の導関数を求めなさい.

$$f(x) = e^x \cos x$$

(室蘭工業大 2008) (m20085504)

0.846 (1) 次の微分を計算せよ.

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)$$

(2) $f(x) = \sin(\sqrt{x})$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ.

(3) $f(x) = 3x^3+1$, $g(x) = x^4-5$ に対する合成関数 $h(x) = f(g(x))$ および $k(x) = g(f(x))$ の導関数 $h'(x), k'(x)$ をそれぞれ求めよ.

(室蘭工業大 2010) (m20105501)

0.847 次の関数を x で微分せよ.

(1) $x^2 \sin x$ (2) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^3$

(室蘭工業大 2010) (m20105508)

0.848 次の関数を微分せよ.

(1) $y = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+2}}$ (2) $y = \dfrac{\cos x}{x}$

(室蘭工業大 2011) (m20115503)

0.849 次の微分を計算しなさい.

$$\frac{d}{dx}\left(\sin^{-1}x - x\sqrt{1-x^2}\right) \quad \left(\text{ただし, } -\frac{\pi}{2} < \sin^{-1}x < \frac{\pi}{2}\text{とする}\right)$$

(室蘭工業大 2011) (m20115507)

0.850 $y = e^{-5x}\cos 5x$ を x で微分せよ. e は自然対数の底である.

(室蘭工業大 2015) (m20155502)

0.851 (1) から (3) の関数をそれぞれ微分せよ.

(1) $y = -\cos(2x)$ (2) $y = e^{-3x^2}$ (3) $y = \log(2x^2+1)$

(室蘭工業大 2015) (m20155507)

0.852 次の微分を求めよ. $\dfrac{de^{x\ln x}}{dx}$ (室蘭工業大 2015) (m20155510)

0.853 次の関数を微分せよ.

(1) $y = x^3\cos 3x$ (2) $y = \log\left(\sin\left(\frac{1}{x}\right)\right)$ (3) $y = \left(\frac{x}{x-1}\right)^3$

(室蘭工業大 2015) (m20155514)

0.854 以下の微分を計算せよ．

$$\frac{d\sin^3 x}{dx}$$

(室蘭工業大 2016)　　(m20165509)

0.855 以下の微分を計算せよ．

$$\frac{d}{dx}\left\{\sin^{-1}\left(x^2-1\right)\right\} \qquad \left(0<x<\sqrt{2}\right)$$

(室蘭工業大 2017)　　(m20175507)

0.856 関数 (1) と (2) を x で微分せよ．

(1) $y=\log\left(x^3+4x^2+5x+2\right)$　　(2) $y=\cos\left(x^2+\dfrac{2}{x}\right)e^{-x}$

(室蘭工業大 2018)　　(m20185505)

0.857 $\dfrac{d^2}{dx^2}\left(\dfrac{1}{2x-1}\right)$ を計算せよ．ただし，$x\neq\dfrac{1}{2}$ とする．

(室蘭工業大 2018)　　(m20185507)

0.858 つぎの微分を計算せよ．$\dfrac{d\left(5^{2x}\right)}{dx}$

(室蘭工業大 2022)　　(m20225508)

0.859 (1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^x+e^{-x}-2}{1-\cos x}$ を求めよ．　　(2) $f(x)=\log|\sin^{-1}x|$ を微分せよ．

(岡山県立大 2007)　　(m20075601)

0.860 (1) 次の関数のグラフを描け．

$$y=\frac{x^2-4}{|x-2|}$$

(2) 次の関数のグラフを描け．

$$y=x^2-|x^2-4|$$

(3) 縦の長さ x，横の長さ y の長方形がある．対角線の長さ l を一定として面積 S が最大になるようにするには x と y をどのようにすればよいかを説明せよ．また，そのときの面積はどうなるか，l を用いて表せ．

(香川大 2009)　　(m20095701)

0.861 次の関数の極値を求めよ．

$$y=2x^2e^{-x}$$

(香川大 2013)　　(m20135702)

0.862 次の極限値を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{5x^4-4x^2}{8x^4+5x^3}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\log x}{4x}$　　(3) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{2x^2+x+1}-\sqrt{2}x\right)$

(香川大 2016)　　(m20165701)

0.863 次の極限値を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 2x}{x^2}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x^3-3x^2+4}{x^3-2x^2-4x+8}$

(香川大 2018)　　(m20185701)

0.864 次の極限を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{1}{\sqrt{4x^2+3x-6}-2x}$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{2x}-2x^2-2x-1}{2x^3}$

(香川大 2020) (m20205701)

0.865 次の極限を求めよ.

$$\lim_{x\to 0} \frac{x-\sin x}{x\sin x}$$

(香川大 2022) (m20225701)

0.866 関数

$$f(x) = a^2x^2 - b(x+1) + \sin ax + \cos ax$$

について, 以下の設問に答えよ. ただし, a, b は実数である.

