[選択項目] 年度：1991〜2023 年　分野：7 微分方程式

0.1 次の微分方程式を解け.

$$\frac{d^2y}{dt^2} - 2\frac{dy}{dt} + y = t\sin t$$

(北海道大 1997)　(m19970101)

0.2 以下の問に答えよ．ただし，$y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ である.

(1) 微分方程式　$x^3y' + y^2 = 0$　を解け.

(2) 線形非同次方程式　$y'' + 2y' - 3y = e^{2x}$　の一般解を求めよ.

(北海道大 2003)　(m20030102)

0.3 (1) 1 階微分方程式　$\dfrac{dy}{dx} = f\left(\dfrac{y}{x}\right)$　の一般解が　$x = C\exp\left[\displaystyle\int^{y/x} \frac{du}{f(u)-u}\right]$　であることを示せ．ただし，C は任意定数，$u = \frac{y}{x}$ である.

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ.　$x\dfrac{dy}{dx} - y = xe^{y/x}$

(北海道大 2004)　(m20040101)

0.4 2 階微分方程式 $2y\dfrac{d^2y}{dx^2} = \left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2 - 1$ について，以下の問いに答えよ.

(1) $p = \dfrac{dy}{dx}$ とおくことにより，p と y についての 1 階微分方程式に変形しなさい.

(2) (1) で得られた 1 階微分方程式を利用して，一般解を求めなさい.

(北海道大 2006)　(m20060101)

0.5 次の微分方程式の解を求めたい．これに関して次の設問に答えよ.

$$\frac{dx}{dt} = 3x - 4y$$
$$\frac{dy}{dt} = x - 2y$$

(1) この微分方程式の解の一つが，行列 $\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$ を用いて　$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \exp(\lambda t)\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$

で表されるものとする．ただし，$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$ はゼロ行列ではなく $u_1 + u_2 = 1$ を満たすものとする.

λ と $\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$ を求め（複数求まる場合は全て答えよ），一般解を示せ.

(2) $t = 0$ における $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$ の初期値が $\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$ であるときの解を求めよ.

(北海道大 2007)　(m20070101)

0.6 (1) 放物線を表す次の式

$$y = ax^2 + 1 \quad (a \neq 0) \qquad ①$$

を一般解とする，階数の最も低い微分方程式を求めなさい.

(2) 式①で表されるどの放物線とも直交する曲線の方程式を求めなさい．ここで，二つの曲線 C と C' が交点 (x, y) で直交するとは，(x, y) における C の接線と C' の接線とが直交することと定義する.

(3) (2) で求めた曲線のうち，原点を通るものを求め，それがどんな曲線であるかを述べなさい．

(北海道大 2008)　　(m20080103)

0.7 原点を通り x 軸上に中心を有する円 C は無数にあるが，一般にその方程式は，$x^2+y^2+ax=0$（a は非ゼロの任意の実定数）と表せる．曲線 D は，y 軸およびすべての円 C に，交点において直交する．このような曲線 D を，以下の手順で求めよ．

(1) 円 C の点 (x,y) $(y\neq 0)$ における円 C の接線の勾配 m を求めよ．

(2) 曲線 D の方程式を $y=y(x)$ $(x\pm y\neq 0)$ とし，点 (x,y) における曲線 D の接線の勾配 $\dfrac{dy}{dx}$ と，(1) で求めた勾配 m には，直交関係 $m\dfrac{dy}{dx}=-1$ が成り立つ．これを用いて，曲線 D の方程式が満たすべき微分方程式

$$(x^2-y^2)\frac{dy}{dx}-2xy=0$$

を導出せよ．

(3) (2) の微分方程式を解き，題意を満たす曲線群 D が $x-y$ 平面上でどのような図形を描くか答えよ．

(北海道大 2009)　　(m20090104)

0.8 以下の微分方程式の一般解を計算せよ. 途中の計算手順を詳しく記述すること.

$y'=\dfrac{dy}{dx}$, $y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.

(1) $y'-3y=e^x$

(2) $y''+2y'+y=0$

(北海道大 2010)　　(m20100101)

0.9 次の連立微分方程式の一般解を求めよ. 途中の計算手順を詳しく記述すること.

$$x\frac{d}{dx}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

(北海道大 2011)　　(m20110101)

0.10 微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}=\frac{x^2}{2}+1 \qquad (A)$$

について，以下の設問に答えよ．途中の計算手順を詳しく記述すること．

(1) 式 (A) の特殊解として $y=a_3x^3+a_2x^2+a_1x$ を仮定し，係数 a_1, a_2, a_3 を定めよ．

(2) 式 (A) の一般解を求めよ．

(北海道大 2012)　　(m20120103)

0.11 微分方程式と周期関数について，以下の設問に答えよ．途中の計算手順も，詳しく記述すること．

(1) 次の微分方程式を解き，一般解 $y(x)$ を求めよ．

$$\frac{d^2y}{dx^2}+10y=0$$

(2) 次の微分方程式を解き，一般解 $y(x)$ を求めよ．なお，n は 1 以上の整数である．

$$\frac{d^2y}{dx^2}+10y=\cos nx$$

(3) 関数 $g(x)$ は，周期 2π の周期関数であり，原点を含む 1 周期は次式で表される．
この関数をフーリエ級数に展開せよ．

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{\pi^2}{8}\left(1+\dfrac{2x}{\pi}\right) & (-\pi \leq x < 0)\\ \dfrac{\pi^2}{8}\left(1-\dfrac{2x}{\pi}\right) & (0 \leq x < \pi)\end{cases}$$

(4) 次の微分方程式を解き，一般解 $y(x)$ を求めよ．なお，右辺は (3) の周期関数 $g(x)$ である．

$$\frac{d^2y}{dx^2}+10y=g(x)$$

(北海道大 2013)　　(m20130102)

0.12 以下の微分方程式の一般解を求めよ．なお，途中の計算手順を詳しく記述すること．

(1) $(2x^2+y^2)\dfrac{dy}{dx}=2xy$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+3\dfrac{dy}{dx}+2y=0$

(北海道大 2014)　　(m20140101)

0.13 以下の微分方程式の一般解を求めよ．途中の計算手順についても，詳しく記述すること．

(1) $\dfrac{dy}{dx}=2\left(y^2+y\right)$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+2\dfrac{dy}{dx}+10y=9e^{-x}$

(北海道大 2016)　　(m20160101)

0.14 以下の微分方程式を解きなさい．

(1) $y'=xy-x-y+1$　　(2) $y''-6y'+5y=13\cos x$

(北海道大 2017)　　(m20170107)

0.15 次の各設問に答えなさい．

設問 1. 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}-3\dfrac{dy}{dx}=10\sin x$ の一般解を求めなさい．

設問 2. 微分方程式 $2xy\dfrac{dy}{dx}+x^2-y^2=0$ の一般解を求め，xy 平面上でどのような図形となるかを説明しなさい．

(北海道大 2018)　　(m20180101)

0.16 次の微分方程式を解き，その一般解を求めなさい．ただし，途中の計算手順についても詳しく記述すること．

(1) $\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{2y^2+3}{3x^2y}$

(2) $\dfrac{d^3y}{dx^3}+2\dfrac{d^2y}{dx^2}+\dfrac{dy}{dx}-9e^{2x}=4\sin x$

(北海道大 2019)　　(m20190101)

0.17 以下の微分方程式の一般解を求めなさい．

(1) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+\dfrac{dy}{dx}-2y=e^{3x}$

(北海道大 2020)　　(m20200101)

0.18 (1) 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{dy}{dx} + y\cos x = \sin x \cos x$$

(2) 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = \sin 2x$$

(北海道大 2022) (m20220101)

0.19 関数 $r = f(\theta)$ に関する常微分方程式

$$\frac{d^2f}{d\theta^2} + f = a$$

に関し，次の問に答えよ．ただし，a は正の定数である．

(1) 上の常微分方程式の一般解を求めよ．

(2) 一般解の積分定数を次の条件によって決定せよ．

$$\theta = 0 \text{ において } \quad f = 2a, \quad \frac{df}{d\theta} = 0$$

(3) θ の範囲を $-\pi \leqq \theta \leqq \pi$ とする．(r, θ) を極座標とするとき，方程式 $r = f(\theta)$ で表される図形の概形を描け．

(4) 前問の図形によって囲まれる面積を求めよ．

(岩手大 1996) (m19960302)

0.20 以下の問に答えよ．

(1) 次の微分方程式の一般解を $y = C_1 e^{Ax} + C_2 e^{Bx}$ と仮定して求めよ．ただし，C_1 及び C_2 は任意定数とする．

$$y'' - 5y' + 4y = 0$$

(2) 次の微分方程式の特殊解を $y = Ae^{Bx}$ と仮定して求めよ．

$$y'' - 5y' + 4y = e^x$$

(3) 次の 2 つの微分方程式

$$y'' + P(x)y' + Q(x)y = R_1(x), \quad y'' + P(x)y' + Q(x)y = R_2(x)$$

の一般解をそれぞれ $y = f(x),\ y = g(x)$ とするとき，$y = f(x) + g(x)$ は次の微分方程式

$$y'' + P(x)y' + Q(x)y = R_1(x) + R_2(x)$$

の解であることを示せ．

(4) (3) の結果を用いて，次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$y'' - 5y' + 4y = e^x + e^{4x}$$

(岩手大 1997) (m19970303)

0.21 $\dfrac{dq(t)}{dt} = -\dfrac{q(t)}{CR}$ を解き，$q(t)$ を求めよ. ただし,C, R は定数，$q(t)$ は $t = 0$ において $q(0) = q_0$（ただし q_0 は定数）とする.

(岩手大 2004) (m20040305)

0.22 次の微分方程式の一般解を, $y = e^{\lambda x}$ と置くことで求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} - y = 0$$

(岩手大 2004)　　(m20040306)

0.23 微分方程式　$(2x - y + 1)dx - (x - 2y + 5)dy = 0$　に関し, 次の問に答えなさい.

(1)　2 直線 $2x - y + 1 = 0$, $x - 2y + 5 = 0$ の交点の座標を求めなさい.

(2)　(1) で求めた交点を原点とする座標系 (X, Y) を用いて, 上の微分方程式を表しなさい.

(3)　(2) で求めた微分方程式を解きなさい.

(4)　(3) で求めた解を, (x, y) で表しなさい.

(岩手大 2006)　　(m20060303)

0.24 次の微分方程式の一般解を求めなさい. ただし, $y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ である.

(1)　$y' = y^2 + y$　　(2)　$y + 2xy' = 0$　　(3)　$y'' - 4y' + 3y = x$

(岩手大 2008)　　(m20080303)

0.25 1 階微分方程式

$$(x-1)\frac{dy}{dx} + 2y = 0 \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

および 2 階微分方程式

$$(y-1)\frac{d^2y}{dx^2} + 2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 0 \cdots\cdots ②$$

について, 次の問いに答えなさい.

(1)　微分方程式 ① の一般解を求めなさい.

(2)　微分方程式 ② に対して, $\dfrac{dy}{dx} = u$ と変数変換することにより, y の関数 u についての 1 階微分方程式を求めなさい. ただし, $\dfrac{d^2y}{dx^2} = \dfrac{du}{dy}u$ である.

(3)　(2) で求めた 1 階微分方程式の一般解を求めなさい.

(4)　微分方程式 ② の一般解を求めなさい.

(岩手大 2009)　　(m20090305)

0.26 2 階微分方程式

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = \sin \Omega t$$

について, 次の問いに答えなさい. ただし, 初期条件

$$t = 0 \text{ のとき, } x = \frac{dx}{dt} = 0$$

とする. また, ω と Ω は正の定数とする.

(1)　$\omega \neq \Omega$ のとき, 微分方程式の解を求めなさい.

(2)　$\omega = \Omega$ のとき, 微分方程式の解を求めなさい.

(岩手大 2010)　　(m20100303)

0.27 $a^2 + b^2 = 5$, $a > 0$, $b < 0$ であるとき,　次の微分方程式について以下の問いに答えなさい.

$$(axy - e^x \cos y)\, dy = \left(e^x \sin y + by^2\right)\, dx$$

(1) この微分方程式が完全微分方程式であるときの a および b の値を求めなさい．

(2) (1) の結果を用いて，この微分方程式を解きなさい．

(岩手大 2011)　　(m20110304)

0.28　2 階微分方程式 $y'' + 9y = 0$ について，次の問いに答えなさい．

(1) 関数 $y = A\sin 3x - B\cos 3x$（A, B は任意定数）は一般解であることを証明しなさい．

(2) 初期条件「$x = 0$ のとき $y = 1$, $y' = 3$」を満たす特殊解を求めなさい．

(3) 境界条件「$x = \dfrac{\pi}{3}$のとき $y = 1$, $x = \dfrac{\pi}{9}$のとき $y = 1$」を満たす特殊解を求めなさい．

(岩手大 2012)　　(m20120304)

0.29　2 階微分方程式 $y'' + 2y' + 2y = -85\sin 3x$ について，次の問いに答えなさい．

(1) $y = 6\cos 3x + 7\sin 3x$ が上の微分方程式の 1 つの解であることを示しなさい．

(2) (1) の結果を利用して上の微分方程式の一般解を求めなさい．

(3) $x = 0$ のとき $y = 0$, $y' = 0$ を満たす上の微分方程式の解を求めなさい．

(岩手大 2013)　　(m20130304)

0.30　次の連立微分方程式について，以下の問いに答えなさい．

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + \sin t \\ \dfrac{dy}{dt} = -x + 2y \end{cases}$$

(1) $x(t)$ を消去し，$y(t)$ に関する微分方程式を求めなさい．

(2) $y = A\sin t + B\cos t$ が (1) で求めた微分方程式の解になるような，適当な定数 A, B を求めなさい．

(3) (2) の結果を利用して，(1) で求めた微分方程式の一般解を求めなさい．

(岩手大 2014)　　(m20140304)

0.31　(1) 微分方程式 $\dfrac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ の一般解を求めなさい．ただし，$\omega \neq 0$ とする．

(2) $\omega = 1$ のとき，微分方程式 $\dfrac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 2\sin 3t$ の一般解を求めなさい．

(3) (2) において，$t = 0$ のとき $x = 0$，$\dfrac{dx}{dt} = 0$ を満たす解を求めなさい．

(岩手大 2015)　　(m20150304)

0.32　2 階微分方程式 $y'' + 3y' + 2y = 4x^2 - 14$ について，次の問いに答えなさい．

(1) 上の微分方程式の特性方程式 $S^2 + 3S + 2 = 0$ の解を求めなさい．

(2) 微分方程式 $y'' + 3y' + 2y = 4x^2 - 14$ の一般解を求めなさい．

(3) 上の (2) の微分方程式について，初期条件 $y(0) = 1$, $y'(0) = -4$ を満たす特殊解を求めなさい．

(岩手大 2016)　　(m20160303)

0.33　微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2}{2x + y - 1}$ に関する次の問いに答えなさい．

(1) $u = 2x + y - 1$ とおき，与えられた微分方程式を変数分離形になおしなさい．

(2) この微分方程式の一般解を求めなさい．

(3) 初期条件「$x=1$ のとき $y=-1$」を満たす特殊解を求めなさい.

(岩手大 2017) (m20170304)

0.34 微分方程式 $y''+2y'+2y=10\cos 2x$ について, 以下の問いに答えなさい.

(1) 微分方程式の特性方程式を示し, その解を求めなさい.

(2) 微分方程式の一般解を求めなさい.

(3) 微分方程式について, 初期条件 $y(0)=0,\ y'(0)=2$ をみたす特殊解を求めなさい.

(岩手大 2018) (m20180304)

0.35 微分方程式 $y''-2y'+4y=e^{2x}$ について, 以下の問いに答えなさい.

(1) 微分方程式の特性方程式を示し, その解を求めなさい.

(2) 微分方程式の特殊解を求めなさい.

(3) 微分方程式の一般解を求めなさい.

(岩手大 2019) (m20190304)

0.36 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}-y=-2y^2$ について, 次の問に答えなさい.

(1) $u=y^{-1}$ とおき, 与えられた微分方程式を線形微分方程式になおしなさい.

(2) 与えられた微分方程式の一般解を求めなさい.

(3) 初期条件「 $x=0$ のとき $y=\dfrac{1}{4}$ 」を満たす特殊解を求めなさい.

(岩手大 2020) (m20200304)

0.37 微分方程式 $\dfrac{x}{2}y'+y=g(x)$ について, 次の問いに答えなさい.

(1) $g(x)=0$ のときの一般解を求めなさい.

(2) $g(x)=x^2+\dfrac{1}{4+x}$ のときの一般解を求めなさい.

(3) (2) のときの「$x=-3,\ y=2$」を満たす特殊解を求めなさい.

(岩手大 2021) (m20210304)

0.38 微分方程式 $y''-y'-2y=g(x)$ について, 以下の問いに答えなさい.

(1) $g(x)=0$ のときの一般解を求めなさい.

(2) $g(x)=e^{3x}$ のときの特殊解を求めなさい.

(3) (2) のときの一般解を求めなさい.

(岩手大 2022) (m20220305)

0.39 次の微分方程式を解きなさい. $xy'=y(y-1)$

(秋田大 2001) (m20010407)

0.40 なめらかな曲線 $y=f(x)$ について, 次の問いに答えよ.

(1) 曲線上の点 $P(a,b)$ における法線と x 軸との交点の座標が $(\frac{1}{2}(a+b^2),0)$ であるとき, 関数 $y=f(x)$ の満たす微分方程式を導け.

(2) (1) の微分方程式を満たし，点 $(0,2)$ を通る曲線の方程式を求めよ．また，$-3 \leq x \leq 1$ において，この曲線の概形を描け．必要ならば，$e = 2.718\cdots$，$e^{-1} = 0.367\cdots$，$e^{-1.5} = 0.223\cdots$ を使ってもよい．

(東北大 1993)　　(m19930503)

0.41 関数 $f(x) > 0$ は閉区間 $[a,b]$ で微分可能であり，導関数 $f'(x)$ は連続であるとする．x 軸上に定点 $A(a,0)$ と動点 $P(x,0)$ をとる．ただし，$a < x \leq b$ とする．点 A, 点 P において x 軸に垂直な 2 直線と曲線 $y = f(x)$ との交点をそれぞれ B, Q とする．次の問いに答えよ．

(1) 弧 BQ の長さを求める式を書け．

(2) 曲線 $y = f(x), x$ 軸，直線 AB, 直線 PQ で囲まれた部分の面積と弧 BQ の長さの比が一定値 k であるとき，この曲線の方程式を導け．

(東北大 1994)　　(m19940502)

0.42 滑らかな曲線 $y = f(x)$ 上の第 1 象限にある 1 点 P における法線が x 軸と交わる点を N とし，次の問いに答えよ．

(1) 長さ PN を求めよ．

(2) PN と点 P の y 座標の平方の比が一定値 k であるとき，点 $(0, 1/k)$ を通る曲線の方程式を求めよ．

(東北大 1995)　　(m19950502)

0.43 次の問いに答えよ．

(1) 次の微分方程式を $y(0) = a$ の条件の下に解け．

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{2}xy = x + \frac{1}{4}x^3 \qquad (*)$$

(2) x の関数 $y(x) = \displaystyle\int_0^{\infty} e^{-t^2}(\cos xt + x^2 t)dt$ について，式 $(*)$ が成り立つことを示せ．ただし，微分と積分の順序は交換できるものとする．

(東北大 1996)　　(m19960502)

0.44 関数 $f(x)$ は，微分方程式

$$x^2\frac{d^2f(x)}{dx^2} - 2x\frac{df(x)}{dx} + 2f(x) = 0 \quad (x \geqq 1) \qquad \text{(a)}$$

および，初期条件

$$x = 1 \text{ のとき } \quad f = 1, \ \frac{df}{dx} = 0 \qquad \text{(b)}$$

を満たす．このとき，以下の問 (1)〜(5) に答えよ．

(1) 方程式 (a) は，変数変換 $t = \log x$ によって，以下の微分方程式に帰着することを示せ．

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} - 3\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 0 \qquad \text{(c)}$$

また，初期条件 (b) は，

$$t = 0 \text{ のとき } \quad y = 1, \ \frac{dy}{dt} = 0 \qquad \text{(d)}$$

となることを示せ．

(2) 方程式 (c) の一般解は

$$y(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} \qquad \text{(e)}$$

で与えられる．方程式 (c) および初期条件 (d) を満たす実数 $\lambda_1, \lambda_2, C_1, C_2$ を求めよ．

(3) 初期条件 (b) のもとで方程式 (a) の解を求めよ．

(4) $z(t) = \dfrac{dy(t)}{dt}$ と定義する．いま，適切な 2×2 行列 A を定義すれば，方程式 (c) は

$$\begin{pmatrix} \dfrac{dy(t)}{dt} \\ \dfrac{dz(t)}{dt} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$$

と表される．行列 A を求めよ．

(5) 行列 A の固有値を求め，問 (2) で求めた λ_1, λ_2 と比較せよ.

(東北大 2003)　　(m20030502)

0.45 x を実数として, 関数 $f(x)$ は微分方程式

$$f''(x) - f(x) = 0$$

の解であり, 初期条件「$f(0) = 0$, $f'(0) = 1$」を満たすものとする. さらに, この微分方程式の解 $f(x)$ から関数 $g(x)$ を

$$g(x) = \int_0^x t f(t) dt$$

により定義する.

(1) 与えられた微分方程式の解 $f(x)$ を求めよ.

(2) $g(1)$ および $g(-1)$ を求めよ.

(3) 関数 $h(x)$ を

$$h(x) = \frac{d}{dx} \int_{-x}^{x^2} g(t) dt$$

により定義する. このとき, $h(1)$ を求めよ.

(東北大 2005)　　(m20050503)

0.46 $y = y(x)$ $(y \neq 0)$, $z = z(x)$ とする．このとき，以下の問に答えよ.

(1) $z = y^{-4}$ のとき，$\dfrac{dz}{dx}$ を y および $\dfrac{dy}{dx}$ を用いて表せ.

(2) 変数変換 $z = y^{-4}$ を用いて，微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} + yP(x) = y^5\, Q(x)$ を z に関する微分方程式に書き表せ.

(3) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} + xy = \dfrac{1}{2} xy^5$ の一般解を求めよ.

(東北大 2007)　　(m20070506)

0.47 t を実数とし，2 つの関数 $x = x(t)$, $y = y(t)$ により与えられる xy 平面上の点 $P\,(x(t), y(t))$ を考える．$x(t)$ および $y(t)$ が以下の連立微分方程式

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \alpha x - y \\[2mm] \dfrac{dy}{dt} = x + \alpha y \end{cases}$$

および初期条件

$$(x(0), y(0)) = (1, 1)$$

を満足するとする．ただし，α は実数の定数である．以下の問いに答えよ.

(1) $\alpha = 0$ のとき，与えられた連立微分方程式の解 $x(t)$ および $y(t)$ を求めよ.

(2) $\alpha \neq 0$ のとき，与えられた連立微分方程式の解 $x(t)$ および $y(t)$ を求めよ.

(3) t $(t \geqq 0)$ が変化するとき，点 P が描く曲線の概形を $\alpha > 0$, $\alpha = 0$, $\alpha < 0$ の場合について描け.

(東北大 2008)　　(m20080502)

0.48 微分方程式

$$\frac{d^2u(t)}{dt^2} + a^2 u(t) = F(t)$$

について，以下の問いに答えよ．a は 0 でない実数とする.

(1) $F(t) = 0$ のとき，一般解を求めよ．

(2) $F(t) = \sin(at)$ のとき，一般解を求めよ．

(東北大 2021)　　(m20210505)

0.49 次の微分方程式をそれぞれ解け．

(1) $y^2 + 1 - 2x\sqrt{x-1}\, y' = 0$　　(2) $y'' - \sqrt{1+y'} = 0$

(東北大 2022)　　(m20220504)

0.50 (1) 微分方程式

$$\frac{dy(t)}{dt} + \lambda y(t) = 0 \qquad \text{(i)}$$

を解け．ただし，λ は定数で，$y(0) = a$ とする．

(2) 微分方程式

$$\frac{dy(t)}{dt} + \lambda y(t) = f(t) \qquad \text{(ii)}$$

を以下の手順によって解け．ただし，$f(t)$ は既知の関数で，$y(0) = a$ とする．まず，

$$y(t) = e^{-\lambda t}x(t) \qquad \text{(iii)}$$

とおいて，(ii) を $x(t)$ の方程式に変換し，$x(t)$ を解き，$y(t)$ を求めよ．

(お茶の水女子大 1997)　　(m19970606)

0.51 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \omega^2 u = 0$$

（お茶の水女子大 2000）　　(m20000609)

0.52 実数関数 $x = x(t)$ は，次の微分方程式を満足する．

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a\frac{dx}{dt} + bx = 0$$

ただし，係数 a と b は正の実数であり，$a^2 > 4b$ が成り立つものとする．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) この微分方程式の解を，$x_1(t)$ と $x_2(t)$ の 2 つ見つけたとしよう．このとき，実数 c_1, c_2 を用いて作られた $x_3(t) = c_1x_1(t) + c_2x_2(t)$ も，この微分方程式の解であることを示せ．

(2) α を定数としたとき $x(t) = e^{\alpha t}$ がこの微分方程式を満足すると考えることにより，上記の微分方程式のもっとも一般的な解を求めよ．

(お茶の水女子大 2003)　　(m20030609)

0.53 微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} + p(x)\frac{dy}{dx} + q(x)y = 0$$

の独立な 2 つの解 $y_1(x)$, $y_2(x)$ を用いて，微分方程式

$$\frac{d^2z}{dx^2} + p(x)\frac{dz}{dx} + q(x)z = f(x)$$

の特解を

$$z(x) = c_1(x)y_1(x) + c_2(x)y_2(x)$$

とおく．$\dfrac{dc_1}{dx}y_1 + \dfrac{dc_2}{dx}y_2 = 0$ となるように $c_1(x)$, $c_2(x)$ を選ぶことにより，特解が

$$z(x) = -y_1(x)\int^x \frac{f(x')y_2(x')}{W(x')}\,dx' + y_2(x)\int^x \frac{f(x')y_1(x')}{W(x')}\,dx'$$

と与えられることを示せ．ここで，$W = y_1\dfrac{dy_2}{dx} - y_2\dfrac{dy_1}{dx}$ である．

(お茶の水女子大 2009)　　(m20090609)

0.54 (1) 微分方程式

$$\frac{d^2x}{dt^2} = a^2x \qquad ③$$

の一般解を求めよ. ここで a は正の定数である.

(2) ③の一般解に対して $at \ll 1$ の場合を考えると, これが $\dfrac{d^2x}{dt^2} = 0$ の一般解に一致することを示せ.

(3) ③の微分方程式を $t = 0$ で $x = x_0$, $dx/dt = v_0$ という初期条件の下で解き, その解が $t \to \infty$ で有限な値を持つための条件を求めよ.

(お茶の水女子大 2010)　　(m20100607)

0.55 質量 m の二個の質点がバネ定数 k のバネでつながれ，x 軸上を運動する．バネの自然長をゼロとし，二個の質点の位置をそれぞれ x_1, x_2 とする．

(1) 運動方程式は次式で与えられることを説明せよ．

$$m\frac{d^2x_1}{dt^2} = -k(x_1 - x_2)\ ,$$

$$m\frac{d^2x_2}{dt^2} = -k(x_2 - x_1)\ .$$

(2) 重心の座標 $X = (x_1 + x_2)/2$ と相対座標 $x = x_2 - x_1$ を用いて，運動方程式を書き直せ．

(3) 重心運動の運動方程式の一般解を求めよ．

(4) 相対運動の運動方程式の一般解を求めよ．全体の運動の一般解を求めよ．

(お茶の水女子大 2012)　　(m20120604)

0.56 常微分方程式 $\dfrac{dN}{dt} = -\lambda N$（$\lambda$ は正の実数）を解きなさい．ただし初期条件を $t = 0$ で $N = N_0$ とすること．

(お茶の水女子大 2016)　　(m20160605)

0.57 常微分方程式　$\dfrac{d^2x}{dt^2} + 4\dfrac{dx}{dt} + 25x = 0$　を解き，解の振る舞いの概要を説明しなさい．

(お茶の水女子大 2016)　　(m20160606)

0.58 以下の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $(x + 3y)dx + (3x - y)dy = 0$　　(2) $y'' + 2y' - 3y = e^x$

(お茶の水女子大 2016)　　(m20160613)

0.59 以下の微分方程式を ( ) 内の条件のもとで解け．

(1) $\dfrac{dy}{dx} = -xy$　　$(x = 0,\ y = 2)$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + y = 2x$　　$(x = 0,\ y = 5$　および　$x = 1,\ y = 6)$

(お茶の水女子大 2017)　　(m20170608)

0.60 (1) 以下の完全微分方程式を解け.

$$(3x^2 + 2xy - 2y^2)dx + (x^2 - 4xy)dy = 0$$

(2) 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = 2x + 3$$

(お茶の水女子大 2018)　　(m20180603)

0.61 以下の (1)〜(3) に答えよ.

(1) 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

$$x^2\frac{dy}{dx} - xy - y^2 = 0$$

(2) 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = 2x + 3$$

(3) 以下の微分方程式を ( ) 内の初期条件のもとで解け.

$$(a)\ \cos x\cos^2 y + \frac{dy}{dx}\sin^2 x\sin y = 0 \qquad \left(x = \frac{\pi}{2},\ y = 0\right)$$

$$(b)\ \frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0 \qquad \left(x = 0,\ y = 1\ \ and\ \ x = \frac{\pi}{4},\ y = 0\right)$$

(お茶の水女子大 2019)　　(m20190601)

0.62 関数 $y(x) = e^{-a^2x^2}$ が微分方程式 $d^2y(x)/dx^2 - x^2y(x) = by(x)$ の解になるように定数 a と b を定めよ。

(お茶の水女子大 2020)　　(m20200607)

0.63 連立微分方程式 $dy(x)/dx = cz(x),\ \ dz(x)/dx = cy(x)$ の解を初期条件 $y(0) = 1,\ z(0) = 0$ の下で求めよ. (ただし, c は定数)

(お茶の水女子大 2020)　　(m20200608)

0.64 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = e^{2x}$$

(お茶の水女子大 2020)　　(m20200614)

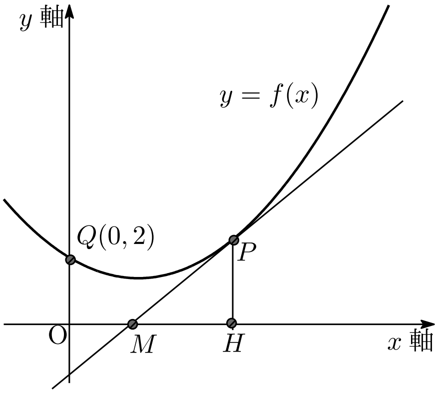
0.65 以下の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} - 4y = 2x - 2$

(2) $xydy - (3x^2 + y^2)dx = 0$

(お茶の水女子大 2021)　　(m20210601)

0.66 ある曲線 $y = f(x)$ 上の点 P における接線と x 軸との交点を点 M, 点 P から x 軸に垂直に下した点を点 H とする. 線分 MH の長さが一定に値 k となった. 点 $Q(0, 2)$ を通るこの曲線の式を求めよ.



(お茶の水女子大 2021)　(m20210602)

0.67　以下の微分方程式の一般解を求めよ．

(1)　$ydx - x^4dy = 0$　　(2)　$x\dfrac{dy}{dx} + y = x^4y^3$

(お茶の水女子大 2022)　(m20220601)

0.68　区間 $-a \leq x \leq a$ で定義される微分方程式 $d^2f(x)/dx^2 + k^2f(x) = 0 \quad (k > 0)$ を考える．ただし，$a > 0$ である．

(1)　微分方程式の一般解 $f(x)$ を求めよ．

(2)　解 $f(x)$ が境界条件 $f(-a) = f(a) = 0$ を満足するとき，k の最小値を求めよ

(お茶の水女子大 2022)　(m20220609)

0.69

$$x(t) + a\int_0^t x(t)dt = f(t) + b\int_0^t f(t)dt$$

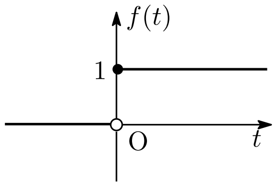
において　$f(t)$　は下図のステップ関数とする．ただし，

$$a > b > 0 \ , \ \lim_{t\to+0} x(t) = 1 \ , \ \lim_{t\to-0} x(t) = 0$$

このとき

(1)　$x(t)$　を求めよ．

(2)　$x(t)$　の概形を図示せよ．



$f(t) = 1 \qquad t \geqq 0$

$f(t) = 0 \qquad t < 0$

(東京大 1997)　(m19970701)

0.70　(1)　微分方程式

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2b\frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0$$

の一般解を，$b^2 - \omega^2 \leq 0$　の場合について求めよ．

(2)　上式を，初期条件　$t = 0$　で　$x = 0$，$\dfrac{dx}{dt} = 1$　のもとに解き，$b > 0$ の時の解の特徴を表す概略グラフを描け．

(東京大 1998)　(m19980701)

0.71　無限級数　$\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\pi^n}{n!} \sin\left(\frac{n}{2} + \frac{1}{4}\right)\pi$　を求めたい．

$\displaystyle f(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\theta^n}{n!} \sin\left(\frac{n}{2} + \frac{1}{4}\right)\pi$　とするとき，以下の問に答えよ．

(1) $f'(\theta)$ を無限級数の形を用いて表せ.

(2) $f''(\theta)$ を $f(\theta)$ を用いて表せ.

(3) $f(\theta)$ を求め, $f(\pi) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\pi^n}{n!} \sin\left(\frac{n}{2} + \frac{1}{4}\right)\pi$ を計算せよ.

(東京大 1999) (m19990702)

0.72 次の連立常微分方程式を解け. ただし, $t = 0$ において $x = 1, y = 0$ とする.

$$\begin{cases} 2\dfrac{dx}{dt} + \dfrac{dy}{dt} = x \\ \dfrac{dx}{dt} + 2\dfrac{dy}{dt} = y \end{cases}$$

(東京大 2000) (m20000703)

0.73 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $3x - y = (x + y)\dfrac{dy}{dx}$

(2) $6x - 2y - 3 + (-2x - 2y + 1)\dfrac{dy}{dx} = 0$

(東京大 2003) (m20030702)

0.74 以下の微分方程式の解を求めよ.

(1) $x^2y'' - 2xy' + 2y = 0$

(2) $y'' + Ay' + By - Cx - D = 0$ (ただし, A, B, C, D は実数とする.)

(3) $ydx - (3x + 2y^2)dy = 0$

(4) $yy'' + (y')^2 - 5y' = 0$

ただし, 上の式において $y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.

(東京大 2004) (m20040703)

0.75 (1) 次の微分方程式を解け.

(a) $(2xy + x^2)y' = 2(xy + y^2)$

(b) $y' + 2y\cos x = \sin(2x)$

(2) 次の微分方程式を示した条件のもとで解け.

$y'' + y' - 2y = 3e^x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$

(東京大 2005) (m20050701)

0.76 微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = f(x) \qquad \text{(a)}$$

ただし, $x = 0$ のとき, $y = 1$ かつ $\dfrac{dy}{dx} = 0$ について, 以下の問いに答えよ.

(1) $f(x) = 0$ のときの解を求めよ.

(2) $f(x) = \sin 2x$ のときの解を求めよ. ただし, (a) の特解が $y_p = x(A\cos 2x + B\sin 2x)$ の形となることを利用してよい. A, B は定数である.

(3) $f(x) = \displaystyle\sum_{N=1}^{100} \sin Nx$ のときの解を y_S とする. x が十分大きいとき, $\dfrac{y_S}{x}$ を x の関数として表せ.

(東京大 2006) (m20060703)

0.77 (1) 以下の微分方程式の一般解を求めよ． $xy\dfrac{dy}{dx} = x^2 + 2y^2$

(2) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{n}{x}\dfrac{dy}{dx} + a^2y = 0$ について，以下の問いに答えよ．ただし，n は整数，a は 0 でない実数とする．

(a) $n = 0$ の場合の一般解を求めよ． (b) $n = 2$ の場合の一般解を求めよ．

(東京大 2007) (m20070701)

0.78 (1) 微分方程式

$$P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0 \qquad (1)$$

について，左辺がある関数 $u(x, y)$ の全微分 $du(x, y) = \dfrac{\partial u}{\partial x}dx + \dfrac{\partial u}{\partial y}dy$ に等しいならば，微分方程式 (1) の一般解は $u(x, y) = C$ (C は任意定数) で与えられる．このような方程式 (1) は完全微分形であるという．以下の設問に答えよ．

(a) 微分方程式

$$-ydx + xdy = 0$$

は，完全微分形ではないが，両辺に $\dfrac{1}{xy^\alpha}$ をかけることによって完全微分形の方程式を得ることができる (αは定数)．α の値を求め，完全微分形の微分方程式を導出せよ．

(b) (a) で得られた完全微分形の微分方程式を，$x = 1$ のとき $y = e$ の条件の下で解け．ただし，e は自然対数の底である．

(2) (a) 微分方程式

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + y = 0 \qquad (2)$$

について，$x = e^t$ と変数変換することにより定係数の微分方程式を導出せよ（その過程も示せ）．ただし，e は自然対数の底である．

(b) (a) で導出した微分方程式を解くことにより微分方程式 (2) の一般解を求めよ．

(c) 微分方程式

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + y = x\log_e x$$

について，$x = 1$ において $y = 1$，$\dfrac{dy}{dx} = 0$ となる解を求めよ．

(東京大 2009) (m20090705)

0.79 以下の問いに答えよ. ただし, $y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$y'' + 2y' - 3y = x + \cos x$$

(2) 微分方程式

$$2yy'' - 3(y')^2 = y^2 \qquad y(0) = 1\,,\ y'(0) = 1 \qquad (*)$$

を考える. ただし, $y > 1/2$, $y' > 0$ とする.

(a) $p = y'$ とおいて, 式 $(*)$ を p と y の 1 階微分方程式

$$f(y, p)\frac{dp}{dy} - 3p^2 = y^2 \qquad (**)$$

の形に変形する. このとき $f(y, p)$ を求めよ.

(b) 式 $(**)$ を解いて, p を y の式で表せ.

(c) 式 $(*)$ を解いて, y を x の式で表せ.

(東京大 2010) (m20100702)

0.80 以下の問いに答えよ．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする．

(1) 微分方程式

$$y' = p(x) + q(x)y + r(x)y^2 \qquad (*)$$

は，特殊解 $y_1(x)$ 持つことがわかっているとする．

(a) 式 $(*)$ の一般解を $y = y_1(x) + 1/u(x)$ とおき，$u(x)$ に関する微分方程式を $p(x)$, $q(x)$, $r(x)$, $y_1(x)$ を用いて表せ．

(b) $y' = (x^2 + x + 1) - (2x + 1)y + y^2$ は，特殊解 $y_1(x) = x$ を持つことがわかっている．一般解を求めよ．(a) で求めた結果を用いてもよい．

(2) 微分方程式

$$\alpha y'' + y' + y = 0 \qquad y(x = 0) = 1,\ y'(x = 0) = 2 \qquad (**)$$

を考える．

(a) $y = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x}$ を一般解とする．λ_1, λ_2, C_1, C_2 をそれぞれ α で表せ．ただし，e は自然対数の底とする．

(b) $x \geqq 0$ において，式 $(**)$ の解を

$$y' + y = 0 \qquad y(x = 0) = \beta$$

の解で近似することを考える．α が十分小さい場合，β をどのように選べば近似できるか，(a) で求めた λ_1, λ_2, C_1, C_2 を用いて説明せよ．

(東京大 2011) (m20110701)

0.81 (1) 微分方程式

$$\frac{dy}{dx} = (y - k)y \qquad (*)$$

について以下の問いに答えよ．ただし，k は正の定数である．

(a) y と k の関係に注意し，$(*)$ の一般解を求めよ．

(b) $x = 0$ のとき，$y = y_0$ とする．この場合の $(*)$ の解を求めよ．ただし，$y_0 > 0$ とする．

(c) (b) の解について，y_0 を k により適切に場合分けし，y と x の関係を図示せよ．

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ．ただし，e は自然対数の底である．

$$\frac{dy}{dx} + 2y = \sin x + e^{-5x}$$

(東京大 2012) (m20120701)

0.82 次の微分方程式を，初期条件 $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ のもとに解け．ただし，e は自然対数の底である，また，$y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする．

$$y'' - 4y' + 3y = e^{-x}$$

(東京大 2013) (m20130706)

0.83 ある定係数 2 階線形常微分方程式が，次のように与えられている．

$$f^{(2)}(x) - 2\alpha f^{(1)}(x) + \alpha^2 f(x) = 0 \qquad (*)$$

$f^{(n)}(x)$ は関数 $f(x)$ の第 n 次導関数であり（n は自然数），α は 0 でない実数定数とする．

以下の問いに答えよ．

(1) x を変数，k を実数定数とする関数 e^{kx} をマクローリン展開し，x の 3 次の項まで書け．ここで，e は自然対数の底である．

(2) 関数 $f(x)$ は連続で無限回微分可能であり，式 $(*)$ を n 回微分したとき，次の方程式が成り立っているとする．

$$f^{(n+2)}(x)-2\alpha f^{(n+1)}(x)+\alpha^2 f^{(n)}(x)=0$$

$f^{(n)}(x)$ を，$f^{(1)}(x)$ と $f(x)$ を用いて表せ．

(3) 関数 $f(x)$ のマクローリン展開式 $f(x)=\displaystyle\sum_{m=0}^{\infty} f^{(m)}(0)\frac{x^m}{m!}$ に対し，(2) で得られた $f^{(n)}(x)$ を適用して計算することにより，$f(x)=f(0)e^{\alpha x}+\left[f^{(1)}(0)-\alpha f(0)\right]xe^{\alpha x}$ と表されることを示せ．ここで，m は 0 以上の整数であり，$f^{(0)}(x)$ は $f(x)$ と見なし，$0!=1$ とする．

(4) 次の微分方程式を，条件 $f(0)=1$，$f^{(1)}(0)=p-2$（p は実数定数）のもとで解け．

$$f^{(2)}(x)+4f^{(1)}(x)+4f(x)=e^{-2x}$$

(5) (4) で求めた $f(x)$ について，$f(x)=0$ が有限の実数解をひとつしか持たないときの p の値を求め，それぞれの p に対する $f(x)$ の極大値を求めよ．

(東京大 2014)　　(m20140701)

0.84 以下の問いに答えよ．

(1) 次の微分方程式において $y(0)=1$ を満たす解を求めよ．

$$\frac{dy}{dx}+\frac{1}{x^2+1}y=e^{-\tan^{-1}x}$$

(2) $-\dfrac{\pi}{4}<x<\dfrac{\pi}{4}$ で定義された関数 y についての微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2}+4y=\frac{1}{\cos 2x} \qquad (*)$$

の一般解を以下の設問の手順にしたがって求めることを考える．

(a) 微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2}+4y=0$$

の 2 つの一次独立解 y_1，y_2 を実関数の形で求め，そのロンスキ行列式 $W(y_1,\ y_2)$ を計算せよ．ここでロンスキ行列式とは

$$W(y_1,\ y_2)=y_1\frac{dy_2}{dx}-y_2\frac{dy_1}{dx}$$

のことである．

(b) 式 $(*)$ の特殊解が，

$$\frac{du}{dx}y_1+\frac{dv}{dx}y_2=0$$

を満たす $u(x)$, $v(x)$ を用いて

$$y=u(x)y_1+v(x)y_2$$

という形に書けると仮定したとき，$u(x)$, $v(x)$ それぞれが満たす 1 階の微分方程式を導け．

(c) 式 $(*)$ の一般解を求めよ．

(東京大 2015)　　(m20150701)

0.85 微分方程式に関する以下の問いに答えよ; ただし，$y'=\dfrac{dy}{dx}$，$y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする．

(1) 次の定係数微分方程式

$$y''-(a+2)y'+2ay=f(x)$$

について以下の問いに答えよ．ただし，a は実数とする．

(a) $f(x) = 0$ のとき，一般解を求めよ．

(b) $f(x) = 5e^{-3x}$ かつ $a < 0$ のとき，一般解を求めよ．
ただし，e は自然対数の底とする．

(2) 次のオイラー型の微分方程式の一般解を求めよ．

$$x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$$

(3) 次の連立微分方程式において，$y_1(0) = 4,\ y_2(0) = -3$ を満たす解を求めよ．

$$\begin{cases} y_1' + 2y_2' = 2y_1 + 5y_2 \\ 2y_1' - y_2' = 14y_1 + 5y_2 \end{cases}$$

(東京大 2016)　　(m20160701)

0.86 (1) 関数 $y(x)$ に関する次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 + 2xy - x^2}{2x^2}$$

(2) 関数 $q(t)$ に関する次の微分方程式について，以下の問いに答えよ．ただし，$R,\ C,\ E$ は 0 ではない正の実定数である．また，$q(t) \leqq CE$ が成り立つ．

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q = E$$

(a) 一般解を求めよ．

(b) 初期条件 $t = 0,\ q(t) = 0$ を満たす解を求めよ．

(c) 前問 (b) で求めた解の $t \geqq 0$ におけるグラフの概形を描け．

(3) 関数 $x(t)$ に関する次の 2 階の微分方程式について，

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + c\frac{dx}{dt} + kx = 0$$

下記のように変数変換を行なって 1 階の連立微分方程式に書き換えるとき，係数行列 A を求めよ．

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = A\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = x, \quad x_2 = \frac{dx}{dt}$$

ただし，$m,\ c,\ k$ は実数定数であって，m は 0 ではない．

(東京大 2017)　　(m20170701)

0.87 微分方程式に関する以下の問いに答えよ．

(1) 微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = e^x$$

を境界条件 $y(0) = 2,\ y'(0) = 0$ のもとで解け．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする．

(2) 微分方程式

$$\frac{dy}{dx} = (1 - y)y$$

を解け．ただし，$y(0) = \dfrac{1}{2}$ とする．

(3) $x>0$ の範囲で定義された関数 $u(x)$ に関する微分方程式

$$\frac{d^2u}{dx^2}+\frac{A}{x}\frac{du}{dx}-u=0\cdots(*)$$

に関して，以下の問いに答えよ．ただし，A は定数で $A\leq 1$ とする．

(a) 以下の微分方程式

$$\frac{d^2f_\alpha}{dx^2}+\frac{1}{x}\frac{d\,f_\alpha}{dx}-\left(1+\frac{\alpha^2}{x^2}\right)f_\alpha=0$$

を満たす関数 $f_\alpha(x)\neq 0$ があるとする．ただし，α は非負の定数とする．ここで，式 $(*)$ の解が，関数 $g(x)$ を用いて $u(x)=f_\alpha(x)g(x)$ と表せると仮定すると，

$$\Big[\qquad(\text{ア})\qquad\Big]\frac{d\,f_\alpha}{dx}+\Big[\qquad(\text{イ})\qquad\Big]f_\alpha=0$$

が成り立つ．空欄 (ア), (イ) に入る数式を，$g(x)$, A, α を用いて表せ．

(b) (a) の空欄 (ア), (イ) に入る数式が常にゼロとなるよう，$g(x)$ および定数 α を A を用いて表せ．また，必要であれば，積分定数の記号としては C を用いよ．

(東京大 2018)　　(m20180701)

0.88 微分方程式に関する以下の問いに答えよ．

(1) 微分方程式

$$\frac{dv}{dt}=-a(v^2-b^2)$$

を $t\geq 0$ の範囲で考える．ただし，a, b は定数で $a>0$, $b>0$ とする．

(a) v の一般解を求めよ．

(b) $v(0)=0$ のとき，v を求めよ．

(c) (b) で求めた解のグラフの概形を描け．

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ．ただし，$x>0$ とする．

$$6x^2\frac{d^2y}{dx^2}-5x\frac{dy}{dx}+5y=x$$

(3) 次の連立微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{d}{dx}\begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-1\\1&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix}$$

(東京大 2020)　　(m20200701)

0.89 以下の問いに答えよ．ただし，x は実変数，y は x に関する実関数であり，
$y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$, $y'=\dfrac{dy}{dx}$ とする．また，e は自然対数の底とする．

(1) 次の微分方程式について考える．ただし，y は，任意の x に対し $y>0$ を満たすものとする．

$$y'-2y\sin^2(x)=\frac{e^{2x}\cos(2x)}{y}$$

(a) 関数 $f(x)$ を次式により定義する．定積分を計算し，$f(x)$ を求めよ．

$$f(x)=\int_0^x[-2\sin^2(t)]\,dt$$

(b) $z=ye^{f(x)}$ とするとき，$\dfrac{dz}{dx}$ を x と z の関数として表せ．

(c) y の一般解を求めよ．

(2) 次の微分方程式について考える．ただし，α および n は実定数であり，α は $-1 \leq \alpha \leq 1$ を満たすものとする．

$$y'' - 2\alpha y' + y = 2e^x$$

(a) y の特解を求めよ．

(b) y の一般解を求めよ．

(c) $\alpha = 1$ とする．$y(0) = 1$ および $y'(0) = 2$ を満たす y に関して，次の極限の収束・発散を調べよ．収束する場合にはその極限値を求めよ．

$$\lim_{x \to +0} y^{x^{-n}}$$

(東京大 2022)　　(m20220701)

0.90 微分方程式

$$x\sqrt{1+y^2}\,dx + y\sqrt{1+x^2}\,dy = 0$$

の一般解を求めよ．

(東京工業大 1996)　　(m19960803)

0.91 微分方程式 $(*)$　$\dfrac{dy}{dx} = y + xy^2$　を考える．

(1) $z(x) = \dfrac{1}{y(x)}$ は どんな微分方程式を満たすか．

(2) $(*)$ の一般解を求めよ．

(東京工業大 1998)　　(m19980802)

0.92 2 階線形微分方程式 $y'' - 2y' + 5y = e^x$ に対して，初期値問題 $y(0) = p,\ y'(0) = q$ の解を求めよ．

(東京工業大 1999)　　(m19990802)

0.93 微分方程式 $y'' + 2y' + y = e^x$ の解で，$y(0) = 1$，$y(1) = e/4$ を満たすものを求めよ．

(東京工業大 2003)　　(m20030802)

0.94 実変数 t の関数 $x(t)$ が微分方程式

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dx}{dt}$$

を満たしている．

(1) $t \to -\infty$ のとき，$x(t)$ は有限の値に収束することを示せ．

(2) $t \to +\infty$ のとき，$x(t)$ が $+\infty$ にも $-\infty$ にも発散しないならば，$x(t)$ は定数関数であることを示せ．

(東京工業大 2009)　　(m20090804)

0.95 次の問に答えよ．

(1) 微分方程式 $y' + y = 0$ の一般解を求めよ．

(2) 微分方程式 $y' + y = e^{-x}$ の一般解を求めよ．

(東京工業大 2014)　　(m20140804)

0.96 実変数 t の関数 $x(t)$ に関する微分方程式

$$(*) \qquad \frac{d^2x}{dt^2} - 2\frac{dx}{dt} + cx = 0$$

について，次の問に答えよ．ただし，c は実数とする．

(1) $x(0)=0$ かつ $0 \leq t \leq 1$ の範囲で $x(t) \geq 0$ となる恒等的に 0 でない $(*)$ の解 $x(t)$ が存在するための c に関する条件を求めよ．

(2) c が (1) の条件を満たし，かつ $(*)$ が条件

$$(**) \qquad x(0)=x(1)=0,\ \frac{dx}{dt}(0)=1$$

を満たす解をもつとき，c の値を求めよ．更に $(*)$ と $(**)$ を同時に満たす解を求めよ．

(東京工業大 2015)　　(m20150804)

0.97 (1) $y''-3y'+2y=0$ を解け.

(2) $y''-3y'+2y=e^x$ を解け.

(東京農工大 1996)　　(m19960905)

0.98 微分方程式 $y'=\dfrac{y}{x^2+1}$ の解 $y=y(x)$ で，初期条件 $y(1)=e^{\frac{\pi}{2}}$ を満たすものを求めなさい.

(東京農工大 2006)　　(m20060907)

0.99 次の微分方程式　$6\dfrac{d^2y}{dx^2}+\dfrac{dy}{dx}-y=0$　の解 $y=y(x)$ のうちで $y(2)=3$ および $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} y(x)=0$ をみたすものを求めなさい.

(東京農工大 2007)　　(m20070901)

0.100 x の関数 y について，次の問いに答えなさい.

(1) 微分方程式 $y'+y=1$ を解きなさい.

(2) 微分方程式 $2y'-y=-y^3$ $\left(\text{初期条件 } x=0,\ y=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ を，$z=\dfrac{1}{y^2}$ と置いて，z の微分方程式に書き換えて解きなさい.

(東京農工大 2008)　　(m20080904)

0.101 x の関数 $y=y(x)$ についての微分方程式

$$y''-4y'+4y=4x$$

の解のうち, $y(0)=0$，$y(1)=2$ を満たすものを求めなさい.

(東京農工大 2010)　　(m20100904)

0.102 (1) 微分方程式

$$\frac{dy}{dx}+3y=\cos 2x$$

の解 $y=y(x)$ のうちで周期関数となるものを求めなさい.

(2) 微分方程式

$$\frac{dy}{dx}+3y=1$$

の解 $y=y(x)$ について $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} y(x)$ の値を求めなさい.

(東京農工大 2011)　　(m20110901)

0.103 微分方程式

$$y''-2y'+y=(3x+1)e^x$$

の解 $y=y(x)$ のうち，$y(0)=3,\ y'(0)=-2$ を満たすものを求めなさい.

(東京農工大 2012)　　(m20120904)

0.104 x の関数 $y=y(x)$ について以下の問いに答えなさい.

(1) 微分方程式 $y'=y(1-y)$ の解のうち, $y(0)=\dfrac{1}{3}$ を満たすものを求めなさい.

(2) 微分方程式 $y''+4y=e^x$ の解のうち, $y(0)=\dfrac{6}{5}$, $y\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{6}{5}e^{\frac{\pi}{4}}$ を満たすものを求めなさい.

(東京農工大 2013) (m20130905)

0.105 微分方程式

$$y''+4y'+4y=\frac{e^{-2x}}{1+x^2}$$

の解 $y=y(x)$ のうちで条件 $y(0)=0$, $y'(0)=\dfrac{1}{2}$ を満たすものを求めなさい.

(東京農工大 2014) (m20140903)

0.106 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+3y=\cos\sqrt{3}x$ の解 $y=y(x)$ が, $y(0)=1$, $\dfrac{dy}{dx}(0)=1$ を満たすとき, y を求めなさい.

(東京農工大 2015) (m20150904)

0.107 x の関数 $y=y(x)$ についての微分方程式 $y''-y'-6y=6x+4e^{-x}$
の解のうち, $y(0)=0$, $y'(0)=0$ を満たすものを求めなさい.

(東京農工大 2016) (m20160904)

0.108 微分方程式 $y''+2y'+5y=10\cos x$ の解 $y=y(x)$ が, $y(0)=0$, $y'(0)=1$ を満たすとき, y を求めなさい. ただし $y'=\dfrac{dy}{dx}$, $y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$ である.

(東京農工大 2017) (m20170904)

0.109 t の関数 $x=x(t)$, $y=y(t)$ についての連立微分方程式

$$\begin{cases} x'-3x+y=-2e^{2t} \\ 6x+y'-4y=4e^{2t} \end{cases}$$

の解で, 初期条件 $x(0)=4$, $y(0)=1$ を満たすものを求めなさい. ただし, $x'=\dfrac{dx}{dt}$, $y'=\dfrac{dy}{dt}$ である.

(東京農工大 2018) (m20180904)

0.110 x の関数 $y=y(x)$ についての微分方程式

$$y''-y'-2y=18xe^{2x}$$

の解のうち, $y(0)=0$, $y'(0)=0$ を満たすものを求めなさい. ただし, $y'=\dfrac{dy}{dx}$, $y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$ である.

(東京農工大 2019) (m20190904)

0.111 x の関数 $y=y(x)$ についての微分方程式 $y''+6y'+9y=3e^{-3x}$ の解で,
初期条件 $y(0)=1$, $y'(0)=1$ を満たすものを求めなさい. ただし, $y'=\dfrac{dy}{dx}$, $y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$ である.

(東京農工大 2020) (m20200904)

0.112 次の微分方程式の解 $y=y(x)$ で, $y(0)=0$, $\dfrac{dy}{dx}(0)=0$ を満たすものを求めなさい.

$$\frac{d^2y}{dx^2}-5\frac{dy}{dx}+6y=3x+e^{-x}$$

(東京農工大 2022) (m20220905)

0.113 物質 R_α は時間がたつにしたがって自然に減少していく. その減少する割合はその時点 t で残っている質量 x に比例する. その比例定数を $k(>0)$ とする.

(1) 質量 x と時点 t との関係を微分方程式で書け.

(2) 最初の質量を A とし, 上の微分方程式を解いて質量 x を表す式を求めよ.

(3) 一定の時間 T を経過するごとに質量は等比数列をなして減少することを示せ.

(4) 物質 R_α は, 質量が半減するのに 1600 年かかる. 800 年では初めの量のおよそ何%になるか.

(電気通信大 2005) (m20051008)

0.114 次の微分方程式を解け.

(1) $\sin x \cos^2 y - \dfrac{dy}{dx}\cos^2 x = 0$

(2) $\dfrac{dy}{dx} + y\tan x = \sin 2x$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 4\dfrac{dy}{dx} + 5y = \sin 2x$

(電気通信大 2009) (m20091004)

0.115 以下の各問いに答えよ.

(1) 微分方程式 $y' = y^2 - 1$ の解 $y = y(x)$ で, 初期条件 $y(0) = 0$ を満たすものを求めよ.

(2) 次の各微分方程式の一般解をそれぞれ求めよ.

(i) $y' + 2y\cos x = \cos x$ (ii) $y'' + 2y' + 2y = \cos 3x$

(電気通信大 2019) (m20191004)

0.116 次の微分方程式を解け.

(3) $y'' + 2y' + y = \sin 2x$

(電気通信大 2021) (m20211005)

0.117 微分方程式

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -f(x)$$

ただし,

$$\begin{cases} x \geqq 1 \text{ のとき } f(x) = 1 \\ -1 < x < 1 \text{ のとき } f(x) = x \\ x \leqq -1 \text{ のとき } f(x) = -1 \end{cases}$$

について, 次の問に答えよ.

(1) $t = 0$ で $x = 1$ かつ $\dfrac{dx}{dt} = 0$ となる解を求めよ.

(2) $t = 0$ で $x = \dfrac{3}{2}$ かつ $\dfrac{dx}{dt} = 0$ となる解を, $0 \leqq t \leqq 2$ で求めよ.

(3) $t = 0$ で $x = \dfrac{5}{2}$ かつ $\dfrac{dx}{dt} = 0$ となる解の周期を求めよ.

(横浜国立大 1992) (m19921101)

0.118 連立常微分方程式

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - 2xy \\ \dfrac{dy}{dt} = -y + xy \end{cases}$$

について, 下記の問に答えよ.

(1) x-y 面上での平衡点を求めよ．

(2) $t=0$ で $x=1$，$y=2$ とするとき，x と y の関係式を求めよ．

(3) 前問 (2) で，x と y の取り得る最大の値を求めよ．

(4) $t=0$ で x，y が共に正のとき，解が周期解になることを説明し，1 周期における x と y の平均（t に関する平均）を求めよ．

(横浜国立大 1993)　　(m19931101)

0.119 xy 平面上の点 $P(x,y)$ が，$t \geqq 0$ の範囲で，次の連立微分方程式に従って移動する．

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -|y| \\ \dfrac{dy}{dt} = -|x| \end{cases}$$

ここで，$t=0$ で，$x=1$，$y=3$ とする．

(1) 第 1 象限（$x>0$，$y>0$）で，x と y を t で表せ．

(2) 第 1 象限で点 P の描く曲線の方程式を求めよ．また，$x=0$ となるときの y と t を求めよ．

(3) 第 2 象限（$x<0$，$y>0$）で，x と y を t で表せ．また，第 1，第 2 象限で点 P の描く曲線の概略を図示せよ．

(4) 点 P の描く曲線と x 軸および直線 $x=1$ で囲まれる図形の面積を求めよ．

(横浜国立大 1994)　　(m19941101)

0.120 微分方程式　$\dfrac{d^2y}{dx^2} + \lambda^2 y = f(x)$　　$(*)$

（$\lambda \neq 0$，$0 \leq x \leq l$）を境界条件 $y(0)=y(l)=0$ の下で解け．ただし，$y=y(x)$ である．

(1) $(*)$ に付随する同次方程式が，同じ境界条件の下で，恒等的に 0 でない解を持つための λ（固有値）の表式を求めよ．

(2) λ が (1) で求めた固有値と異なる場合，非同次方程式 (*) の一般解を求めよ．

(横浜国立大 1995)　　(m19951101)

0.121 方程式 $\dfrac{dx}{dt} = x + x^2$ の解で，$t=0$ で $x=\xi$ となるものを $x=\varphi(t,\xi)$ とする．

(1) $x=\varphi(t,\xi)$ の表式を求めよ．

(2) t を固定したとき，$x=\varphi(t,\xi)$ が ξ について連続となるような ξ の範囲を求めよ．

(3) ξ を固定したとき，$x=\varphi(t,\xi)$ が t について連続となるような t の範囲を求めよ．

(4) 特に，$x=\varphi(t,\xi)$ が $-\infty < t < \infty$ において t の連続関数になるためには，ξ はどんな範囲にあればよいか．

(横浜国立大 1996)　　(m19961101)

0.122 xy 平面上の点 $P(x,y)$ が，$t \geq 0$ の範囲で，次の連立微分方程式に従って移動する．

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - y \\ \dfrac{dy}{dt} = -x + y \end{cases}$$

(1) この連立微分方程式の一般解を求めよ．

(2) $t=0$ で $x=1$，$y=3$ とするとき x と y を t で表せ．

(3) $x=0$ となる y と t を求めよ．

(4) 点 P の描く曲線の方程式を求め，略図を描け．

(横浜国立大 1997)　　(m19971101)

0.123 次の微分方程式について答えよ．

$$\frac{dx}{dt} + \lambda x = f(t)$$

但し，$t = 0$ のとき $x = a$ であり，また λ は実の定数とする．

(1) この方程式の一般解を求めよ．

(2) 関数 $f(t)$ が $\sin t$ である時の解を求めよ．

(3) この解が周期関数となるための条件を求めよ．

(横浜国立大 1998)　　(m19981101)

0.124 a を正の定数とし，関数 $f(x)$ を

$$-\frac{a}{2} < x < \frac{a}{2} \quad のとき, \quad f(x) = \frac{1}{a}$$

$$x < -\frac{a}{2} \text{ および } x > \frac{a}{2} \quad のとき, \quad f(x) = 0$$

と定義する．微分方程式

$$x \neq \pm\frac{a}{2} \quad のとき, \quad \frac{d^2y}{dx^2} - y = f(x)$$

$$x = \pm\frac{a}{2} \quad のとき, \quad \frac{dy}{dx} \quad は連続$$

$$x \to \pm\infty \quad のとき, \quad y = 0$$

について，次の問に答えよ．

(1) 微分方程式の解を $y(x)$ とするとき，$y(-x) = y(x)$ を示せ．

(2) 上記の微分方程式の解を求めよ．

(3) a を 0 に近づけると，解はどのような関数に近づくか？

(横浜国立大 2001)　　(m20011101)

0.125 微分方程式 $$\frac{dy}{dx}\left(\frac{dy}{dx} - y\right) = x(x - y)$$

を満たし，かつ，$x = 0$ で $y = 0$ となる関数 $y(x)$（ただし，$x \geq 0$）を求めよ．

(横浜国立大 2003)　　(m20031101)

0.126 次の微分方程式を解け．

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x - 1}{2x^2 y}$$

(横浜国立大 2005)　　(m20051103)

0.127 次の微分方程式を解け．

(1) $\displaystyle \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 6y = 6x^3 + 3x^2 - 14x + 3$　　(2) $\displaystyle \frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{x}{y^2}$

(横浜国立大 2006)　　(m20061101)

0.128 次の微分方程式を解き，与えられた初期条件を満たす解を求めよ．

(1) $\displaystyle (2x + y) + (4x + 2y - 3)\frac{dy}{dx} = 0$　　初期条件 : $x = 2$ のとき , $y = -1$

(2) $\displaystyle \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 6y = -4e^{2x}$　　初期条件 : $x = 0$ のとき , $y = 2$, $\displaystyle \frac{dy}{dx} = 0$

(横浜国立大 2007)　　(m20071102)

0.129 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = x + y$　　(2) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y^2 - x^2}{2xy}$

(横浜国立大 2008)　　(m20081102)

0.130 (1) 1 階常微分方程式の一般形は以下のように与えられる.

$$y' + P(x)y = Q(x) \qquad ①$$

この式の解の公式を導く. 以下の記述の空欄を埋めなさい.

まず, 同次（斉次）方程式の解を求める. ① の同次方程式は以下のように表される.

$$y' + P(x)y = \boxed{\quad (\text{ア}) \quad}$$

この同次方程式は, 変数分離形であるので, 解は, 任意の定数を C として, 以下のように求められる.

$$y = C \cdot \boxed{\quad (\text{イ}) \quad} \qquad (\cdot \text{ は積を意味する.})$$

この結果を用いて, ① の解を定数変化法で求める. 従って, ① の解を

$$y = C(x) \cdot \boxed{\quad (\text{イ}) \quad} \qquad ②$$

とおく. これを ① の左辺に代入して整理すると

$$y' + P(x)y = C' \cdot \boxed{\quad (\text{イ}) \quad} = Q(x)$$

すなわち,

$$C' = Q(x) \cdot \boxed{\quad (\text{ウ}) \quad}$$

両辺を積分して $C(x)$ を求め, ② に代入すると, ① の解の公式が以下のように求められる.

$$y = e^{-\int P(x)dx}\left[\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx + C\right]$$

(2) (1) を参考にして, 微分方程式を解く方法のひとつである, “定数変化法”について説明しなさい.

(3) 次の微分方程式を (1) の公式を用いて解きなさい.

$$y' - y = e^x$$

(横浜国立大 2008)　　(m20081103)

0.131 次の微分方程式を解け.

(1) $x^2\dfrac{dy}{dx} - y = 0$

(2) $x\dfrac{dy}{dx} + y + 4x = 0$

(横浜国立大 2009)　　(m20091101)

0.132 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2y^5 - 6x^4y}{3xy^4 - 3x^5}$　　(2) $\dfrac{dy}{dx} - 2xy = -2x$

(横浜国立大 2010)　　(m20101102)

0.133 次の微分方程式を解け.

(1) $x^2\dfrac{dy}{dx} = y^2 + xy - x^2$　　(2) $\dfrac{dy}{dx} + y = \cos x$

(横浜国立大 2011)　　(m20111102)

0.134 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\left(xy^3 + 3x^3y\right)\dfrac{dy}{dx} - \left(y^4 + 4x^2y^2 + x^4\right) = 0$

(2) $xy\dfrac{dy}{dx} = \sqrt{4 - y^2}$

(横浜国立大 2012)　　(m20121102)

0.135 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $x\dfrac{dy}{dx} - y = \sqrt{x^2 + y^2}$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{2}{x}\dfrac{dy}{dx} = 0$

(横浜国立大 2013)　　(m20131102)

0.136 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 4\dfrac{dy}{dx} + 3y = 3e^{-2x}$

(2) $(x+1)\dfrac{dy}{dx} = (2x+3)y$

(横浜国立大 2014)　　(m20141102)

0.137 次の微分方程式の一般解を求めよ,

(1) $x(x^2-1)\dfrac{dy}{dx} + 2y(x^2 - x - 1) = 0$

(2) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{2xy}{x^2 + y^2}$

(横浜国立大 2015)　　(m20151102)

0.138 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = y + e^x \sin x$　　(2) $x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2}\dfrac{dy}{dx} = 0$

(横浜国立大 2016)　　(m20161102)

0.139 以下の 3 問から 2 問選択して解答せよ．3 問解答してはならない.

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.　$y' = \dfrac{4x - 2y}{2x - y - 1}$

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ.　$y'' - y' + y = 0$

(3) 微分方程式　$xy' - y - x\log x = 0$　において，初期条件 $y(1) = 0$ を満たす特殊解を求めよ.

(横浜国立大 2016)　　(m20161103)

0.140 (1) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + Kx = 1$ が区間 $[0, L]$ で与えられている．一般解を求め，$y(0) = y(L) = 0$ を境界条件とする解を求めよ.

(2) $\dfrac{d^3y}{dx^3} = xe^x$ を解け.

(3) $(1 + \exp(x))\dfrac{dy}{dx} = y$ が与えられている.　$y(0) = 1$ を境界条件とする解を求めよ.

(横浜国立大 2017)　　(m20171101)

0.141 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = (y-x)^2$ (2) $\dfrac{dy}{dx} = (y+\cos x)\sin x$

(横浜国立大 2017) (m20171104)

0.142 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $y^2\left(\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2 + 1\right) = 1$ (2) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x-y}{x+y}$

(横浜国立大 2018) (m20181102)

0.143 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2xy}{x^2-y^2}$ (2) $\dfrac{dy}{dx} = \cos(x+y) - \cos(x-y)$

(横浜国立大 2019) (m20191102)

0.144 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y^2-1}{\tan x}$ (2) $\dfrac{dy}{dx} = x^n - \dfrac{y}{x}$ ただし，n は正の整数である.

(横浜国立大 2020) (m20201102)

0.145 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $(x^2-1)^2\dfrac{dy}{dx} + 2xy(x^2-1) = 2$

(2) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2\sin y\cos y}{\cos x}$

(横浜国立大 2021) (m20211102)

0.146 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $2\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{y}{x} + \dfrac{y^2}{x^2} = 0$ (2) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1+\cos y}{\sin^2 x\ \cos^2 x}$

(横浜国立大 2022) (m20221102)

0.147 次の連立微分方程式

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - xy \\ \\ \dfrac{dy}{dt} = -y + xy \end{cases} \qquad (\ t > 0\ )$$

$$x(0) = a \quad y(0) = b$$

について，初期値 (a, b) が第 1 象限 I にあるとき，解 $\big(x(t),\ y(t)\big)$ が I に留まることを示せ.

(千葉大 1994) (m19941202)

0.148 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2a\frac{dx}{dt} + b^2x = 0 \qquad (\text{但し，} a < b\ )$$

(千葉大 1995) (m19951203)

0.149 微分方程式 $y'' + 4y' + 4y = x^2$ の一般解を求めよ.

(千葉大 1996) (m19961203)

0.150 次の初期値問題を解け.

$$\begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt^2} + x = \sin 2t \quad (t > 0), \\ x(0) = 0, \\ \dfrac{dx}{dt}(0) = 0 \end{cases}$$

(千葉大 1997) (m19971202)

0.151 次の線形微分方程式の解 $y = y(x)$ を求めよ.

$$\frac{d}{dx}y(x) + 2y(x) = x \ , \ y(0) = 1$$

(注) $w(x) = e^{2x}y(x)$ とおき，w に関する微分方程式を考えよ.

(千葉大 1998) (m19981203)

0.152 次の微分方程式を解け.

$$\frac{dx}{dt} = -5x - y$$

$$\frac{dy}{dt} = x - 3y$$

(千葉大 1999) (m19991203)

0.153 微分方程式

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + 4x\frac{dy}{dx} + 2y = 1 \ \ , \ \ y(x)\big|_{x=1} = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=1} = 0 \qquad \text{(i)}$$

に関する以下の設問に答えなさい.

(1) 変数変換 $x = e^t$ を考える．変数 x の定義域が $[1, \infty]$ であるとき，変数 t の定義域を求めなさい.

(2) 合成関数 $y(x(t))$ の微分公式は $\dfrac{dy}{dt} = \dfrac{dy}{dx}\dfrac{dx}{dt}$ で与えられる．合成関数 $y(x(t))$ の 2 階微分 $\dfrac{d^2y}{dt^2}$ を $\dfrac{d^2y}{dx^2}$, $\dfrac{d^2x}{dt^2}$, $\dfrac{dy}{dx}$, $\dfrac{dx}{dt}$ を用いて表しなさい.

(3) 変数変換 $x = e^t$ を用いることによって，式 (i) の微分方程式が

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 3\frac{dy}{dt} + 2y = 1 \ \ , \ \ y(t)\big|_{t=0} = \left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=0} = 0 \qquad \text{(ii)}$$

に変換できることを示しなさい.

(4) 式 (ii) の微分方程式を解きなさい.

(5) 設問 (4) で求めた微分方程式 (ii) の解から微分方程式 (i) の解 $y(x)$ を求めなさい.

(千葉大 2001) (m20011202)

0.154 次の微分方程式の初期条件を満たす解を求め，$x \geq 0$ の範囲で解曲線を図示しなさい.

$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + y = 2\cos x$ 　　初期条件 ： $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$

(千葉大 2002) (m20021203)

0.155 次の連立常微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x - y + 1 \\ \dfrac{dy}{dt} = -x + 3y - 1 \end{cases}$$

(千葉大 2003) (m20031204)

0.156 (1) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = -xy$ の一般解を求めなさい.

(2) 初期値問題 $\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = -xy + xe^{-x^2/2} \\ y(0) = 1 \end{cases}$ の解を求めなさい.

(千葉大 2004) (m20041203)

0.157 ある運動している点の時刻 t における座標 $(x(t)\,,\ y(t))$ が微分方程式

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\alpha y(t) + b \\ \alpha x(t) + a \end{pmatrix}$$

を満たす. ここで, a , b 及び $\alpha(>0)$ は定数である.

この微分方程式の解は

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \boldsymbol{A}(t)\begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \end{pmatrix} - (\boldsymbol{A}(t) - I)\,\boldsymbol{v}$$

と書ける. ただし, $\boldsymbol{A}(t)$ は時刻 t に依存する $2\times\ 2$ の正方行列, I は $2\times\ 2$ の単位行列, $\boldsymbol{v}$ は初期位置 $(x(0)\,,\ y(0))$ に依らない定ベクトルである. 次の設問に答えなさい.

(1) $\dfrac{dy(t)}{dx(t)}$ を t を陽に含まない形で表しなさい.

(2) (1) の微分方程式を解きなさい.

(3) 行列 $\boldsymbol{A}(t)$ を決定しなさい.

(4) 点 $(x(t)\,,\ y(t))$ はどのような運動をするか簡潔に説明しなさい.

(千葉大 2005) (m20051204)

0.158 次の微分方程式の解を求めなさい.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = a(y+b)$ ただし, a, b は定数であり, 初期値は $y(0) = y_0$ $(y_0 \neq -b)$ とする.

(2) $\dfrac{dy}{dx} = ky(p-y)$ ただし, k, p は正の定数であり, 初期値は $y(0) = y_0$ $(0 < y_0 < p)$ とする.

(千葉大 2007) (m20071209)

0.159 実数値関数 $f(x)$ は $-\infty < x < \infty$ で連続であり, 次の関数方程式を満たすとする.

$$f(x) = 1 + \int_0^x (t-x)f(t)dt$$

(1) $f(0)$, $f'(0)$ を求めなさい. また $f(x)$ の満たす微分方程式を求めなさい.

(2) $f(x)$ の満たす微分方程式を解きなさい.

(千葉大 2008) (m20081204)

0.160 次の微分方程式について, 以下の問いに答えよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{4+x}{x}\frac{dy}{dx} + \frac{6+2x}{x^2}y = 0$$

(1) $y = x^2$ がこの微分方程式の解となっていることを示しなさい.

(2) $y = ux^2$ (u は x の関数) がこの微分方程式の解となるために, u の満たすべき微分方程式を求めなさい.

(3) (2) で求めた微分方程式を u について解き, 最初の微分方程式の解を求めなさい.

(千葉大 2009) (m20091204)

0.161 次の線形連立微分方程式を解き, その一般解 $x(t)$, $y(t)$ を求めなさい.

$$\frac{dx}{dt} - 3x + y = 0$$
$$x - \frac{dy}{dt} + y = 0$$

(千葉大 2010) (m20101204)

0.162 次の微分方程式を解きなさい.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = -2xy + 3x$

(2) $\dfrac{dy}{dx} = 3xy - 5xy^{-\frac{1}{3}}$ （ヒント：y の 4/3 乗を z とおいて z の微分方程式に変換すると線形になる.）

(千葉大 2011) (m20111204)

0.163 次の微分方程式を与えられた初期条件のもとで解きなさい.

(1) $y' + y + y^2 = 0$, $y(0) = 1$

(2) $y' + y + x = 0$, $y(0) = 2$

(千葉大 2012) (m20121203)

0.164 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{dy}{dx} - 2y = 8e^{2x}$

(2) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2x-y}{x-2y}$ $\left(\text{ヒント：未知関数を } u(x) = \dfrac{y}{x} \text{ に変換すると変数分離になる}\right)$

(千葉大 2013) (m20131204)

0.165 次の微分方程式の解を求めなさい.

(1) $\dfrac{d^2x}{dt^2} + 2\dfrac{dx}{dt} + 2x = 0$, $x(0) = 1$, $x'(0) = \left.\dfrac{dx}{dt}\right|_{t=0} = 0$, $t \geq 0$

(2) 上で得られた $x(t)$ を用いて $y(t) = \dfrac{dx}{dt}$ として, $O-xy$ 直交座標系上で点 $P\bigl(x(t), y(t)\bigr)$ を定義する. $t \geq 0$ に対して点 $P(x, y)$ の描く曲線をグラフで示しなさい. （ヒント：点 P の座標の減衰項を除いた場合の曲線を先に求める.）

(千葉大 2014) (m20141204)

0.166 次の微分方程式の一般解を求め, 与えられた初期条件を満たす解曲線の概形を図示しなさい.

(1) $\bigl(x^2 - xy\bigr)\dfrac{dy}{dx} + y^2 = 0$ 初期条件：$x = e$, $y = e$, ここで, e は自然数の底である.
（ヒント：$\dfrac{y}{x} = u$ とおいて未知関数 $y(x)$ を $u(x)$ に変換する ）

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 2\dfrac{dy}{dx} + 17y = 0$, $x \geq 0$ 初期条件：$x = 0$, $y = 1$, $y' = -1$

(千葉大 2015) (m20151204)

0.167 次の微分方程式を解きなさい.

(1) $\dfrac{d^2y}{dt^2} + 2y = \sin t$ 初期条件：$t = 0$, $y = 1$, $\dfrac{dy}{dt} = 1 + \sqrt{2}$

(2) $\dfrac{dy}{dx} + 2xy = 4xe^{x^2}$ の一般解を求めなさい.

(千葉大 2016) (m20161204)

0.168 以下の微分方程式を解き，x の関数 $f(x)$ を求めなさい．ただし，$f(0)=1,\ f'(0)=0$ とする．

$$\left(\frac{d^2f(x)}{dx^2}\right)^2+3\left(\frac{d^2f(x)}{dx^2}\right)-4=0$$

(千葉大 2016)　　(m20161205)

0.169 次の微分方程式を解きなさい．

(1) $\dfrac{d^2y}{dt^2}+\dfrac{dy}{dt}-2y=-2$, 初期条件 $t=0$ のとき $y=2,\ \dfrac{dy}{dt}=0$

(2) $\dfrac{d^2y}{dt^2}+\dfrac{dy}{dt}-2y=\cos t-2t$ の一般解を求めなさい．

(千葉大 2017)　　(m20171204)

0.170 次の微分方程式を解け．

$x^4\dfrac{dy}{dx}+y^2=0$

(筑波大 2004)　　(m20041316)

0.171 ある量 y は現在時刻 t における量 $y(t)$ の 3 倍に比例して減少する．

(1) この量を時間の関数 $y(t)$ として記述せよ．

(2) $t=0$ における $y(t)$ の値が 1 であったとき, $t=1$ における $y(t)$ の値を求めよ．

(筑波大 2004)　　(m20041317)

0.172 環境中における生物の増殖速度は条件が良好な場合，個体数濃度 (x) に比例する．すなわち，比例定数（マルサス指数）を m として，

$$\frac{dx}{dt}=mx \qquad (\text{式 } 1)$$

と書くことができる．この数理モデルについて以下の問いに答えなさい．

(1) (式 1) を初期条件 $t=0$ において $x=x_0$ として解き，グラフに図示しなさい．

(2) 環境容量の有限性を考えると (1) の答えは，時間が経過していくと不合理である．この場合，増殖速度は個体数濃度 (x) と空き容量 $(K-x)$ の積に比例するとして

$$\frac{dx}{dt}=mx(K-x) \qquad (\text{式 } 2)$$

と変更される．K は環境容量を表す定数．(式 2) を初期条件 $t=0$ において $x=x_0$ として解き，x の時間変化の概略をグラフに示し，$x\to\infty$ の挙動を説明しなさい．

(筑波大 2006)　　(m20061302)

0.173 微分方程式　$\dfrac{d^2y}{dx^2}-5\dfrac{dy}{dx}+6y=0$　の一般解を求めよ．

(筑波大 2007)　　(m20071317)

0.174 $u=\dfrac{y}{x}$ とおいて微分方程式 $2xyy'-y^2+x^2=0$ を解き，それがどのような曲線群を表すか述べよ．なお，$y'=\dfrac{dy}{dx}$ である．

(筑波大 2008)　　(m20081309)

0.175 次の微分方程式 (D) について (1) から (3) に答えなさい．

$$f''(x)-3f'(x)+2f(x)=0 \qquad \cdots\cdots \quad (D)$$

(1) $f'(x) = f(x)$ または $f'(x) = 2f(x)$ ならば，$f(x)$ は微分方程式 (D) の解であることを示しなさい．

(2) $f(x) = e^x$ および $f(x) = e^{2x}$ は微分方程式 (D) の解であることを示しなさい．

(3) 微分方程式 (D) の任意の解 $f(x)$ は，ある実数 a, b を用いて $f(x) = ae^x + be^{2x}$ と一意的に表せることを示しなさい．

(筑波大 2008)　　(m20081326)

0.176 $f(x)$ は何回でも微分可能で，$f'(x) = -xf(x)$ を満たすとき，以下の問いに答えよ．

(1) $f''(x)$ を，$f(x)$ を用いて表せ．　　(2) $f(0) = 1$ のとき，$f(x)$ を求めよ．

(筑波大 2008)　　(m20081339)

0.177 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{xy}{x^2 - 1}$ の一般解を求め, それが xy 平面上でどのような曲線群になるか調べよ. さらに, 代表的な場合（一通りとは限らない）について, そのグラフを xy 平面上に図示せよ.

(筑波大 2010)　　(m20101307)

0.178 (1) 次の微分方程式を $y = \dfrac{1}{N}$ と置いて変数変換せよ. ただし, α, β は正の定数, $N = N(t)$ とする.

$$\frac{dN}{dt} = \alpha N - \beta N^2$$

(2) 定数変化法により (1) で得られた式を解き, $N(t)$ を求めよ. ただし, $N(0) = N_0$ とする.