(1) 第 1 次導関数 $f'(x)$ および第 2 次導関数 $f''(x)$ を導け.

(2) 全ての実数 x に対し, $f''(x) > 0$ であることを示せ.

(3) 設問 (2) の結果から, $f'(x)$ は増加関数であることがわかる. このとき, 領域 $x > 0$ において, $f'(x) > 0$ が成立するためには a と b の間にどのような関係があればよいか. 関係式を導け.

(4) 設問 (3) の条件のもとで, 領域 $x > 0$ において $f(x) > 0$ が成立するためには, さらにどのような条件が必要か.

(島根大 2005) (m20055808)

0.867 関数 $f(x) = e^{-x}(\sin x + \cos x)$ の極値を調べよ.

(島根大 2006) (m20065806)

0.868 関数 $f(x) = \dfrac{1+2\sin x}{2-\sin x}$ の最小値と最大値を求めよ. また, $f(x)$ は $0 \leq x \leq 2\pi$ において 2 つの変曲点をもつことを示せ.

(島根大 2007) (m20075804)

0.869 関数 $y = \dfrac{1}{2}x^2e^{-x}$ の増減・凹凸に関する以下の問いに答えよ.

(1) 関数 y の導関数 y' および 2 階導関数 y'' を求めよ.

(2) 関数 y の変曲点における x 座標を求めよ.

(3) 関数 y が極小となるときの x の値 $x_{\min}$ と極小値 $y_{\min}$, および, 関数 y が極大となるときの x の値 $x_{\max}$ と極大値 $y_{\max}$ を求めよ.

(4) 極小点, 極大点, および変曲点を考慮して関数 y のグラフを描け.

(島根大 2007) (m20075813)

0.870 以下の各設問に答えよ. ただし, x は実数とする.

(1) 関数 $f(x)$, $g(x)$ を $f(x) = x - \tan^{-1} x$, $g(x) = x - x\sin x$ と定義する. 以下の問いに答えよ.

(a) 導関数 $f'(x)$, 第 2 次導関数 $f''(x)$ を求めよ.

(b) 導関数 $g'(x)$, 第 2 次導関数 $g''(x)$ を求めよ.

(c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{g(x)}$ の値を求めよ.

(2) 関数 $y(x)$ を $y(x) = (x^2+1)e^{-x}$ と定義する. 以下の問いに答えよ.

(a) 導関数 $y'(x)$, 第 2 次導関数 $y''(x)$ を求めよ.

(b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} y(x) = 0$ であることを示せ.

(c) $y'(x)$，および $y''(x)$ の符号を用いて，関数 $y(x)$ の増減表を作成せよ．また，関数 $y(x)$ のグラフの概形をかけ．

(島根大 2012)　　(m20125801)

0.871 閉区間 $[a,b]$ で連続で，開区間 (a,b) で微分可能である関数 $f(x)$ に対して，次の命題（平均値の定理）が成り立つ．

ある $c(a<c<b)$ が存在して

$$(*) \qquad \frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$$

次の問いに答えよ．

(1) $f(x)=x^2$ のとき，区間 (a,b) において，$(*)$ が成り立つような c を求めよ．

(2) 閉区間 $[a,b]$ で連続かつ，開区間 (a,b) で 2 回微分可能でつねに $f''(x)>0$ を満たす関数 $f(x)$ を考える．このとき，区間 (a,b) において関数

$$F(x)=\frac{f(b)(x-a)+f(a)(b-x)}{b-a}-f(x)$$

はつねに正であり，かつ $F(x)$ の極大値が区間 (a,b) において，ただ一つだけ存在することを示せ．

(3) $b>a>1$ とする．次の不等式が成り立つことを示せ．

$$\frac{b^2-a^2}{2ab}>\log\frac{b}{a}$$

(島根大 2017)　　(m20175806)

0.872 曲線 $g(x)=e^x(2x^2-11x+16)$ の増減と凹凸を調べ，グラフの概形を描け．

(島根大 2019)　　(m20195805)

0.873 関数 $f(x)=x^2\log_e\dfrac{1}{x^2}$ について以下の問に答えよ．ただし，e は自然対数の底である．

(1) 導関数 $f'(x)$ を求めよ．

(2) $f(x)$ の最大値を求めよ．

(3) 定積分 $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx$ を求めよ

(首都大 2004)　　(m20045904)

0.874 次の極限値を求めよ．　$\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{a^x-b^x}{x}$

(首都大 2005)　　(m20055907)

0.875 次の関数を微分せよ．

(1) $y=x^2\sin\dfrac{1}{x}$　　(2) $y=2^{3x}$

(首都大 2010)　　(m20105904)

0.876 次の関数を微分しなさい．

(1) $f(x)=xe^{-x^2}$　　(2) $f(x)=\sin^2x\cos^2x$

(首都大 2011)　　(m20115904)

0.877 次の関数を微分しなさい．

(1) $f(x)=(2x-x^2)^6$　　(2) $f(x)=\sin^{-1}x^2$

(首都大 2012)　　(m20125904)

0.878 次の関数を微分しなさい.

(1) $f(x) = \dfrac{x-1}{(x+1)^2}$ (2) $f(x) = \sin^4 x \cos 3x$

(首都大 2013) (m20135904)

0.879 次の関数を微分しなさい.

(1) $f(x) = (2x-1)\,e^x$

(2) $f(x) = \log|\sin x|$ $(x \neq n\pi,\ n$ は整数$)$

(3) $f(x) = x^x$ $(x > 0)$

(首都大 2014) (m20145904)

0.880 次の関数を微分しなさい.

(1) $f(x) = \dfrac{e^x}{x}$ (2) $f(x) = \sin^2(x^2+1)$

(首都大 2015) (m20155904)

0.881 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x}$ を求めなさい.

(首都大 2015) (m20155907)

0.882 次の関数を微分しなさい.

(1) $f(x) = \sqrt{3-2x^2}$ (2) $f(x) = \dfrac{x}{e^x}$ (3) $f(x) = \tan^{-1}(1-x)$

(首都大 2016) (m20165904)

0.883 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x\sin x}{\cos x - 1}$ を求めなさい.

(首都大 2016) (m20165907)

0.884 $t(0 < t < 2\pi)$ の関数 $x = a(t - \sin t),\ y = a(1 - \cos t)$ について，以下の問いに答えよ．ただし，a は 0 でない定数とする.

(1) $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ. (2) (1) の結果を用いて，$\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を求めよ.

(首都大 2016) (m20165911)

0.885 次の関数を微分しなさい．解答は答えのみでよい.

(1) $f(x) = \sqrt{x}e^{-x}$ (2) $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$ (3) $f(x) = \cos^{-1}(\log x)$

(首都大 2017) (m20175901)

0.886 次の関数を微分しなさい．ただし，a は正の実数とする.

(1) x^x $(x > 0)$ (2) $x\sqrt{x^2+a} + a\log(\sqrt{x^2+a}+x)$

(首都大 2018) (m20185904)

0.887 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{x}}$ を求めなさい.

(首都大 2018) (m20185907)

0.888 次の関数を微分しなさい.

(1) $f(x) = \sqrt{1+x+x^2}$ (2) $f(x) = \sin^{-1}\dfrac{x}{2}$ (ただし，$-2 < x < 2$)

(首都大 2019) (m20195903)

0.889 次の極限値を求めなさい．

(1) $\lim_{x\to\infty} x\sin\dfrac{1}{x}$ (2) $\lim_{x\to+0} x\log(\sin x)$

(首都大 2019) (m20195906)

0.890 次の関数を微分しなさい．

(1) $f(x) = \dfrac{x^3}{(1-x^2)^{\frac{3}{3}}}$ (2) $f(x) = (\cos x)^{\sin x}$

(東京都立大 2020) (m20205903)

0.891 極限値 $\lim_{x\to0}\left\{\dfrac{1}{x(x+1)} - \dfrac{\log(1+x)}{x^2}\right\}$ を求めなさい．

(東京都立大 2020) (m20205906)