(筑波大 2010)　　(m20101311)

0.179 次の 1 階連立微分方程式の一般解を求めよ.

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x + 2y \\ \dfrac{dy}{dt} = x + 3y \end{cases}$$

(筑波大 2011)　　(m20111301)

0.180 微分方程式

$y' = \dfrac{1}{x}y + xy^2$ の解を求めよ．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする．

(筑波大 2012)　　(m20121301)

0.181 関数 $x(t)$ に関する以下の微分方程式を解きなさい.

$$\frac{dx}{dt} = 1 - x^2 \quad \text{ただし } x(0) = 0 \text{ とする.}$$

(筑波大 2012)　　(m20121317)

0.182 連立 1 階線形微分方程式

$$\frac{d}{dt}x(t) = x(t) - y(t) + 2z(t)$$
$$\frac{d}{dt}y(t) = x(t) + 3y(t)$$
$$\frac{d}{dt}z(t) = x(t) + y(t) + z(t)$$

を初期条件 $x(0) = 4,\ y(0) = 4,\ z(0) = 1$ の下で解け.

(筑波大 2015)　　(m20151309)

0.183 y に関する以下の線形微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx} - \dfrac{3}{x}y = 2x^3 + x^2 + x$　　(2) $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2} + x\dfrac{dy}{dx} - n^2y = 0$　(n は定数)

(筑波大 2018)　(m20181304)

0.184 以下の問いに答えなさい．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$，$y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$，$D = \dfrac{d}{dt}$ である．

(1) 次の 1 階微分方程式の一般解を求めなさい．　$2xyy' = x^2 + y^2$

(2) 次の 2 階微分方程式の一般解を求めなさい．　$y'' - 7y' + 10y = 6x + 8e^{2x}$

(3) 次の連立微分方程式の一般解を求めなさい．　$\begin{cases} Dx = 4x - y \\ Dy = x + 2y \end{cases}$

(埼玉大 2003)　(m20031406)

0.185 次の微分方程式の一般解を求めよ．ただし，$y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ である．

(1) $y'' - y' - 2y = 2x^2 - 6x$

(2) $x^3yy' = y^2 + 1$

(3) $(y + xy')xy = x^2 + 2$

(埼玉大 2004)　(m20041405)

0.186 次の微分方程式の一般解を求めよ．ただし，$y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ である．

(1) $2x^2y' = x^2 + y^2$

(2) $y'' + 2\varepsilon y' + {\omega_0}^2 y = F\sin\omega x$　　（ただし，$\varepsilon \neq 0$，${\omega_0}^2 > \varepsilon^2$）

(埼玉大 2005)　(m20051403)

0.187 次の微分方程式を解け．

(1) $x(x-y)\dfrac{dy}{dx} + y^2 = 0$　　(2) $\dfrac{dy}{dx} - xy = x$　　(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + y = 2\sin x$

(埼玉大 2006)　(m20061405)

0.188 次の微分方程式を解け．

(1) $2x^2\dfrac{dy}{dx} = x^2 + y^2$　　(2) $\dfrac{dy}{dx} + y\tan x + \cot^2 x = 0$

(埼玉大 2007)　(m20071406)

0.189 次の連立微分方程式を解け．

$$\frac{dx}{dt} - x + 2y = e^t$$

$$3x + \frac{dy}{dt} - 2y = 1$$

(埼玉大 2007)　(m20071407)

0.190 以下の微分方程式を解け．

(1) $(x^2 + 2xy)dx + (x^2 - y^2)dy = 0$　　(2) $2x\dfrac{dy}{dx} - y = -xy^3$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx} - 2y = 10\cos x$　　(4) $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3x\dfrac{dy}{dx} + 4y = x$

(埼玉大 2008)　(m20081404)

0.191 以下の微分方程式の解を求めなさい．ただし，c は実定数とする．

(1) $\dfrac{dy}{dx} + y = x$

(2) $\dfrac{dy}{dx} - xy = -y^3 e^{-x^2}$

(3) $e^y dx + xe^y dy = 0$

(4) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + cy = 0$

(埼玉大 2009)　　(m20091403)

0.192 (1) 以下の微分方程式を解け.

(a) $\dfrac{dy}{dx} = \tan x \cdot \tan y$

(b) $\cos x \dfrac{dy}{dx} - y \sin x = 2 \cos x \, \sin x$

(c) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{dy}{dx} - 6y = e^x$

(2) $y(t)$ が時刻 t における物体の位置を表すとすると, $f'(t)$ は速度, $f''(t)$ は加速度を表す.

(a) 下記の運動方程式を満たすこの物体の位置 $y(t)$ を求めよ.
$y''(t) + k^2 y(t) = 0$　($k > 0$ の定数)

(b) 初期条件　$y(0) = A_0$, $y'(0) = 0$　を満たす解を求めよ.

(埼玉大 2010)　　(m20101408)

0.193 以下の微分方程式を解け.

(1) $x\dfrac{dy}{dx} - 2x^2 y = y$

(2) $4y^2 + \left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2 = 4$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 6\dfrac{dy}{dx} + 8y = 0$

(4) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 6\dfrac{dy}{dx} + 9y = \sin 3x$

(埼玉大 2011)　　(m20111406)

0.194 (1) 以下の微分方程式を解け.

(a) $\dfrac{dy}{dx} + 2y = x^2$

(b) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 2\dfrac{dy}{dx} + y = 6e^{-x}$

(2) 室温が 20 ℃ の部屋に置いたコーヒーの温度の変化率は, 時刻 t[分] におけるコーヒーの温度 $T(t)$[℃] と室温の差に比例する.

(a) このときの比例係数を $-k(k > 0)$ とし, 時間 t と温度 $T(t)$ の関係を微分方程式を用いて表せ.

(b) $t = 0$ で 100 ℃ だったコーヒーが, 3 分後に 60 ℃ になったとするとき, 40 ℃ になるまでの時間を求めよ.

(埼玉大 2012)　　(m20121406)

0.195 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $x\dfrac{dy}{dx} = 3y$

(2) $\dfrac{(x^2 - y^2)}{2} \dfrac{dy}{dx} = xy$

(3) $\dfrac{dy}{dx} e^x - x + ye^x = 0$

(4) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3\dfrac{dy}{dx} - 10y = 0$

(埼玉大 2013)　　(m20131407)

0.196 以下の微分方程式を解け.

(1) $x\dfrac{dy}{dx} = y - 1$　　(2) $x + y\dfrac{dy}{dx} = 2y$　　(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3\dfrac{dy}{dx} = e^{3x}$　　(4) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx} - 2y = \sin x$

(埼玉大 2014)　　(m20141404)

0.197 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} - 2xy = 0$

(2) $x\left(\dfrac{dy}{dx} + \sin x\right) + y = 0$

(3) $3\dfrac{d^2y}{dx^2} + 5\dfrac{dy}{dx} + 2y = 0$

(4) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 2\dfrac{dy}{dx} + y - x - 3 = 0$

(埼玉大 2015)　　(m20151407)

0.198 以下の微分方程式を解け.

(1) $2\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{\tan x}$　　(2) $x\dfrac{dy}{dx} - 2y = x^3e^x$　　(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + y = \cos x$

(4) $\dfrac{d^4y}{dx^4} - 8\dfrac{d^2y}{dx^2} + 16y = x^2$

(埼玉大 2016)　　(m20161407)

0.199 以下の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = e^{2y-x}$　　(2) $2xy\dfrac{dy}{dx} = y^2 - 4x^2$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + y = 4e^x$　　(4) $\sin x\dfrac{dy}{dx} - 2y\cos x = 2x\sin^3 x$

(埼玉大 2017)　　(m20171406)

0.200 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $1 - (\cos x)^2\dfrac{dy}{dx} = 0$　　(2) $x\dfrac{dy}{dx} = x^2 + y$

(3) $x^2\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2 + 5xy\dfrac{dy}{dx} + 6y^2 = 0$　　(4) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 5\dfrac{dy}{dx} + 4y = x^3 + 1$

(埼玉大 2018)　　(m20181406)

0.201 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = (2y+1)^2xe^{-x}$

(2) $\dfrac{x}{y}\dfrac{dy}{dx} - \dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{y} - 1 = 0$

(3) $\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2 + 2\sin x\dfrac{dy}{dx} - \dfrac{1}{2}\cos 2x = 0$

(埼玉大 2019)　　(m20191407)

0.202　次の連立方程式の一般解を求めよ.

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -7x + y \\ \dfrac{dy}{dt} = -2x - 5y \end{cases}$$

(埼玉大 2019)　　(m20191408)

0.203　次の微分方程式を解け.

$$y'' + 2y' + 10y = e^{-t}\sin t\ ,\ \ y(0) = 1\ ,\ y'(0) = 0$$

(茨城大 1998)　　(m19981702)

0.204　(1)　微分方程式 $\begin{cases} y'' + 2y' + 2y = 0 \\ y(0) = 1\ ,\ y'(0) = -1 \end{cases}$ の解 $y(t)$ を求めよ.

(2)　(1) で求めた関数 $y(t)$ のグラフを $0 \leqq t \leqq 4\pi$ の範囲でかけ.

(茨城大 1999)　　(m19991705)

0.205　次の微分方程式を解け.　　$y' = \dfrac{y}{x}\log\dfrac{y}{x}$

(茨城大 2000)　　(m20001702)

0.206　次の微分方程式を解け.　　$y' + y\tan x = \dfrac{1}{\cos x}$,　$y(0) = 1$

(茨城大 2001)　　(m20011704)

0.207　(1)　$P(x,y) = 2x^m(y + x^2),\ Q(x,y) = -x^{m+1}(1 + x^2) + y$ とするとき，$\dfrac{\partial P}{\partial y} = \dfrac{\partial Q}{\partial x}$ となるように m を定めよ.

(2)　(1) で求めた m を考えるとき，微分方程式 $P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$ の一般解を求めよ.

(茨城大 2002)　　(m20021704)

0.208　$k > 0$ に対して，微分方程式 $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} &= x^{k+1} \quad (t \geqq 0) \\ x(0) &= 1 \end{cases}$ の解を $x_k(t)$ とする.

(1)　$x_k(t)$ を求めよ.　　　　(2)　$\displaystyle\lim_{k \to 0} x_k(t)$ を求めよ.

(茨城大 2003)　　(m20031702)

0.209　次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$y''' - 2y'' - y' + 2y = \sin x$$

(茨城大 2004)　　(m20041702)

0.210　(1)　$x = e^t$ とおくとき, x の関数 y に対して,

$$x\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt},\quad x^2\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt}$$

を満たすことを示せ.

(2)　微分方程式

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} - 8y = 0$$

の一般項を求めよ.

(茨城大 2005)　　(m20051703)

0.211 次の微分方程式の一般解を求めよ． $(1+y^2)\dfrac{y}{x}+(1-y)^2\left(\dfrac{dy}{dx}-\dfrac{y}{x}\right)=0$

(茨城大 2006) (m20061703)

0.212 次の微分方程式を解け， $y''-y=e^x$， $y(0)=0$， $y'(0)=1$

(茨城大 2007) (m20071703)

0.213 $x=x(t),\ y=y(t)$ のとき，次の連立微分方程式を初期条件 $x(0)=0,\ y(0)=1$ のもとで解け.

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=3x+y \\ \dfrac{dy}{dt}=-x+y \end{cases}$$

(茨城大 2008) (m20081706)

0.214 (1) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}=x$ を解け.

(2) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}=y$ を解け.

(3) 次の連立微分方程式を初期条件 $x(0)=0$，$y(0)=1$ のもとで解け.

$$\frac{dx}{dt}=-y\ , \quad \frac{dy}{dt}=x$$

(茨城大 2009) (m20091703)

0.215 初期条件 $x=1$，$y=1$ のもとで, 微分方程式 $x\dfrac{dy}{dx}=y(1+y)$ の解を求めよ.

(茨城大 2010) (m20101703)

0.216 以下の各問に答えよ.

(1) 初期条件 $x=0,\ y=1$ のもとで，微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}=xy$ を解け.

(2) 初期条件 $x=0,\ y=1$ のもとで，微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}=x+y$ を解け.

(茨城大 2012) (m20121706)

0.217 $x=x(t),\ y=y(t)$ のとき，次の連立微分方程式を初期条件 $x(0)=5$，$y(0)=2$ のもとで解け.

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=3x-4y \\ \dfrac{dy}{dt}=\ \ x-2y \end{cases}$$

(茨城大 2013) (m20131704)

0.218 $y=y(x)$ に関する微分方程式

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{1}{y}+\frac{y}{x}\ \cdots\cdots\ (*)$$

について，以下の各問に答えよ.

(1) 新しい未知関数 $u=u(x)$ を $u=\dfrac{y}{x}$ によって定義する．このとき，微分方程式 $(*)$ を $u=u(x)$ に関する微分方程式に書き換えよ.

(2) 初期条件 $x=2,\ y=4$ のもとで，微分方程式 $(*)$ の解を求めよ.

(茨城大 2014) (m20141703)

0.219 $y = y(x)$ に関する微分方程式について，以下の各問に答えよ．

(1) $y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 0$ の一般解を求めよ．

(2) $y''' - 6y'' + 11y' - 6y = e^{4x}$ の一般解を求めよ．

(茨城大 2015) (m20151703)

0.220 $-\infty < x < \infty$ において，微分可能な関数 $y(x)$ が次の等式

$$y(x) = x^2 + \int_0^x ty(t)dt$$

を満たしているとする．関数 $y(x)$ を求めよ．

(茨城大 2016) (m20161706)

0.221 $x = x(t)$ に関する 2 つの微分方程式

(i) $x'' - 4tx' + (4t^2 - 3)x = 0$

(ii) $x'' - 4tx' + (4t^2 - 3)x = 4t^4 - 11t^2 + 2$

について，以下の各問に答えよ．ただし，(1),(2) は答のみを書けばよい．

(1) $x_1(t) = e^{t^2+t}$, $x_2(t) = e^{t^2-t}$ はそれぞれ (i) の解である．(i) の一般解を求めよ．

(2) $x_0(t) = t^2$ は (ii) の解の 1 つである．(ii) の一般解を求めよ．

(3) 初期条件 $x(0) = 0$, $x'(0) = 2$ のもとで (ii) の解を求めよ．

(茨城大 2020) (m20201706)

0.222 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = y^2$ の解を求めよ．

(山梨大 2002) (m20021804)

0.223 (1) $1 + x^3$ を実数の範囲で因数分解せよ．

(2) $\displaystyle\int \frac{1}{1+x^3}dx$ を求めよ．

(3) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = (x + y + 1)^3$ を解け．

(山梨大 2002) (m20021805)

0.224 次の微分方程式を解きなさい．

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x-y}$$

(山梨大 2010) (m20101808)

0.225 次の微分方程式を解きなさい．

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x-2y}{2x+y}$$

(山梨大 2013) (m20131804)

0.226 3 次元空間の曲線 $x = 0$，かつ $z = y^2$ $(0 \leqq y \leqq 2)$ を z 軸のまわりに回転させてできる曲面を考える．この曲面を内面とする容器を z 軸の正方向が鉛直上向きになるように置き，単位時間当たり体積 V_0（定数）の水を容器が完全に満たされるまで注ぎ入れる．このとき，次の設問に答えよ．

(1) 容器の底から水面までの高さが h のとき，容器内の水の体積 V を求めよ．

(2) 空の容器に水を注ぎ入れ始めてから時間 t 後の容器の底から水面までの高さを t の関数 $h(t)$ と表す．$h(t)$ に対する微分方程式を導け．また，それを解いて $h(t)$ を求めよ．

(3) 容器を完全に満たしてから静かに 45 度傾けたとき，容器内に残る水の体積を求めよ．

(山梨大 2017)　　(m20171801)

0.227 閉区間 $[0,1]$ で定義された連続関数 $f(x)$ が開区間 $(0,1)$ で 2 回微分可能で，次の 2 つの条件

(i) $f(0)=f(1)=0$

(ii) すべての $0<x<1$ に対して

$$(1-x)f'(x)=1-x-2x\int_1^x \frac{f(t)}{t^3}dt-\frac{f(x)}{x}$$

を満たしているとする．このとき以下の問いに答えよ．

(1) $f''(x)$ を x の有理式で表せ．

(2) $f(x)$ を求めよ．

(信州大 2019)　　(m20191901)

0.228 $f(x)=e^{\lambda x}$ として λ を求めることにより，次の微分方程式を解け．但し，a は正の定数である．

$$\frac{d^4}{dx^4}f(x)-a^4f(x)=0$$

(新潟大 2001)　　(m20012006)

0.229 容量 C のコンデンサー，抵抗値 R の抵抗，インダクタンス L のコイルを直列につないだ閉回路を考える，コンデンサーの電荷を $q(t)$ とするとき，$a=\dfrac{R}{L}$，$b=\dfrac{1}{CL}$ とおけば，$q(t)$ の時間変化をあらわす微分方程式は，次式で与えられる．

$$\frac{d^2q}{dt^2}+a\frac{dq}{dt}+bq=0$$

$a^2-4b>0$ の場合について，この微分方程式の一般解を求めよ．

(新潟大 2007)　　(m20072002)

0.230 物体の温度の時間変化は周囲の温度との温度差に比例することが知られている．30℃ に保たれた部屋で，ある物体の温度が時間とともにどのように変化するか調べた．その結果，90℃ から 60℃ になるのに 30 分かかった．さらに 30 分経った後の物体の温度を求めよ．

(新潟大 2009)　　(m20092005)

0.231 次の微分方程式を解け．

(1) $(2x-2y-1)\,dx+(-2x+6y+3)\,dy=0$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-\dfrac{dy}{dx}-6y=-2\cos 2x$

(新潟大 2010)　　(m20102009)

0.232 次の微分方程式を解け．

(1) $\dfrac{dy}{dx}=a\sin x$　ただし，$x=\dfrac{\pi}{2}$ のとき $y=a$ とする．

(2) $y\dfrac{dy}{dx}+x=0$　ただし，$x=1$ のとき $y=0$ とする．

(3) $x^2\dfrac{dy}{dx}+y=0$　ただし，$x=1$ のとき $y=1$ とする．

(新潟大 2011)　　(m20112001)

0.233 次の常微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{dy}{dx} = 1 - \frac{y}{2}$$

(新潟大 2014) (m20142008)

0.234 次の (1), (2) の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = xy$ (2) $m\dfrac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$ (m, k は定数)

(新潟大 2015) (m20152016)

0.235 定数係数の 2 階線形微分方程式

$$\frac{d^2y}{dt^2} - 4\frac{dy}{dt} + 3y = e^{5t} \tag{1}$$

の一般解を求める.

(a) 斉次微分方程式

$$\frac{d^2y}{dt^2} - 4\frac{dy}{dt} + 3y = 0$$

の基本解を求めよ.

(b) 式 (1) の特解を $y(t) = Ce^{\alpha t}$ とおいて, 定数 C と α を求めよ.

(c) 式 (1) の一般解を求めよ.

次に, 変数係数の 2 階微分方程式

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} - 3x\frac{dy}{dx} + 3y = x^5 \tag{2}$$

の一般解を求める.

(d) $x = e^t$ とおくことで, 式 (2) が式 (1) に書き換えられることを示せ.

(e) 式 (2) の一般解を求めよ.

(新潟大 2017) (m20172018)

0.236 次の (1),(2) の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = 2xy^2$ (2) $\dfrac{dy}{dx} = \left(\dfrac{y}{x}\right)^2 + \dfrac{y}{x}$

(新潟大 2018) (m20182004)

0.237 微分方程式 $x^2\dfrac{dy}{dx} + y = 0$ を解け. ただし, $x = 2$ のとき, $y = 1$ とする.

(新潟大 2019) (m20192003)

0.238 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{4x}{x^2-1}y$ を解け. ただし, $-1 < x < 1$, $y > 0$ かつ $x = 0$ のとき, $y = 1$ とする.

(新潟大 2020) (m20202003)

0.239 次の 2 つの微分方程式について, 以下の問に答えよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots \quad (*)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = xe^{2x} \qquad \cdots\cdots\cdots \quad (**)$$

(1) 微分方程式 ($*$) の一般解を求めよ.

(2) 関数 $z = (ax^2 + bx)e^{2x}$ が ($**$) の 1 つの解となるような定数 a , b を求めよ.

(3) 微分方程式 ($**$) の一般解を求めよ.

(長岡技科大 1991）　(m19912105)

0.240　次の 2 つの微分方程式の一般解をそれぞれ求めよ.

(1)　$\dfrac{d^2y}{dx^2}-2\dfrac{dy}{dx}+2y=0$　　(2)　$\dfrac{d^2y}{dx^2}-2\dfrac{dy}{dx}+2y=x$

(長岡技科大 1992）　(m19922105)

0.241　微分方程式

$$(x+1)y''+xy'-y=0$$

を以下の手順により解け.

(1)　$y=ue^{-x}$ がこの微分方程式の解になるために u が満たすべき微分方程式を求めよ.

(2)　前問で求めた微分方程式を解け.

(3)　もとの微分方程式を解け.

(長岡技科大 1994)　(m19942104)

0.242　連立微分方程式

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=x-y \\ \dfrac{dy}{dt}=x+3y \end{cases}$$

の初期条件 ： $x(0)=0$, $y(0)=1$ を満たす解 $x=x(t)$, $y=y(t)$ について，以下の問に答えよ.

(1)　$z(t)=x(t)+y(t)$ とおくとき， $z=z(t)$ が満たす微分方程式および初期条件を求めよ.

(2)　$z(t)$ を求めよ.

(3)　$x(t)$, $y(t)$ を求めよ.

(長岡技科大 1995）　(m19952103)

0.243　次の 2 つの微分方程式について，以下の問いに答えよ.

$$y''-y=0 \qquad (*)$$

$$y''-y=e^{2x}\cos x \qquad (**)$$

(1)　微分方程式 $(*)$ の一般解を求めよ.

(2)　$y=e^{2x}(a\cos x+b\sin x)$ が $(**)$ の解となるような定数 a,b を求めよ.

(3)　微分方程式 $(**)$ の一般解を求めよ.

(長岡技科大 1996)　(m19962103)

0.244　微分方程式 $y''-2y'+2y=0$ の一般解を求めよ.

(長岡技科大 1997)　(m19972104)

0.245　微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+ay=0$ について，以下の問いに答えよ.

(1)　$a=-2$ のとき一般解を求めよ.

(2)　$a=2$ のとき一般解を求めよ.

(3)　条件 $y(0)=y(\pi)=0$ を満たす解で，定数関数ではないものが存在するような定数 a をすべて求めよ.

(長岡技科大 1999)　(m19992103)

0.246 $f(x)$ を 2 回微分可能な関数とする．関数 $u(x,y)=f(x)e^{-2y}$ が偏微分方程式 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$ を満たしているとき，$f(x)$ を求めよ．

(長岡技科大 2000)　　(m20002103)

0.247 $y=e^{-2x}\sin 3x$ とする．

(1) 導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ および 2 階導関数 $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を求めよ．

(2) y が微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+a\dfrac{dy}{dx}+by=0$ の解となるような定数 a,b の値を求めよ．また，そのときの一般解を求めよ．

(長岡技科大 2001)　　(m20012105)

0.248 微分方程式 (∗) $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}+x\dfrac{dy}{dx}-4y=x$ について, 以下の問いに答えよ.

(1) $y=x^n$ が (∗) の右辺を 0 とした方程式 $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}+x\dfrac{dy}{dx}-4y=0$ の解となるような整数 n を求めよ.

(2) $y=ax$ が (∗) の解となるような定数 a の値を求めよ.

(3) 微分方程式 (∗) の一般解を求めよ.

(長岡技科大 2004)　　(m20042102)

0.249 (1) 微分方程式 : $\dfrac{dy}{dx}+ay=0$ の初期条件 $y(0)=b$ を満たす解を求めよ. ここで a,b は定数である.

(2) 微分できる関数 $f(t)$ に対して, $z=f(x+2y)$ とおく. この z が $\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{\partial z}{\partial y}+z=0$ を満たし, かつ $f(0)=2$ となる $f(t)$ を求めよ.

(長岡技科大 2005)　　(m20052105)

0.250 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+2\dfrac{dy}{dx}+ay=0$ (a は $a>1$ なる定数) について、以下の問に答えなさい.

(1) 一般解を求めなさい.

(2) 初期条件 $y(0)=1$, $y'(0)=-1$ を満たす解を求めなさい.

(3) 前問で求めた解が $y(\pi)=0$ を満たすような定数 a の値を求めなさい.

(長岡技科大 2006)　　(m20062104)

0.251 微分方程式 $y''-\dfrac{(y')^2}{y}+y=0$ の解で初期条件 $y(0)=1,\ y'(0)=0$ を満たすものを $y=y(x)$ とする. 以下の問いに答えなさい.

(1) $z=\log y$ とおくとき, $z=z(x)$ の満たす微分方程式を求めなさい.

(2) y を求めなさい.

(長岡技科大 2007)　　(m20072105)

0.252 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dt^2}+\omega^2 y=0$（$\omega$ は正の定数）について，以下の問いに答えよ.

(1) 一般解を求めよ.

(2) 初期条件 $y(0)=0,\ y'(0)=2$ を満たす解を求めなさい.

(3) 前問で求めた解が $y(1)=0$ を満たすような ω の値を求めなさい.

(長岡技科大 2008)　　(m20082104)

0.253 連立微分方程式

$$\begin{cases} x'(t) &= -4y(t) \\ y'(t) &= x(t) \end{cases}$$

について以下の問いに答えなさい.

(1) 一般解を求めなさい.

(2) 初期条件 $x(0) = 0$, $y(0) = 1$ を満たす解を求めなさい.

(長岡技科大 2009)　　(m20092104)

0.254 (1) 微分方程式 $y' = -\dfrac{x}{y}$ の一般解を求めなさい.

(2) 前問で求めた一般解を表す全ての曲線と直交する曲線を求めなさい.

(長岡技科大 2010)　　(m20102104)

0.255 以下の問に答えなさい.

(1) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dt^2} + c^2y = 0$ の一般解を求めなさい. ただし, c は正の定数である.

(2) $f(t)$ を 2 回微分可能な関数とする. 2 変数関数 $z(x,y) = f(3x-4y)$ が
偏微分方程式 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} + z = 0$ の解となるような $f(t)$ を求めなさい.

(長岡技科大 2011)　　(m20112104)

0.256 以下の問いに答えなさい.

(1) $u(t)$ に関する常微分方程式 $t\dfrac{du}{dt} - u = 0$ の一般解を求めなさい.

(2) $f(t)$ を微分可能な関数とする. 2 変数関数 $z(x,y) = f(x^2y^3)$ が偏微分方程式

$$x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} - 5z = 0$$

の解になるような, $f(t)$ および $z(x,y)$ を求めなさい.

(長岡技科大 2012)　　(m20122104)

0.257 以下の問いに答えなさい.

(1) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 4y = e^{-2x}$ を解きなさい.

(2) 2 変数関数 $z(x,y) = f(x)e^{-2y}$ が偏微分方程式

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = e^{-2(x+y)}$$

の解になるような, 2 回微分可能な関数 $f(x)$ を求めなさい.

(長岡技科大 2013)　　(m20132104)

0.258 微分方程式

$$(*) \qquad \frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - x^2}{2xy}$$

を考える. 下の問いに答えなさい.

(1) $z = \dfrac{y}{x}$ とおいて, $\dfrac{dy}{dx}$ を z, $\dfrac{dz}{dx}$, x で表しなさい.

(2) 微分方程式 $(*)$ を z と x に関する微分方程式として表しなさい.

(3) 前問 (2) の微分方程式を解くことによって, 微分方程式 $(*)$ を解きなさい.

(長岡技科大 2014)　　(m20142103)

0.259 微分方程式

$$(*) \qquad y\frac{dy}{dx} + y^2 = e^x$$

について，下の問いに答えなさい.

(1) $z = y^2$ とおいて，微分方程式 $(*)$ を z と x に関する微分方程式として表しなさい.

(2) 前問 (1) の微分方程式を解くことによって，微分方程式 $(*)$ を解きなさい.

(長岡技科大 2015) (m20152102)

0.260 微分方程式

$$(*) \qquad x^2\frac{d^2y}{dx^2} + 4x\frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

を考える. $x = e^t$ とするとき，下の問いに答えなさい.

(1) $\dfrac{dy}{dt}$ を，$\dfrac{dy}{dx}$ と x とで表しなさい.

(2) $\dfrac{d^2y}{dt^2}$ を，$\dfrac{d^2y}{dx^2}$ と $\dfrac{dy}{dx}$ と x とで表しなさい.

(3) 微分方程式 $(*)$ の一般解を求めなさい.

(長岡技科大 2016) (m20162103)

0.261 x の関数 y についての微分方程式

$$(*) \qquad y'' - y = e^x \sin x$$

を考える. 下の問いに答えなさい.

(1) 微分方程式 $y'' - y = 0$ の一般解を求めなさい.

(2) a, b を定数として，$y = ae^x \cos x + be^x \sin x$ が微分方程式 $(*)$ を満たすような a, b の値を求めなさい.

(3) 微分方程式 $(*)$ の一般解を求めなさい.

(長岡技科大 2017) (m20172102)

0.262 x の関数 y についての微分方程式を

$$(*) \qquad xy'' + 2y' + 4xy = 0$$

とする. 下の問いに答えなさい.

(1) $z = xy$ とおいて，$(*)$ を z についての微分方程式として表しなさい.

(2) 前問 (1) で求めた微分方程式を解くことによって，微分方程式 $(*)$ の一般解を求めなさい.

(長岡技科大 2018) (m20182102)

0.263 実数 t の実数値関数 $x = x(t)$, $y = y(t)$ に関する連立微分方程式

$$(*) \qquad \begin{cases} \dfrac{dx}{dt} &= 3x + y \\ \dfrac{dy}{dt} &= x + 3y \end{cases}$$

を考える. 下の問いに答えなさい.

(1) $z = x + y$, $w = x - y$ とおいて，$(*)$ を z, w についての連立微分方程式に書き換えなさい.

(2) 前問 (1) で得られた連立微分方程式の一般解を求めなさい.

(3) $(*)$ の一般解を求めなさい.

(長岡技科大 2019)　　(m20192102)

0.264 x の関数 $y = y(x)$ に関する微分方程式

$(*)\quad y'' + y = \sin x$

を考える.

$u = u(x) = -y\cos x + y'\sin x,\ \ v = v(x) = y\sin x + y'\cos x$

とおくとき，下の問いに答えなさい.

(1) $-u\cos x + v\sin x = y$ が成り立つことを示しなさい.

(2) $u',\ v'$ を x の関数として表しなさい.

(3) $u,\ v$ を x の関数として表しなさい.

(4) 微分方程式 $(*)$ の一般解を求めなさい.

(長岡技科大 2020)　　(m20202102)

0.265 $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -9 & 3 \end{pmatrix}$，$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする．また，実数 t の実数値関数を成分とする 2 次元ベクトル値関数 $\overrightarrow{x} = \overrightarrow{x}(t)$ が，微分方程式

$$\frac{d}{dt}\overrightarrow{x} = A\overrightarrow{x} \cdots\cdots (*)$$

を満たしているとする．ただし，ベクトル値関数の微分は，成分ごとの微分である.

下の問いに答えなさい.

(1) A^2 を求めなさい.

(2) $(E - tA)^{-1} = E + tA$ であることを示しなさい.

(3) $\dfrac{d}{dt}\Big(tA\overrightarrow{x}\Big) = A\overrightarrow{x}$ が成り立つことを示しなさい.

(4) $\dfrac{d}{dt}\Big((E - tA)\overrightarrow{x}\Big) = \overrightarrow{0}$ が成り立つことを示しなさい.

(5) $(*)$ の解で，$\overrightarrow{x}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ を満たすものを求めなさい.

(長岡技科大 2022)　　(m20222103)

0.266 次の微分方程式を解きなさい.

(1) $(1+x)y + x(1-y)\dfrac{dy}{dx} = 0$

(2) $\dfrac{dx}{dt} = ay \quad , \quad \dfrac{dy}{dt} = -ax \qquad (a > 0)$

(金沢大 1999)　　(m19992205)

0.267 ある化学反応では，物質の濃度が減少する速さは，その物質の濃度に比例する．時刻 $t = 0$ で，濃度 $x = x_0$ として，濃度の時間的変化を求めなさい.

(金沢大 1999)　　(m19992206)

0.268 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = e^{x+y}$　　　(2) $\dfrac{dy}{dx} + y = 1$

(金沢大 2017)　　(m20172209)

0.269 t の関数 $x(t)$ に対し，初期条件 $x(0)=x_0$, $\dot{x}(0)=0$ の下で，微分方程式 $\ddot{x}+2\gamma\dot{x}+{\omega_0}^2x=0$ の解を求めなさい．ただし，$\dot{x}=\dfrac{dx}{dt}$, $\ddot{x}=\dfrac{d^2x}{dt^2}$ であり，$0<\gamma<\omega_0$ とする．

(金沢大 2021)　　(m20212212)

0.270 微分方程式 $y''-4y'+5y=x$ の一般解を求めなさい．

(金沢大 2022)　　(m20222212)

0.271 次の $y_1(t)$, $y_2(t)$ に関する連立微分方程式を考える．

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} &=& y_2 \\ \dfrac{dy_2}{dt} &=& -y_1+\cos t \end{cases}$$

(1) 上の連立微分方程式の同次方程式（第 2 式右辺の $\cos t$ が無い場合の連立微分方程式）の一般解を求めよ．

(2) 定数変化法を用いて，上の連立微分方程式の一般解を求めよ．

(富山大 1994)　　(m19942301)

0.272 曲線 $y=f(x)$ 上の点 $P(x,y)$ における接線が常に x 軸との交点 Q，y 軸との交点 R を持つとき，次の問に答えよ．

(1) P が常に線分 QR の中点であるという条件を，$y=f(x)$ に関する微分方程式で表せ．

(2) 線分 PR が常に x 軸で 2 等分されるという条件を，$y=f(x)$ に関する微分方程式で表せ．

(3) (2) の微分方程式の，点 $(1,4)$ を通る解曲線 $y=f(x)$ を求めよ．

(富山大 2000)　　(m20002305)

0.273 (1) $\displaystyle\int\frac{x}{x^2+1}dx$ を求めよ．

(2) 微分方程式　$\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{x(y^2+1)}{y(x^2+1)}$　の一般解を求めよ．

(富山大 2001)　　(m20012304)

0.274 二つの箱 1 と 2 がある．はじめに，箱 1 には大量の粒子が入っており，その粒子の数を N_0 とする．また，箱 2 には粒子が入っていないものとする．いま，箱 1 の中の粒子は単位時間あたり α の確率で箱 2 に移るものとする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 箱 1 の粒子数を N_1 とすると，単位時間あたり箱 1 から箱 2 に $N_1\alpha$ 個の粒子が移ると考えられる．ことことをふまえ，箱 1 の粒子数の時間的変化を求めるための微分方程式を立てよ．ただし，時刻は t で表し，$t=0$ から粒子の移動が始まるものとする．

(2) 上の微分方程式を解いて，箱 1 の粒子数 N_1 を時刻 t の関数として求めよ．

(3) いまあらたに，箱 2 に移った粒子は単位時間あたり β の確率で箱 1 に移るものとする．箱 1 の粒子数 N_1 と箱 2 の粒子数 N_2 の間には $N_1+N_2=N_0$ の関係があることに注意して，箱 1 の粒子数 N_1 の時間的変化を求めるための微分方程式を立てよ．

(4) 上の微分方程式を解いて，時刻 t における箱 1 の粒子数 N_1 を求めよ．ただし，時刻 $t=0$ における箱 1 の粒子数は前の問題と同様 N_0，箱 2 の粒子数は 0 とする．

(5) 十分時間が経過した後の箱 1 の粒子数はいくらか．

(富山大 2003)　　(m20032304)

0.275 次の微分方程式を解け．

(1) $\dfrac{dy}{dx} + y = 1$ の一般解を求めよ.

(2) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2x+y}{y}$ の一般解を求めよ.

(3) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{2x+xy^2}{2y+x^2y}$ の一般解を求めよ.

(4) (3) で求めた一般解から，$y(1) = 3$ を満たす特解を求めよ.

(富山大 2003) (m20032305)

0.276 微分方程式

$$y' = 36\left(\frac{x+y}{11x+y}\right)^2$$

を解け.

(富山大 2003) (m20032309)

0.277 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} - 2y = 1$

(2) $2xy(1+x)\dfrac{dy}{dx} = 1 + y^2$

(3) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y-x+1}{y-x+2}$

(富山大 2004) (m20042305)

0.278 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$xy' + 2y = e^x$$

(富山大 2004) (m20042317)

0.279 次の微分方程式 3 問のうち, 2 問を選択し, それぞれ一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = y + y^2$

(2) $(\sin x)\dfrac{dy}{dx} + (\cos x)y = 0$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{dy}{dx} - 2y = 0$

(富山大 2005) (m20052306)

0.280 次の常微分方程式 3 問のうち，2 問を選択し, それぞれ一般項を求めよ．ただし, (3) については, $y = \cdots$ の形で表現する必要はない．また y' , y'' は, それぞれ dy/dx , d^2y/dx^2 を意味する.

(1) $y'' + 6y' + 9y = 0$ (2) $xy' + y^2 = 4$ (3) $y' = \dfrac{2x-2y+\cos x}{2x-4y-\sin y}$

(富山大 2006) (m20062307)

0.281 以下の常微分方程式の一般解を求めよ．ただし，(4) については $y = \cdots$ の形で表現する必要はない. また，y' , y'' は，それぞれ $\dfrac{dy}{dx}$, $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を意味する.

(1) $y' + y - 2 = 0$ (2) $y'' = 2y' + 3y$

(3) $xy - (2+x)y' = 0$ (4) $y(y+2x)dy + (y^2 - x^2)dx = 0$

(富山大 2007) (m20072307)

0.282 次の微分方程式の解を $y=f(x)$ の形で求めよ．ただし，(1)〜(3) については一般解，また，(4) については特殊解とする．

(1) $x^3\dfrac{dy}{dx}+y=0$　　(2) $x\dfrac{dy}{dx}=y+\sqrt{x^2+y^2}$

(3) $\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{4x+2y}{2x+y-1}$　　(4) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-3\dfrac{dy}{dx}-10y=0$　$\left(x=0 \text{ の時 } \ y=0,\ \dfrac{dy}{dx}=7\right)$

(富山大 2008)　　(m20082305)

0.283 次の微分方程式のついて，(1)〜(3) については一般解を，また，(4) については特殊解をそれぞれ求めよ。

(1) $(y+3x)dx+(x+1)dy=0$

(2) $x\dfrac{dy}{dx}=2x\left(1+x^2\right)-y$

(3) $y''-y=0$

(4) $xdx-e^x dy=0$　　($x=0$ のとき $y=1$)

(富山大 2009)　　(m20092305)

0.284 次の微分方程式 4 問中から 3 問を選択し, それぞれの一般解を求めよ.
ただし，$\sinh x=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$，$\cosh x=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$ である.

(1) $y^2+1-2y\dfrac{dy}{dx}=0$　　(2) $x^2+y^2-2xy\dfrac{dy}{dx}=0$

(3) $(\cosh x)\dfrac{dy}{dx}+(y-x)\sinh x=0$　　(4) $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}+x\dfrac{dy}{dx}-4y=0$

(富山大 2010)　　(m20102306)

0.285 変数 x の未知関数 y に関する微分方程式

$(*)$　$\dfrac{dy}{dx}-2xy=xy^2$

について，次の問いに答えよ.

(1) $u=y^{-1}$ $(y\neq 0)$ とおいて，$(*)$ から u に関する 1 階線形微分方程式を導け.

(2) (1) を用いて微分方程式 $(*)$ を解け.

(富山大 2011)　　(m20112304)

0.286 (1) 放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ の接線の集合が表す微分方程式を求めよ.

(2) 線形微分方程式 $y'+y=2+2x$ の一般解を求めよ.

(3) 法線影の長さが一定の長さ $a(>0)$ に等しい曲線群のうち， 原点 $O(0,0)$ を通る第一象限の曲線を求めよ．ここで法線影とは，曲線上の一点 P から x 軸に引いた垂線と x 軸の交点を H，P における法線が x 軸と交わる点を N としたときの有向線分 HN の長さをいう.

(富山大 2012)　　(m20122306)

0.287 x が t の関数 $x(t)$ であり，v と a をそれぞれ $v=\dfrac{dx}{dt}$，$a=\dfrac{dv}{dt}$ と定義する．以下の問いに答えよ．ただし，x の一般解や特殊解を表現するのに v や a を用いてはならない.

(1) $a=-9x$ のとき，x の一般解を求めよ．また，$x(0)=v(0)=1$ を満たす特殊解を求めよ.

(2) $a=-4(v+x)$ のとき，x の一般解を求めよ.