0.892 (1) 次の関数について $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ． $x = \dfrac{a}{\cos\theta}$, $y = b\tan\theta$ （ a, b は定数，ただし，$a \neq 0$ ）

(2) 次の関数について $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ． $y = \dfrac{1}{2}\left(x\sqrt{1-x^2} + \sin^{-1}x\right)$

(3) 次の極限値を求めよ． $\lim_{x\to+0} x^x$

(東京都立大 2020) (m20205910)

0.893 $f(x) = \log\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}$ を x について微分せよ．

(東京都立大 2022) (m20225903)

0.894 $y = \sinh x = \dfrac{1}{2}(e^x - e^{-x})$ の逆関数 $y = \sinh^{-1}x$ について，次の式を示せ．

$$y = \sinh^{-1}x = \log\bigl(x + \sqrt{x^2+1}\bigr), \qquad y' = \frac{d}{dx}\sinh^{-1}x = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

(滋賀県立大 2005) (m20056001)

0.895 (1) $y = e^{x^x}$ $(= \exp(x^x))$ の導関数を求めよ．

(2) $f(x) = \tan x$ の逆関数 $f^{-1}(x) = \tan^{-1}x$ の導関数を求めよ．

(滋賀県立大 2007) (m20076001)

0.896 関数 $f(x)$ の導関数の定義

$$f'(x) = \lim_{h\to0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

にしたがって，$f(x) = \sin x$ の導関数が $f'(x) = \cos x$ であることを示せ．

(滋賀県立大 2008) (m20086001)

0.897 $y = \cosh x = \dfrac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ の逆関数 $y = \cosh^{-1}x$ について，次の各式を示せ．

(1)

$$y = \cosh^{-1}x = \pm\log\left(x + \sqrt{x^2-1}\right)$$

(2) $y > 0$ の $y = \cosh^{-1}x = \log\left(x + \sqrt{x^2-1}\right)$ について

$$y' = \frac{d}{dx}\cosh^{-1}x = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$$

(滋賀県立大 2011) (m20116001)

0.898　逆三角関数に関する次の方程式を解け．

$$\cos^{-1} x = 2\sin^{-1}\frac{3}{5}$$

(滋賀県立大 2012)　　(m20126001)

0.899　極限 $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} x\left(\tan^{-1}(3x) - \frac{\pi}{2}\right)$ を求めよ．ただし，$\tan^{-1}$ の値域は $\left(-\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{\pi}{2}\right)$ とする．

(滋賀県立大 2021)　　(m20216001)

0.900　極限値 $\displaystyle\lim_{x\to+0} x^{\tan x}$ を求めよ．

(滋賀県立大 2022)　　(m20226001)

0.901　関数 $f(x) = (2x^2 - 1)e^{-x^2}$ について，以下の問に答えよ．

(1) 関数 $f(x)$ が偶関数であることを示せ．ただし，偶関数とは $g(-x) = g(x)$ という性質を持つ関数である．

(2) 関数 $f(x)$ が極大値をとる x および極小値をとる x を求めよ．また，それぞれの極値を求めよ．

(3) 関数 $f(x)$ のグラフの概形を描け．ただし，$e^{-\frac{3}{2}}$ の値は，約 0.223 である．

(宇都宮大 2007)　　(m20076102)

0.902　毎秒 $3cm^2$ の割合で面積が増加している円がある．この円の半径が $6cm$ になった瞬間における半径 r の変化率 dr/dt の値を求めよ．ただし，t は時間を表す．

(宇都宮大 2007)　　(m20076111)

0.903　(1) 関数 $y = e^{\sin x}$ を微分せよ．

(2) x, y の関係が次のように媒介変数 t を用いて表されるとき，$\dfrac{dy}{dx}$ を t の式で表せ．

$$\begin{cases} x = 3t - 2 \\ y = 3t^2 - t - 2 \end{cases}$$

(宇都宮大 2010)　　(m20106105)

0.904　$y = \log\left(x^2 + 1\right)$ のとき，$\dfrac{dy}{dx}$ および $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を求めよ．

(宇都宮大 2014)　　(m20146104)

0.905　3 次方程式 $x^3 - 2ax^2 + 3 = 0$ について，異なる実数解の個数が実数定数 a の値によってどのように変わるかを調べなさい．

(宇都宮大 2019)　　(m20196105)