(3) $a=-4(v+x)+e^{-t}$ のとき，$x(0)=0,\ v(0)=3$ を満たす特殊解を求めよ．

(4) $v=-2tx^2$ のとき，$x(0)=1$ を満たす特殊解を求めよ．

(富山大 2013)　　(m20132306)

0.288 次の微分方程式の一般解を求めよ．ただし，(3) についてはすべての一般解を求め，(4) については特殊解を求めよ．

(1) $e^{2x-y}+e^{x+y}\dfrac{dy}{dx}=0$

(2) $(x^3+y^3)dx-3xy^2dy=0$

(3) $\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2-(2x+3y)\dfrac{dy}{dx}+6xy=0$

(4) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-2\dfrac{dy}{dx}-15y=0 \quad \left(x=0\text{ のとき}\quad y=5,\ \dfrac{dy}{dx}=1\right)$

(富山大 2014)　　(m20142306)

0.289 次の各問いに答えよ．

(1) 次の微分方程式の一般解 $x(t)$ を求めよ．

$$\frac{d^2x}{dt^2}=-x$$

(2) 次の連立方程式の $x(0)=y(0)=1$ を満たす特殊解 $x(t),\ y(t)$ を求めよ．

$$\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}+\dfrac{dy}{dt}=x-y\\[2mm]\dfrac{dx}{dt}-\dfrac{dy}{dt}=x+y\end{cases}$$

(3) 次の連立方程式の $x(0)=y(0)=1$ を満たす特殊解 $x(t),\ y(t)$ を求めよ．

$$\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}+\dfrac{dy}{dt}=-x+y\\[2mm]\dfrac{dx}{dt}-\dfrac{dy}{dt}=x+y\end{cases}$$

(富山大 2015)　　(m20152310)

0.290 次の各問いに答えよ．ただし，計算の概略も示すこと．

(1) 次の微分方程式が，一般解 $y=A\sin(nx+\alpha)$ をもつとき，$p(x)$ と $q(x)$ を求めよ．ただし，$A,\ \alpha$ は任意定数，$n\neq 0$ とする．

$$\frac{d^2y}{dx^2}+p(x)\frac{dy}{dx}+q(x)y=0$$

(2) xy 平面上の点 (a,b) を中心とする直径 $R(>0)$ の円が満たす微分方程式を求めよ．ただし，微分方程式に a,b および R を含んではならない．

(3) 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$x^{-1}\frac{dy}{dx}+2y=2$$

(富山大 2017)　　(m20172306)

0.291 次の各問いに答えよ．

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$(1-x^2)y'=\frac{x}{y}$$

(2) 次の微分方程式について，与えられた条件を満たす特殊解を求めよ．

$$xy^2y'-2x+4=0,\qquad x=1\text{ の時},\ y=3$$

(3) 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$x^2+y^2-2xyy'=0$$

(4) 次の微分方程式について，一つの特殊解を求めた上で，一般解を求めよ．

$$2y''-6y'+5y=5e^{-2x}$$

(富山大 2018)　　(m20182308)

0.292 以下の連立微分方程式に関する次の各問いに答えよ．ただし，$x>0$ とする．

$$\frac{du_1(x)}{dx}=\frac{1}{x}u_2(x)$$

$$\frac{du_2(x)}{dx}=\frac{1}{x}u_1(x)$$

(1) $\{u_1(x)\}^2-\{u_2(x)\}^2=c_1$(定数) であることを示せ．

(2) $\dfrac{u_1(x)+u_2(x)}{x}=c_2$(定数) であることを示せ．

(3) $u_1(x)$, $u_2(x)$ の一般解を (1) と (2) における c_1 と c_2 を用いて表せ．ただし，$c_2\neq 0$ とする．

(富山大 2019)　　(m20192306)

0.293 以下の微分方程式の一般解を求めよ．また，特異解がある場合は特異解も求めよ．

(1) $\alpha\dfrac{dy}{dx}=\beta-\gamma y$　（ α, β, γ は全て正の定数とする．）

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+9y=3\sin 3x$　　(3) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{2xy}{2x^2+y^2}$

(富山大 2020)　　(m20202305)

0.294 (1) 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$\dfrac{d^2x}{dt^2}+2\dfrac{dx}{dt}+5x=t+e^t$

(2) 次の常微分方程式を解き，初期条件 $t=0$ で $x=x_0$ を満たす特殊解を求めよ.;

$\dfrac{dx}{dt}-x=-2x^2$

(3) 次の方程式で表される曲線族が満たす微分方程式を導け．また，この曲線族の直交曲線を求めよ．(α は曲線族のパラメータ)

$y^2+\alpha x=0$

(富山大 2021)　　(m20212305)

0.295 k を正の整数，α を複素数とするとき，微分方程式

$$x\frac{d}{dx}f(x)-\alpha\frac{d}{dx}f(x)+kf(x)=0$$

について，以下の問いに答えよ．

(1) この微分方程式を解け．

(2) 積分 $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}|f(x)|^2dx$ の値が有限となるような解 $f(x)$ をもつための，α の条件を求めよ．

(福井大 2000)　　(m20002407)

0.296 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{y}{x-3}$ を解け．さらに，解曲線を図示せよ．

(福井大 2000)　　(m20002408)

0.297 微分方程式　$x \cdot \cos\dfrac{y}{x} \cdot \dfrac{dy}{dx} = -x + y \cdot \cos\dfrac{y}{x}$　を解け．

(福井大 2000)　　(m20002409)

0.298 質量の m 物体が，速度の二乗に比例する抵抗力を受けながら重力場を落下しているとする．落下し始めてから十分時間が経ったときの落下速度を求めなさい．ただし，重力の加速度を $g = 9.8\ m/s^2$，抵抗力の比例係数を $c = 2\ Ns^2/m^2$ とする．

(福井大 2001)　　(m20012410)

0.299 次のような微分方程式の一般解を導きなさい．

(1) $\dfrac{d^2x}{dt^2} + 4x = 0$　　(2) $\dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{dx}{dt} + 2x = 0$

(福井大 2001)　　(m20012411)

0.300 次の微分方程式を解け．

(1) $2xydy + (1-y^2)dx = 0$　　(2) $xdy/dx + 2y = x^2$

(2) $d^2y/dx^2 - 3dy/dx + 2y = e^{3x}$　　(4) $d^2y/dx^2 + y = \cos x$

(福井大 2001)　　(m20012412)

0.301 次式に示す微分方程式に対して下記の設問に答えよ．

$$\frac{dx(t)}{dt} = u(t) \qquad (x(0) = 0)$$

(1) $u(t) = 1$ としたときの解 $x(t)$ を求めよ．

(2) $u(t) = -2x(t) + 1$ としたときの解 $x(t)$ を求め，(1) の結果との違いについて述べよ．

(福井大 2003)　　(m20032410)

0.302 次式に示す微分方程式に対して下記の設問に答えよ．

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} - ax(t) = 0 \qquad (\text{a は非零の実定数})$$

(1) 次に示す初期条件の下で解 $x(t)$ を求めよ．また，$a > 0$，$a < 0$ に対する解 $x(t)$ の特徴を明らかにせよ．

$$x(0) = x_0\ ,\ \ \frac{dx}{dt}(0) = 0$$

(2) $a > 0$ とする．このとき $\displaystyle\lim_{t\to\infty} x(t) = 0$ を満たす非零の初期条件を求めよ．

(福井大 2003)　　(m20032411)

0.303 物体を空中で自然に落下させると, 速度に比例する空気の抵抗を受ける. 落下する間の重力の加速度 g は一定であるとすると, はじめから t 秒後の物体の速度を ν として, 次の微分方程式が成り立つ（地球の中心へ向う方向を正の向きとする）.

$$\frac{d\nu}{dt} = g - \frac{k}{m}\nu \quad (\text{m は物体の質量, k は定数})$$

この微分方程式を解いて, 速度 ν および t 秒後までに落下する距離を求めなさい. ただし, 物体の初速度は 0 とする.

(福井大 2004)　　(m20042413)

0.304 微分方程式

$$x^2\frac{dy}{dx} + y = 0$$

を解きなさい. ただし, $x \neq 0$, $y \neq 0$ とする.

(福井大 2004)　　(m20042414)

0.305 次のような微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dx}{dt} = ax - b \qquad (a\,,\ b > 0)$

(2) $\dfrac{dx}{dt} = x^2 - a^2 \qquad (a > 0)$

(3) $\dfrac{d^2x}{dt^2} + 9x = 5\sin 4t$

(福井大 2005)　　(m20052409)

0.306 空中を速度の二乗に比例した空気抵抗を受けながら落下している質量が $m\ [kg]$ の物体の運動方程式は, 地表から鉛直上向きに x 座標をとれば,

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = c\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 - mg$$

で与えられる. ただし, $g\ [m/s^2]$ は重力加速度の大きさ, $c\ [kg/m]$ は比例定数とする.

十分高い上空から落下させたときの終端速度 $\displaystyle\lim_{t\to\infty}\frac{dx}{dt}$ を求めよ.

(福井大 2005)　　(m20052410)

0.307 次の微分方程式を解け.

(1) $y' = -2xy^2$　　(2) $y'' - 3y' + 2y = 3e^{2x}$

(福井大 2005)　　(m20052412)

0.308 次の微分方程式の解を求めよ.

(1) $\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{x}{t^2}$　ただし，$x(1) = 1$　　(2) $x\dfrac{dy}{dx} = y^2 - 1$　ただし，$y(1) = 0$

(3) $x^2\dfrac{dy}{dx} = y^2 - 1$　ただし，$y(1) = 0$

(福井大 2006)　　(m20062407)

0.309 次のような微分方程式で与えられる曲線と直交する曲線の微分方程式を求め，その曲線の概形を示せ.

(1) $y' = -\dfrac{x}{y}$　　(2) $y' = -\dfrac{x}{2y}$

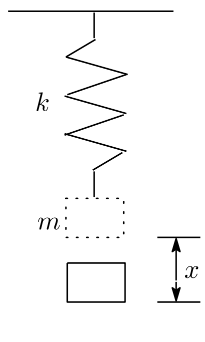
(福井大 2006)　　(m20062408)

0.310 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = y^2 - 1$　(2) $x(x-y)\dfrac{dy}{dx} + y^2 = 0$　(3) $x\dfrac{dy}{dx} + 2y = x^2$　(4) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + y = \cos x$

(福井大 2006)　　(m20062412)

0.311 図のように，バネ定数が k で，質量を無視できるバネに，質量 m の おもりを吊り下げる．つりあった位置から，上下方向に振動させる時の変位を x とする．このとき，時間 t に対するおもりの運動は，次の運動方程式によって表現できる．



$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

(1) $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ とおくとき，$x = A\cos\omega t + B\sin\omega t$ は，上の運動方程式の一般解であることを示しなさい．

(2) $m = 0.16(kg)$, $k = 4(kg/sec^2)$ とするとき，おもりの運動の周期を求めなさい．

(3) $t = 0$ において，$x = 2(cm)$, $\dfrac{dx}{dt} = 0(cm/sec)$ とするとき，定数 A, B の値を求め，3 秒間の変位のグラフのおよその形を示せ．

(福井大 2006) (m20062418)

0.312 木材に含まれる炭素の中には，放射性元素である質量数 14 の ^{14}C が含まれている．生きている木に含まれる ^{14}C の割合は一定であるが，伐採された瞬間から ^{14}C は自然崩壊し消失していく．伐採されてから t 年経過した時の，^{14}C の個数を y とすると，a を定数として $\dfrac{dy}{dt} = -ay$ の関係が成立する．

(1) 伐採された瞬間に含まれていた ^{14}C の個数を y_0 とし，上式を積分しなさい．

(2) y_0 が半分に減少するまでの時間を $6,000$ 年とする時，a を求めなさい．

(3) 伐採されてからある時間経過した木材中の ^{14}C の個数が $y = 0.125y_0$ の時，経過年数を求めなさい．

(福井大 2006) (m20062420)

0.313 次のような微分方程式について，問に答えよ． $x\dfrac{dy}{dx} = y^2 - 9$

(1) 一般解を導け． (2) $y(1) = 0$ であるような解を求めよ．

(福井大 2007) (m20072410)

0.314 次のような微分方程式について，問に答えよ． $x^2\dfrac{dy}{dx} = y^2 + 9$

(1) 一般解を導け． (2) $y(1) = 0$ であるような解を求めよ．

(福井大 2007) (m20072411)

0.315 微分方程式 $\dfrac{df(x)}{dx} = f(x)$ について，以下の問いに答えよ．

(1) 一般解を求めよ． (2) 初期条件 $f(0) = 1$ のもとに解け．

(福井大 2007) (m20072413)

0.316 次のような微分方程式の一般解をできるだけくわしく誘導せよ．

(1) $\dfrac{d^2x}{dt^2} + 9x = 0$ (2) $\dfrac{d^2x}{dt^2} - 9x = 0$ (3) $\dfrac{d^2x}{dt^2} + 2\dfrac{dx}{dt} + 5x = 0$

(福井大 2008) (m20082407)

0.317 次のような完全微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $ydx + xdy = 0$ ただし，変数分離法を用いないこと．

(2) $(x^2 - 2xy - y^2)dx + (3y^2 - 2xy - x^2)dy = 0$

(福井大 2008) (m20082408)

0.318 以下に示されるような関数 $y(x)$ に関する常微分方程式が与えられている．

$$2\frac{d^2y}{dx^2} + \alpha\frac{dy}{dx} + 2y = 4$$

ここで，α は実数であるとし，以下の問いに答えよ．

(1) $\alpha = 5$, $y(0) = 0$, $\dfrac{dy(0)}{dx} = -2$ とするとき，微分方程式の解 $y(x)$ を求めよ．

(2) $x \to \infty$ とするとき，$\alpha > 0$ という条件下では $y(x)$ がある有限の定数 y_p に収束することが知られている（すなわち $\lim_{x\to\infty} y(x) = y_p$）．そのときの y_p の値を求めよ．

(3) (2) の条件の下で $y(x)$ が収束するとき，$y(x)$ が振動しながら収束するための α の条件を求めよ．

(福井大 2008)　　(m20082410)

0.319 次の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $x^2 dy - (y^2 - 1)dx = 0$

(2) $\dfrac{dy}{dx}\cos x = -y \sin x$

(3) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y^2}{xy - x^2}$　　（変数変換を用いよ）

(福井大 2009)　　(m20092404)

0.320 次の微分方程式の一般解を導出して, 初期条件を満たす解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx} + xy = x$　($x = 1$ のとき，$y = 0$)

(2) $x\dfrac{dy}{dx} + x + y = 0$　($x = 1$ のとき，$y = 0$)

(3) $\dfrac{dy}{dx} = (x + y)^2$　($x = 1$ のとき，$y = -1$)

(福井大 2010)　　(m20102410)

0.321 次の微分方程式を解け．

(1) $xy\dfrac{dy}{dx} = y - 1$　　(2) $\dfrac{dy}{dx} + y = x$　　(3) $x\dfrac{dy}{dx} - y = \sqrt{x^2 + y^2}$

(福井大 2010)　　(m20102420)

0.322 つぎの微分方程式の一般解を導出して，初期条件を満たす解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx} - xy = x$　(初期条件 : $x = 0$ のとき，$y = 0$)

(2) $\dfrac{dy}{dx} + e^x y = 2e^x$　(初期条件 : $x = 0$ のとき，$y = 1$)

(3) $\dfrac{dy}{dx} + y\cos x = \sin x\,\cos x$　(初期条件 : $x = 0$ のとき，$y = 0$)

(福井大 2011)　　(m20112408)

0.323 次に示す微分方程式について以下の問いに答えよ．

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2a\frac{dy}{dx} + 5y = f(x)$$

(1) $f(x) = 5$ として，以下の問いに答えよ．

(a) この微分方程式の特解 y_s を求めよ．

(b) この微分方程式の余関数（斉次方程式の一般解）が $C_1e^{\alpha x} + C_2e^{\beta x}$（ただし　α, β は異なる実数）の形となり，$x \to \infty$ で 0 に収束するための a の条件を求めよ．

(2) $a = 1$, $f(x) = 10\sin x$, $y(0) = -1$, $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=0} = 0$ として，この微分方程式を解け．

(福井大 2011)　　(m20112410)

0.324 微分方程式 $\dfrac{dy}{dt} = -ay$ は架空の放射性元素の個数 y（個）と時間 t（年）の関係を表しているとする．ただし，a は定数である．上式に関し，以下の問いに答えよ

(1) 時間 $t=0$ のとき，$y=y_0$ とし，上式を積分しなさい．

(2) $y=\dfrac{1}{2}y_0$ となる時間が $t=5000$ 年であるとき，定数 a を求めよ．

(3) $y=\dfrac{1}{1024}y_0$ であるとき，時間 t（年）を求めよ．なお $1024=2^{10}$ である．

(福井大 2011)　　(m20112421)

0.325 つぎの微分方程式の一般解を導出して，初期条件を満たす解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx}+2xy=x$ (初期条件：$x=0$ のとき，$y=0$)

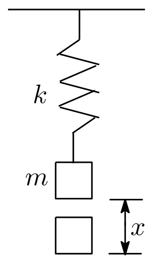
(2) $\dfrac{dy}{dx}-y\sin x=\sin x$ (初期条件：$x=0$ のとき，$y=0$)

(3) $x\dfrac{dy}{dx}+y=x(1-x^2)$ (初期条件：$x=1$ のとき，$y=0$)

(福井大 2012)　　(m20122411)

0.326 図のように，バネ定数が k で，質量を無視できるバネに，質量 m のおもりを吊り下げる．つりあった位置から，上下方向に振動させる時の変位を x とする．このとき，時間 t に対するおもりの運動は，次の運動方程式によって表現できる．

$m\dfrac{d^2x}{dt^2}+kx=0$



(1) $\omega=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$ とおくとき，$x=A\cos\omega t+B\sin\omega t$ は，上式の一般解であることを示せ．

(2) $m=2.25(kg)$，$k=4\pi^2(kg\cdot m/s^2/m)$ とするとき，おもりの振動の周期を求めなさい．

(3) $t=0$ において，$x=2(cm)$，$\dfrac{dx}{dt}=0\ (cm/s)$ とするとき，定数 A,B の値を求め，3 秒間の変位と時間の関係のおよその形を示せ．

(福井大 2012)　　(m20122423)

0.327 次の微分方程式の一般項を導出して，初期条件を満たす解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx}+x^2y=x^2$ （初期条件：$x=0$ のとき $y=2$ ）

(2) $\dfrac{dy}{dx}=y^2+y$ （初期条件：$x=0$ のとき $y=1$ ）

なお，必要であれば，$\dfrac{1}{y^2+y}=\dfrac{1}{y}-\dfrac{1}{y+1}$ の関係を用いること．

(3) $\dfrac{dy}{dx}+2y\tan x=\sin x$ （初期条件：$x=0$ のとき $y=0$ ）

(福井大 2013)　　(m20132414)

0.328 次の微分方程式の一般解を導出して，初期条件を満たす解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx}+y=x$ (初期条件：$x=0$ のとき，$y=1$)

(2) $\dfrac{dy}{dx}=y^2-1$ (初期条件：$x=0$ のとき，$y=0$)

(福井大 2014)　　(m20142411)

0.329 以下の問いに答えよ．

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+3\dfrac{dy}{dx}+2y=0$ の一般解を求めよ．

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = e^x$ の特殊解を求めよ.

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = e^x$ の一般解を求めよ.

(福井大 2014)　　(m20142412)

0.330 以下の微分方程式を解け.

(1) $e^y dx + (xe^y - 3y^2)dy = 0$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + y = \cos x$

(福井大 2014)　　(m20142413)

0.331 以下の常微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = ay$　　(2) $\dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{dx}{dt} + x = \cos 2t$

(福井大 2014)　　(m20142425)

0.332 次の微分方程式の一般解を導出せよ

(1) $\dfrac{dy}{dx} + 2y = x$　　(2) $\dfrac{dy}{dx} = y + y^2$　　(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3\dfrac{dy}{dx} = 0$

(福井大 2015)　　(m20152410)

0.333 以下の微分方程式の一般解を, (　) 内の変数変換を利用して求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{2x + y}{x + 2y}$　（変数変換 $z = \dfrac{y}{x}$）

(2) $\dfrac{dy}{dx}(2x + 2y - 1) + x + y + 1 = 0$　（変数変換 $z = x + y - 2$）

(福井大 2015)　　(m20152411)

0.334 y を x の関数とするとき, 微分方程式

$$\left(\frac{y'}{y}\right)' + a = 0 \quad (a \text{ は実数の定数})$$

について, 以下の問いに答えよ.

(1) この微分方程式を, 条件 $y(0) = 1,\ y'(0) = 0$ のもとで解け.

(2) 上の (1) で求めた解 y について $I = \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} y^2 dx$ とおく. I が有限になるための a に関する必要十分条件を示せ. また, その必要十分条件が満たされるとき, a を用いて I を表せ. なお, 正規分布（ガウス分布）の確率密度関数の性質を利用してもよい.

(福井大 2015)　　(m20152413)

0.335 ある細菌の量を x, 時間を t とする. 細菌の増殖率 $\dfrac{dx}{dt}$ は x に比例し, その比例定数を α とする.

(1) $t = 0$ における細菌の量を x_0 として, x を時間の関数で表せ.

(2) 細菌が T 時間で 2 倍になったとするとき α を T で表せ. また, 最初の 1024 倍となる時間を求めよ.

(福井大 2015)　　(m20152419)

0.336 曲率 $\rho^{(注)}$ に関する以下の微分方程式について答えなさい.

$$y'' = \rho(1+y'^2)^{\frac{1}{2}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

ただし, $y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする.

(1) $\dfrac{d\rho}{dx}$ を求めなさい.

(2) 円の方程式 $x^2+y^2+2x+2y+1=0$ のとき, (1) の曲率 ρ に関する x の微分 $\dfrac{d\rho}{dx}$ が 0 となり, 曲率 ρ は一定であることを示しなさい.

(3) ρ を定数として, 微分方程式 ① を解きなさい. 必要であれば, 以下の置換法 $y' = \nu = \tan\theta \left(-\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{\pi}{2}\right)$ を用いること.

(注) 曲線上の各点において, その曲線の曲がりの程度を示す値.

(福井大 2015) (m20152425)

0.337 次の微分方程式の一般解を導出せよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} + y\sin x = 0$ (2) $\sqrt{x}\dfrac{dy}{dx} + 2xy = x$ (3) $(x+y)\dfrac{dy}{dx} = -y$

(福井大 2016) (m20162408)

0.338 連立微分方程式

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = ax - y - 6 \\ \dfrac{dy}{dt} = 5x - 2y + 1 \end{cases}$$

について, 以下の問いに答えよ. ただし, この微分方程式の解 $x(t)$, $y(t)$ を要素とするベクトルを $\boldsymbol{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ とする. ただし, $a \neq \dfrac{5}{2}$ とする.

(1) 任意の t に対して $\boldsymbol{r}(t)$ が不変となるような解 $\boldsymbol{r}_0 \in \mathbb{R}^2$ を, a を用いて表せ.

(2) 今, $\boldsymbol{d}(t) = \boldsymbol{r}(t) - \boldsymbol{r}_0 = \begin{pmatrix} X(t) \\ Y(t) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ とするとき, $X(t)$ および $Y(t)$ に関する連立微分方程式を導け.

(3) (2) で求めた連立微分方程式を満たす解 $\boldsymbol{d}(t)$ が, 任意の初期値に対して $t \to +\infty$ で $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ に収束する条件を a を用いて表せ.

(4) $a = -4$, 初期値ベクトル $\boldsymbol{r}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ としたときの解 $\boldsymbol{r}(t)$ を求めよ.

(福井大 2016) (m20162410)

0.339 次の微分方程式を解け.

(1) $x\dfrac{dy}{dx} = y + \sqrt{x^2+y^2}$ (2) $(1+x)dy + (1+y)dx = 0$

(福井大 2016) (m20162413)

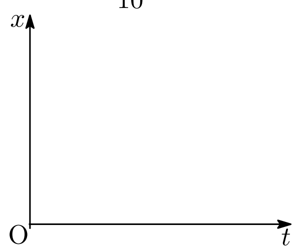
0.340 以下の微分方程式について答えなさい. (なお, $\dot{x} = \dfrac{dx}{dt}$ である.)

$$\dot{x} = \left(1 - \frac{x}{K}\right)x \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

ここで, K は正の定数である.

(1) 十分時間が経過したとき, つまり $t \to \infty$ のとき, x はどうなるかを答えなさい.

(2) $t=0$ のとき，$x=\dfrac{K}{10}$ であった．t - x のグラフを描きなさい．



(3) 微分方程式 ① の解を求めなさい．

(福井大 2016)　　(m20162424)

0.341 以下の微分方程式を解きなさい．

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+3\dfrac{dy}{dx}+2y=0$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+3\dfrac{dy}{dx}+2y=\cos x$

(福井大 2018)　　(m20182408)

0.342 以下の微分方程式を解きなさい．また，特殊解のグラフは一般解のグラフにどのように関係づけられるかを答えなさい．

$$y=x\frac{dy}{dx}+\frac{1}{2}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$$

(福井大 2018)　　(m20182409)

0.343 次の微分方程式にいて，以下の (1)〜(3) の問いに答えよ．

$$\frac{d^2x}{dt^2}+2a\frac{dx}{dt}+b^2x=0$$

ただし，x は $t(t \geqq 0)$ の関数で，a および b は正の定数である．

(1) $a<b$ の場合，この微分方程式の一般解を求めよ．

(2) $a<b$ の場合，初期条件「$t=0$ のとき，$x=x_0$，$\dfrac{dx}{dt}=0$」のもとでこの微分方程式の解を求めよ．

(3) $a=b$ の場合，初期条件「$t=0$ のとき，$x=0$，$\dfrac{dx}{dt}=1$」のもとでこの微分方程式の解を求め，t と x の関係を図示せよ．

(福井大 2018)　　(m20182412)

0.344 次の微分方程式を解け．

$$(7x+4y)\frac{dy}{dx}=-8x-5y$$

(福井大 2018)　　(m20182427)

0.345 次の微分方程式の解を求めよ．　$x^2+y^2-2xy\dfrac{dy}{dx}=0$

(福井大 2020)　　(m20202411)

0.346 次の微分方程式の一般解を求めよ．　$\dfrac{d^2y}{dx^2}-3\dfrac{dy}{dx}+2y=e^{3x}$

(福井大 2020)　　(m20202412)

0.347 (1) 次の連立微分方程式の解を求めたい．以下の問いに答えよ．

$$\begin{cases} \dfrac{dy(x)}{dx} = \ \ y(x)\ +\ z(x)+1 \\ \dfrac{dz(x)}{dx} = -y(x)+3z(x)+3 \end{cases}$$

(a) $z(x)$ を消去して，$y(x)$ のみに対する微分方程式を導出せよ．

(b) $y(x)$ と $z(x)$ の一般解を (a) を利用して求めよ．

(2) 次の連立微分方程式の $y(x)$ と $z(x)$ の一般解を求めよ．

$$\begin{cases} \dfrac{dy(x)}{dx} = \ \ y(x) + z(x) + 1 \\ \dfrac{dz(x)}{dx} = -y(x) + 3z(x) + 3 + \dfrac{e^{2x}}{(1+x)^2} \end{cases}$$

(3) 次の連立微分方程式の解を求めたい．以下の問いに答えよ．

$$\begin{cases} \dfrac{dy(x)}{dx} = -y(x)z(x) \\ \dfrac{dz(x)}{dx} = \ \ y(x)z(x) \end{cases}$$

(a) $y(x) + z(x)$ が常に一定の値（定数）c_1 をとること，すなわち，

$$y(x) + z(x) = c_1$$

が成立することを証明せよ．

(b) 初期値として，

$$\begin{cases} y(0) = 1 \\ z(0) = 1 \end{cases}$$

が与えられたとき，$y(x)$ と $z(x)$ の解を (a) を利用して求めよ．

(福井大 2020)　　(m20202416)

0.348 次の微分方程式を解け．

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx} = x^2 + 2x - 1$

(福井大 2020)　　(m20202426)

0.349 次式は，1 質点 1 自由度モデルの自由振動の運動方程式である．なお，m:質量，c:減衰係数，k:剛性であり，$x(t)$: 時間 t の関数である変位である．

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + c\frac{dx}{dt} + kx = 0$$

(1) 両辺を m で除し，$\omega^2 = \dfrac{k}{m}$, $2h = \dfrac{c}{m\omega}$ とおいて，上式を書き換えなさい．

(2) a をゼロでない定数とするとき，$x(t) = ae^{\lambda t}$ が運動方程式の解となるための条件を示せ．

(3) 上の結果を利用して $x(t)$ の一般解を示せ．

(4) $0 < h < 1$ の時，(3) で得られた解を，三角関数を用いて表せ．

(福井大 2020)　　(m20202433)

0.350 次の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $3\dfrac{d^2x}{dt^2} + 10\dfrac{dx}{dt} + 3x = 0$　　(1) $3\dfrac{d^2x}{dt^2} + 10\dfrac{dx}{dt} + 3x = 9t + 5\cos t$

(福井大 2021)　　(m20212411)

0.351 次式は，単振動の運動方程式である．なお，m : 質量，k : バネ定数，x : 変位，t : 時間である．

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

(1) $x = e^{\lambda t}$ が運動方程式の解になるための条件を示せ.

(2) 上の結果を利用して x の一般解を示せ.

(3) (2) で得られた解を，三角関数を用いて表せ.

(福井大 2021)　　(m20212429)

0.352 次式は，単振動の運動方程式である．なお，m : 質量，k : バネ定数，x : 変位，t : 時間である.

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

(1) 角速度 ω(rad/s) を m および k を用いて表しなさい.

なお，上に示した運動方程式の解は $x = A\cos(\omega \cdot t) + B\sin(\omega \cdot t)$ になる.

ここに，A, B は初期値によって決まる定数である.

(2) $m = 1$ (kg)，$k = 1$ (N/m) の場合について，$t = 0$ 秒における初期値を $x = 1$ (m)，$\dfrac{dx}{dt} = 0$ (m/s) として 単振動の運動方程式を解きなさい.

(福井大 2022)　　(m20222411)

0.353 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{d^2x}{dt^2} + 2\dfrac{dx}{dt} + 5x = 0$　　(2) $\dfrac{d^2x}{dt^2} + 2\dfrac{dx}{dt} + 5x = -20\sin t$

(福井大 2022)　　(m20222422)

0.354 常微分方程式 $y' + \dfrac{1}{x}y = e^x$,　$y(1) = 3$ $(x > 0)$ を解け.

(静岡大 2005)　　(m20052504)

0.355 次の問に答えよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = x^2 + \dfrac{1}{x}$ を解け.　　(2) $(2x + y) + (x + 2y)\dfrac{dy}{dx} = 0$ を解け.

(3) $x\dfrac{dy}{dx} - y = x\log x$ を解け.

(静岡大 2005)　　(m20052506)

0.356 接線の x 軸, y 軸にはさまれる部分の中点が, ちょうど接点になっている曲線の方程式を求めよ.

(静岡大 2005)　　(m20052507)

0.357 (1) $\dfrac{dy}{dx} = -ky + \cos\omega x$ を解け.　　(2) $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{1-y^2}{1-x^2} = 0$ を解け.

(3) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{y}{x} + x^2y^3$ を解け　（ヒント：$u = y^{-2}$ と置け）.

(静岡大 2006)　　(m20062508)

0.358 (x, y) 平面上の任意の点 A における法線へ原点から下ろした垂線の長さが，点 A の y 座標に等しい曲線は $x^2 + y^2 = cx$ (c は定数) となることを示せ.

(静岡大 2006)　　(m20062509)

0.359 次の微分方程式を解きなさい.　$\dfrac{dy}{dx} = (x + y + 2)^2$

(静岡大 2006)　　(m20062511)

0.360 (1) 常微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} + 2xy = 0$ の一般解を求めよ.

(2) 常微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} + 2xy = x + x^3$,　$y(0) = 1$ を解け.

(静岡大 2007)　　(m20072506)

0.361 次の各微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = -2y$ (2) $\dfrac{dy}{dx} = y(1-2y)$

(3) $\dfrac{dy}{dx} = -2y + \sin x$ (4) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3\dfrac{dy}{dx} - 10y = 0$

(静岡大 2007) (m20072508)

0.362 (1) $\dfrac{d^2x}{dt^2} + {\omega_0}^2 x = 0$ の一般解を求めよ．ここで，ω_0 は正の定数とする．

(2) $\dfrac{d^2x}{dt^2} + {\omega_0}^2 x = \cos(\omega t)$ の特解を求めよ．ここで，ω は正の定数であるが，特に，次の 2 つの場合に分けて特解を求めよ: (a) $\omega \neq \omega_0$ の場合 ; (b) $\omega = \omega_0$ の場合.

(静岡大 2007) (m20072509)

0.363 (1) 常微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = xe^{x+y}$ の一般解を求めよ.

(2) 常微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{\cos x}{\sin x}y = \dfrac{1}{\cos^2 x}$ の初期条件 $y\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 2$ を満たす解を求めよ.

(静岡大 2008) (m20082503)

0.364 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = y(1-x)$ (2) $\dfrac{dy}{dx} = y(1-y)$ (3) $\dfrac{dy}{dx} = y(1-y^2)$

(静岡大 2008) (m20082505)

0.365 微分方程式

(E_1) $$x^2\frac{d^2y}{dx^2} - 2y = x$$

に対して,

(E_2) $$x^2\frac{d^2y}{dx^2} - 2y = 0$$

は, (E_1) に対応する斉次方程式と呼ばれる．以下の問いに答えよ.

(1) 方程式 (E_2) について，変数変換 $x = e^t$ を行うことによって得られる方程式を求めよ.

(2) (1) で求めた方程式の一般解を求めよ．また，方程式 (E_2) の一般解も示せ.

(3) (2) の結果を用いて，方程式 (E_1) の一般解を求めよ.

(静岡大 2008) (m20082506)

0.366 次の常微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $x^2\dfrac{dy}{dx} + y^2 = 0$, (2) $\dfrac{dy}{dx} - \dfrac{y}{x} = x^3$, $(x \geq 0)$

(静岡大 2009) (m20092506)

0.367 1 階線形微分方程式

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

の一般解は

$$y = e^{-\int p(x)dx}\left\{\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx + C\right\}$$

と表せることを示せ．ただし，C は積分定数とする.

(静岡大 2009) (m20092507)

0.368 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x-2y-4}{2x+4y}$ (2) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x-2y-4}{2x-4y}$ (3) $\dfrac{d^5y}{dx^5} - \dfrac{d^4y}{dx^4} - \dfrac{d^3y}{dx^3} + 3\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2y = 0$

(静岡大 2009) (m20092508)

0.369 次の微分方程式の初期値問題の解 $y = y(x)$ を求めよ.

(1) $\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} + y - y^2 = 0 \\ y(0) = \dfrac{1}{2} \end{cases}$ (2) $\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} + y = x \\ y(0) = 0 \end{cases}$

(静岡大 2010) (m20102507)

0.370 次の各微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = 2xy$ (2) $\dfrac{dy}{dx} = 2xy(1-y)$ (3) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x+y}{x-y}$

(静岡大 2010) (m20102508)

0.371 次の全微分方程式 ① について以下の問に答えよ.

$$(y + 2xy)dx + xdy = 0 \quad \cdots\cdots \quad ①$$

(1) e^{2x} が全微分方程式 ① の積分因子となることを示せ.

(2) 全微分方程式 ① の一般解を求めよ.

(静岡大 2010) (m20102509)

0.372 次の 2 階の微分方程式 ② について以下の問に答えよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 3y = 0 \quad \cdots\cdots \quad ②$$

(1) 微分方程式 ② の一般解を求めよ.

(2) $y' + y = u$ $\cdots$ ③ とおくとき, u は次の微分方程式 ④ をみたすことを示せ.

$$\frac{du}{dx} + 3u = 0 \quad \cdots\cdots \quad ④$$

(3) 微分方程式 ④ の一般解を求めよ.

(4) 微分方程式 ③ を (2) で求めた u を非同次項とする y についての 1 階線形微分方程式とみなすことにより, 微分方程式 ③ の一般解を求めよ.

(静岡大 2010) (m20102510)

0.373 次の微分方程式の初期値問題の解 $y = y(x)$ を求めよ.

(1) $\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = y^2 \sin 2x \cos 3x \qquad (x \geqq 0) \\ y(0) = \dfrac{5}{3} \end{cases}$ (2) $\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x+2y}{x} \qquad (x \geqq 1) \\ y(1) = 1 \end{cases}$

(静岡大 2011) (m20112507)

0.374 次の各微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = y \sin x$ (2) $\dfrac{dy}{dx} = y(1-y)(2-y)$ (3) $\dfrac{dy}{dx} = y + \sin x$

(静岡大 2011) (m20112508)

0.375 次の微分方程式 ① について以下の問に答えよ．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.

$$xy'' + 2y' + xy = 0 \quad \cdots\cdots \quad ①$$

(1) 関数 $y_1 = \dfrac{\cos x}{x}$ は，微分方程式 ① の解であることを示せ.

(2) x の関数 u について，$y = uy_1$ が微分方程式 ① の解であるとき，u は次の微分方程式

$$\frac{d^2u}{dx^2} - 2(\tan x)\frac{du}{dx} = 0$$

を満たすことを示せ.

(3) $\dfrac{du}{dx} = v$ とおくとき v を求めよ.

(4) u を求めよ.

(5) 微分方程式 ① の一般解を求めよ.

(静岡大 2011)　　(m20112509)

0.376 次の各微分方程式の初期値問題を解け．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.

(1) $y'' + 4y' + 3y = 0$,　$y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$

(2) $y'' + 4y' + 4y = 0$,　$y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$

(3) $y'' + 4y' + 5y = 0$,　$y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$

(静岡大 2011)　　(m20112510)

0.377 次の微分方程式の解 $y = y(x)$ を求めよ $\big($(1) は一般解を求めよ$\big)$.

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + y = 0$　　(2) $\begin{cases} \dfrac{d^2y}{dx^2} + y = x^2 , \\ y(0) = 0 , \\ \dfrac{dy}{dx}(0) = 0 \end{cases}$

(静岡大 2012)　　(m20122503)

0.378 次の各微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $x\dfrac{dy}{dx} = 2y$　　(2) $\dfrac{dy}{dx}\sin x + y\cos x = x$　　(3) $(2x^2y + y^2)\,dx + (x^3 + xy)\,dy = 0$

(静岡大 2012)　　(m20122508)

0.379 $g(x, y)$ および $h(x, y)$ が m 次同次関数であるとき

$$\frac{dy}{dx} = \frac{g(x, y)}{h(x, y)}$$

は同次形微分方程式であることを示せ．ただし，m 次同次関数とは，任意の実数 t に対して

$$f(tx, ty) = t^m f(x, y)$$

を満たす関数 $f(x, y)$ のことをいう.

(静岡大 2012)　　(m20122509)

0.380 次の微分方程式 ① および ② について以下の問いに答えよ.

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = 0 \qquad \cdots\cdots ①$$

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = x \qquad \cdots\cdots ②$$

(1) 微分方程式 ① の一般解を求めよ.

(2) $y = \dfrac{x\log x}{2}$ は微分方程式 ② の特殊解であることを示せ.

(3) 微分方程式 ② の一般解を求めよ.

(静岡大 2012)　　(m20122510)

0.381 次の常微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ．ただし，$\log$ は自然対数を表す.

(1) $x\dfrac{dy}{dx} - y = x\log x \quad (x > 0)$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 4\dfrac{dy}{dx} + 3y = e^{2x}$

(静岡大 2013)　　(m20132506)

0.382 次の微分方程式を解きなさい． $\left(x^2-y^2\right)y'=xy$

(静岡大 2016) (m20162502)

0.383 次の微分方程式を解け．

$$\frac{d^2y}{dt^2}+3\frac{dy}{dt}+2y=\cos t$$

ただし，$t=0$ のとき，$y=e^{2\pi}+e^{\pi}+0.1$ であり，$t=\pi$ のとき，$y=1.9$ である．

(岐阜大 1998) (m19982601)

0.384 微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}+2y=0$$

について，以下の問に答えよ．

(1) 一般解を求めよ．

(2) 初期条件

$$y(0)=\frac{1}{2}, \qquad \frac{dy}{dx}(0)=2$$

を満たす特殊解を求めよ．

(3) 一般に，微分方程式（a,b は定数とする）

$$\frac{d^2y}{dx^2}+a\frac{dy}{dx}+by=0$$

の 2 つの解を $y_1(x), y_2(x)$ とするとき，

$$f(x)=\frac{dy_1}{dx}y_2-y_1\frac{dy_2}{dx}$$

が満たす微分方程式を求めよ．また，この $f(x)$ が，ある x_0 で $f(x_0)\neq 0$ ならば，すべての x で $f(x)\neq 0$ であることを示せ．

(岐阜大 2000) (m20002601)

0.385 微分方程式 $y''+y'-2y=0$ に対して，

(1) 一般解を求めよ．

(2) 初期値 $y(0)=4,\ y'(0)=1$ が与えられたときの解を求めよ．

(岐阜大 2001) (m20012607)

0.386 次の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $9y\dfrac{dy}{dx}+4x=0$ (2) $x\dfrac{dy}{dx}+y=\sin x$

(岐阜大 2001) (m20012608)

0.387 初期条件 $y(0)=1$, $y'(0)=1$ を満たす，次の微分方程式の解を求めよ．

$$y''+3y'+2y=0$$

(岐阜大 2003) (m20032605)

0.388 次の 1 階の微分方程式を解け．

(1) $\dfrac{dy}{dx}-\dfrac{3}{xy}=0$ (2) $\dfrac{dy}{dx}-3y=5$

(岐阜大 2004) (m20042603)

0.389 次の微分方程式の一般解を求めよ. ただし, y は x の関数であり, y'' は 2 階導関数, y' は 1 階導関数を表わす.