0.906　半径 r の円に内接する長方形のうち，面積最大のものは正方形であることを証明し，そのときの面積を求めよ．

(工学院大 2003)　　(m20036202)

0.907　$y = \sin^2 x + \cos x$ $(0^\circ \leqq\ \ x < 360^\circ)$ の最小値を求めよ．

(工学院大 2004)　　(m20046202)

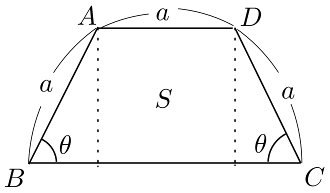
0.908　$x = 2t - 4,\ y = 5 - 3t^2$ の関数があるとき，導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ．(x を用いて表せ．)

(工学院大 2004)　　(m20046209)

0.909　曲線 $y = 2\sin^2 x$ 上の点 $x = \dfrac{\pi}{4}$ における接線の傾きと，接線の方程式を求めよ．

(工学院大 2004)　　(m20046210)

0.910　図のように辺 $AB = AD = DC = a$, $\angle ABC = \angle DCB = \theta$ の等脚台形がある．台形 $ABCD$ の面積 S を a, θ を用いて表せ．さらに面積 S を最大にするような θ の値を求めよ．



(工学院大 2004)　　(m20046211)

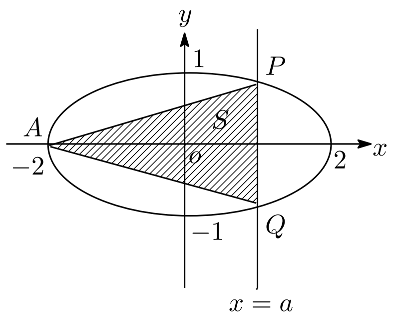
0.911　$y = \sin^2\theta + \sin 2\theta + 3\cos^2\theta$ $(0^\circ \leqq \theta < 90^\circ)$ の最大値とそのときの θ の値を求めよ．

(工学院大 2005)　　(m20056202)

0.912　$x = \sqrt{t+1}$, $y = t^2 + 2t + 3$ で表される関数において $\dfrac{dx}{dy}$ を t の式で表せ．

(工学院大 2005)　　(m20056209)

0.913　図のように楕円 $\dfrac{1}{4}x^2 + y^2 = 1$ と y 軸に平行な直線 $x = a$ が 2 点 P, Q で交わるとき，点 $A(-2, 0)$ を頂点とする三角形 APQ の面積 S が最大となるときの面積 S_{max} とそのときの a の値を求めよ．



(工学院大 2005)　　(m20056211)

0.914　次の極限値を求めよ．

(1)　$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x+1} - \sqrt{x}\right)$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{(\log x)^3}{\sqrt{x}}$

(はこだて未来大 2007)　　(m20076303)

0.915　n を自然数とし，関数 $f_n(x) = \dfrac{1}{n}\sin(nx)$ を考える．以下の問いに答えよ．

(1)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty} f_n(x)$ を求めよ．

(2)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{df_n}{dx}(x) = \frac{d}{dx}\left(\lim_{n\to\infty} f_n(x)\right)$ が成立する x の値を，区間 $[0,\ \pi]$ から求めよ．

(はこだて未来大 2008)　　(m20086303)

0.916　$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$ が成り立つことを利用して, 以下の問いに答えよ.

(1)　$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x - \sin 5x}{x}$ を求めよ.

(2)　$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin(2\sin 2x)}{x}$ を求めよ.

(はこだて未来大 2010)　　(m20106303)

0.917 関数 $f_n(x) = nx(1-x)^n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$ について，以下の問いに答えよ．

(1) n を固定するとき，$f_n(x)$ の閉区間 $[0, 1]$ での最大値を M_n，それを与える x の値を x_n とする．このとき，M_n と x_n をそれぞれ n で表せ．

(2) (1) の M_n と x_n に対して，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} M_n$ と $\displaystyle\lim_{n\to\infty} x_n$ をそれぞれ求めよ．

(はこだて未来大 2012) (m20126304)

0.918 $y \in \left(-\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{\pi}{2}\right)$ に対する正接関数 $\tan y$ の逆関数を $\mathrm{Tan}^{-1}x$ とする．すなわち，

$$y = \mathrm{Tan}^{-1}x \iff x = \tan y \qquad \left(x \in (-\infty, \infty),\ y \in \left(-\frac{\pi}{2},\ \frac{\pi}{2}\right)\right)$$