(1) $y' - y^2 = 0$ 　　　　(2) $y'' + 3y' + 2y = 0$

(岐阜大 2004)　　(m20042604)

0.390 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $4y'' - 4y' - 3y = 0$ 　　　　(2) $y' = \dfrac{4xy}{x^2+1}$

(岐阜大 2005)　　(m20052601)

0.391 次の微分方程式を解け. ただし, $x = 0$ のとき $y = y_0$ とする.

$$\frac{dy}{dx} = a - by \quad (a, b \text{ は定数})$$

(岐阜大 2005)　　(m20052608)

0.392 次の微分方程式を解け. 　$x\dfrac{dy}{dx} - \dfrac{1}{x} + xe^x = 0$

(岐阜大 2006)　　(m20062603)

0.393 次の微分方程式を解け．ただし，$x = 1$ のとき $y = 1$ とする. 　$\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{y^2}{x^3}$

(岐阜大 2006)　　(m20062612)

0.394 微分方程式 　$\dfrac{d^2y}{dx^2} + 6\dfrac{dy}{dx} + 9y = 25e^{2x}$ 　を解け.

(岐阜大 2006)　　(m20062620)

0.395 微分方程式 　$\dfrac{dy}{dx} = (1-y)y$ 　について，次の問いに答えよ.

(1) 初期条件 $y(0) = a$ をみたす解を求めよ．ただし，a は正の実数とする.

(2) 上で求めた解 $y(x)$ について，$\displaystyle\lim_{x\to\infty} y(x)$ を求めよ.

(岐阜大 2007)　　(m20072605)

0.396 次の微分方程式を，与えられた初期条件の基で解け.

$$x^2\frac{dy}{dx} + y = 0 \qquad \text{初期条件は，} x = 1 \text{ で } y = 1\,.$$

(岐阜大 2007)　　(m20072617)

0.397 微分方程式 　$y\dfrac{dy}{dx} = e^{2x}$ 　の一般解と初期条件 $y(0) = 1$ を満たす特殊解を求めよ.

(岐阜大 2007)　　(m20072624)

0.398 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $y' = y^2 + 2y - 3$ 　　　　(2) $y'' + 6y' + 10y = 0$

(岐阜大 2008)　　(m20082603)

0.399 以下の文において，(2)～(7) に適切な式または値を入れよ.

微分方程式 $\dfrac{d^2x}{dt^2} = \dfrac{a}{\dfrac{dx}{dt} + b} \cdots (1)$ 　を解くことを考える．$y = \dfrac{dx}{dt}$ とおくと，式 (1) は y と t に関する微分方程式 $\boxed{\quad (2) \quad}$ に変換される．これを解くと式 $\boxed{\quad (3) \quad}$ が得られる.

一方，$\dfrac{dy}{dt} = \dfrac{dy}{dx} \cdot \dfrac{dx}{dt}$ であることを用いると，式 (1) は y と x に関する微分方程式 $\boxed{\quad (4) \quad}$ に変換される．これを解くと式 $\boxed{\quad (5) \quad}$ が得られる.

さて，新幹線の新しい車両では，力行時の加速度は速度 $\nu[m/s]$ によって変り $\dfrac{37.5}{\nu+50}[m/s^2]$ と表せる．すなわち，$\nu=0\,[m/s]$ での加速度は $0.75[m/s^2]$ であり，速度が大きくなるにつれて加速度は低下する．この車両が停止時から加速して $75[m/s](=270[km/h])$ に達するまでの時間は $\boxed{\quad(6)\quad}$ $[s]$ であり，その間に走行する距離は $\boxed{\quad(7)\quad}$ $[m]$ である．

(岐阜大 2008)　　(m20082611)

0.400　y は x の関数であるとして，次の微分方程式の一般解を求めよ．

(1)　$y''+y=0$　　(2)　$y''-7y'+12y=6x^2+5x+18$　　(3)　$y''-4y'+4y=\cos x$

(岐阜大 2008)　　(m20082616)

0.401　y は x の関数であるとする．微分方程式

$$\frac{dy}{dx}+y\cos x=\sin x\cos x$$

について，以下の問いに答えよ．

(1)　初期条件 $y(0)=0$ を満たす解を求めよ．

(2)　上で求めた解 $y(x)$ の $0\leqq x\leqq\pi$ における最大値を求めよ．

(岐阜大 2009)　　(m20092606)

0.402　ある島の熊の頭数の増加率は，各時点の頭数 x に比例し，その飽和頭数を α とすると $\alpha-x$ にも比例する．頭数の変化を時間 t の関数 $f(t)$ で表せ．但し，$f(0)=\beta$ とする．

(岐阜大 2009)　　(m20092613)

0.403　次の微分方程式の一般解を求めよ．

(1)　$x^2y'+2y=0$　　(2)　$y''-6y'+8y=0$

(岐阜大 2009)　　(m20092616)

0.404　$y(x)$ を未知関数とする, 次の常微分方程式 (A) について, 以下の問いに答えよ．

$$y'(x)-\tan(x)\,y(x)=2e^{2\sin(x)}\ ,\qquad -\pi/2<x<\pi/2 \tag{A}$$

(1)　$y(x;y_0)$ を初期条件 $y(0)=y_0$ を満たす微分方程式 (A) の解とするとき, $y(x;y_0)$ を求めよ. ただし, y_0 は実数とする．

(2)　(1) の解 $y(x;y_0)$ について, 極限 $\displaystyle\lim_{x\to-\pi/2}y(x;y_0)$ が有限な値となるような初期値 y_0 はあるか. もしもあるなら, そのときの初期値 y_0 と $\displaystyle\lim_{x\to-\pi/2}y(x;y_0)$ を求めよ. また, もしもないのであれば, その理由を述べよ．

(岐阜大 2010)　　(m20102605)

0.405　$y(x)$ を未知関数とする微分方程式

$$y''+2y'+ay=0 \tag{$*$}$$

に対して以下の問に答えよ．ただし，a は定数とする．

(1)　$a=1$ のとき，方程式 $(*)$ の一般解を求めよ．

(2)　$a>0$ のとき，方程式 $(*)$ の任意の解 y に対し $\displaystyle\lim_{x\to\infty}y(x)=0$ が成り立つことを示せ．

(岐阜大 2011)　　(m20112607)

0.406 $y = y(x),\ y' = \dfrac{dy(x)}{dx}$ とする．微分方程式

$$(E) \qquad y' + y\cos x = \sin x \cos x$$

を考える．以下の問に答えよ．

(1) 同次方程式 $y' + y\cos x = 0$ の一般解を求めよ．

(2) (E) の一般解を求めよ．

(3) (E) の解で，条件 $y(0) = 0$ を満たすものを求めよ．

(4) (3) で求めた y について，$\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{y(x)}{x^2}$ を求めよ．

(岐阜大 2016) (m20162604)

0.407 微分方程式

$$(E) \quad y' + yx = 1 + x + x^2$$

を考える．以下の問に答えよ．

(1) 同次方程式 $\quad y' + yx = 0 \quad$ の一般解を求めよ．

(2) (E) の一般解を求めよ．

(3) (E) の解で，条件 $y(0) = 0$ を満たすものを求めよ．

(4) (3) で求めた y について，$\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{y(x)}{2x + \sin x}$ を求めよ．

(岐阜大 2020) (m20202606)

0.408 $y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする．以下の問に答えよ．

(1) 微分方程式

$$(E_1) \quad y' - yx = 0$$

の一般解を求めよ．

(2) 微分方程式

$$(E_2) \quad y' - yx\cos(x^2) = 0$$

の一般解を求めよ．

(3) e を自然対数の底として，$\alpha,\ \beta$ を実数とする．微分方程式

$$(E_3) \quad y' - \alpha y = e^{\beta x}$$

の一般解を求めよ．

(4) γ を実数とする．微分方程式

$$(E_4) \quad y' - yx(\gamma + \cos(x^2)) = 0$$

の解 $y(x)$ で初期条件 $y(0) = 1$ を満たすものを求めよ．$\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{y(x)}{x}$ の収束・発散を判定せよ．

(岐阜大 2022) (m20222602)

0.409 以下は微分方程式の解き方のあらすじである．それについて以下の (1)〜(3) の各問に答えよ．

次の方程式を満たす y を求める．

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x) \qquad (イ)$$

$P(x)$，$Q(x)$ は，x のみの関数である．まず u，v を x の関数として，

$$y = uv \qquad (ロ)$$

とおく．ここで

$$v = e^{-\int P(x)dx} \qquad \text{（ハ）}$$

とすると

$$\frac{dv}{dx} + P(x)v = 0 \qquad \text{（ニ）}$$

となる．次に du/dx を求め，これを $F(x)$ とすると

$$\frac{du}{dx} = F(x) \qquad \text{（ホ）}$$

これから

$$u = \int F(x)dx + C \quad (C \text{ は任意定数}) \qquad \text{（ヘ）}$$

と書けるので，y が求まる．

(1) （イ）（ロ）（ハ）を用いて

$$\frac{dv}{dx} + P(x)v = 0$$

であることを示せ．

(2) （イ）（ロ）（ハ）を用いて du/dx を求めることにより，$F(x)$ を $P(x)$，$Q(x)$ で表せ．

(3) $x\dfrac{dy}{dx} + y = \log x$ を満たす y を求めよ．ただし，log は自然対数を表す．

(豊橋技科大 1999） (m19992705)

0.410 次の微分方程式の一般解 $y(x)$ を示せ．ただし，任意定数として新たな記号を用いた場合には，その記号が任意定数であることを明記せよ．また，$i = \sqrt{-1}$ とする．

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

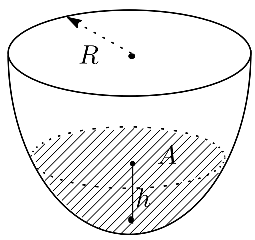
(豊橋技科大 2000) (m20002705)

0.411 次の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx} + y = x$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 4\dfrac{dy}{dx} + 3y = e^{2x}$

(豊橋技科大 2006) (m20062703)

0.412 半径 R の上に開いた半球があり，上面が地面に対して平行になるように置かれている．この半球に水が入っており（下図の斜線部分），半球の底から測った水面の高さを h とする．次の問いに答えよ．ただし，$h \leq R$ とする．



(1) 水面の面積 A を h の関数として表せ.

(2) 水面の体積 V を h の関数として求めよ.

(3) 最下部に微小な小穴を開けた．単位時間当たりの水の体積 V の変化，すなわち dV/dt を示せ．ただし，小穴の大きさは十分に小さく，小穴を開けても半球の体積は変化しないと考えてよい.

(4) (3) の状況において，流体に関する基本定理から，単位時間当たりに小穴から流れ出る水の体積（体積速度）は $Sk\sqrt{h}$ で表される（S は微小な小穴の面積，k は正の定数）．単位時間当たりに小穴から流出する水の体積が，半球において単位時間当たりに減少する水の体積に等しいことを用いて，高さ h と時間 t の関係式（微分方程式）を示せ．さらに，$t = 0$ において $h = R$ であったとし，水が全て流出するのに要する時間 T を求めよ.

(豊橋技科大 2013)　　(m20132703)

0.413 (1) $x=0$ のとき $y=4$ を満たす微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{3}{16}y^2$ の解を求めよ．

(2) xy 平面上で，アで得られた解が表す曲線と，$x=0$, $x=4$, $y=0$ の 3 つの直線で囲まれる領域に含まれる点 (x,y) のうち，x, y が共に自然数となる点の数を求めよ．ただし，境界上の点は含まないものとする．

(豊橋技科大 2022)　　(m20222705)

0.414 (1) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}=e^x y^2$ を解け．

(2) (1) で得られた解の中で $x=0$ のとき $y=1$ をみたす関数の $-1 \leqq x \leqq 0$ における最小値を求めよ．

(豊橋技科大 2023)　　(m20232705)

0.415 以下の常微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $\dfrac{d^2y(x)}{dx^2}+3\dfrac{dy(x)}{dx}+2y(x)=0$　　(2) $\dfrac{d^2y(x)}{dx^2}+y(x)=\cos x$

(名古屋大 2005)　　(m20052804)

0.416 (1) 微分方程式 $x(-1-2xy)y'=2y(1+xy)$ を解け．

(2) 微分方程式 $y''+2y'+5y=\exp x$ を解き，y の一般解を求めよ．

(名古屋大 2006)　　(m20062802)

0.417 微分方程式 $y''-5y'+6y=0$ を解き，y の一般解を求めよ．

(名古屋大 2008)　　(m20082803)

0.418 以下の問に答えよ．なお，$\dfrac{dy}{dt}=y'$ と記すことにする．

(1) 常微分方程式 $y''+2y'+y=e^{-t}$ の一般解を求めよ．

(2) $y(0)=0,\ y'(0)=1$ を満たす解を求めよ．

(名古屋大 2011)　　(m20112801)

0.419 (1) 常微分方程式 $y''+6y'+5y=5x$ の一般解を求めよ．

(2) 常微分方程式 $y''+\dfrac{x-1}{x}y'-\dfrac{1}{x}y=xe^{-x}$ について

(i) この微分方程式の右辺を 0 とした同伴方程式の基本解の 1 つが $y_1=e^{-x}$ であることを示せ．

(ii) 微分方程式の一般解を $y=ue^{-x}$ とおいて解け．ただし，u は x の関数である．

(名古屋大 2015)　　(m20152802)

0.420 次の微分方程式を解け．ただし，k, p, q はゼロではない定数で，かつ $p \neq q$ であり，さらに，$t=0$ において $x=0$ とする．

$$\frac{dx}{dt}=k(p-x)(q-x)$$

(名古屋大 2017)　　(m20172804)

0.421 (1) 次の常微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{d^2y}{dx^2}-3\frac{dy}{dx}+2y=x+1$$

(2) 次の常微分方程式の一般解を求めよ．（ヒント：$u = y/x$ と置換せよ）

$$x\frac{dy}{dx} = -x + y$$

(名古屋大 2018)　　(m20182804)

0.422 (1) 微分方程式 $y'' + 2y' - 3y = e^x x$ を解くために，$y = e^x z$ とおくと，微分式方程式 $z'' + az' + bz = x$ が導かれる．定数 a, b の値を求めよ．

(2) 上で導かれた微分方程式 $z'' + az' + bz = x$ の一般解を求めよ．

(名古屋工業大 1997）　　(m19972902)

0.423 次の問に答えよ．

(1) 微分方程式 $y'' + y = 0$ の一般解を求めよ．

(2) $w = w(x)$ を微分方程式

$$4xw'' + 2w' + w = 0 \qquad (*)$$

の解とする．独立変数 x を $x = t^2$ により t に変換し，$u = w(t^2)$ と置くとき，u の満たす微分方程式を求めよ．

(3) 微分方程式 $(*)$ の一般解を求めよ．

(名古屋工業大 1999)　　(m19992905)

0.424 (1) オイラーの微分方程式

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + px\frac{dy}{dx} + qy = R(x)$$

は，独立変数を $x = e^t$ によって x から t に変換すると，2 階線形微分方程式

$$\frac{d^2y}{dt^2} + (p-1)\frac{dy}{dt} + qy = R(e^t)$$

に書き換えられることを示せ．

(2) 次のオイラーの微分方程式

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} - 3x\frac{dy}{dx} + 4y = x^2$$

の一般解を求めよ．

(名古屋工業大 2000)　　(m20002904)

0.425 x の連続関数 y は次の等式を満たすとする．

$$y = -1 + \int_1^x (t - y(t))dt$$

(1) y は微分可能であることを示せ．

(2) y を求めよ．

(名古屋工業大 2001)　　(m20012905)

0.426 $x > 0$ で微分方程式 $(*) x^2y'' + xy' - y = 0$ を考察する．

(1) $y_1 = x$ は方程式 $(*)$ の解であることを示せ．

(2) $y = y_1 z$ とおく．y が $(*)$ の解であるとき，z の満たすべき方程式を求めよ．

(3) y_1 と独立な微分方程式 $(*)$ の解を求めよ．

(名古屋工業大 2003)　　(m20032902)

0.427 $x \neq 0$ で次の常微分方程式を解け.

$$x^2 y' = (y^2+1)(y-1)(y+2)$$

(名古屋工業大 2004) (m20042904)

0.428 次の定数係数 2 階線形微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = x^2$$

(名古屋工業大 2005) (m20052903)

0.429 常微分方程式 $(2x+y)y' - (x+2y) = 0$ について次の問いに答えよ.

(1) 方程式の一般解を求めよ. (2) 初期条件 $y(0) = 2$ を満たす特殊解を求めよ.

(名古屋工業大 2006) (m20062908)

0.430 関数 $f(x)$ が $[0, \infty)$ において微分可能で, 次の微分方程式を満たす.

$$f'(x) - \frac{1}{x+1}f(x) = (x+1)^2 e^x$$

このとき,

(1) 微分方程式の一般解 $f(x)$ を求めよ.

(2) 初期条件 $f(0) = 1$ を満たす特殊解 $f(x)$ を求めよ.

(名古屋工業大 2009) (m20092907)

0.431 境界条件「$x = 0$ のとき, $y = 1$」のもとで, 微分方程式

$$\frac{dy}{dx} = 1 + x + y$$

の整級数の解 $y = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + \cdots + c_n x^n + \cdots$ を求めよ.

(名古屋工業大 2010) (m20102908)

0.432 定数係数の 2 階線形微分方程式

$$y'' + \alpha y' + \beta y = \gamma e^x \ , \quad (\alpha \neq 0,\ \beta \neq 0,\ \gamma \neq 0 \ \text{定数})$$

が一つの特殊解 $y = e^{2x} + (1+x)e^x$ を持つとする. このとき, 次の問に答えよ.

(1) 係数 α, β, γ を決めよ.

(2) 微分方程式の一般解を求めよ.

(名古屋工業大 2011) (m20112909)

0.433 微分方程式 $P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$ は, 条件 $\dfrac{\partial}{\partial y}P(x,y) = \dfrac{\partial}{\partial x}Q(x,y)$ を満たすとき, 完全形という. 関数 $f(x)$ は $(0, \infty)$ で微分可能 かつ $f(\pi) = 1$ である. 微分方程式

$$\Big(\sin x - f(x)\Big)\frac{y}{x}\,dx + f(x)\,dy = 0\ , \quad x > 0$$

は完全形とするとき, 次の問に答えよ.

(1) 関数 $f(x)$ を求めよ.

(2) 微分方程式の一般解を求めよ.

(名古屋工業大 2012)　　(m20122908)

0.434 関数 $y = e^x$ が微分方程式 $xy' + p(x)y = x$ の 1 つの解である．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ である．このとき，次の問に答えよ．

(1) 関数 $p(x)$ を求めよ．

(2) 微分方程式の一般解を求めよ．

(3) 境界条件：$x = \ln 2$ のとき，$y(x) = 0$ を満たす微分方程式の特殊解を求めよ．

(名古屋工業大 2013)　　(m20132909)

0.435 微分方程式 $y'' + 3y' + 2y = 3$ の一般解を求めよ．但し，y', y'' はそれぞれ関数 $y = y(x)$ の 1 次及び２次の導関数とし，$y(0) = 1$, $y'(0) = 2$ を満たすとする．

（愛知県立大 2000）　　(m20003002)

0.436 $y = f(x)$ に関して，次の微分方程式の一般解を求めなさい．　$x^2 \dfrac{dy}{dx} = y$

(三重大 2002)　　(m20023113)

0.437 次の微分方程式の一般解を求めなさい．　$\dfrac{dy}{dx} + y = x$

(三重大 2003)　　(m20033107)

0.438 次の微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} + a^2y = a^2(b+1) \qquad (a > 0\,,\ b > 0)$$

について, 以下の問いに答えよ.

(1) 一般解を求めよ.

(2) $x = 0$ で $y = 0$，$\dfrac{dy}{dx} = 0$，および $x = \pi$ で $y = b$ のとき，y が無限大となる a の条件を求めよ.

(三重大 2004)　　(m20043109)

0.439 $y = y(x)$ に関する次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} + 6y = 5$$

(三重大 2004)　　(m20043110)

0.440 微分方程式 $\left(1 + x^2\right)\dfrac{dy}{dx} = xy$ を解け.

(三重大 2005)　　(m20053102)

0.441 次の常微分方程式に関する以下の問に答えなさい．ただし，e は自然対数の底，a，b はともに実定数とする.

$$\frac{dy}{dx} + ay = f(x)$$

(1) $f(x) = 0$ の場合の一般解を求めなさい.

(2) $f(x) = e^{bx}$ の場合の一般解を求めなさい.

(三重大 2005)　　(m20053109)

0.442 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{x}$　　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 4\dfrac{dy}{dx} + 3y = 0$

(三重大 2007)　　(m20073104)

0.443 以下の微分方程式 (1) および積分方程式 (2) を解きなさい.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = y$ を満たす関数 $y = f(x)$ を求めよ．ただし，$f(0) = 1$ とする.

(2) $xf(x) = \displaystyle\int_1^x \frac{1}{x} f(x)dx + 1$ を満たす関数 $y = f(x)$ を求めよ.

(三重大 2009)　　(m20093101)

0.444 次の (1) から (3) の微分方程式を，それぞれ与えられた初期条件のもとで解きなさい.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = 3y$ （初期条件は $x = 0$ のとき $y = 5$）

(2) $\dfrac{dy}{dx} = 2\dfrac{y}{x}$ （初期条件は $x = 1$ のとき $y = 3$）

(3) $\dfrac{dy}{dx} = \cos(x + y)$ （初期条件は $x = 0$ のとき $y = 0$）

(三重大 2009)　　(m20093105)

0.445 (1) 未知関数 $y(x)$ についての微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} + xy = x$ について，初期条件 $y(0) = 0$ を満たす解を求めよ.

(2) 未知関数 $y(x)$ についての微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 2\dfrac{dy}{dx} + y = 0$ の一般解を求めよ.

(三重大 2009)　　(m20093111)

0.446 (1) 次の微分方程式が完全 微分方程式であることを示しなさい.

$$(3x^2y - y^3)\,dx = (3y^2x - x^3)\,dy$$

(2) 完全微分方程式 $P(x, y)\,dx + Q(x, y)\,dy = 0$ の一般解が

$$\int P(x, y)\,dx + \int \left\{ Q(x, y) - \frac{\partial}{\partial y} \int P(x, y)\,dx \right\} dy = c \quad \text{ただし } c \text{ は任意定数}$$

で与えられることを利用して,

$$(3x^2y - y^3)\,dx = (3y^2x - x^3)\,dy$$

の一般解を求めなさい.

(三重大 2010)　　(m20103101)

0.447 次の微分方程式の一般解を求めなさい. ただし, $x \neq 1$ とする.

$$(x - 1)\frac{dy}{dx} + y - 1 = 0$$

(三重大 2010)　　(m20103107)

0.448 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + y = \cos x$ において，初期条件 $y(0) = 0,\ y'(0) = 0$（ただし，$y'(x) \equiv dy(x)/dx$）を満たす解を求めよ.

(三重大 2011)　　(m20113107)

0.449 微分方程式 $\ddot{x} + \gamma\dot{x} + kx = 0$ の解について，以下の問に答えよ．ただし，$\ddot{x} = \dfrac{d^2x}{dt^2}$，$\dot{x} = \dfrac{dx}{dt}$ であり. 初期条件は，$x(0) = 1,\ \dot{x}(0) = 0$ とする.

(1) $\gamma = 0,\ k = 9$ の場合における微分方程式の解を求めよ.

(2) $\gamma = 2,\ k = 9$ の場合における微分方程式の解を求めよ.

(3) $\gamma = 6,\ k = 9$ の場合における微分方程式の解を求めよ．

(三重大 2011)　　(m20113110)

0.450 次の微分方程式を解きなさい．

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{t + x(t)}{t}\ , \quad x(1) = 3$$

(三重大 2011)　　(m20113114)

0.451 質量 m の物体が速度に比例する空気抵抗を重力と反対方向に受けながら落下しているものとする．ここで，空気抵抗の速度に対する比例係数を k とし，重力加速度を g とする．また，これら定数 m, k, g は速度に関係なく一定であるとする．

(1) 落下している物体の運動を記述する微分方程式を落下速度 $v(t)$ を用いて表しなさい．ただし，物体の落下方向を正の方向とする．

(2) 初速度 $v(0) = 0$ として，(1) の微分方程式を解きなさい．また，時間経過とともに $v(t)$ がある一定の値に近づくことを示し，その値を求めなさい．

(三重大 2012)　　(m20123106)

0.452 微分方程式の初期値問題 $y'' - 2y' + 5y = x,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0$ の解を求めよ．
ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx},\ y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ である．

(三重大 2013)　　(m20133104)

0.453 y の x に関する 1 階微分を y' で表すとき，微分方程式

$$y' + 3y = \cos 2x$$

を初期条件 $y(0) = 1$ のもとで解きなさい．

(三重大 2013)　　(m20133106)

0.454 次の微分方程式の解を求めなさい．

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = 0$$

(三重大 2014)　　(m20143105)

0.455 以下の問いに答えなさい．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx},\ y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ である．
$y'' + 4y' + 3y = e^{2x}$ の一般解を求めよ．

(三重大 2016)　　(m20163105)

0.456 $y = y(x)$ に関する微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} - \dfrac{1}{x}y = x$ の一般解を求めなさい．

(三重大 2017)　　(m20173106)

0.457 微分方程式 $0 = dy + aydx$ で表される関数 $y = f(x)$ について以下の (1)〜(3) の問いに解答せよ．ただし，a は実数で $a > 0$ とする．

(1) $f(0) = a$ の時，与えられた微分方程式を解き，$f(x)$ を x のみの関数として表せ．

(2) $g(x) = xf(x)$ とする時，極値や変曲点を示して $y = g(x)$ のグラフの概形を描け．

(3) 以下の極限値を求めよ．

$$\lim_{a\to\infty} \frac{\displaystyle\int_0^\infty g(x)dx}{\displaystyle\int_0^\infty f(x)dx}$$

(三重大 2017)　　(m20173113)

0.458 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + y = \cos 2x$ の一般解を求めよ．

(三重大 2017)　　(m20173117)

0.459 時間 t の関数 $f(t) = p(1 - e^{-qt})$ について，以下の問いに答えよ．ただし，p, q は正の実数である．

(1) $g(t) = \displaystyle\int_0^t f(t)dt$ を求めよ．

(2) $\displaystyle\lim_{t\to\infty} f(t)$ を求めよ．

(3) $0 \leqq t$ に対する $f(t)$ の変化を図示せよ．ただし $\displaystyle\lim_{t\to\infty} f(t)$ がどうなるかも図示すること．

(4) $0 \leqq t$ に対する $g(t)$ の変化を図示せよ．ただし $\displaystyle\lim_{t\to\infty} g(t)$ がどうなるかも図示すること．

(5) $f(t)$ が満たす微分方程式を求めよ．

(三重大 2018)　　(m20183103)

0.460 以下の問いに答えなさい．ただし，y は x の関数であり，$y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする．

(1) 初期条件を $y(1) = 0$, $y'(1) = 1$ とするとき，微分方程式　$xy'' + y' = 0$　を解きなさい．

(2) 区間 $\sqrt{3} \leqq x \leqq 2\sqrt{2}$ において，(1) の解である関数が描く曲線の長さ L を求めなさい．ただし，区間 $a \leqq x \leqq b$ の関数 $y = f(x)$ の曲線の長さ L は，$L = \displaystyle\int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$　で与えられる．

(三重大 2020)　　(m20203109)

0.461 $f(x)$, $g(x)$ を実数全体で微分可能な関数とする．

(1) $y = f(x)$, $xy'' = 2y'$, $f(-1) = -2$, $f(1) = 2$ とする．ただし，$x \neq 0$ のとき，$y' \neq 0$ とする．$f(x)$ を求めなさい．

(2) $y = g(x)$, $y''' - 3y'' + 3y' - y = x^2 - 6x + 6$, $g(-1) = \dfrac{1}{e} - 1$, $g(0) = 0$, $g(1) = e - 1$ とする．$g(x)$ を求めなさい．

(三重大 2020)　　(m20203110)

0.462 任意の x に対して (1), (2) を満たす関数 $f(x)$ をそれぞれ求めよ．

(1) $f(x) = x^2 + \displaystyle\int_0^x f(t)\,dt$　　ただし，$f(x)$ は連続関数とする．

(2) $\displaystyle\int_0^x f(t)\,dt = x + \int_0^x tf(x-t)\,dt$　,　$f(x) > 0$　　ただし，$f(x)$ は微分可能な関数とする．

(三重大 2022)　　(m20223114)

0.463 式 (a) の微分方程式について以下の問いに答えよ．

$$\frac{dI(t)}{dt} + \lambda I(t) = v_0 \quad \cdots \quad (a)$$

ここで，$t \geq 0$，λ は正の定数，v_0 は正または 0 の定数である．

(1) $v_0 = 0$ の解は任意定数 C を用いて以下のように与えられることを示せ．

$$I(t) = C\exp(-\lambda t)$$

(2) $v_0 \neq 0$ の解は定数 C が時間に依存するものとして式 (a) に代入することによって得られる．初期条件 $I(0) = 0$ を満たすような解を求め，$I(t)$ を t の関数として図示せよ．

(奈良女子大 2001)　　(m20013208)

0.464 次の微分方程式を解け．初期条件として，$t=0$ のとき位置は $x=x_0$，速度を v_0 とする．ここで，k は実数である．

(1) $\dfrac{d^2x}{dt^2}-k^2x=0$ (2) $\dfrac{d^2x}{dt^2}+k^2x=0$

(奈良女子大 2002) (m20023206)

0.465 x の関数 $f(x)$ に関する 2 階の微分方程式

$$\frac{d^2f(x)}{dx^2}+\frac{df(x)}{dx}-2f(x)=e^x \qquad (*)$$

を考える．この方程式の一般解 $f(x)$ は，この方程式の任意の解（特解）$g(x)$ と，式 $(*)$ の右辺を 0 とおいた微分方程式

$$\frac{d^2h(x)}{dx^2}+\frac{dh(x)}{dx}-2h(x)=0$$

の一般解 $h(x)$ との和，

$$f(x)=g(x)+h(x)$$

で与えられる．以下の手順で一般解を求めよ．

(1) $g(x)=Axe^x$ (A : 定数) の形の特解を求めたい．A を決定せよ．

(2) $h(x)$ を求めよ．

(奈良女子大 2003) (m20033205)

0.466 $y(\rho)$ に関する 2 階の常微分方程式

$$\frac{d^2y(\rho)}{d\rho^2}+\frac{2}{\rho}\frac{dy(\rho)}{d\rho}+\left\{1-\frac{l(l+1)}{\rho^2}\right\}y(\rho)=0$$

を考える. ここで, 変数 ρ の範囲は, $0\leq\rho<\infty$ であり, l は正の整数である.

(1) いま, $y(\rho)$ を

$$y(\rho)=\frac{u(\rho)}{\rho}$$

とおいて, この方程式に代入すると, $u(\rho)$ についての方程式

$$\frac{d^2u(\rho)}{d\rho^2}+p(\rho)u(\rho)=0 \qquad (a)$$

が得られる. このときの $p(\rho)$ を求めよ.

(2) つぎに, (1) で得られた方程式 (a) の $\rho\to\infty$ および $\rho\to0$ の極限における $u(\rho)$ の漸近解を求めてみよう.

(a) $\rho\to\infty$ のとき $p(\rho)$ 近似形を求め, $u(\rho)$ の漸近形が満たす方程式をかけ. また, このときの $u(\rho)$ は, λ をパラメータとして

$$u(\rho)=e^{\lambda\rho}$$

の形で与えられる. この方程式から λ を求め, $u(\rho)$ の一般解を求めよ.

(b) $\rho\to0$ のとき $p(\rho)$ 近似形を求め, $u(\rho)$ の漸近形が満たす方程式をかけ. また, このときの $u(\rho)$ は, λ をパラメータとして

$$u(\rho)=\rho^{\lambda}$$

の形で与えられる. この方程式から λ を求め, $u(\rho)$ の一般解を求めよ.

(奈良女子大 2004) (m20043205)

0.467 微分方程式に関する以下の問いに答えよ.

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ. ただし，a は正の定数とする. $\dfrac{d^2y}{dx^2}+a^2y=0$

(2) 次の微分方程式を考える. $\dfrac{d^2y}{dx^2}+a^2y=Ae^{ibx}$
ここで，A,a,b は正の定数とし，i は虚数単位である.

(a) $y=Be^{ibx}$ の形の特解を求めよ. (b) 一般解を求めよ.

(奈良女子大 2007) (m20073208)

0.468 変数 t の関数 $x(t)$ の満たす微分方程式に関する以下の問いに答えよ.

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ. $\dfrac{d^2x}{dt^2}+{\omega_0}^2x=0$ ここで，ω_0 は正の定数とする.

(2) 次の微分方程式を考える. $\dfrac{d^2x}{dt^2}+2\lambda\dfrac{dx}{dt}+{\omega_0}^2x=0$ ここで，ω_0 および λ は正の定数とする.
$\lambda^2-{\omega_0}^2=-\omega^2<0$ （ω：正の定数）である場合の一般解を求めよ.

(3) (1) および (2) の微分方程式で記述できると思われる物理現象の例を一つずつあげよ.

(奈良女子大 2008) (m20083207)

0.469 次の微分方程式について以下の問いに答えよ.

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\omega^2x=0$$

(1) 次の $x(t)$ はこの微分方程式の解であることを示せ.

$$x(t)=C_1\sin(\omega t)+C_2\cos(\omega t)$$

ここで, C_1, C_2 は定数である.

(2) この $x(t)$ は次のように表すこともできる.

$$x(t)=B_1e^{+i\omega t}+B_2e^{-i\omega t}$$

このとき, B_1, B_2 と C_1, C_2 の関係を求めよ.

(奈良女子大 2010) (m20103205)

0.470 微分方程式

$$\frac{d^2x}{dt^2}+{\omega_0}^2x=A\cos(\omega t) \qquad \cdots(ア)$$

の一般解 $x(t)$ は，$A=0$ の場合の一般解 $x_0(t)$ と $A\neq 0$ の特解 $x_1(t)$ の和 $x_0(t)+x_1(t)$ で表される.
以下の問いに答えよ．ただし，A, ω, ω_0 は実定数である.

(1) $x_0(t)$ を求めよ.

(2) $x_1(t)=\alpha\cos(\omega t)+\beta\sin(\omega t)$ とおいて式 (ア) に代入し，未知定数 α と β を決定することにより $x_1(t)$ を求めよ．ただし，$\omega\neq\omega_0$ とする.

(3) 初期条件が $x(0)=x_0$, $\left.\dfrac{dx}{dt}\right|_{t=0}=0$ の場合，式 (ア) の解を求めよ．また，$\omega\to\omega_0$ とした時，その解はどうなるか.

(奈良女子大 2012) (m20123203)

0.471 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y+2}{x+1}$ (2) $\dfrac{dy}{dx}+y=\sin x$ (3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-\dfrac{dy}{dx}-2y=0$

(奈良女子大 2013) (m20133206)

0.472 微分方程式に関する以下の問いに答えよ．

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{dy}{dx} = (y+1)(x^2+2x)$$

(2) 解の形として $x = ae^{i\omega t}$ を仮定し，以下に示す手順で微分方程式

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - \lambda\frac{dx}{dt}$$

を解く．ここで，a は正の実定数で ω は複素定数とする．

(a) $\dfrac{dx}{dt}$ を計算し，それを x を用いて表せ．

(b) $\dfrac{d^2x}{dt^2}$ を計算し，それを x を用いて表せ．

(c) ω が満たすべき方程式を導け．

(d) 上で求めた方程式を解くことによって，ω を求めよ．

(奈良女子大 2014)　　(m20143203)

0.473 以下の微分方程式を考える．

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \mu\frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(ア)$$

ただし，μ, ω は正の定数である．以下の問に答えよ．

(1) $x(t) \propto \exp(-at)$ の形の解を考える．$x(t)$ が式（ア）の解となる a の値を，μ と ω を用いて表せ．

(2) $a = a_R \pm ia_I$ のとき，式（ア）の解は振動しながら減衰する．このとき μ と ω が満たす不等式を答えよ．ただし，a_R と a_I は実数で，$i = \sqrt{-1}$ である．

(3) 前問 (2) の場合に，初期条件が $x(0) = 0$, $\left.\dfrac{dx}{dt}\right|_{t=0} = 1$ であるときの 式（ア）の解を求め，a_R と a_I を用いて表せ．

(奈良女子大 2015)　　(m20153203)

0.474 微分方程式に関する以下の問題に答えよ．

(1) 微分方程式 $\dfrac{dx}{dt} = -x + \sin t$ を解いて，$t = 0$ で $x = 0$ となる解 $x(t)$ を求めよ．

(2) 微分方程式 $\dfrac{d^2x}{dt^2} = 1 - \left(\dfrac{dx}{dt}\right)^2$ を考える．

(a) $v = \dfrac{dx}{dt}$ とおく．$t = 0$ で $v = 0$ となる解 $v(t)$ を求めよ．

(b) $t = 0$ で $x = 0$ かつ $v = 0$ となる解 $x(t)$ を求めよ．

(奈良女子大 2016)　　(m20163207)

0.475 以下の微分方程式を考える．

$$\begin{cases} m\dfrac{d^2x_1}{dt^2} = -k_1x_1 + k_2(x_2 - x_1) \\[2ex] m\dfrac{d^2x_2}{dt^2} = -k_1x_2 - k_2(x_2 - x_1) \end{cases}$$

ただし，m, k_1, k_2 は正の実定数である．以下の問いに答えよ．

(1) これら 2 つの方程式を $X_1 = x_1 + x_2$, $X_2 = x_1 - x_2$ で定義される X_1, X_2 に対する方程式に書き直せ．また，$\omega = \sqrt{\dfrac{k_1}{m}}$，　$\omega' = \sqrt{\dfrac{k_1+2k_2}{m}}$ とおいて，X_1, X_2 に対する一般解を求めよ．

(2) $t=0$ で，$x_1=1$，$x_2=0$ かつ $v_1=0$，$v_2=0$ を満たす解 $x_1(t)$，$x_2(t)$ を求めよ． ここで，$v_1=\dfrac{dx_1}{dt}$ ， $v_2=\dfrac{dx_2}{dt}$ とする．

(奈良女子大 2017) (m20173206)

0.476 時間 t ($t \geqq 0$) の関数 $N_1(t)$ および $N_2(t)$ に関する以下の連立微分方程式についての問いに答えよ．ただし，λ_1，λ_2 は時間に依存しない正の定数とする．

$$\begin{cases} \dfrac{dN_1(t)}{dt}=-\lambda_1 N_1(t) \\ \dfrac{dN_2(t)}{dt}=-\lambda_2 N_2(t)+\lambda_1 N_1(t) \end{cases}$$

(1) $N_1(t)$ を求めよ．ただし，$N_1(t)$ の初期値は $N_1(0)$ とする．

(2) 時間 t を横軸にとり，$N_1(t)$ のグラフの概形を描け．

(3) $N_2(t)=e^{-\lambda_2 t}C(t)$ とおいて $C(t)$ についての微分方程式を導出せよ．

(4) $C(t)$ についての微分方程式を解き，$N_2(t)$ を求めよ．ただし，$N_2(t)$ の初期値はゼロとする．

(奈良女子大 2018) (m20183206)

0.477 t の関数 $I(t)$ に関する以下の微分方程式を考える．

$$L\frac{dI(t)}{dt}+RI(t)=V(t)$$

ただし，L, R は正の定数である．以下の問いに答えよ．

(1) $V(t)=0$ のとき，一般解 $I(t)$ を求めよ．

(2) $V(t)=V_0$（定数）のとき，$I(t)=C(t)e^{-\frac{R}{L}t}$ とおいて微分方程式を解き，一般解 $I(t)$ を求めよ．

(3) $V(t)=V_0$（定数）のとき，初期条件 $I(0)=0$ を満たす特解 $I(t)$ を求めよ．また，$I(t)$ の概形を図示せよ．

(奈良女子大 2019) (m20193208)

0.478 時間 t ($t \geq 0$) で関数 $x(t)$ についての次の微分方程式を考える．

$$\frac{dx(t)}{dt}=a\left(f(t)-x(t)\right)$$

ここで a は正の実数で，$f(t)$ は与えられた実関数とする．以下の問いに答えよ．

(1) $a=\log_e 2$ で，$t \geq 0$ で $f(t)=0$ である場合に，$x(0)=1$ をみたす解 $x(t)$ を求めよ．

(2) 一般に時間が十分に経った後の解は，$x(0)$ の値に関係なく

$$x(t)=a\int_0^t f(u)e^{a(u-t)}du$$

に近づくことを示せ．

(3) 次に，$a=\log_e 2$ で，関数 $f(t)$ が 0 以上の任意の整数 n について

$$f(t)=\begin{cases} 1 & (2n \leq t < 2n+1) \\ 0 & (2n+1 \leq t < 2n+2) \end{cases}$$

であ場合を考える．整数 N が十分大きくなったときに $x(2N)$ が近づく値を求めよ．

(奈良女子大 2022) (m20223208)

0.479 次の微分方程式に関する問いに答えよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{d^2y}{dx^2}+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2$ を解け．

(2) 上の解で $x=0$ で $y=0$, $\dfrac{dy}{dx}=0$ (or 0.5) のとき，曲線の概形を描け．

(京都大 1998)　　(m19983303)

0.480 次の積分方程式を求めよ．

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\int_a^x y(t)\cdot(x-t)dt$$

(京都大 1999)　　(m19993302)

0.481 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+9y=7\cos 3x$ を $\left(\dfrac{d}{dx}+3i\right)\left(\dfrac{d}{dx}-3i\right)y=7\cos 3x$ と書く．

$z=\left(\dfrac{d}{dx}-3i\right)y$ と置くことにより，上の微分方程式は $\left(\dfrac{d}{dx}+3i\right)z=7\cos 3x$ となる．これを用いて，上の微分方程式の一般解を以下の問いに従って求めよ．

(1) $\dfrac{dz}{dx}+3iz=7\cos 3x$ の解 z を求めよ．

(2) 上の解 z を使って，$\dfrac{dy}{dx}-3iy=z$ の解 y を求めよ．

(京都大 2002)　　(m20023302)

0.482 以下の問に答えよ.