とする．以下の問いに答えよ．

(1) $y = \mathrm{Tan}^{-1}x$ のグラフの概形を描け．

(2) $\mathrm{Tan}^{-1}\dfrac{2}{3} + \mathrm{Tan}^{-1}\dfrac{1}{5}$ の値を求めよ．ただし，必要であれば，次の正接関数に対する加法定理は既知として用いてよい．

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$$

(はこだて未来大 2013) (m20136305)

0.919 (1) $\displaystyle\lim_{x\to 0} x\left(\frac{e^{1/x} - 1}{e^{1/x} + 1}\right)$ を求めよ．

(2) $0 < x < \pi$ のおいて，$\dfrac{d}{dx}\log\left(\tan\dfrac{x}{2}\right)$ を求めよ．

(3) $\mathrm{Sin}^{-1}\dfrac{3}{5} + \mathrm{Sin}^{-1}\dfrac{4}{5}$ を求めよ．
ただし．$\sin x$ の逆関数 $\mathrm{Sin}^{-1}x$ の値域は，$\left[-\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{\pi}{2}\right]$ とする．

(はこだて未来大 2015) (m20156302)

0.920 関数 $f(x) = e^x(ax^2 + b)$ に対し，$f^{(n)}(x)$ を $f(x)$ の n 次導関数とする．ただし a, b は 0 でない実数，n は自然数とする．以下の問いに答えよ．

(1) $f^{(1)}(x)$，$f^{(2)}(x)$ を求めよ．

(2) $f^{(n)}(x)$ を求めよ．

(3) x についての方程式 $f^{(n)}(x) = 0$ が実数解をもつための必要十分条件を，n, a, b を用いて表せ．

(はこだて未来大 2016) (m20166302)

0.921 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\frac{3^x + 5^x}{2}\right)^{\frac{2}{x}}$ を求めよ．

(はこだて未来大 2018) (m20186303)

0.922 (1) $\displaystyle\lim_{x\to\pi}\frac{(x-\pi)^2}{1 - \sin\frac{x}{2}}$ を求めよ．

(2) x^2e^x の n 次導関数を n を用いて表わせ．ただし，n は自然数とする．

(はこだて未来大 2022) (m20226302)

0.923 次の関数を微分しなさい．

(1) $f(x) = x^2 + x + \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2}$　　(2) $f(x) = x^2\cos\dfrac{1}{x}$

(3) $f(x) = \left(x^2 + \sqrt{x} + 1\right)^{\frac{3}{2}}$　　(4) $f(x) = \log_e(x^3 + x + 1)$

(東京海洋大 2012) (m20126407)

0.924 以下の関数を x で微分しなさい．

(1) $y = 2x^3 - 5x^2$　　(2) $y = \sin^2 x$

(3) $y = \left\{\log\left(\sqrt{x}+1\right)\right\}^2$　　(4) $y = \displaystyle\int_x^{2x} \sin\theta d\theta$

(東京海洋大 2013)　　(m20136401)

0.925 関数 $f(x)$ の導関数は次のように定義される．

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

この定義に従って次の関数の導関数を求めなさい．導く過程も示しなさい．

(1) $f(x) = x^2 - 6x + 9$

(2) $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$

(東京海洋大 2013)　　(m20136403)

0.926 下記の関数を x で微分しなさい．

(1) $y = (\cos x + \sin x)^2$　　(2) $y = (x-2)(x+3)^2$　　(3) $y = x^x$　　(4) $y = e^{1+x^2}$

(東京海洋大 2014)　　(m20146401)

0.927 次の関数を x で微分しなさい．

(1) $y = \dfrac{x^4}{4} - \dfrac{x^3}{3} + x + 1$　　(2) $y = \dfrac{1}{4x+3}$　　(3) $y = x^2 \sin\dfrac{1}{x}$　　(4) $y = \sqrt{1-x^2}$

(東京海洋大 2015)　　(m20156401)

0.928 次の関数を x で微分しなさい．

(1) $x^2(x^3 - x^2)$　　(2) $(x^2 - 2x + 5)^4$　　(3) $e^{2x}\sqrt{x}$　　(4) $\dfrac{\sin x}{x}$　　(5) $x \log_e x$