(1) $P(x)$ と $Q(x)$ は独立変数 x だけを含む関数とする. この時次のような 1 階線形微分方程式

$$\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$$

の一般解は

$$y=e^{-\int Pdx}\left[\int Qe^{\int Pdx}dx+c\right]$$

になることを証明せよ.

(2) 上記の関係式を使って次の 2 つの微分方程式の一般解を求めよ．

(a) $2x\dfrac{dy}{dx}+y=2x^2$

(b) $(1+x^2)\dfrac{dy}{dx}=xy+1$

(京都大 2004)　　(m20043302)

0.483 患者が薬を服用すると，薬はすべて直ちに血流中に吸収され，それ以降，時間の経過とともに，血流中の薬の量は減少する．「単位時間に減少する薬の量は，その薬の血流中の現在量に比例する」ものとしよう.

薬の服用に関する次の問 (1)～(3) に答えよ.

(1) 時刻 t における血流中の薬の量を $y(t)$ と表し，患者が時刻 $t=0$ に，はじめて一度だけ，この薬を y_0 服用したとする.

(a) 薬の量 $y(t)$ が満たすべき微分方程式が，$y'(t)+\lambda y(t)=0$（λ は比例定数）で表されることを示せ.

(b) $y(0)=y_0$ として，(a) の微分方程式を解け.

(c) 血流中の薬の量が，時刻 $t=0$ に服用した薬の量の $\dfrac{1}{n}$（n は正定数）になる時刻を求めよ.

(2) この薬を，時刻 $t=0$ に，はじめて y_0 服用し，その後も，同一量 y_0 を一定の時間間隔 T で繰り返し服用していくものとしよう.

(a) 毎回の服用直後，すなわち，時刻 $t=mT$（m は非負整数）での服用直後の血流中の薬の量を求めよ.

(b) m が大きくなると，服用直後の血流中の薬の量は，ある飽和レベル量 y_s に達する．この y_s を求めよ．

(3) この薬を，時刻 $t=0$ に，はじめて Y 服用し， その後は，一定の時間間隔 T 毎に y_d を服用していくものとしよう． 2 回目以降の服用直後の血流中の薬の量が Y となるようにするには， 2 回目以降の毎回の服用量 y_d をいくらにすれば良いか.

(京都大 2013)　　(m20133301)

0.484 次の微分方程式について，(　　) 内の初期条件を満たす解を求めよ．

(1) $2y\dfrac{dy}{dx} = x^2 + 2x$　　$(x=1$ のとき $y=0)$

(2) $\dfrac{dy}{dx} = ay + \dfrac{b}{y}$　　$(x=0$ のとき $y=1)$　　ただし，a, b は定数で $a \neq 0$

(3) $\dfrac{dy}{dx} = (1-y^2)\tan x$　　$(x=0$ のとき $y=2)$

(京都大 2014)　　(m20143301)

0.485 $t>0$ で，次の微分方程式を満たし，(　　) 内の初期条件を満たす関数 $x=x(t)$ を求めよ．

$\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{1}{1+|x|}$　　$(t=0$ のとき $x=-1)$

(京都大 2014)　　(m20143302)

0.486 次の微分方程式について，(　) 内の条件を満たす解を求めよ．

(1) $x + y\dfrac{dy}{dx} = 0$　　$(x=0$ のとき $y=2)$

(2) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2x+y}{y}$　　$(x=1$ のとき $y=1)$

(京都大 2015)　　(m20153301)

0.487 次の文章の（あ）～（え）に適当な数式を入れよ．

ある容積 V の室内の空気には粒子状の汚染物が含まれており，換気を行って汚染物の濃度（単位体積あたりの粒子数）を下げることにした．時刻 t における濃度を $C(t)$ とし，単位時間あたり一定の体積 Q の室内の空気を，汚染物が含まない空気に入れ換えるとすれば，時刻 t から微小時間 δt 後の時刻 $t+\delta t$ までの間に排出される粒子数は $\boxed{\text{（あ）}}$ となる．その結果，濃度は $C(t)$ から $C(t+\delta t)$ に変化した．ただし，室内の濃度は常に空間的に一様であり，換気を開始してからの汚染物の発生はなかったものとする．上記の関係を式で表すと

$$C(t+\delta t) = \boxed{\text{（い）}}$$

である．$\delta t \to 0$ の極限を考えることにより，濃度 $C(t)$ に関する微分方程式

$$\boxed{\text{（う）}}$$

を得る．この微分方程式の解は

$$C(t) = \boxed{\text{（え）}}$$

である．ただし，換気を開始した瞬間を時刻 $t=0$ とし，その時の濃度を C_0 とする．

(京都大 2015)　　(m20153302)

0.488 地球の人口変化を微分方程式で表す．(1)～(3) に答えよ．

(1) ある時刻 t における人口を $P(t)$ とし，その時の人口増加率（単位時間あたりに増加する人口）は人口に比例すると仮定すれば，次式が成り立つ．

$$\frac{dP}{dt} = aP \qquad ①$$

ただし，a は正の定数である．時刻 0 における人口を $P_0\ (>0)$，すなわち $P(0) = P_0$ とおいて，式 ① を解いて P を求めよ．

(2) 式 ① に従うと人口は単調増加することになるが，現実の地球の人口収容力には限界がある．収容できる限界の人口 $P_{\max}$ に近づくと人口増加が鈍化することを表すため，人口増加率を $(1-P/P_{\max})$ 倍する．

$$\frac{dP}{dt} = a\left(1 - \frac{P}{P_{\max}}\right)P \qquad ②$$

これを解いて P を求めよ．ただし，a と P_0 は (1) と同じとする．

(3) (1) と (2) の解の概形を解答用紙の所定欄に図示せよ．

(京都大 2016)　　(m20163301)

0.489 微分方程式 $2x\dfrac{dy}{dx} - y = 0$ の一般解が，$y^2 = Cx$（C は任意定数）であることを示せ．次に，条件（$x = 1$ のとき $y = 3$）を満たす微分方程式の解を求めよ．

(京都大 2017)　　(m20173301)

0.490 次の微分方程式について，(　) 内の条件を満たす解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx} = y^2 + y$　（$x = 0$ のとき $y = 3$）

(2) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{7x - 3y + 2}{3x - 4y + 5}$　（$x = 0$ のとき $y = 1$）

(3) $(2x - y + 1)dx + (2y - x - 1)dy = 0$　（$x = 0$ のとき $y = 3$）

(京都大 2017)　　(m20173302)

0.491 次の三角関数を含む微分方程式の一般解を，定数 C を用いて求めよ．

（イ）$x\tan\dfrac{y}{x} - y + x\dfrac{dy}{dx} = 0$　　（ロ）$\left(\tan y - 6x^2\right)dx + \dfrac{x}{\cos^2 y}dy = 0$

(京都大 2018)　　(m20183304)

0.492 次の指数関数を含む微分方程式の一般解を，定数 C を用いて求めよ．

（イ）$\dfrac{dy}{dx} + e^x y = 7e^x$　　（ロ）$(y + e^x \sin y)\,dx + (x + e^x \cos y)\,dy = 0$

(京都大 2018)　　(m20183305)

0.493 (1) 次の微分方程式の一般解を，定数 C を用いて求めよ．

（イ）$\dfrac{dy}{dx} = y^2 + y - 6$

（ロ）$\dfrac{dy}{dx} = 2 + \dfrac{y}{x} + e^{-\frac{y}{x}}$

（ハ）$\left(\dfrac{3}{x} + \dfrac{y}{x^2}\right)dx + \left(3y - \dfrac{1}{x}\right)dy = 0$

(2) 次の微分方程式の一般解を，定数 C を用いて求めよ．
なお，積分因子は $\sin x$ である．

$$(2\sin y\cos x - 2)\,dx + \cos y\sin x\,dy = 0 \qquad (0 < x < \pi)$$

(京都大 2022)　　(m20223301)

0.494 微分方程式 $y' + y = x$ を解け.

(京都工芸繊維大 1999) (m19993404)

0.495 微分方程式 $y' - y = e^x$ を解け.

(京都工芸繊維大 2000) (m20003408)

0.496 微分方程式 $y'' - y' - 2y = 0$ の，初期条件 $y(0) = 2,\ y'(0) = 1$ を満たす解を求めよ.

(京都工芸繊維大 2001) (m20013407)

0.497 微分方程式 $xyy' = x^2 + y^2$ を解け.

(京都工芸繊維大 2002) (m20023407)

0.498 微分方程式 $x^2y' = x^2 + xy + y^2$ を解け.

(京都工芸繊維大 2003) (m20033408)

0.499 (1) y は x の関数である．変数変換 $x = e^t$ を行うと y は t の関数となる．このとき

$$\frac{dy}{dt} = x\frac{dy}{dx}, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx}$$

が成り立つことを示せ.

(2) 微分方程式 $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2y = 0$ を解け.

(京都工芸繊維大 2004) (m20043410)

0.500 微分方程式 $y'' + 2y' + 5y = 10\sin x$ を考える.

(1) $a\cos x + b\sin x$ がこの微分方程式の解になるように定数 a, b を定めよ.

(2) 初期条件 $y(0) = 1,\ y'(0) = 0$ を満たす解を求めよ.

(京都工芸繊維大 2005) (m20053410)

0.501 微分方程式 $y'' - 2y' - 3y = 3x^2 + x$ を考える.

(1) x の 2 次多項式で，この微分方程式の解であるものを求めよ.

(2) この微分方程式の一般解を求めよ.

(京都工芸繊維大 2006) (m20063405)

0.502 (1) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = 0$ の一般解を求めよ.

(2) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = 1$ の解で，初期条件 $y(0) = 1,\ y'(0) = 0$ を満たすものを求めよ.

(京都工芸繊維大 2007) (m20073405)

0.503 次の微分方程式を考える.

$$(*) \qquad \frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{x^2} - 2$$

(1) $\dfrac{y}{x} = u$ とおいて，$(*)$ を u に関する微分方程式に書き換えよ.

(2) 初期条件 $y(1) = 3$ を満たす $(*)$ の解を求めよ.

(京都工芸繊維大 2009) (m20093404)

0.504 微分方程式 $y' = \dfrac{y(y-1)}{x}$ を解け.

(京都工芸繊維大 2011) (m20113404)

0.505 次の微分方程式を考える．

$$(*) \qquad \frac{dy}{dx} = 2x(y^2+1)$$

(1) $(*)$ の一般解を求めよ．

(2) 初期条件 $y(0)=1$ を満たす $(*)$ の解を求めよ．

(京都工芸繊維大 2012) (m20123404)

0.506 関数 $y=y(x)$ は $\begin{cases} yy''+(y')^2+yy'=x \\ y(0)=1,\ y'(0)=0 \end{cases}$ を満たしている．関数 $z=z(x)$ を $z=yy'$ で定める．

(1) $(e^x z)'$ を x の式で表せ．

(2) z を x の式で表せ．

(3) y を x の式で表せ．

(京都工芸繊維大 2014) (m20143404)

0.507 微分方程式

$$y''+4y'+4y=0$$

の解 $y=y(x)$ のうちで，$y(0)=0$ を満たし，かつ x が実数全体を動くときの最大値が 2 であるものを求めよ．

(京都工芸繊維大 2015) (m20153404)

0.508 a を正の定数とする．2 階の微分方程式 $\quad y''+ay=0 \quad$ の解のうち，
2 条件 $\quad y'(0)=0,\quad y'(1)=0 \quad$ を満たすものをすべて求めよ．

(京都工芸繊維大 2016) (m20163404)

0.509 (1) 2 回微分可能な関数 $F(x)$ に対し，不定積分に関する関係式

$$\int (F''(x)+F(x))\sin x dx = F'(x)\sin x - F(x)\cos x + C$$

を示せ．ただし，C は任意定数とする．

(2) n を 3 以上の自然数とする．微分方程式

$$y'+y=e^{-x}\left\{x^n+n(n-1)x^{n-2}\right\}\sin x$$

の解 $y=y(x)$ で条件 $y(0)=0$ を満たすものを求めよ．

(京都工芸繊維大 2017) (m20173405)

0.510 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}=e^{2x-y}$ の解 $y=y(x)$ で，$y(0)=1$ を満たすものを求めよ．さらに，極限 $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{y(x)}{x}$ を求めよ．

(京都工芸繊維大 2018) (m20183405)

0.511 $x>0$ の範囲において，関数 $y=y(x)$ に関する微分方程式

$$(*) \qquad \frac{d^2y}{dx^2}-4\frac{dy}{dx}+3y=\frac{8}{x^3}+\frac{13}{x^2}+9\log x$$

を考える．

(1) $(*)$ の解のうち，定数 a,b を用いて $y=\dfrac{a}{x}+b\log x$ と書けるものを 1 つ求めよ．

(2) $(*)$ の解のうち，条件

$$y(1)=0 \quad \text{かつ} \quad \frac{dy}{dx}(1)=0$$

を満たすものを求めよ．

(京都工芸繊維大 2019)　　(m20193404)

0.512 (1) 関数 $z=z(t)$ $(-\infty<t<\infty)$ に関する微分方程式

$$(*) \qquad \frac{d^2z}{dt^2}+\frac{dz}{dt}-6z=4e^t$$

を考える．

(a) 微分方程式 $\dfrac{d^2z}{dt^2}+\dfrac{dz}{dt}-6z=0$ の一般解を求めよ．

(b) $(*)$ の一般解を求めよ．

(2) 関数 $y=y(x)$ $(x>1)$ に関する微分方程式

$$(**) \qquad (x-1)^2\frac{d^2y}{dx^2}+2(x-1)\frac{dy}{dx}-6y=4x-4$$

を考える．変数変換 $x(t)=e^t+1$ $(-\infty<t<\infty)$ により，$z(t)=y\,(x(t))$ とおく．

(a) $\dfrac{dz}{dt}$ および $\dfrac{d^2z}{dt^2}$ を $\dfrac{dy}{dx}$, $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ および x を用いて表せ．

(b) $(x-1)^2\dfrac{d^2y}{dx^2}+2(x-1)\dfrac{dy}{dx}-6y=\dfrac{d^2z}{dt^2}+\dfrac{dz}{dt}-6z$ が成り立つことを示せ．

(c) $(**)$ の一般解を求めよ．

(京都工芸繊維大 2020)　　(m20203405)

0.513 関数 $y=y(x)$ $(x>0)$ に関する次の微分方程式 $(*)$ を考える．

$$(*) \qquad x^2\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}-y=x$$

(1) 関数 $z=z(x)$ $(x>0)$ を $y=xz$ により定める．$(*)$ と同値な，z に関する微分方程式を導け．

(2) $(*)$ の一般解 $y(x)$ $(x>0)$ を求めよ．

(京都工芸繊維大 2021)　　(m20213405)

0.514 (1) $x>0$ における微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}+\dfrac{2}{x}y=0$ の一般解を求めよ．

(2) $x>0$ における微分方程式の初期値問題

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx}+\dfrac{2}{x}y=e^{2x} \\ y(1)=0 \end{cases}$$

の解を求めよ．

(京都工芸繊維大 2022)　　(m20223404)

0.515 x の関数 $y=y(x)$ に関する定数係数線形常微分方程式について以下の問に答えよ．

(1) $y''-2y'+5y=0$ の一般解を求めよ．

(2) $y''-2y'+5y=4e^x$ の解を一つ求めよ．

(3) $y''-2y'+5y=4xe^x$ の解を一つ求めよ．

(4) $y''-2y'+5y=4e^x+4xe^x$ の解で $y(0)=0$, $y'(0)=1$ となる解を求めよ．

(大阪大 1997)　　(m19973503)

0.516 微分方程式　$\frac{d^2y}{dx^2}+a\frac{dy}{dx}+by=0$　の解 $y=y(x)$ を

(1) $b=-2a^2$, (2) $b=\dfrac{a^2}{4}$, (3) $b=2a^2$

の場合にそれぞれ求めよ．ただし，a は定数（実数）とする．

(大阪大 2001) (m20013502)

0.517 関数 $a(t),\ b(t)$ はある区間 I で連続であり，関数 $x_1(t)\neq 0$ は 2 階線形常微分方程式

$$x''(t)+a(t)x'(t)+b(t)x(t)=0$$

の区間 I における解である．このとき

(1) 下の関数 $x_2(t)$ もまた区間 I における解であることを示せ．

$$x_2(t)=x_1(t)\int_{t_0}^{t}\frac{1}{\{x_1(\tau)\}^2}\exp(-\int_{t_0}^{\tau}a(s)ds)d\tau.$$

(2) 2 つの解 $x_1(t),\ x_2(t)$ は互いに独立であることを示せ．

(大阪大 2001) (m20013503)

0.518 区間 $(0,\infty)$ 上で定義された実数値関数 $x(t)$ が次の積分方程式

$$x(t)=\int_0^t \sin(2(t-u))\cdot x(u)du+t$$

を満たすとする．このとき，$x(t)$ を求めよ．

(大阪大 2001) (m20013504)

0.519 $a,b>0$, $a\neq b$ とし，常微分方程式の初期値問題,

$$\begin{cases} u'(t)+a\,u(t)=0 \quad (0<t<\infty) \\ v'(t)+b\,v(t)-a\,u(t)=0 \quad (0<t<\infty) \\ u(0)=1 \\ v(0)=0 \end{cases}$$

を考える．

(1) 解 $u(t)$, $v(t)$ を求めよ．

(2) $v(t)$ の増減を調べ，グラフの概形を描け．

(3) $v(t)$ の最大値を求めよ．

(大阪大 2002) (m20023503)

0.520 以下の設問に答えよ，ただし $\log x$ は自然対数, e は自然対数の底を表すものとする．

(1) 関数 $y(x)$ に関する微分方程式 :

$$y''+2y'+y=0$$

の一般解を求めよ．

(2) 関数 $z(x)$ $(x>0)$ に関する微分方程式

$$x^2z''+3xz'+z=0 \qquad (*)$$

を考える．$x=e^t$, すなわち $t=\log x$ と変数変換したとき $z(e^t)=w(t)$ の満たす微分方程式を求めよ．

(3) 微分方程式 $(*)$ の一般解を求めよ．

(4) $(*)$ の解で更に条件：

$$z(1)=0\,,\quad \int_1^e z(x)dx=1$$

を満たすものを求めよ.

(大阪大 2005)　　(m20053505)

0.521　α および β を実数とするとき, 常微分方程式

$$y''(x)+\alpha y'(x)+\beta y(x)=0 \qquad (*)$$

を考える. このとき, 以下の問に答えよ.

(1) $(*)$ 式の一般解を求めよ.

(2) $\phi(x)$ をある実数 x_0 に対して $\phi(x_0)=\phi'(x_0)=0$ を満たす $(*)$ 式の解とする. このとき, $\phi(x)=0$ であることを示せ.

(3) (2) の結果を用いて, ある実数 $x_0,\ C_1,\ C_2$ に対して $\phi(x_0)=C_1$ および $\phi'(x_0)=C_2$ を満たす $(*)$ 式の解は唯一であることを示せ.

(大阪大 2005)　　(m20053508)

0.522　微分方程式

$$x^2y''-xy'+y=f(x) \qquad (A)$$

について，以下の問に答えなさい．ただし $x>0$ とする．

(1) $f(x)=0$ のとき，$y_1=x$ は微分方程式 (A) の特殊解であることを示しなさい．

(2) u を $y=uy_1$ を満足する関数，w を $w=u'$ を満足する関数とするとき，微分方程式 (A) を w の x に関する一階の微分方程式に変形しなさい．

(3) $f(x)=0$ のとき，微分方程式 (A) を解きなさい．

(4) $f(x)=x^2\sqrt{x}$ のとき，微分方程式 (A) を解きなさい．

(大阪大 2006)　　(m20063503)

0.523　実軸上で定義された関数 $y(x)$ についての微分方程式

$$xy''-(x+1)y'+y=2x^2e^{2x} \qquad (A)$$

の一般解を求めたい．

(1) (A) に対応する斉次方程式　$xy''-(x+1)y'+y=0$　は $y=e^{px}$ (p は定数) の形の解をもつ．この解を求めよ．

(2) $y=e^{px}u$ (p は (1) で得られた値，u は x の関数) とおいて (A) に代入し，u が満たすべき微分方程式を求めよ．

(3) (2) で得られた微分方程式を解くことにより，(A) の一般解を求めよ．

(大阪大 2006)　　(m20063505)

0.524　次の 2 階線形常微分方程式を考える：

$$x''(t)+a(t)x'(t)+b(t)x(t)=0. \qquad (*)$$

ここで，$a(t),b(t)$ は実軸上で定義された有界な連続関数とする．このとき次の問に答えなさい．

(1) x_1, x_2 を $(*)$ の解とし，これらに対して関数 J を

$$J(t) := \det \begin{bmatrix} x_1(t) & x_2(t) \\ {x_1}'(t) & {x_2}'(t) \end{bmatrix}$$

と定める．このとき J は次の 1 階常微分方程式を満足することを示しなさい:

$$J'(t) = -a(t)J(t).$$

(2) 上記 (1) と同様に，x_1, x_2 を $(*)$ の解として，さらに

$$J(0) = \det \begin{bmatrix} x_1(0) & x_2(0) \\ {x_1}'(0) & {x_2}'(0) \end{bmatrix} \neq 0$$

と仮定する．このとき，任意の t において，2 つのベクトル $(x_1(t), {x_1}'(t))$, $(x_2(t), {x_2}'(t))$ は 1 次独立となることを示しなさい．

(3) x_1, x_2, x_3 を $(*)$ の 3 つの解とする．このとき，任意の t で

$$\det \begin{bmatrix} x_1(t) & x_2(t) & x_3(t) \\ {x_1}'(t) & {x_2}'(t) & {x_3}'(t) \\ {x_1}''(t) & {x_2}''(t) & {x_3}''(t) \end{bmatrix} = 0$$

であることを示しなさい．また，ある 3 つの実数の組 $(c_1, c_2, c_3) \neq (0,0,0)$ があって，任意の t で

$$c_1 x_1(t) + c_2 x_2(t) + c_3 x_3(t) = 0$$

が成り立つことを示しなさい．

(大阪大 2006) (m20063508)

0.525 微分方程式 $y' = -2y + y^2$ について以下の問いに答えよ．

(1) この微分方程式を解け．

(2) $y(1) = 3$ を満たす特殊解を求め，そのグラフの概形を描け．軸との交点や漸近線を明示すること．

(大阪大 2007) (m20073502)

0.526 微分方程式

$$x''(t) + ax(t) = \sin t \qquad (*)$$

に関する次の問いに答えよ．ただし，定数 a は実数である．

(1) 微分方程式 $x''(t) + ax(t) = 0$ の一般解を求めよ．

(2) $(*)$ の一般解を求めよ．

(3) $a > 0$ とする．$(*)$ の解 $x(t)$ で条件 $x(0) = \alpha$, $x(1) = \beta$ をみたすものをすべて求めよ．ただし，α, β は実数である．

(大阪大 2007) (m20073509)

0.527 連立微分方程式 $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = y + a(x^3 + xy^2) \\ \dfrac{dy}{dt} = -x + a(x^2 y + y^3) \end{cases}$

の解で，初期時刻 $t = 0$ において $(0,0)$ でないものを考える．ただし a は定数とする．このような $(x(t),\ y(t))$ について以下が成り立つことを示せ．

(1) $a = 0$ のとき，t の周期関数である．

(2) $a > 0$ のとき，$t > 0$ では有限時刻を越えて延長できない．

(3) $a < 0$ のとき，すべての $t > 0$ に対して存在し，$t \to \infty$ で $(0,0)$ に収束する．

(大阪大 2008)　　(m20083504)

0.528 曲線 C 上の点を $P(x,y)$ で表す．また，P での曲線 C の接線の傾きを y' で表す．P での曲線 C の法線が x 軸と交わる点を Q とする．曲線 C 上のすべての点で，線分 PQ の長さが点 Q の x 座標に等しいとき，この曲線がみたす微分方程式を求めよ．この微分方程式を解いて曲線 C の方程式を求めよ．

(大阪大 2009)　　(m20093503)

0.529 常微分方程式

$$4y''(x) + y(x)(4e^{2x} - 1) = 0 \quad (x \in \mathbb{R}) \qquad (*)$$

を考える．

(1) $t = e^x$ と変換することによって $z(t) = y(\log t)$ に関する常微分方程式を導け．

(2) $z(t) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k t^{k+\rho}$ ($\rho \in \mathbb{R}$，$c_0 \neq 0$) とおく．この級数を (1) で得られた常微分方程式に代入し係数比較することにより ρ と c_k $(k = 1, 2, \cdots)$ の間に成立する関係式を導け．また，$\rho = \pm 1/2$ を導け．

(3) $c_1 = 0$ とする．(2) で得られた関係式から c_k を定め，基本解 $z_1(t)$, $z_2(t)$ を求めよ．

(4) $(*)$ の常微分方程式の基本解 $y_1(x)$, $y_2(x)$ で

$$e^x(y_1(x)^2 + y_2(x)^2) = 1 \quad (\forall x \in \mathbb{R})$$

を満たすものを一組求めよ．

(大阪大 2009)　　(m20093505)

0.530 微分方程式に関する以下の問いに答えよ．

(1) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dt^2} + \dfrac{dy}{dt} + 4y = 0$ の一般解を求めよ．

(2) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dt^2} + \dfrac{dy}{dt} + 4y = \cos\omega t$ の特殊解を $y = P\cos\omega t + Q\sin\omega t$ と表すとき, 係数 P と Q 求めよ．ただし, ω は実数で $\omega > 0$ である．

(大阪大 2010)　　(m20103503)

0.531 $x = x(t)$ に関する微分方程式

$$\frac{dx}{dt} = -2x^2 + t^{-2}\ . \quad t > 0$$

を考える．

(1) $v(t) = \{x(t) - t^{-1}\}^{-1}$ とおき $v(t)$ に関する微分方程式を作れ. ただし, $\dfrac{dv}{dt}$ を t と v で表せ．

(2) (1) で求めた微分方程式は非斉次微分方程式であるが, その定数項を無視した斉次微分方程式の解 $\bar{v}(t)$ を求めよ．

(3) $C(t)\bar{v}(t)$ が (1) で導いた微分方程式を満たすように $C(t)$ を定めよ．

(4) $x(t)$ を求めよ．

(5) $x(1) = 1$ となる解を求めよ．

(大阪大 2010)　　(m20103505)

0.532 実数値関数 $x = x(t),\ y = y(t)$ は次の連立微分方程式

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} & = & -2xy \\ \dfrac{dy}{dt} & = & x^2 - y^2 \end{cases}$$

に解で, $t = 0$ において $(x(0),\ y(0)) = (a,\ b)$ である. ただし, $a \neq 0$ とする.

(1) 解 $(x(t),\ y(t))$ に対してある定数 C があり, つねに $x^2 + y^2 = Cx$ が成り立つことを示せ.

(2) t が実数全体を動くとき $|x(t)|$ の最大値があることを示し, それを $a,\ b$ で表せ.

(大阪大 2010)　　(m20103508)

0.533 次の連立微分方程式について，以下の問いに答えよ.

$$\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt} = 2x(t) - 3y(t) + F(t) \\ \dfrac{dy(t)}{dt} = y(t) - 2x(t) \end{cases}$$

(1) $F(t) = 0$ の場合，一般解 $x(t),\ y(t)$ を求めよ.

(2) $F(t) = e^{2t}$ の場合，$y(t)$ の特殊解を $y_1(t) = Ae^{2t}$ と表す．このとき，定数 A を求めよ.

(3) $F(t) = e^{2t}$ の場合，一般解 $x(t),\ y(t)$ を求めよ.

(4) $F(t) = e^{2t}$ の場合，初期条件 $x(0) = 2,\ y(0) = 0$ の下で解 $x(t),\ y(t)$ を求めよ.

(大阪大 2011)　　(m20113502)

0.534 $q_1 = q_1(t),\ q_2 = q_2(t),\ q_3 = q_3(t)$ についての連立微分方程式

$$\begin{aligned} {q_1}'' &= q_2 + q_3 - 2q_1 \\ {q_2}'' &= q_3 + q_1 - 2q_2 \\ {q_3}'' &= q_1 + q_2 - 2q_3 \end{aligned}$$

を初期値

$$\begin{aligned} q_1(0) &= f, \qquad {q_1}'(0) = 0 \\ q_2(0) &= f, \qquad {q_2}'(0) = 0 \\ q_3(0) &= f, \qquad {q_3}'(0) = 0 \end{aligned}$$

のもとで解け，ただし，f は定数である.

(大阪大 2011)　　(m20113508)

0.535 次の微分方程式に関する以下の問に答えよ.

(1) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} + y = 0$ の一般解 $y = y(x)$ を求めよ.

(2) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} + y = x^2 + 3x + 1$ の一般解 $y = y(x)$ を求めよ.

(3) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} + y = x^2 + 3x + 1$ の解 $y = y(x)$ を
初期条件「$x = 0$ の時に，$y = 10$ かつ $\dfrac{dy}{dx} = -6$」のもとで求めよ.

(大阪大 2012)　　(m20123502)

0.536 (1) 常微分方程式

$$x^2\frac{d^2f(x)}{dx^2} + ax\frac{df(x)}{dx} + bf(x) = 0\ , \quad (x > 0)$$

を考える．$t = \log x$ と変数変換したとき $g(t) = f(e^t)$ の常微分方程式を導け．なお $a,\ b$ は実定数であり，$\log$ は自然対数である.

(2) 常微分方程式

$$x^2\frac{d^2f(x)}{dx^2}+3x\frac{df(x)}{dx}-3f(x)=0\ , \quad (x>0)$$

を解け.

(3) 常微分方程式

$$x^2\frac{d^2f(x)}{dx^2}+3x\frac{df(x)}{dx}-3f(x)=\log x\ , \quad (x>0)$$

を解け.

(大阪大 2012)　　(m20123508)

0.537 微分方程式に関する以下の問いに答えよ.

(1) 微分方程式 $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}-2x\dfrac{dy}{dx}+2y=0$ を $x=e^t$ と変数変換することで，一般解 $y(x)$ を求めよ. ただし，$x>0$ とする.

(2) 微分方程式 $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}-2x\dfrac{dy}{dx}+2y=6x^4$ の特殊解を $y=Ax^4$ と表すとき，A の値を求めよ.

(3) (2) の微分方程式の解 $y(x)$ を求めよ．ただし，$x=1$ のとき，$y=4$ かつ $\dfrac{dy}{dx}=9$ とする.

(大阪大 2013)　　(m20133502)

0.538 実数値関数 $x=x(t)$, $y=y(t)$ は，連立微分方程式

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=(x^2+y^2)y+kx \\ \dfrac{dy}{dt}=-(x^2+y^2)x+ky \end{cases}$$

の解であり，初期時刻 $t=0$ において

$$(x(0),y(0))=(x_0,y_0)$$

を満たしている．ただし，${x_0}^2+{y_0}^2=1$ であるとする.

(1) $X(t)=x^2(t)+y^2(t)$ とする．$X(t)$ の満たす微分方程式を導き，その解を求めよ.

(2) $x(t)$, $y(t)$ を t,k,x_0,y_0 を用いて表せ.

(大阪大 2013)　　(m20133505)

0.539 m を自然数，k を 2 以上の自然数とする．x_0 を正の実数とし，関数 $x(t)$ に対する常微分方程式の初期値問題

$$\begin{cases} x'(t)+x(t)-t^m x(t)^k=0 \quad (t>0)\ , \\ x(0)=x_0 \end{cases} \qquad (*)$$

を考える．以下の問に答えよ.

(1) $y(t)=x(t)^{1-k}$ とおくとき，$y(t)$ が満たす常微分方程式を導け.

(2) 広義積分

$$\int_0^\infty t^m e^{-(k-1)t}dt$$

を求めよ.

(3) 初期値問題 $(*)$ の解 $x(t)$ に対して，$\displaystyle\lim_{t\to t_0-0}|x(t)|=\infty$ となる正の実数 t_0 が存在するとき解 $x(t)$ は爆発するということにする．解 $x(t)$ が爆発するような正の実数 x_0 の範囲を求めよ.

(大阪大 2014)　　(m20143504)

0.540 曲線 C : $y = u(x)$ 上の点 (x, y) における接線が y 切片 $2xy^2$ をもち，かつ，曲線 C が点 $\left(1,\ \dfrac{1}{3}\right)$ を通るとき，関数 $u(x)$ を求めよ．

(大阪大 2015)　　(m20153502)

0.541 実定数 a, b, c は $b^2 - ac > 0,\ b > 0$ を満たしている．$D = b^2 - ac$ と記す．以下の設問に答えよ．

(1) 連立常微分方程式

$$\frac{dx}{dt} + bx + cy = 0,\ t \geq 0$$
$$\frac{dy}{dt} - ax - by = 0,\ t \geq 0$$

の解 $x = x(t),\ y = y(t)$ で初期条件 $x(0) = 0,\ y(0) = 1$ を満たすものを求め $b,\ c,\ D$ と t を用いて表せ．

(2) (1) の解 $y = y(t)$ に対して，$y(t) > 0$ が任意の $t \geq 0$ に対して成立することを示せ．

(3) (1) の解を用いて

$$z(t) = \frac{x(t)}{y(t)}, \quad t \geq 0$$

と置くと

$$\frac{dz}{dt} + az^2 + 2bz + c = 0, \quad z(0) = 0$$

を満たすことを示せ．

(4) $\displaystyle\lim_{t\to\infty} z(t)$ と $\displaystyle\lim_{t\to\infty} \frac{dz(t)}{dt}$ の値を求め $b,\ c,\ D$ を用いて表せ．

(大阪大 2016)　　(m20163504)

0.542 関数 $x(t),\ y(t)$ に関する次の連立微分方程式について，以下の問いに答えよ．

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -2x - 2y + \cos 2t \\ \dfrac{dy}{dt} = x \end{cases}$$

(1) $x(t)$ および $y(t)$ の一般解を求めよ．

(2) 初期条件 $x(0) = y(0) = 0$ として $x(t)$ と $y(t)$ を求めよ．

(3) $t \to \infty$ において $x(t)$ が $A\cos(\omega t + \theta)$ なる関数形に漸近することを示し，その時の $A,\ \omega,\ \theta$ の値を求めよ．ただし，$A,\ \omega,\ \theta$ は実数であり，$A > 0,\ \omega > 0,\ 0 \leq \theta < 2\pi$ とする．また，θ は逆三角関数を用いて表しても構わない．

(大阪大 2016)　　(m20163509)

0.543 次の微分方程式について，以下の問いに答えよ．

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{2} - \frac{y}{x} - \frac{1}{2x^2} \qquad (x \neq 0) \qquad\qquad (*)$$

(1) $u(x) = xy$ とおくとき，関数 $u(x)$ が満たすべき微分方程式を示せ．

(2) 微分方程式 $(*)$ の一般解 $y = y(x)$ を求めよ．

(3) 微分方程式 $(*)$ の解 $y = y(x)$ を，初期条件「$x = 1$ のときに $y = 2$」のもとで求めよ．

(大阪大 2017)　　(m20173502)

0.544 以下の微分方程式の解を求めよ．ただし，y は x の関数，y' および y'' はそれぞれ 1 階および 2 階微分を示している．

(1) $y'' - 4y' + 5y = 0$　ただし，$y(0) = 0,\ y'(0) = 1$ とする．

(2) $\dfrac{x}{y}y' + \log(xy) + 1 = 0$　ただし，$y(1) = 1$ とする．なお，対数の底は e とする．

(大阪大 2018)　　(m20183502)

0.545　α を 1 以上の実数とする．1 回微分可能な関数 $f(x)$ が

$$f(x) = \frac{1}{2}\int_2^{2x} \left\{ f\left(\frac{t}{2}\right) \right\}^{\alpha} dt + 1 \qquad ①$$

を満たすという．以下の設問に答えよ．

(1) $f(1) = A$ を満たす実数 A を求めよ．

(2) $y = f(x)$ とおく．式 ① の両辺を x で微分することにより，微分方程式

$$\frac{dy}{dx} = y^{\alpha} \qquad ②$$

が成り立つことを示せ．

(3) 初期条件「$x = 1$ のとき $y = A$　(ただし A は (1) で求めた値)」のもとで微分方程式 ② の特殊解を Y とする．「1 以上の任意の実数 x に対して，Y の x における値が実数になる」ための，α に対する条件を求めよ．

(大阪大 2018)　　(m20183505)

0.546　以下の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $(x^3 + y^3)dx + (3xy^2)dy = 0$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} - 3y = 8e^{3x}$

(大阪大 2019)　　(m20193502)

0.547　以下 α を与えられた実数とする．1 階微分方程式

$$\frac{dx(t)}{dt} = 2x(t) + e^{-t}$$

の，初期条件 $x(0) = \alpha$ を満たす解を $x_\alpha(t)$ とする．以下の問に答えよ．

(1) 1 階微分方程式

$$\frac{dy(t)}{dt} = 2y(t)$$

の，初期条件 $y(0) = 1$ を満たす解 $y(t)$ を求めよ．

(2) $y(t)$ を (1) で求めた関数とする．関数 $C(t)$ を $C(t) = \dfrac{x_\alpha(t)}{y(t)}$ によって定めると，

$$\frac{dC(t)}{dt} = e^{-3t}, \qquad C(0) = \alpha$$

が成り立つことを示せ．

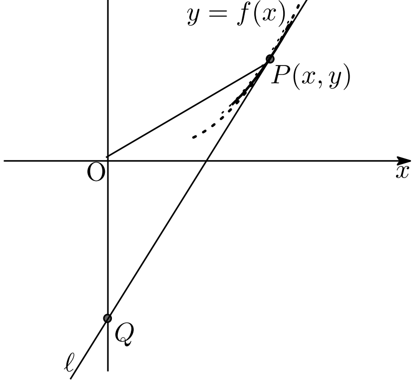
(3) $\displaystyle\lim_{t\to\infty} x_\alpha(t) = \infty$ となるための α に対する必要十分条件を求めよ．

(大阪大 2019)　　(m20193508)

0.548　xy 平面上の $x > 0$ に微分可能な曲線 $y = f(x)$ がある．

この曲線上の点 $P(x, y)$ における接線 ℓ は右図のように y 軸と交わり，その交点を Q とする．

また，右図の O は原点を表す．



(1) x に関する $f(x)$ の一階微分 $f'(x)$ が $f'(x)>0$ であり，線分 $\overline{OP}$ と線分 $\overline{OQ}$ が同じ長さであるとして，x と y の関係を微分方程式で表せ.

(2) $u=\dfrac{y}{x}$ とおくことにより (1) の微分方程式を解いて，曲線 $y=f(x)$ を求めよ.
ただし，曲線は点 $(2,0)$ を通るものとする.

(大阪大 2021)　　(m20213503)

0.549 以下に示す連立微分方程式の解 $x(t)$, $y(t)$ を求めよ．ただし，$t=0$ のとき，$x=1$, $y=0$ とする.

$$\begin{cases} 2\dfrac{dx(t)}{dt}-\dfrac{dy(t)}{dt}=3x(t)+e^{2t} \\ \dfrac{dx(t)}{dt}+2\dfrac{dy(t)}{dt}=y(t)+e^{2t} \end{cases}$$

(大阪大 2022)　　(m20223502)

0.550 $\alpha>0,\ \beta>0,\ x_0>0$ として，次の微分方程式の初期値問題を考える.

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=\alpha x-\beta x^2,\ t>0 \\ x(0)=x_0 \end{cases}$$

(1) $x(t)$ を求めよ.

(2) $\displaystyle\lim_{t\to\infty} x(t)$ を求めよ.

(3) $\dfrac{\alpha}{\beta}\neq x_0$ のとき，$x(t)$ が区間 $t\geqq 0$ において単調関数であることを示せ.

(大阪大 2022)　　(m20223505)

0.551 (1) 関数 $y=y(x)$ が微分方程式

$$(1+x^2)\frac{dy}{dx}=2xy+(1+x^2)^2+y^2$$

を満たしているとする．このとき，関数 $z=z(x)$ を

$$z=\frac{y}{1+x^2}$$

によって定義する．z が満たす微分方程式を求めよ.

(2) (1) の微分方程式の，初期条件 $y(0)=0$ の下での解を求めよ.

(3) (2) で求めた解は，0 を含むある有界開区間 $(a,\ b)$ 上で連続であり

$$\lim_{x\to a+0}|y(x)|=\lim_{x\to b-0}|y(x)|=\infty$$

を満たしている．このような $a,\ b$ を求めよ.

(4) 関数 $u=u(x)$ が微分方程式

$$(1+x^2)\frac{du}{dx}=2xu+(1+x^2)\sqrt{(1+x^2)^2+u^2}$$

を満たしているとする．この微分方程式の，初期条件 $u(0)=0$ の下での解を求めよ.

(大阪大 2022)　　(m20223509)

0.552 $y = y(x)$ は

$$y''(x) - (x^2 - 1)y(x) = 0\ ,\quad y(0) = 1\ ,\ y'(0) = 0$$

を満たすとする．

(1) $z(x) = y'(x) + xy(x)$ とおく．z が満たす微分方程式と $z(0)$ を求めよ．

(2) $z(x)$ を求めよ．

(3) 問い (2) を利用して，$y(x)$ を求めよ．

（大阪府立大 2001） (m20013603)

0.553 次の微分方程式の一般解を定数変化法で求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx} + 4y = \cos(x)$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + y = \cos(x)$

(大阪府立大 2003) (m20033601)

0.554 次の微分方程式を解きなさい.

(1) $\dfrac{5xy+4}{y}dx = \dfrac{3y+4x}{y^2}dy$ (2) $\dfrac{d^3y}{dx^3} + 2\dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx} - 2y = e^{2x}$

(大阪府立大 2005) (m20053602)

0.555 次の形に書ける微分方程式を同次形という. $\dfrac{dy}{dx} = f\left(\dfrac{y}{x}\right)$

(1) 同次形の微分方程式は，変数分離型に変換して解くことができる．この変換を示して，解を得るプロセスについて説明せよ．

(2) (1) を利用して $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x^2+y^2}{2xy}$ の一般解を求めよ．

(大阪府立大 2006) (m20063602)

0.556 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \left(\dfrac{a}{x+y}\right)^2 \quad (a > 0)$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 4\dfrac{dy}{dx} + 4y = 6e^{2x}$

(大阪府立大 2007) (m20073602)

0.557 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x+3y}{x}$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + y = \dfrac{1}{2}x^2 + x + e^x$

(大阪府立大 2008) (m20083602)

0.558 次の定係数 2 階線形常微分方程式の一般解を求めよ.

$a\dfrac{d^2x}{dt^2} + b\dfrac{dx}{dt} + cx = 0$

ただし, $a > 0, c > 0$ とする.

(大阪府立大 2010) (m20103607)

0.559 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{dy}{dx} = 4x^3y$$

(大阪府立大 2010) (m20103612)

0.560 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $(x+1)\dfrac{dy}{dx} - xy = 0$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 5\dfrac{dy}{dx} + 6y = e^x$

(大阪府立大 2011) (m20113608)

0.561 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

(1) $\dfrac{dy}{dx}+xy=x$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+\dfrac{dy}{dx}=0$

(大阪府立大 2013) (m20133601)

0.562 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=y^2-y$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-4\dfrac{dy}{dx}+4y=\sin x$

(大阪府立大 2013) (m20133607)

0.563 次の微分方程式を解け.

(1) $(1+x^2)dy+(1+y^2)dx=0$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+2\dfrac{dy}{dx}-8y=e^{3x}$

(大阪府立大 2016) (m20163602)

0.564 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=x+y$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+2\dfrac{dy}{dx}-3y=e^{2x}$

(大阪府立大 2017) (m20173602)

0.565 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{x^2+2y^2}{xy}$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-2\dfrac{dy}{dx}=6$

(大阪府立大 2018) (m20183602)

0.566 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{x+y+1}{2x+2y-1}$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+3\dfrac{dy}{dx}+2y=\cos x$

(大阪府立大 2019) (m20193602)

0.567 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{(1+y^2)x}{(1+x^2)y}$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-2\dfrac{dy}{dx}=x^2$

(大阪府立大 2020) (m20203602)

0.568 微分方程式

(1) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{3x-y}{x+y}$ を $u=\dfrac{y}{x}$ とおいて u の微分方程式にせよ.

(2) (1) の一般解を求めよ.

(3) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{x}{y}\dfrac{(6x^2-y^2-2)}{(x^2+y^2+2)}$ の一般解を求めよ.

(神戸大 1994) (m19943802)

0.569 $y''-4y'+3y=9x^2+1$ の一般解を求めよ.

(神戸大 1999) (m19993805)

0.570 次の微分方程式を解け.

$$\frac{d^2f}{dx^2}(x)-3\frac{df}{dx}(x)+2f(x)=0,\quad f(0)=\frac{df}{dx}(0)=1$$

（神戸大 2001） (m20013807)

0.571 t の関数 $x(t)$ が次の微分方程式を満たすとする．

$$x' + x^2 + a(t)x + b(t) = 0$$

但し，$x' = \dfrac{dx}{dt}$ である．このとき，次の問いに答えよ．

(1) $x(t) = \dfrac{u'(t)}{u(t)}$ のとき，関数 $u(t)$ の満たす微分方程式を求めよ．

(2) 微分方程式 $x' = x(1-x)$ の一般解を求めよ．

(神戸大 2002) (m20023803)

0.572 次の微分方程式を解け． $y'' + 4y' + 4y = x^3$

(神戸大 2003) (m20033807)

0.573 未知関数 $x(t), y(t)$ に関する微分方程式 $x'(t) = y(t)\,,\ y'(t) = -x(t)$
を，初期条件 $x(0) = a\,,\ y(0) = b$ の下で解け．

(神戸大 2004) (m20043806)

0.574 (1) a, b を定数とする. y を未知関数とする微分方程式

$$y'' - (a+b)y' + aby = 0$$

の一般解を求めよ.

(2) 微分方程式 $y' = y^2$ の一般解を求めよ. 解のグラフの概形を書きなさい.

(神戸大 2005) (m20053803)

0.575 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $y'' - y = 0$ (2) $y'' + y = 0$

(神戸大 2007) (m20073806)

0.576 関数 $y = y(x)$ は微分方程式 $y'' + (5 - x^2)y = 0$ を満たすとする．このとき，以下の問いに答えよ.

(1) $y = ze^{-x^2/2}$ とおいて，関数 $z = z(x)$ が満たす微分方程式を求めよ.

(2) z を 2 次関数とするとき，z を求めよ.

(神戸大 2007) (m20073809)

0.577 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx} - y = e^{mx} \quad (m \in \boldsymbol{R})$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + y = 0$

(神戸大 2008) (m20083809)

0.578 次の微分方程式の一般解を求めよ．ただし，y', y'' はそれぞれ $\dfrac{dy}{dx}$, $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を表す.

(1) $y'' - y' - 2y = 0$

(2) $y'' - y' - 2y = \cos x$

(神戸大 2009) (m20093808)

0.579 微分方程式の初期値問題

$$f''(x) + f(x) = \sin x\,, \quad f(0) = f'(0) = 0$$

において，

$$F(x) = f(x)\cos x - f'(x)\sin x\,, \quad G(x) = f(x)\sin x + f'(x)\cos x$$

とおく．以下の問いに答えよ.

(1) $F'(x)$, $G'(x)$ を求めよ．（f を含まない形で表せ.）

(2) $F(x)$, $G(x)$ を求めよ.

(3) $f(x)$ を求めよ.

(神戸大 2009)　　(m20093812)

0.580 微分方程式

$$\frac{dy}{dx} - y = -y^2 \cdots\cdots\cdots (*)$$

について, 以下の問いに答えよ.

(1) $z = y^{-1}$ とおいて, z を満たす微分方程式を求めよ.

(2) (1) で求めた微分方程式の一般解を求めよ.

(3) 初期条件「$x = 0$, $y = 1/2$」のもとで, 微分方程式 $(*)$ を解け.

(神戸大 2010)　　(m20103805)

0.581 常微分方程式

$$y'' - y = e^{-x}$$

を初期条件 $y(0) = a,\ y'(0) = b$ のもとで解け．また，$x \geq 0$ で有界な解が存在するための a と b の必要十分条件を求めよ．（ここで $y' = \dfrac{dy}{dx},\ y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ である.）

(神戸大 2011)　　(m20113805)

0.582 $x = x(t)$ を変数 t の C^∞ 級関数とする．このとき，次の微分方程式を解け.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 - 4 = 0$$

ただし，$x(0) = \dfrac{dx}{dt}(0) = 0$ とする.

(神戸大 2012)　　(m20123805)

0.583 微分方程式 $y'' - 2y' = xe^{2x}$ について以下の問いに答えよ．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx},\ y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.

(1) この方程式は $y = (Ax^2 + Bx)e^{2x}$（A, B は定数）の形の特殊解を持つことを示し，A, B を決めよ.

(2) この方程式の一般解を求めよ.

(神戸大 2014)　　(m20143809)

0.584 未知関数 $y = y(x)$ に関する以下の各微分方程式に対し，その一般解を求めよ.

ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx},\ y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.

(1) $2y'' - 5y' + 2y = 0$,　　(2) $2y'' - 5y' + 2y = e^x$,

(神戸大 2015)　　(m20153806)

0.585 次の問に答えよ．ただし，$'$ は x による微分を表す.

(1) 任意の微分可能な関数 $y(x)$ に対して

$$u(x)^{-1}\bigl\{u(x)y(x)\bigr\}' = y'(x) + x^2y(x)$$

となるような関数 $u(x)$ を求めよ.

(2) $y(x)$ に対する微分方程式

$$y'(x) + x^2 y(x) = x^5$$

の一般解を求めよ.

(3) $p(x), q(x)$ を与えられた関数として，$y(x)$ の微分方程式

$$y'(x) + p(x)y(x) = q(x)$$

の一般解の公式を導け.

(神戸大 2017)　　(m20173805)

0.586 $(-1, 1)$ で定義された C^∞-級関数 $f(x)$ は次の微分方程式を満たすとする：

$$(1 - x^2)f'(x) - xf(x) = 1, \quad f(0) = 0.$$

自然数 n に対し，$a_n = \dfrac{f^{(n)}(0)}{n!}$ とおく.

(1) a_n を求めよ.

(2) $\displaystyle\int_0^1 (1 - x^2)^n dx \leqq \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{n}}$ が成り立つことを示せ．ただし，不等式 $1 - x \leqq e^{-x} \quad (0 \leqq x \leqq 1)$ および等式 $\displaystyle\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ は証明せずに用いてよい.

(3) $n \to \infty$ のとき数列 $\{a_n\}$ の収束・発散を判定せよ．また，収束するときは極限値を求めよ.

(神戸大 2018)　　(m20183805)

0.587 (1) 微分方程式 $y' = -y - 1$, $y(0) = 0$ の解 $y(x)$ を求めよ.

(2) 次の漸化式

$$y_{k+1} = (1 - h)y_k - h \quad (k \geq 0) \quad y_0 = 0$$

で決まる数列 y_k の一般項を求めよ．ここで h は 0 でない定数とする.

(3) x, n を正整数，$h = 1/n$ とおくとき，

$$y_{xn} \to y(x)\,, \quad n \to +\infty$$

を示せ.

(神戸大 2021)　　(m20213804)

0.588 (1) 微分方程式 $y'' + \sqrt{5}y' - y + 2 = 0$ の解 $y(x)$ を求めよ.

(2) 上記の解のうち，$x > 0$ で $y(x) > 0$ となるものをすべて求めよ.

(神戸大 2023)　　(m20233802)

0.589 微分方程式　$\displaystyle(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - 2x\frac{dy}{dx} + 6y = 0$　の解のうちで，多項式で表わされるものを求めよ.

(鳥取大 2001)　　(m20013906)

0.590 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

(鳥取大 2004)　　(m20043904)

0.591 y は x の関数とする, 次の微分方程式を解け.

(1) $y' = xy\,, \quad y(0) = 2\,.$

(2) $y'' - 2y' + 2y = 0\,, \quad y(0) = 1\,, \quad y'(0) = 0\,.$

(鳥取大 2005) (m20053907)

0.592 質量 m の雨の粒子が落ちはじめてから t 秒後の速度を $v(t)$ とすると,

$$m\frac{dv(t)}{dt} = mg - cv(t) \ \ (m, g, c \text{ は定数})$$

が成り立つ. この微分方程式を満たす $v(t)$ を変数分離法で求めよ. ただし, 初期条件は, $t = 0$ で $v = 0$ とする.

(鳥取大 2006) (m20063905)

0.593 以下の微分方程式の一般解を求めなさい.

(1) $(3x + y + 3)dx + (x + 3y + 2)dy = 0$ (2) $y'' - 4y' + 3y = 2x$

(鳥取大 2007) (m20073912)

0.594 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} + 3xy = 0$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 5\dfrac{dy}{dx} + 6y = \sin 2x$

(鳥取大 2008) (m20083907)

0.595 方程式 $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2x\dfrac{dy}{dx} + 2y = 0$ の一般解を求めよ.

(鳥取大 2009) (m20093901)

0.596 方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + y = \cos x$ の特殊解を定数変化法を用いて求めよ.

(鳥取大 2009) (m20093902)

0.597 方程式 $\dfrac{dy}{dx} = x(1 - x)$ を初期条件 $x(0) = x_0\ (> 0)$ の下で解け.

(鳥取大 2009) (m20093903)

0.598 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $2x^2y\dfrac{dy}{dx} + xy^2 + x = 0$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = 4x + 6e^{3x}$

(鳥取大 2009) (m20093909)

0.599 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = 1 - y^2$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx} - 2y = \cos x$

(鳥取大 2011) (m20113908)

0.600 x の関数 y に関する, 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

(1) $(x + 3)y' + xy^2 = 0$

(2) $y'' - 6y' + 8y = x^2 + 1$

(鳥取大 2012) (m20123901)

0.601 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $(x^2+2)\dfrac{dy}{dx} - xy = 0$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 4\dfrac{dy}{dx} + 3y = 4e^{-x}$

(鳥取大 2013)　　(m20133903)

0.602 c_1, c_2 を定数とする．y を微分方程式　$(1-x^2)y'' - 2xy' = 0,\ y(0) = c_1,\ y'(0) = c_2$　の解とする．

(1) 非負な整数 n に対して，$y^{(n)}(0)$ を求めよ．　　(2) y を求めよ．

(岡山大 2006)　　(m20064003)

0.603 (1) $\displaystyle\int \frac{dy}{y\sqrt{1-y^2}}$ を計算せよ.

(2) $p\dfrac{dp}{dy} = y - 2y^3\ (0 \leqq y < 1),\ p(0) = 0$ の解 $p \in C^1(\,[0,1)\,)$ をすべて求めよ.

(3) (1) と (2) を利用して $\begin{cases} y'' - y + 2y^3 = 0,\ 0 \leqq y < 1,\ x \in \boldsymbol{R}, \\ \displaystyle\lim_{x\to 0} y(x) = 1, \end{cases}$ の解を求めよ.

(岡山大 2007)　　(m20074003)

0.604 a, b は実定数で $a \neq 0$ とするとき，次の問いに答えよ．

(1) 不定積分 $\displaystyle\int e^{ax}\sin bx\,dx\,,\quad \int e^{ax}\cos bx\,dx$ を求めよ．

(2) 1 階線形微分方程式

$$\frac{dy}{dx} + ay = \cos bx \tag{$*$}$$

の一般解を求めよ．

(3) 初期値 $y(0)$ がどのような値であっても，$x \to \infty$ のとき微分方程式 $(*)$ の解 $y(x)$ が収束するための必要十分条件を a と b を用いて表せ．

(広島大 2006)　　(m20064105)

0.605 以下の微分方程式を解け．さらに，それぞれについて $\displaystyle\lim_{t\to\infty} u(t)$ を求めよ.

(1) $\dfrac{du}{dt} + u = 1\,,\quad u(0) = 0$　　(2) $\dfrac{du}{dt} + \dfrac{1}{1+t^2}u = 0\,,\quad u(0) = 1$

(3) $\dfrac{du}{dt} = u(1-u)\,,\quad u(0) = \dfrac{1}{2}$

(広島大 2008)　　(m20084102)

0.606 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{d^2x}{dt^2} + 4x = 0\,,$　初期条件　$\left(t = 0 \text{ のとき},\ x = 1 \text{ かつ} \dfrac{dx}{dt} = 0\right)$

(2) $\dfrac{d^2x}{dt^2} + 4x = \sin 3t\,,$　初期条件　$\left(t = 0 \text{ のとき},\ x = 0 \text{ かつ} \dfrac{dx}{dt} = 0\right)$

(広島大 2008)　　(m20084107)

0.607 $u(r)$ は区間 $(0,\ \infty)$ 上で 2 回微分可能な関数とし，さらに，$u''(r)$ が $(0,\ \infty)$ 上で連続であるとする．関数 $f(x, y)$ を

$$f(x,y) = u(r)\quad (\text{ただし},\ r = \sqrt{x^2+y^2})$$

と定める．以下の問いに答えよ.

(1) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y)+\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y)=u''(r)+\dfrac{1}{r}u'(r)$ を示せ.

(2) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y)+\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y)=0$ が成り立つためには,

$$u(r)=a\log r+b \quad (a,b \text{ は定数})$$

と表されることが必要十分であることを示せ.

(広島大 2012) (m20124103)

0.608 次の微分方程式の解を求めよ. ただし, $x=1$ のとき $y=2$ とする.

$$x\frac{dy}{dx}+y=2x$$

(広島大 2012) (m20124112)

0.609 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dt^2}-6\dfrac{dy}{dt}+9y+3=0$ の一般解を求めよ.

(広島大 2013) (m20134102)

0.610 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}+y=0$$

(広島大 2014) (m20144105)

0.611 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=\tan x\cot y$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-8\dfrac{dy}{dx}+15y=0$

(広島大 2021) (m20214107)

0.612 次の微分方程式を解け.

$$3\frac{d^2y}{dx^2}-\left(\frac{dy}{dx}\right)^2+9=0$$

(広島大 2022) (m20224104)

0.613 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^3y}{dx^3}-\frac{d^2y}{dx^2}+3\frac{dy}{dx}+5y=0$$

(広島大 2023) (m20234101)

0.614 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}+ay=b$ を解け. ただし, a,b は 0 でない定数である.

(広島市立大 2012) (m20124202)

0.615 次の微分方程式について, 以下の問いに答えよ. ただし, a,b は 0 でない定数とする.

$$\frac{dx}{dt}=a-bx$$

(1) この微分方程式の一般解を求めよ.

(2) 初期条件「$t=0$ のとき $x=0$」を満たす解を求めよ.

(3) $t\to\infty$ のとき, (2) で求めた解の極限を求めよ.

(広島市立大 2013) (m20134203)

0.616 次の微分方程式を解け.

$$y'' + 2y' + 3y = 2\cos x$$

(山口大 1999)　　(m19994303)

0.617 次の微分方程式を，与えられた初期条件のもとで解け.

$$\frac{dy}{dx} = \log x \quad \text{初期条件「}x = 1\text{ のとき }y = 1\text{」}$$

(山口大 2000)　　(m20004302)

0.618 次の微分方程式を解け.　　$xy' + y = x^2$

(山口大 2001)　　(m20014312)

0.619 次の微分方程式の一般解を求めなさい.　　$\dfrac{dy}{dx} = 2xy$

(山口大 2001)　　(m20014313)

0.620 $y = xu$ とおいて，次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$x(x - y)\frac{dy}{dx} + y^2 = 0$$

(山口大 2001)　　(m20014314)

0.621 ラジウムの同位元素の放射エネルギーは 1 年間に 9.8% ずつ減少する．以下の問いに答えなさい.

(1) I_0 を最初の強さとすると 3 年後にはエネルギー強度はいくらになるか求めなさい.

(2) この強度が 1／2 になるには何年かかるか求めなさい.

(山口大 2002)　　(m20024302)

0.622 (1) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{x}$ を変数分離により解きなさい.

(2) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{x}$ を，$u = \dfrac{y}{x}$ の変数変換を行うことにより解きなさい.

(山口大 2003)　　(m20034307)

0.623 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

(1) $xy' + y + 1 = 0$　　(2) $y'' - 2y' + y = e^{5x}$　　(3) $x^2y'' - 2y = 2x^2 \quad (x > 0)$

(山口大 2003)　　(m20034308)

0.624 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$2xyy' - x^2 - y^2 = 0$$

(山口大 2004)　　(m20044305)

0.625 微分方程式 $x\dfrac{dy}{dx} = 2x + y$ の一般解を求めよ.

(山口大 2004)　　(m20044306)

0.626 次の微分方程式を解きなさい（$u = x^{-1}$ とおいて変数変換を行う）.

$$\frac{dx}{dt} = tx^2$$

(山口大 2005)　　(m20054301)

0.627 次の微分方程式を解きなさい.

(1) $x\dfrac{dy}{dx} + y = 0$

(2) $x\dfrac{dy}{dx}+y=x\log x$ を (1) の結果を利用して解きなさい.

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-2\dfrac{dy}{dx}+5y=e^x\cos 2x$

(山口大 2005) (m20054308)

0.628 粘性流体中の粒子の運動は, 微分方程式

$$\frac{d\nu}{dt}+\alpha\nu=-\beta\nu^2 \qquad \text{初期条件 } \nu(0)=\nu_0$$

で記述される. 変数変換 $u=1/\nu$ を実行して, この解 $\nu(t)$ を求めなさい.

(山口大 2005) (m20054310)

0.629 次の微分方程式を解きなさい. $\dfrac{dx}{dt}=3t^2x$

(山口大 2006) (m20064302)

0.630 次の微分方程式を解きなさい. $(3xy^2+x^3)\dfrac{dy}{dx}=3x^2y+y^2$

(山口大 2008) (m20084304)

0.631 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$y''-2y'-3y=0$$

(山口大 2009) (m20094308)

0.632 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{dy}{dx}=e^{x+y}$$

(山口大 2009) (m20094309)

0.633 次の微分方程式を解きなさい. ただし, a は定数であり, $y(0)=y_0$ とする.

$$\frac{dy}{dx}-2xy=ax$$

(山口大 2009) (m20094315)

0.634 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{dy}{dx}=\frac{y}{x}+2$$

(山口大 2010) (m20104301)

0.635 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{dy}{dx}=\frac{2x-y}{x-2y}$$

(山口大 2011) (m20114301)

0.636 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$(\tan x)\frac{dy}{dx}=2y$$

(山口大 2012) (m20124301)

0.637 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$2x\frac{dy}{dx}=y$$

(山口大 2014) (m20144301)

0.638 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$9\frac{d^2y}{dx^2}+6\frac{dy}{dx}+y=2e^x$$

(山口大 2015) (m20154301)

0.639 次の初期値問題を求めなさい.

(1) 次の微分方程式の一般解を求めなさい.
$\dfrac{dy}{dx}=xe^{-2y}$

(2) さらに，次の式を満足する上記 (1) で求めた一般解の特殊解を求めなさい.
$y(0)=2$

(山口大 2016) (m20164301)

0.640 次の初期値問題について答えなさい.

(1) 次の微分方程式の一般解を求めなさい.
$\dfrac{dy}{dx}=-y\tan\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$

(2) さらに，次の式を満足する上記 (1) で求めた一般解の特殊解を求めなさい.
$y(0)=\dfrac{1}{2}$

(山口大 2017) (m20174301)

0.641 次式 (1) に関する次の問題 (A) と (B) を解答しなさい.

$$(y')^2+(xy-2x+y+1)y'+xy^2-xy-2x=0\cdots\cdots(1)$$

ただし，$y'=\dfrac{dy}{dx}$ とする.

(A) 式 (1) を 1 次の微分方程式の積に因数分解しなさい.

(B) 式 (1) の一般解を求めなさい.

(山口大 2018) (m20184301)

0.642 次の初期値問題について解答しなさい.

(1) 次の微分方程式の一般解を求めなさい.
$\dfrac{dy}{dx}=y^2-4$

(2) 次の式を満足する上記 (1) で求めた一般解の特殊解を求めなさい.
$y(0)=4$

(山口大 2021) (m20214301)

0.643 次の微分方程式の一般解 $y=y(x)$ を求めよ.

(1) $y''-3y'+2y=0$

(2) $y''-3y'+2y=\cos x$

(3) $y''-2y'+y=0$

(4) $y''-2y'+y=e^x$

(徳島大 1999) (m19994403)

0.644 連立微分方程式 $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x - y \\ \dfrac{dy}{dt} = 4x - 2y \end{cases}$ について，次の問に答えよ．

(1) 上の微分方程式を満たす x, y に対して，$\dfrac{d^2x}{dt^2} - \dfrac{dx}{dt} - 2x$ と $\dfrac{d^2y}{dt^2} - \dfrac{dy}{dt} - 2y$ の値を求めよ．

(2) 上の微分方程式の解 $x = x(t),\ y = y(t)$ で $x(0) = 3,\ y(0) = 6$ となるものを求めよ．

(徳島大 2000) (m20004403)

0.645 微分方程式 $x^2y' + 2xy = 1\ (x > 0)$ を考える．

(1) すべての解について $\displaystyle\lim_{x\to\infty} y(x)$ を求めよ．

(2) $y(1) = y(2)$ となる解 $y(x)$ を求めよ．

(3) (2) で求めた $y(x)$ のグラフを描け．

(徳島大 2001) (m20014403)

0.646 $y = y(x)$ に対する微分方程式 $y'' + y' - 2y = 0$ を考える．

(1) 一般解を求めよ．

(2) a を定数として，初期条件 $y(0) = 1$, $y'(0) = a$ を満たす解を求めよ．

(3) (2) の解が $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} y(x) = 0$ となるように，a の値を定めよ．

(徳島大 2003) (m20034403)

0.647 微分方程式 $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2} - x\dfrac{dy}{dx} + y = 4x$ を考える.

(1) 変数変換 $x = e^t$ により, $x\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{dy}{dt}$, $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2} = \dfrac{d^2y}{dt^2} - \dfrac{dy}{dt}$ となることを示せ.

(2) 変数変換 $x = e^t$ により, $y = y(t)$ の方程式に直せ.

(3) 上の変換で得られた方程式の一般解 $y = y(t)$ を求めよ.

(4) もとの微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ.

(徳島大 2004) (m20044403)

0.648 $y = y(x)$ が微分方程式 $y'' + 2y' + 5y = 0$ を満たす. 次の問に答えよ.

(1) 微分方程式の一般解を求めよ. ただし, 最終結果に複素数が現れてはならない.（必要ならオイラーの公式 $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ を用いてもよい.）

(2) 初期条件 $y(0) = y'(0) = -e^{\frac{3}{4}\pi}$ を満たす微分方程式の解 $y(x)$ を求めよ.

(3) (2) で求めた $y(x)$ に対し, $y\left(\dfrac{3}{4}\pi\right)$ と $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} y(x)$ を求めよ.

(徳島大 2005) (m20054404)

0.649 次の微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ．

(1) $y' + 2y = 1$ (2) $y'' + 2y' + 2y = x$

(徳島大 2006) (m20064403)

0.650 $u(x)$ が次の微分方程式の初期値問題を満たす. $\begin{cases} u'' + (u')^2 - 3u' + 2 = 0 \\ u(0) = 0\,,\ \ u'(0) = \dfrac{3}{2} \end{cases}$

(1) 定数係数の 2 階線形同次微分方程式 $v'' - 3v' + 2v = 0$ の一般解 $v(x)$ を求めよ.

(2) $u(x) = \log y(x)$ とおいて初期問題の微分方程式に代入し，(1) を用いることにより，初期問題を満たす解 $u(x)$ を求めよ．

(徳島大 2007)　　(m20074404)

0.651 次の連立微分方程式の一般解 $x = x(t),\ y = y(t)$ を求めよ． $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x\sin t \\ \dfrac{dy}{dt} = x\cos t + y\sin t \end{cases}$

(徳島大 2008)　　(m20084404)

0.652 (1) $y' + 2y = e^{-x}$ の一般解を求めよ．

(2) $y'' + 3y' + 2y = e^{-x}$ の一般解を求めよ．

(徳島大 2009)　　(m20094404)

0.653 (1) $y' + xy = 0$ の一般解を求めよ．

(2) $y' + xy = x$ の一般解を求めよ．

(3) $y' + xy = x$ の両辺を x で微分した式を求めよ．

(4) $y'' + xy' + y = 1$ の解のうち, 初期条件 $y(0) = 2,\ y'(0) = 0$ を満たすものを求めよ．

(徳島大 2010)　　(m20104405)

0.654 $\dfrac{dy}{dx} - 2x^2e^xy + e^xy^2 = 2x - x^4e^x$ に対して，次の問いに答えよ．

(1) x^a が微分方程式の解となるように実数 a を求めよ．

(2) a を (1) で求めたものとする． $y = x^a + z$ を微分方程式に代入して，z の満たす微分方程式を求めよ．

(3) (2) で求めた z の微分方程式を解いて，もとの微分方程式の解 y 求めよ．

(徳島大 2011)　　(m20114404)

0.655 連立微分方程式 $\dfrac{d}{dt}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ \cos t & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ の一般解を求めよ．

(徳島大 2012)　　(m20124404)

0.656 $y = y(x)$ に対する微分方程式 $y'' + x(y')^2 = 0$ について，次の問いに答えよ．

(1) $p = y'$ とおいて，p の満たす微分方程式を求めよ．

(2) (1) で導かれた微分方程式の一般解 $p = p(x)$ を求めよ．

(3) もとの微分方程式の解で，$y(0) = 1$，$y'(0) = -2$ を満たす解 y を求めよ．

(徳島大 2012)　　(m20124408)

0.657 $y = f(x)$ に対する次の微分方程式を解け．

(1) $y' + 2y = y^2$　　　　(2) $y'' + 2y = x^2$

(徳島大 2013)　　(m20134404)

0.658 次の微分方程式の初期値問題の解 $y_0 = y_0(x),\ y_1 = y_1(x)$ を求めよ．

$\begin{cases} {y_0}' = y_1 + x, \\ {y_1}' = -2y_0 - 3y_1, \end{cases}$　　$y_0(1) = \dfrac{1}{e} - \dfrac{1}{4},$　　$y_1(1) = -\dfrac{1}{e} + \dfrac{1}{2},$

(徳島大 2014)　　(m20144404)

0.659 (1) $f(x)=\log(1+x^2)$ とする．$f''(x)$ を求めよ．

(2) $y=y(x)$ が微分方程式 $y''-2y'+y=0$ を満たしている．このとき，$u=e^{-x}y$ とおいて，u が満たす微分方程式を求めよ．また，この u の微分方程式の一般解を求めよ．

(3) 微分方程式 $y''-2y'+y=\dfrac{2(1-x^2)}{(1+x^2)^2}e^x$ の一般解を求めよ．

(徳島大 2015) (m20154404)

0.660 $x=x(t)$ が微分方程式 $\dfrac{dx}{dt}+3x=0$ を満たす．$x(0)=2$ であるとき，次の問いに答えよ．

(1) $x(t)$ を求めよ．

(2) $y=y(t)$ に関する微分方程式 $\dfrac{dy}{dt}+y=3x$ の一般解を求めよ．

(3) (2) の $y(t)$ に対して，$y(0)=y(1)$ が成り立つとする．このとき，$x(1)+\displaystyle\int_0^1 y(t)dt=x(0)$ となることを示せ．

(徳島大 2018) (m20184404)

0.661 次の微分方程式の一般解を求めよ． $\dfrac{dy}{dx}=2xy$

(愛媛大 2007) (m20074617)

0.662 次の各問いに答えよ．

(1) $z(t)$ に関する微分方程式 $\dfrac{d^2z}{dt^2}+mz=0$ の一般解を求めよ．ただし，m は正定数とする．

(2) 連立微分方程式 $\begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt^2}+2x-y=0 \\ \dfrac{d^2y}{dt^2}-x+2y=0 \end{cases}$ の解を求めたい．そのため，この微分方程式に一次変換 $\begin{cases} x=x_1+x_2 \\ y=ax_1+bx_2 \end{cases}$ を施す．x_1 に関する方程式が x_2 を含まないように，x_2 に関する方程式が x_1 を含まないようにするための $a,\ b$ の値を求めよ．ただし，$a\neq b$ とする．

(3) x_1,x_2 の一般解を用いて，初期条件 $t=0$ で，$x=2,\ \dfrac{dx}{dt}=0,\ y=0,\ \dfrac{dy}{dt}=0$ のときの解 $x,\ y$ を求めよ．

(九州大 1998) (m19984706)

0.663 次の連立微分方程式がある．

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}x(t)=y(t)-t^2-4 \\ \dfrac{d}{dt}y(t)=-x(t)-t^2 \end{cases}$$

ただし，$x(1)=-1, y(1)=1$ である．

(1) 上の連立微分方程式より $y(t)$ を消去し，$x(t)$ に関する微分方程式を導け．

(2) $x(t),\ y(t)$ を求めよ．

(九州大 1999) (m19994704)

0.664 連立微分方程式

$$\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt} &= -x(t) \\ \dfrac{dy(t)}{dt} &= x(t)-ay(t) \end{cases}$$

に関して以下の問いに答えよ．ただし，$x(0)=1$, $y(0)=0$ とし，a は正の定数とする．

(1) $x(t)$ と $y(t)$ を求めよ．

(2) $y(t)$ を最大にする t の値とその最大値を求めよ．

(九州大 2000)　　(m20004702)

0.665 $x(t)$ に関する微分方程式 $\dfrac{d^2x}{dt^2}+20\dfrac{dx}{dt}+\alpha x=0$ について考える．ただし，$\alpha>0$ であるとする．

(1) $\alpha=64$ とし，初期条件を $t=0$ で $x=1$，$\dfrac{dx}{dt}=8$ としたときの微分方程式の解を求めよ．

(2) $t=0$ で，$x=1$，$\dfrac{dx}{dt}=-15$ であるとする．このとき，常に $x(t)>0$ が成り立つような α の範囲を求めよ．

(九州大 2001)　　(m20014703)

0.666 y を x の関数，a, b を定数とする．また，微分方程式 $y''+ay'+by=f(x)$ に対する特解を y_1 とし，$y''+ay'+by=g(x)$ に対する特解を y_2 とする．このとき，

(1) 微分方程式 $y''+ay'+by=f(x)+g(x)$ に対する一つの特解は y_1+y_2 となることを示せ．

(2) 微分方程式 $y''+y'-2y=\cos x+e^{-x}$ に対する一般解を求めよ．

(九州大 2003)　　(m20034704)

0.667 (1) 次の線形非同次微分方程式

$$\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$$

の一般解は

$$y=e^{-\int P(x)dx}\left(\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx+c\right)$$

で与えられることを示せ. ただし, $P(x), Q(x)$ は x の連続関数であり, c は任意の定数である.

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$x\frac{dy}{dx}-y=x(1+2x^2)$$

(3) 適切な変数変換を利用して, 次の微分方程式の一般解を求めよ. さらに, $x=1$ のとき $y=1$ となるような解を求めよ.

$$\frac{dy}{dx}-\frac{y}{2x}=\frac{\log x}{2x}y^3$$

(九州大 2004)　　(m20044702)

0.668 次の 2 階微分方程式について以下の問に答えよ.

$$y''+y'-6y=e^x$$

(1) 同次形の微分方程式 $y''+y'-6y=0$ の一般解を求めよ.

(2) 微分方程式 $y''+y'-6y=e^x$ を次の初期条件の下に解け.

$$y(0)=1\,,\ y'(0)=1$$

(九州大 2004)　　(m20044703)

0.669 (1) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}-ay=0$ を解け．

(2) 区間 $[0,\ell\,]$ での $\dfrac{d^2y}{dx^2}+a^2y=0$ の解で $\begin{cases} y(0)=0 \\ y(\ell)=0 \end{cases}$ を満たす恒等的に 0 でない解を求めよ．

また，a がどのような値のときにそのような解が存在するか答えよ．

(3) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+a^2y=f(x)$ （ただし，$f(x)$ は既知関数）の一般解を定数変化法により求めることを考える．

同次形 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+a^2y=0$ の一般解は，$y=c_1\sin ax+c_2\cos ax\cdots$ ①

であるとし，c_1 および c_2 を x の関数と考えて方程式の特殊解を求めた結果，一般解が

$y=\dfrac{1}{a}\left\{\sin ax\displaystyle\int f(x)\cos ax dx-\cos ax\int f(x)\sin ax dx\right\}+c_1\sin ax+c_2\cos ax$

となることを示せ．

(九州大 2006)　　(m20064702)

0.670 次の x に関する微分方程式

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}-x\frac{dy}{dx}-3y=0 \qquad \text{(i)}$$

について，以下の設問に答えよ．

(1) $x=e^z$ とおくことで $\dfrac{dy}{dx}$ を $\dfrac{dy}{dz}$ と x を用いて表せ．また，$\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を $\dfrac{d^2y}{dz^2}$，$\dfrac{dy}{dz}$，x を用いて表せ．

(2) $x=e^z$ とおくことで x に関する微分方程式 (i) を z に関する微分方程式に変換せよ．

(3) x に関する微分方程式 (i) の一般解を求めよ．

(九州大 2007)　　(m20074701)

0.671 ω を実数として，$y(x)$，$-\infty<x<\infty$ に関する二階常微分方程式　$y''+2y'+y=\sin\omega x$　を考える．

(1) $\omega=0$ のとき，この微分方程式の一般解を求めよ．

(2) $\omega\neq 0$ のとき，この微分方程式の一般解を求めよ．

(3) 各 ω に対して，$x\to-\infty$ のとき $y(x)$ が有界にとどまる解はただ一つ存在することを示せ．

(九州大 2007)　　(m20074706)

0.672 次の時間 t と位置 x に関する波動方程式 ① と環境条件 ② を満足する関数 $y(x,t)$ を以下の手順に従って求めよ．

$\dfrac{\partial^2y}{\partial t^2}=c^2\dfrac{\partial^2y}{\partial x^2}\quad(c>0)$　　①　　ただし環境条件は　$y(0,t)=y(L,t)=0$　②

(1) 関数 $y(x,t)$ を位置の関数 $A(x)$ と時間の関数 $B(t)$ の積として $y(x,t)=A(x)\cdot B(t)$ と表すと，次式が成立することを証明せよ．

$\dfrac{1}{A(x)}\dfrac{d^2A(x)}{dx^2}=\dfrac{1}{c^2B(t)}\dfrac{d^2B(t)}{dt^2}$　　③

(2) 式 ③ の左辺は位置 x，右辺は時間 t だけの関数であるので式 ③ の両辺はある定数に等しい．これを $-\lambda$ とおくと $A(x)$ と $B(t)$ に関する次の 2 階の常微分方程式が成立する．

$\dfrac{d^2A(x)}{dx^2}+\lambda A(x)=0$　　④　　　$\dfrac{d^2B(t)}{dt^2}+\lambda c^2B(t)=0$　　⑤

$\lambda>0$ の場合の $A(x)$ と $B(t)$ の一般解を求めよ．

(3) $\lambda>0$ の場合，式 ② の環境条件より

$\lambda=\left(\dfrac{n\pi}{L}\right)^2\quad n=1,2,3,\cdots$　　⑥

が成立することを証明せよ．

(九州大 2008)　　(m20084702)

0.673 (1) (a) 微分方程式　$\dfrac{d^2y}{dx^2}+\omega^2y=0$　について，$x=0$ および $x=L$ において $y=0$ となる解を求めよ．ただし，ω, L は正の実数である．

(b) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+2\gamma\omega\dfrac{dy}{dx}+\omega^2 y = F\cos\omega x$ について，$x=0$ において $y=0,\ \dfrac{dy}{dx}=0$ となる解を求めよ．ただし，$\gamma,\ \omega,\ F$ は実数であり，$\omega>0,\ 0<\gamma<1$ である．

(2) (a) 次の微分方程式の一般解を求めよ． $\dfrac{dy}{dx}+y=y^2$

(b) (a) の解を利用して，次の微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}+(2x+1)y-y^2=x^2+x+1$ の一般解を求めよ．

(九州大 2008) (m20084706)

0.674 次の問いに答えよ．ただし，$D=\dfrac{d}{dt}$ とする．

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$(D^2-6D+5)x=0$$

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$(D^2-6D+5)x=e^{4t}$$

(3) 次の x と y に関する連立微分方程式の一般解を求めよ．

$$\begin{cases} (D-2)x+y=\dfrac{1}{4}e^{4t} \\ (4D-5)x+Dy=0 \end{cases}$$

(九州大 2009) (m20094702)

0.675 以下の (1)〜(3) の問いに答えよ. ただし, $D=\dfrac{d}{dx}$ を表している.

(1) 次の $y(x)$ に関する微分方程式の一般解を求めよ．

$(D-1)y=x$

(2) 次の $y(x)$ に関する微分方程式の境界値問題を解け．

$\left(D^2-6D+13\right)y=0 \qquad y(0)=1,\ y\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=-1$

(3) 次の関数 $f(x),\ g(x)$ に関する連立微分方程式

$(D-2)\,f+g=0$

$-4f+(D+3)\,g=0$

を条件 $f(0)=3,\ g(0)=6$ のもとで解け．

(九州大 2010) (m20104701)

0.676 関数 $y=y(x),\ z=z(x)$ のそれぞれについて，x に関する微分を $y',\ z'$ とし，2 階微分を $y'',\ z''$ とする．以下の問いに答えよ．

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$y''+5y'+4y=0$$

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$y''+5y'+4y=e^{2x}$$

(3) 次の y と z に関する連立微分方程式の一般解を求めよ．

$$\begin{cases} y'+2y+2z=-e^{2x} \\ y+\ z'+3z=0 \end{cases}$$

(九州大 2012)　　(m20124702)

0.677 以下の問いに答えよ.

(1) 次の $y(x)$ に関する微分方程式の一般解を求めよ．ただし，c は定数である.

$$\frac{dy}{dx} = y^2 - c^2$$

(2) 次の $y(x)$ に関する微分方程式を，$y(0) = 1,\ y(0.5) = 2e$ のもとで解け.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + \pi^2 + 4 = 0$$

(3) 一定温度 T_a に維持されたオーブンに鉄球を入れて温めるとき，時刻 t での鉄球の温度 $T(t)$ の変化率は $T_a - T(t)$ に比例する．これを微分方程式の形に定式化し，$T(t)$ を求めよ.

(九州大 2013)　　(m20134702)

0.678 (1) 次の定数係数線形常微分方程式について，以下の問いに答えよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + ay = F(x)$$

ただし，$x,\ y(x),\ F(x)$ は実数である.

(a) $F(x) = 0,\ a = 0$ のときの一般解を求めよ.

(b) $F(x) = 0,\ a = 1$ のときの一般解を求めよ.

(c) $F(x) = 0,\ a = 2$ のときの一般解を求めよ.