(東京海洋大 2016)　　(m20166401)

0.929 次の関数を x で微分しなさい．

(1) $\dfrac{1}{2x+5}$　　(2) $(x^2+x+5)(x^2-x+2)$　　(3) $\dfrac{(x+1)^2}{(x+2)^2(x+3)^3}$　　(4) $x^2 \sin\dfrac{1}{x}$

(東京海洋大 2017)　　(m20176401)

0.930 関数 $f(x)$ の導関数は次のように定義される．

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

この定義に従って次の関数の導関数を求めなさい．導く過程も示しなさい．

(1) $f(x) = x^2 - 4x + 8$　　(2) $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$

(東京海洋大 2017)　　(m20176403)

0.931 円筒形の容器がある．上面と底面に使われている板の単位面積当たりの重量は，側面に使われている板の 2 倍である．次の問いに答えよ．但し，容器の半径を $r(cm)$，高さを $h(cm)$，重量を $W(g)$，容積を $V(cm^3)$，側面に使われている板の単位面積当たりの重量を $m(g/cm^2)$，円周率を π とする．また，板の厚みは無視できるほど薄いとする．

(1) W を r, h, m 及び π を用いて表せ．

(2) V を r, h 及び π を用いて表し，次に，W を r, V, m 及び π を用いて表せ．

(3) V を一定として，最も小さい W でこの容器を作った時の r と h の比を求めよ．

(東京海洋大 2017)　　(m20176404)

0.932 次の関数を x で微分しなさい．

(1) $y = \dfrac{1}{2x+5}$　　(2) $y = \sqrt{1-x^2}$

(3) $y = \dfrac{\log_e x}{x^2}$　　(4) $y = \cos(5x-3)$

(東京海洋大 2021)　　(m20216401)

0.933 次の関数を x で微分しなさい．

1) $y = (x^2+x+3)(x^2-x+2)$　　2) $y = \left(1+x^2\right)^3$

3) $y = \dfrac{1}{(x+2)^2(x+5)^2(x+7)}$　　4) $y = \log\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$

(東京海洋大 2022)　　(m20226406)

0.934 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{e^x - e^{-x}}$ を求めなさい．

(和歌山大 2007)　　(m20076504)

0.935 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{\sin 5x \sin 7x}$ の値を求めなさい．

(和歌山大 2010)　　(m20106506)

0.936 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1-2x}{2(1-\cos x)}$ の値を求めなさい．

(和歌山大 2012)　　(m20126504)

0.937 次の値を求めなさい．

$$\lim_{x\to 9}\frac{\sqrt{x}-3}{x-9}$$

(和歌山大 2013)　　(m20136502)

0.938 次の値を求めなさい．　$\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{1-\exp(\cos x)}{\cos x}$

(和歌山大 2015)　　(m20156503)

0.939 次の極限値を求めなさい．

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^x$$

(和歌山大 2016)　　(m20166501)

0.940 関数 $f(x) = e^x \sin x$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ．

(東京工科大 2010)　　(m20106902)

0.941 xy 平面上において，原点 O を中心とする半径 1 の円 C_1 と，放物線 $C_2 : y = \dfrac{2}{3}x^2 - a\ (a > 1)$ を考える．C_2 の接線のうち，傾きが $\tan\theta$ となるものを l とし，C_2 との接点を P とする．ただし，θ は $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ を満たす定数とする．また，原点 O を通り，l と直交する直線を m とし，m と円 C_1 との交点のうち第 4 象限の点を Q とする．

(1) 直線 l の傾きが $\sqrt{3}$ であるとき，θ の値を求めよ．また，このときの点 P の座標が $\left(\dfrac{3}{4}\sqrt{3},\ \dfrac{9}{8}-a\right)$ となることを示せ．

(2) 直線 l の傾きが $\sqrt{3}$ であるとき, 直線 m を表わす方程式を求めよ. また, 点 Q の座標を求めよ.

(3) 3 点 $O,\ P,\ Q$ が同一直線上に並ぶための必要十分条件は $\tan\theta = \sqrt{\dfrac{8}{3}a - 2}$ であることを示せ.

(4) $a = \dfrac{9}{8}$ のとき, C_1 上の点と C_2 上の点を結ぶ線分の長さの最小値を求めよ.

(東京工科大 2010)　　(m20106907)