(d) $F(x) = e^{2x},\ a = 1$ とする．初期条件 $y(0) = 1,\ \dfrac{dy}{dx}(0) = 0$ を満足する解を求めよ.

(2) 常微分方程式

$$y\frac{dy}{dx} = -4(x-1)\ , \qquad y(1) = 2$$

の解が描く曲線を xy 平面上に図示せよ.

(九州大 2014)　　(m20144702)

0.679 (1) 次の $y(x)$ に関する微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 4y = 0$$

(2) 次の $y(x)$ に関する微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 4y = e^{3x}$$

(3) 次の $y(x)$ に関する微分方程式の一般解を求めよ.

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 6y = 0$$

(九州大 2015)　　(m20154702)

0.680 (1) 次の $y(x)$ に関する微分方程式について，以下の問いに答えよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + 3y = f(x)$$

(a) $f(x) = 0$ のときの一般解を求めよ.

(b) $f(x) = \sin x$ のときの一般解を求めよ.

(2)　次の $y(x)$ に関する微分方程式を，$y(1)=1$ のもとで解け．

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{y}{2y+x}$$

(九州大 2016)　　(m20164702)

0.681　次の微分方程式を解け．

(1)　$x^2y'=(2x+y)(x+y)$　　(2)　$y''\sin x+y'\cos x=0$　　(3)　$y''+y=\sin x$

(九州大 2017)　　(m20174706)

0.682　(1)　次の $y(x)$ に関する微分方程式を初期条件 $y(0)=2,\ y'(0)=0$ のもとで解け．

$$y''+4y'+20y=0$$

(2)　次の $y(x)$ に関する微分方程式の一般解を求めよ．

$$y''+2y'+y=50\sin x\cos x$$

(3)　次の完全微分形の方程式について，一般解を求めよ．

$$(4x^3-6xy)dx+(8y-3x^2)dy=0$$

(九州大 2018)　　(m20184701)

0.683　t の関数 y に対して，$y'''=\dfrac{d^3y}{dt^3}$，$y''=\dfrac{d^2y}{dt^2}$，$y'=\dfrac{dy}{dt}$ とおく．以下の問いに答えよ．

(1)　$A,\ B$ を実定数とする．$y=A\cos t+B\sin t$ が次の微分方程式

$$y'''-y''+4y'-4y=\cos t\qquad\cdots(\mathrm{Q1})$$

を満たすように $A,\ B$ を定めよ．

(2)　微分方程式 (Q1) の一般解を求めよ．

(3)　次の微分方程式に対して $z=\dfrac{1}{y}$ とおいて z に関する微分方程式を導出せよ．

$$y'-\frac{1}{2}y=-y^2\qquad\cdots(\mathrm{Q2})$$

(4)　微分方程式 (Q2) の一般解を求めよ．

(九州大 2019)　　(m20194702)

0.684　(1)　次の $y(x)$ に関する微分方程式の一般解を求めよ．

$$y''-y'-2y=e^{2x}$$

(2)　次の $y(x)$ および $z(x)$ に関する連立微分方程式の一般解を求めよ．

$$y'-2y-z=e^x\ ,\quad y'-6y+z'=0$$

(3)　次の $y(x)$ に関する微分方程式の一般解を求めよ．

$$\left(\frac{y'}{y^2}\right)'-\frac{1}{y}=0$$

(九州大 2020)　　(m20204705)

0.685 (1) 次の $y(x)$ に関する微分方程式の一般解を求めよ.

$$y'' - 2y' + 5y = \sin 2x$$

(2) 次の $y(x)$ に関する微分方程式の一般解を求めよ.

$$y'' + 2y' - 3y = e^{-3x}$$

(3) 次の $y(x)$ に関する微分方程式の一般解を求めよ.

$$\left(\frac{y'}{y^3}\right)' - \frac{4y'}{y^3} - \frac{2}{y^2} = 0$$

(九州大 2021) (m20214702)

0.686 (1) 式 ① を x で微分せよ.

$$f(x) = 2x + 3 + \int_0^x f(t)dt \quad \cdots ①$$

(2) 式 ① を満たす $f(x)$ を求めよ.

(3) a, b を実定数として, 式 ② の微分方程式

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + ax\frac{dy}{dx} + by = 0 \quad \cdots ②$$

は $x = e^t$ とおくことにより式 ③ になることを示せ.

$$\frac{d^2y}{dt^2} + (a-1)\frac{dy}{dt} + by = 0 \quad \cdots ③$$

(4) 式 ④ の微分方程式の一般解 y を x の関数として求めよ.

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + 6x\frac{dy}{dx} + 6y = 0 \quad \cdots ④$$

(九州大 2022) (m20224701)

0.687 微分方程式 $xy + y\,' = 0$ を解け.

（九州芸術工科大 2000） (m20004804)

0.688 (1) $x^2 \log x$ を積分せよ.

(2) 微分方程式 $x^2y' + y^2 = 0$ を解け.

(九州芸術工科大 2005) (m20054806)

0.689 次の微分方程式を解きなさい.

(1) $\dfrac{dy}{dx} - 2x = 3e^x$ (2) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y^2}{x^2}$

（佐賀大 1999） (m19994906)

0.690 以下の常微分方程式を解きなさい.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = x^2y^2$ (2) $\dfrac{dy}{dx} - 2y = 3e^{5x}$

（佐賀大 2001） (m20014905)

0.691 次の微分方程式を解け. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x-y}{x+y}$

(佐賀大 2003) (m20034921)

0.692 以下の微分方程式を解き, 一般解を求めなさい.

(1) $(1-x)y + (1-y)x(dy/dx) = 0$ (2) $dy/dx - 3y = e^{-x}$

(佐賀大 2003) (m20034922)

0.693 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = y^2 - 4$ (2) $y^2 + (x^2 - xy)\dfrac{dy}{dx} = 0$

(佐賀大 2003) (m20034923)

0.694 次の微分方程式の特殊解を（ ）内の形で求め, さらに一般解を求めよ.

$$y'' + 2y' + y = e^{-x} \qquad (\ y = Ax^2e^{-x}\ )$$

(佐賀大 2004) (m20044922)

0.695 直線上を運動する質点が, 原点から変位に比例する力で引っ張られるとき, 運動方程式はどのように表せるか, また時刻 $t = 0$ において, 原点を速度 v_0 で正の向きに物体が通過したとするとき, 任意の時刻 t における質点の位置を求めよ.

(佐賀大 2004) (m20044923)

0.696 次の微分方程式を解け.

$y''(x) + 2ay'(x) + y(x) = 0$ (a は正の定数とする)

（ a の値によって場合分けすること）

(佐賀大 2004) (m20044924)

0.697 ある年 t の人口 N の増加率 dN/dt は, 次の (i)(ii) の 2 ケースがそれぞれ成り立つものと仮定する.

(i) その年 t の人口 N に比例する. (ii) 人口の上限を N_{max} とすると $N(1 - N/N_{max})$ に比例する.

各ケースともに, その比例定数を k, また基準となる年を $t = 0$ とし, その時の人口を N_0 とする.

2 ケース (i)(ii) の場合の微分方程式を立て, 人口と時間（年）の関係をそれぞれ求めよ.

(佐賀大 2004) (m20044925)

0.698 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $x^2y'(x) + y(x)^2 = 0$

(2) $y''(x) + 4y(x) = 0$

(佐賀大 2005) (m20054912)

0.699 微分方程式

$xy' + y = x\log x\ (x > 0)$

を解け. ただし, 解は陽形式 $y = f(x)$ の形で求めること.

(佐賀大 2005) (m20054917)

0.700 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

(1) $-\dfrac{dy}{dx} = 3y$ (2) $-\dfrac{dy}{dx} = 5y - 2e^{-2x}$

(佐賀大 2005) (m20054923)

0.701 微分方程式 $m\dfrac{d^2x}{dt^2} + r\dfrac{dx}{dt} + kx = 0$ を条件 $r^2 - 4mk = 0$ および 初期条件 $(t = 0)$

$x = -1$, $\dfrac{dx}{dt} = 1$ のもとで解け.

(佐賀大 2005) (m20054927)

0.702 以下の各問に答えよ.

(1) 極限値 $\lim_{x\to 0}\dfrac{e^x-x-1}{x^2}$ を求めよ.

(2) $\displaystyle\int_{-a}^{a}\sqrt{a^2-x^2}\,dx \quad (a>0)$ を計算せよ.

(3) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+y=-30\sin 4x$ の一般解を求めよ.

(4) $y=2Cx-C^2$ が解となるような微分方程式を作れ. ただし, C は任意の定数とする.

(佐賀大 2005)　　(m20054933)

0.703 ニュートンの冷却法則によれば, 室温 $X°C$ の室内にある物体の時間 t における温度を $x°C$ とすれば, 冷却速度 $\dfrac{dx}{dt}$ は, 温度差 $x-X$ に比例する.
いま, 入れたときに $73°C$ だったコーヒーが 30 分後には $37°C$ になったとする. 入れてから 1 時間後にはコーヒーは何 $°C$ になっているか. なお, 室温は常時 $25°C$ であるとする.

(佐賀大 2005)　　(m20054936)

0.704 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

(1) $(dy/dx)+xy^2=0$　　(2) $(dy/dx)+y=x$

(佐賀大 2006)　　(m20064927)

0.705 次の微分方程式を解け．ただし，$y'=\dfrac{dy}{dx}$, $y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$ である．

(1) $y''-4y'-12y=0$　　(2) $y''-4y'-12y=12x-8$　　(3) $\dfrac{dy}{dx}+y=y^2(\cos x-\sin x)$

(佐賀大 2006)　　(m20064931)

0.706 (1) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{x+y}{x-y}$ の一般解を求めよ。

(2) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+4\dfrac{dy}{dx}+13y=0$ の一般解を求めよ。

(佐賀大 2006)　　(m20064941)

0.707 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $x\dfrac{dy}{dx}+y=x^3y^3$　　(2) $y''-2y'+10y=0$　　(3) $y''-2y'+10y=2\cos 2x+10\sin 2x$

(佐賀大 2007)　　(m20074918)

0.708 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=2x(1-y)$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dt^2}-2\dfrac{dy}{dt}-3t=5\sin t$

(佐賀大 2007)　　(m20074927)

0.709 次の微分方程式を解け．ただし，$y'=\dfrac{dy}{dx}$, $y''=\dfrac{dy'}{dx}$ とする.

(1) $y''=ax$　　(2) $y''+2y'+y=e^{-x}\cos x$

(佐賀大 2008)　　(m20084903)

0.710 次の微分方程式を解け．ただし，$y'=\dfrac{dy}{dx}$, $y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.

(1) $y''=e^{3x}$

(2) $y''+3y'+2y=e^{2x}$

(佐賀大 2009)　　(m20094912)

0.711 天井からバネが吊り下げられ（バネの一方の先は天井に固定されている），質量 m のおもりがバネのもう一方の先についている．おもりがつり合った位置から距離 y（下の方向が正）にあるとき，$-ky$ の力をうけ，さらに摩擦の力 $-c\dfrac{dy}{dt}$ をうけて運動の方程式

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -ky - c\frac{dy}{dt}$$

が成り立っている（ただし，$4mk - c^2 > 0$）．このとき y は t の関数として

$$y = e^{At}(\cos Bt + \sin Bt)$$

のかたちに書ける．ただし．A, B は定数で $B > 0$．このときの A と B を求めよ．

(佐賀大 2009) (m20094913)

0.712 (1) 微分方程式 $\dfrac{dx}{dy} = 2x(1-y)$ の一般解を求めよ．

(2) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = 8x$ の一般解を求めよ．

(佐賀大 2009) (m20094928)

0.713 次の微分方程式

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + r\frac{dx}{dt} + kx = 0$$

を条件

$$m > 0,\ r > 0,\ k > 0,\ r^2 - 4mk > 0$$

および初期条件 $(t = 0)$

$$x = 0\,, \qquad \frac{dx}{dt} = 1$$

のもとで解け．

(佐賀大 2010) (m20104915)

0.714 時刻 t における，ある放射性元素の量を y とすれば次式が成り立つ．

$$\frac{dy}{dt} = -\lambda y \quad （\lambda は正の定数）$$

$t = 0$ のとき $y = y_0$ として，この放射性元素の半減期（ $y = y_0/2$ になるまでの時間 ）を求めなさい．

(佐賀大 2011) (m20114904)

0.715 つぎの微分方程式を解け．

(1) $\dfrac{dy}{dx} - y = e^{-x}$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} - 3y = x$

(佐賀大 2011) (m20114908)

0.716 次の微分方程式を解きなさい．ただし，a は定数であり，$x = x_0$ のとき $y = y_0$ とする．

$$\frac{dy}{dx} = \frac{ay}{x^2}$$

(佐賀大 2012) (m20124910)

0.717 距離 x と時間 t に関する関数 $J(x,t)$ が距離 x に関する関数 $X(x)$，時間 t に関する関数 $T(t)$ を用いて

$$J(x,t) = X(x)T(t)$$

で表される場合を想定する．いま，これらの関数が次の微分方程式を満たすものとする．

$$T(t)\frac{d^2X(x)}{dx^2} - X(x)\frac{1}{c^2}\frac{d^2T(t)}{dt^2} = 0$$

時刻 $t=0$ において $J(x,0)$ が

$$J(x,0)=\cos 3x$$

で与えられた場合，任意の時刻 $t>0$ における $J(x,t)$ を求めよ．

(佐賀大 2013)　　(m20134904)

0.718　微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+4y=-3\sin x$ の一般解を求めよ．

(佐賀大 2013)　　(m20134923)

0.719　次の微分方程式の一般解を求めなさい．

(1) $\dfrac{dy}{dx}=2xy$　　(2) $\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{2x+xy^2}{2y+x^2y}$

(佐賀大 2013)　　(m20134926)

0.720　$f(t)=Ae^{-\lambda t}\sin(\omega t+\theta)$ が解となるような，t を独立変数とする f の 2 階微分方程式を一つ書け．ここで $A,\lambda,\ \omega,\ \theta$ は定数とする．

(佐賀大 2014)　　(m20144902)

0.721　いま N 人からなるコミュニティの中で，流行が伝播する状況を考える．時刻 t において，流行に染まった人数を $x(t)$ 人とする．このときまだ流行に染まっていない一人の人に対する影響力を，係数 a を用いて $ax(t)$ と表現する．さらにコミュニティ全体で考えたとき，影響力の大きさは，流行に染まっていない人数 $N-x(t)$ に比例する．これを微分方程式で表現すると次のとおりである．以下の微分方程式を満たす関数 $x(t)$ を求めよ．

$$\frac{dx}{dt}=ax(N-x)$$

ただし $t=0$ のとき，$x=1$ である．

(佐賀大 2014)　　(m20144912)

0.722　次の微分方程式の一般解を求めなさい．

(1) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{x^2}{2y}$　　(2) $x\dfrac{dy}{dx}=y(1+xy)$

(佐賀大 2015)　　(m20154908)

0.723　ある町の人口 x の増加率が，各時刻 t での人口 x に比例し，さらに，人口の飽和数を A として，各時点での人口との差 $A-x$ にも比例するものとする．以下の問いに答えよ．

(1)　人口 x を微分方程式で表せ．

(2)　上記の微分方程式を解け．ただし，人口の初期値を x_0 とする．

(佐賀大 2015)　　(m20154920)

0.724　次の微分方程式を解きなさい．

(1) $x\dfrac{dy}{dx}=y^2-1$　　(2) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{2xy}{x^2-y2}$

(佐賀大 2016)　　(m20164910)

0.725　次の微分方程式を解け．ただし e は自然対数の底である．

(1) $y''+3y'+2y=2e^{2x}$　　(2) $4x-3y+2=(2x-y-1)y'$

(佐賀大 2016)　　(m20164914)

0.726　$u=\dfrac{y}{x}$ と置くことによって，次の 1 階微分方程式の一般解を求めよ．　$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{x^2+2y^2}{2xy}$

(佐賀大 2016)　　(m20164916)

0.727 次の微分方程式を解け． $\dfrac{dy}{dx}+\dfrac{y}{x}=-x^3y^3$

(佐賀大 2016) (m20164924)

0.728 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

(1) $x\dfrac{dy}{dx}=y^2-1$ (2) $(x^2-y^2)dy=2xydx$

(佐賀大 2016) (m20164933)

0.729 大気中に置かれた物体が冷却する速さは，その物体の温度と周囲の温度の差に比例する．次の設問に答えなさい．

(1) 周囲温度（一定）を θ_{at}，比例定数を k とおき，時刻 t における物体の温度 θ を表す微分方程式を答えなさい．

(2) θ の一般解を答えなさい．

(3) 初期条件 $t=0$ のとき $\theta=\theta_0$ として, θ の特殊解を答えなさい．

(4) $\displaystyle\lim_{t\to\infty}\theta$ を答えなさい．

(佐賀大 2016) (m20164934)

0.730 次の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx}+\dfrac{y}{x}=\sin 2x$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+\dfrac{dy}{dx}-6y=e^{-3x}$

(佐賀大 2017) (m20174903)

0.731 次の微分方程式を解け．

(1) $\dfrac{dy}{dx}+y\tan x=\sin 2x$ (2) $\dfrac{dy}{dx}=x\left(1+y^2\right)$

(佐賀大 2017) (m20174910)

0.732 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+6x=0$ (2) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{x-y+3}{x-y}$

(佐賀大 2017) (m20174914)

0.733 ある反応の反応速度が反応物の濃度 C の二乗に比例し，比例定数は k であった．以下の問いに答えなさい．

(1) 時間を t として，C の時間変化を表す微分方程式を答えなさい．

(2) C の一般解を答えなさい．

(3) 初期条件 $t=0$ のとき $C=C_0$ として，C の特殊解を答えなさい．

(4) $C=(1/2)C_0$ となる時間 $t_{1/2}$ を答えなさい．

(佐賀大 2017) (m20174915)

0.734 (1) 微分方程式 $y'=-\dfrac{y}{x^2}$ の一般解を求めなさい．

(2) 微分方程式 $2y''+y'-y=5x-3$ の一般解を求めなさい．

(佐賀大 2018) (m20184907)

0.735 ある物質の質量 $m(t)$ は，時刻 t の関数として微分方程式

$$\frac{dm}{dt}=-km+1 \quad (k \text{ は正の定数})$$

にしたがって変化するとする．

(1) この微分方程式の一般解を求めなさい.

(2) 十分時間が経ったとき, $m(t)$ は, 定数 a に近づく. 定数 a を求めなさい.

(3) $m(t)$ について $m(0) \neq a$ で

$$|m(0) - a| = 8|m(4) - a|$$

が成り立つときの k の値を求めなさい.

(佐賀大 2018) (m20184908)

0.736 次の微分方程式について, 括弧内の条件を満たす解を求めよ.

(1) $\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{4x}{t}$ ($t = 1$ のとき $x = 3$)

(2) $\dfrac{d^2x}{dt^2} - 3\dfrac{dx}{dt} + 2x = 0$ ($t = 0$ のとき $x = 3$ かつ $\dfrac{dx}{dt} = 4$)

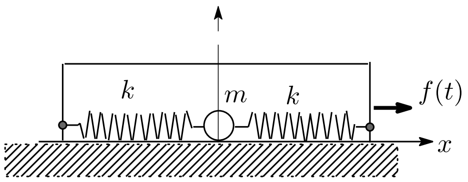
(佐賀大 2018) (m20184912)

0.737 次の微分方程式を解きなさい.

(1) $2x\dfrac{dy}{dx} = y$ (2) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y^2}{x^2 + xy}$

(佐賀大 2018) (m20184925)

0.738 図に示すように, 滑らかな台の上にのせた, 軽い容器の中にバネ定数 k の軽いバネで両側から支えられた質量 m のおもりの運動を考える. なお, 「軽い」とは質量ゼロを意味し, おもりと容器, 容器と台の間の摩擦は無いものとする. いま, 容器に対して $f(t) = \sin \omega t$ の外力が加えられたときの, おもりの中心位置 $x(t)$ を導出せよ. ただし, $t = 0$ において $x = 0$, $\dfrac{dx}{dt} = 1$ とする.



(佐賀大 2018) (m20184929)

0.739 次の常微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $2\dfrac{d^2y}{dx^2} - 7\dfrac{dy}{dx} + 3y = 0$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 4\dfrac{dy}{dx} + 20y = 0$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx} - 2y = 2$

(佐賀大 2021) (m20214903)

0.740 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y + 2}{x + 2}$$

(佐賀大 2021) (m20214909)

0.741 ある反応の反応速度が反応物 A の濃度 $[A]$ に比例した. 比例定数の絶対値が k で表されるとして, 以下の問いに答えなさい.

(1) 時間を t として, $[A]$ の時間変化を表す微分方程式を答えなさい.

(2) $[A]$ の一般解を答えなさい.

(3) 初期条件 $t = 0$ のとき $[A] = C_0$ として, $[A]$ の特殊解を答えなさい.

(4) $[A]=(1/2)C_0$ となる時間 $t_{1/2}$ を答えなさい.

(佐賀大 2021) (m20214910)

0.742 (1) 次の微分方程式を解け.

$$\frac{dy}{dx}=(1-y)y$$

ただし, $t=0$ のとき $y=y_0$ とする.

(2) $y_0=0.5$ の場合において, t が -10 から 10 まで変化すると時の y の変化の概略をグラフにせよ.

(佐賀大 2021) (m20214914)

0.743 以下の微分方程式の一般項を求めなさい.

(1) $x\dfrac{dy}{dx}=y+\sqrt{x^2+y^2}$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+4\dfrac{dy}{dx}+3y=2e^{2x}$

(佐賀大 2021) (m20214927)

0.744 (1) つぎの関係式

$$y=Ce^{-x^2}$$

について, $C=0,\ C=1,\ C=-1$ が与えられた時の曲線をプロットせよ.

(2) さらに C がいかなる実数であっても, それらの曲線群が共通に満たす微分方程式を導け. なお x は実数である.

(佐賀大 2022) (m20224904)

0.745 次の常微分方程式を解け.

$$\frac{d^2y}{dx^2}-8\frac{dy}{dx}+15y=0\ ,\quad y(0)=1\ ,\quad \frac{dy}{dx}(0)=7$$

(佐賀大 2022) (m20224909)

0.746 次の微分方程式の一般解を求めなさい. 必要な計算過程も記すこと.

(1) $x\dfrac{dy}{dx}=y^2-y$　　(2) $2xy\dfrac{dy}{dx}=y^2-x^2$

(佐賀大 2022) (m20224922)

0.747 水中の砂糖は, そのとき残っている量に比例する速度で溶解する. $50g$ の砂糖が $15g$ に減るのに 3 時間かかるとすれば, 砂糖の 20 % が溶解するのには何時間かかるか答えなさい. 必要ならば $\log(5)$, $\sqrt{3}$ 等の表記を用いて解答してよい. ただし, 必要な計算過程を記すこと.

(佐賀大 2022) (m20224923)

0.748 次の微分方程式の一般解を求めなさい. 答えだけでなく途中経過 も記載すること.

(1) $x\cos\dfrac{y}{x}\dfrac{dy}{dx}=y\cos\dfrac{y}{x}-x$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+3\dfrac{dy}{dx}+2y=e^x+\cos x$

(佐賀大 2022) (m20224930)

0.749 次の微分方程式が与えられているとき, 設問 (1) から (3) に答えよ.

$$y''(x)+4y'(x)+7y(x)=Q(x) \qquad \text{(i)}$$

(1) 上の (i) 式において $Q(x)=0$ とする. 初期条件 $y(0)=0$, $y'(0)=-3$ が与えられているとき, 微分方程式の解 $y(x)$ を求めよ.

(2) 上の (i) 式において $Q(x)=3e^{-5x}$ のとき, 微分方程式の解を少なくとも一つ求めよ.

(3) 次に, $Q(x)$ が具体的に与えられていない場合を考える. (i) 式の解の 1 つを $y_1(x)$ とするとき, $y_2(x) = 5y_1(x)$ は必ず, 微分方程式

$$y''(x) + 4y'(x) + 7y(x) = 5Q(x) \qquad \text{(ii)}$$

の解であるか. 理由を述べて説明せよ.

(長崎大 2004)　　(m20045008)

0.750 微分方程式 $(y')^2 = x$ を解け.

(長崎大 2004)　　(m20045009)

0.751 以下の問に答えよ. ただし, $y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする.

(1) 微分方程式 $y' - y = 0$ を解け.

(2) 初期条件 $y(0) = 1$ を満たす微分方程式 $y' - y = e^{2x}$ の解を求め, この解のグラフを描け.

(長崎大 2005)　　(m20055012)

0.752 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$$

(長崎大 2005)　　(m20055023)

0.753 次の微分方程式を解け, ここで, $y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする.

(1) $y' + y = 0$　　(2) $y' + y = (x+1)^2$

(3) 初期条件 $y(0) = 0$ ($x = 0$ のとき $y = 0$) を満たす $y' + y = (x+1)^2$ の解を求めよ.

(長崎大 2007)　　(m20075006)

0.754 次の微分方程式を解け.

(1) $y' = \tan x \cot y$　　(2) $x(x-y)y' + y^2 = 0$

(長崎大 2007)　　(m20075010)

0.755 次の微分方程式を解け. ここで, $y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする.

(1) $y'' + 16y = 0$　　(2) $y'' + 16y = 17e^x$

(3) 初期条件 $y(0) = 6,\ y'(0) = -2,\ (x = 0$ のとき $y = 6,\ y' = -2)$ を満たす $y'' + 16y = 17e^x$ の解を求めよ.

(長崎大 2008)　　(m20085006)

0.756 次の微分方程式を解け.　$\dfrac{dy}{dx} = x + y + 1$　　(長崎大 2008)　　(m20085012)

0.757 次の微分方程式の解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = ax$　　ただし, $x = x_0$ で $y = y_0$ とする.

(2) $\dfrac{dy}{dx} = ay$　　ただし, $x = x_0$ で $y = y_0$ とする.

(長崎大 2009)　　(m20095005)

0.758 次の微分方程式を解け. ここで, $y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする.

(1) $y'' + 4y = 0$

(2) $y'' + 4y = \sin 3x$

(3) 初期条件 $y(0) = 0,\ y'(0) = 1.4$ （$x = 0$ のとき $y = 0,\ y' = 1.4$）を満たす $y'' + 4y = \sin 3x$ の解を求めよ.

(長崎大 2009) (m20095009)

0.759 (1) 微分方程式 $y'' + 2y' - 35y = 0$ の一般解を求めよ.
なお, $y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.

(2) 微分方程式 $y'' + 2y' - 35y = 12e^{5x} + 37\sin 5x$ の特殊解を求めよ.

(3) 微分方程式 $y'' + 2y' - 35y = 12e^{5x} + 37\sin 5x$ の一般解を求めよ.

(長崎大 2009) (m20095013)

0.760 つぎの微分方程式を解け. ここで, $y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする.

(1) $y' + 3y = 0$

(2) $y' + 3y = \sin x$

(長崎大 2010) (m20105015)

0.761 以下の問いに答えよ.

(1) 微分方程式 $y'' + y = 0$ の一般解を求めよ, なお, $y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.

(2) 微分方程式 $y'' + y = 6\sin x$ の特殊解を求めよ,

(3) 微分方程式 $y'' + y = 6\sin x$ の一般解を求めよ,

(長崎大 2011) (m20115012)

0.762 微分方程式 $y' + 4y^2 = 1$ を解け. 答えを求める過程も記述すること.

(長崎大 2011) (m20115016)

0.763 次の微分方程式の解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 2y = x$$

(長崎大 2011) (m20115020)

0.764 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + m^2x(t) = 0\ , \qquad (m > 0)$$

(大分大 2004) (m20045102)

0.765 W を荷重, ρ を密度, g を重力の加速度, $A(x)$ を面積とするとき, ある工学の問題において次式を満足する $A(x)$ を求めることが必要になる. 次の問に答えなさい. ただし, W , ρ および g は一定とする.

$$\sigma_0 A(x) = W + \int_0^x \rho g A(t)dt\ ,\ \ A_0 = A(0) > 0\ ,\ \ \sigma_0 = \frac{W}{A(0)}$$

(1) 上式の両辺を x で微分した式を求めなさい.

(2) (1) で得られた式を解いて, $A(x)$ を求めなさい.

(大分大 2004) (m20045103)

0.766 次の一階常微分方程式の解の公式を求めなさい.

(1) $\dfrac{dy}{dx} + P(x)y = 0$ (2) $\dfrac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$

(大分大 2005) (m20055101)

0.767 次の微分方程式を解きなさい.

$$\frac{dy}{dx} - y = e^x$$

(大分大 2009) (m20095102)

0.768 次の微分方程式を解きなさい.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 9y = \sin(3x+5)$$

(大分大 2011) (m20115105)

0.769 $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{x}{y}$ の一般解を求めよ.

(熊本大 2020) (m20205201)

0.770 (1) 次の微分方程式の解 $y(t)$ を求めなさい. ただし, $t=0$ での初期値を $y(0)=1$ とする.

$$\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 0$$

(2) 次の微分方程式について, 特定方程式（補助方程式）を求めなさい.

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 3\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 0$$

(3) (2) の結果を利用して $y(t)$ の一般解を求めなさい. ただし, 任意定数を C_1, C_2 とする.

(4) (3) の結果を利用して, 次の微分方程式の解 $y(t)$ を求めなさい.

ただし, $t=0$ での初期値を $y(0)=1$, $\left.\dfrac{dy(t)}{dt}\right|_{t=0} = 3$ とする.

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 3\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 2$$

(熊本大 2020) (m20205204)

0.771 $\dfrac{dy}{dx} = y(1+x)$ の一般解を求めよ.

(熊本大 2021) (m20215203)

0.772 (1) 次の微分方程式の一般解を求めよ. $\dfrac{dx}{dt} + t^2x = 0$

(2) 次の微分方程式を解け. $\dfrac{dx}{dt} + t^2x = t^2$, $x(0) = a$

(宮崎大 2001) (m20015304)

0.773 次の各問に答えよ.

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{dy}{dx} + 2xy = 0$$

(2) 次の微分方程式を解け.

$$\frac{dy}{dx} + 2xy = xe^{-x^2} \quad , \quad y(0) = 1$$

(宮崎大 2004) (m20045304)

0.774 次の連立微分方程式は, 騎馬数 100 騎の X チームと騎馬数 60 騎の Y チームが, 騎馬戦を行ったときの双方の騎馬数の変化を,「自軍の騎馬数の減少速度はその時点での敵の騎馬数に比例し, その比例定数は 1/10 である」との仮定のもとでモデル化したものである.

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -\dfrac{1}{10}y \quad , \qquad x(0) = 100 \ , \\[2ex] \dfrac{dy}{dt} = -\dfrac{1}{10}x \quad , \qquad y(0) = 60 \ , \end{cases}$$

ここで, $x = x(t)$, および $y = y(t)$ は, それぞれ X チーム, および Y チームの時刻 $t \geq 0$ における騎馬数を表す. 以下の問に答えよ.

(1) 上の連立微分方程式を解け.

(2) Y チームが全滅したときに生き残っている X チームの騎馬数を求めよ.

(宮崎大 2005) (m20055305)

0.775 (1) 次の微分方程式の一般解を求めよ. $(x+1)\dfrac{dy}{dx} + y = 0$

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ. $(x+1)\dfrac{dy}{dx} + y = (x+1)\sin x$

(宮崎大 2006) (m20065305)

0.776 次の微分方程式を解け. $\dfrac{dx}{dt} + x + \sin t = 0$ (宮崎大 2007) (m20075305)

0.777 (1) 次の微分方程式を, $y(0) = 2$, $\dfrac{dy}{dx}(0) = 6$ という条件の下で解け. $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = 0$

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{xy}{x^2+y^2}$

(宮崎大 2008) (m20085304)

0.778 (1) 次の微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

(2) 次の微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = \cos x$$

(宮崎大 2009) (m20095305)

0.779 (1) 次の微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ.

$$\frac{dy}{dx} + y = x$$

(2) 次の微分方程式を, $y(0) = \dfrac{dy}{dx}(0) = 0$ という条件のもとで解け.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = x$$

(宮崎大 2010) (m20105305)

0.780 変数 t の関数 $x = x(t)$, $y = y(t)$ が次の連立微分方程式の初期値問題を満たしているとする.

$$(*) \cdots\cdots \begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x - y \\[1ex] \dfrac{dy}{dt} = x + 2y \\[1ex] x(0) = 1 \ , \qquad y(0) = 0 \end{cases}$$

このとき, 次の各問に答えよ.

(1) 新しい関数 $r=r(t)$ と $\theta=\theta(t)$ を用いて，関数 $x,\ y$ を $x=r\cos\theta,\ y=r\sin\theta,$ とおく（ただし，$r>0$）．このとき，$r,\ \theta$ はそれぞれ
$$\frac{dr}{dt}=2r\ ,\quad \frac{d\theta}{dt}=1$$
を満たすことを示せ.

(2) 連立微分方程式の初期値問題 $(*)$ を解け.

(宮崎大 2011)　　(m20115305)

0.781 次の微分方程式の一般解 $y=y(x)$ を求めよ.
$$x\tan\frac{y}{x}-y+x\frac{dy}{dx}=0$$

(宮崎大 2012)　　(m20125305)

0.782 次の各問に答えよ.

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.
$$\frac{dy}{dx}-y=x$$

(2) 次の微分方程式を，$y(0)=1,\ \dfrac{dy}{dx}(0)=-1$ という条件の下で解け.
$$\frac{d^2y}{dx^2}-\frac{dy}{dx}-6y=0$$

(宮崎大 2013)　　(m20135302)

0.783 次の微分方程式の一般解を求めよ

$$\frac{d^2y}{dx^2}+4\frac{dy}{dx}+3y=0 \qquad\qquad \frac{d^2y}{dx^2}+4\frac{dy}{dx}+3y=2e^{2x}$$

(宮崎大 2014)　　(m20145301)

0.784 $y=y(x)$ に関する微分方程式
$$\frac{dy}{dx}=\frac{x+3y}{3x-y}\qquad \cdots\cdots(*)$$
について，次の各問に答えよ.

(1) $y=xu$ とおいて，$(*)$ を $u=u(x)$ についての微分方程式に書き直せ.

(2) $(*)$ の一般解を求めよ．ただし，$\displaystyle\int\frac{1}{1+u^2}du=\tan^{-1}u+C$ （C は積分定数）を用いてもよい.

(宮崎大 2015)　　(m20155305)

0.785 次の微分方程式の一般解 $y=y(x)$ を求めよ

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+5\dfrac{dy}{dx}+6y=0$　　(2) $\dfrac{dy}{dx}-2y=e^{3x}$

(宮崎大 2016)　　(m20165304)

0.786 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}=2xy$ の一般解 $y=y(x)$ を求めよ.

(宮崎大 2017)　　(m20175303)

0.787 次の微分方程式を，$y(0)=2,\ \dfrac{dy}{dx}(0)=-2$ という条件の下で解け.
$$\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}-3y=0$$

(宮崎大 2018)　　(m20185301)

0.788 (1) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}+y\sin x=0$ の一般解 $y=y(x)$ を求めよ.

(2) 関数 $y=a\cos x+b$ が微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}+y\sin x=\sin 2x$ の特殊解となるように，定数 a，b の値を定めよ.

(3) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}+y\sin x=\sin 2x$ を，$y(0)=5$ という条件の下で解け.

(宮崎大 2019) (m20195305)

0.789 次の微分方程式の一般解 $y=y(x)$ を求めよ.

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+7\dfrac{dy}{dx}+12y=0$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+7\dfrac{dy}{dx}+12y=e^{-2x}$

(宮崎大 2020) (m20205303)

0.790 次の微分方程式の一般解 $y=y(x)$ を求めよ.

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-\dfrac{dy}{dx}-2y=0$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-\dfrac{dy}{dx}+y=0$

(宮崎大 2021) (m20215301)

0.791 次の連立の微分方程式について，$y(0)=1$，$z(0)=0$ という条件の下での解 $y=y(x)$，$z=z(x)$ を求めよ.

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx}=-y \\ \dfrac{dz}{dx}=y-2z \end{cases}$$

(宮崎大 2022) (m20225305)

0.792 微分方程式に関する以下の問に答えよ.

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(a) $ydy=3(x^2y^2+xy^2)dx$

(b) $ye^{y-x}dy=dx$

(2) 次の微分方程式が, 右に示す解をもつことを示せ. ただし, a,b は任意の定数とする.

$$y''+4y'+8y=0 \qquad : \quad y=ae^{-2x}\cos 2x+be^{-2x}\sin 2x$$

(鹿児島大 2005) (m20055402)

0.793 次の微分方程式の解を求めなさい. ここで, 初期条件は, $x=0$ のとき $y=0$，$y'=0$ を満たすものとする.

$$y''-2y'-3y=4$$

(鹿児島大 2005) (m20055407)

0.794 微分方程式に関する以下の問に答えよ.

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(a) $2xdx-dy=x(xdy-2ydx)$ (b) $(y^2+\cos x)dx+(2xy-\sin y)dy=0$

(2) 次の微分方程式の完全解を求めよ.

$$y''+4y'+4y=xe^{-2x}$$

(鹿児島大 2006) (m20065402)

0.795 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y+1}{x+1}$ を解け.

(鹿児島大 2006) (m20065416)

0.796 (1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(a) $\bigl(x^2+2xy\bigr)\,dx+xydy=0$ (b) $\bigl(xy^2+\sin x\bigr)\,dx+\bigl(x^2y+\cos y\bigr)\,dy=0$

(2) 次の微分方程式の完全解を求めよ.

$y''+4y'+3y=3e^{-x}$

(鹿児島大 2007) (m20075402)

0.797 (1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(a) $(xy+2x-3y-6)dx+dy=0$ (b) $(x^2y+\cos x)dx+(x^3/3+\sin y)dy=0$

(2) 次の微分方程式の完全解を求めよ. $y''+2y'+2y=4\sin x$

(鹿児島大 2008) (m20085402)

0.798 次の微分方程式の初期値問題を解け.

$$y''(x)-4y'(x)+3y(x)=0,\ y(0)=-1,\ y'(0)=-5 \quad \text{ここで},\ y''(x)=\frac{d^2y(x)}{dx^2},\ y'(x)=\frac{dy(x)}{dx}$$

(鹿児島大 2008) (m20085412)

0.799 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $y'=(2x+y-5)^2+3(2x+y-5)$ （ヒント）$z=2x+y-5$ の変換を試みよ.

(2) $(x^2y-xy^2+x^2)dx+(x^3/3-x^2y+y^2)dy=0$

(3) $y''+4y'+5y=0$

(鹿児島大 2009) (m20095402)

0.800 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $5xy^2dy+2(x^3-3x)ydx=0$

(2) $(xy+\sin x\cdot\cos y)dx+(x^2/2+\cos x\cdot\sin y)dy=0$

(3) $y''+2y'+y=0$

(鹿児島大 2009) (m20095414)

0.801 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $2xydx+xydy+ydx+2xdy=0$

(2) $(2xy^2+\sin x)dx+(2x^2y+\cos y)dy=0$

(3) $y''+y'-2y=e^{-2x}+3e^{2x}$

(鹿児島大 2010) (m20105403)

0.802 以下の問いに答えよ.

(1) $y_1=ae^{-x}$, $y_2=be^{2x}$（$a,\ b$ は任意定数）はそれぞれ微分方程式 $yy''-(y')^2=0$ の解であることを示し， 次に二つの解を足し合わせた関数 $y=y_1+y_2$ は解ではないことを示せ.

(2) 次の微分方程式について，与えられた条件を満たす解 $y=y(x)$ を求めよ.

$$y''+9y=0 \quad : \ x=0 \text{ のとき } y=2,\ y'=6$$

(鹿児島大 2011) (m20115402)

0.803 微分方程式 $y'' + 7y' + 12y = 0$ の一般解を求めなさい.

(鹿児島大 2011)　　(m20115408)

0.804 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 10\dfrac{dy}{dx} + 25y = 0$ の一般解を求めなさい.

(鹿児島大 2011)　　(m20115417)

0.805 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $(xy^2 - x)dx - (y + x^2y)dy = 0$

(2) $(y^2 + 1)dx + (2xy + \cos y)dy = 0$

(3) $y'' + 4y' + 5y = 2\cos x + 3e^{-x}$

(鹿児島大 2012)　　(m20125403)

0.806 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $(x^2 + y^2)y' = xy$　　（ヒント ： $y/x = u$ とおく.）

(2) $y''' + 3y' = 0$

(3) $y'' + 6y' + 10y = 4e^{-2x}$

(鹿児島大 2012)　　(m20125408)

0.807 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} = 10x$ を解きなさい．ただし，$x = 3$ のとき，$y = 0$ および $dy/dx = 0$ とする.

(鹿児島大 2012)　　(m20125424)

0.808 x の関数 y に関する微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + k^2y = 0$ について次の問に答えなさい.

(1) この微分方程式の一般解は，$y = A\sin kx + B\cos kx$ で与えられる（A, B は未定係数）．$x = 0$ のとき $y = 0$ とすると，未定係数 B の値はいくらか.

(2) さらに，$x = 10$ のとき，$y = 0$ とする．未定係数 A が 0 以外の値を取り得るための k の値を求めなさい.

(鹿児島大 2012)　　(m20125428)

0.809 微分方程式 $y'' + 8y' + 15y = 0$ の一般解を求めなさい.

(鹿児島大 2012)　　(m20125433)

0.810 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + k^2y = 0$ の一般解を求めなさい．ただし，k は定数とします.

(鹿児島大 2012)　　(m20125437)

0.811 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $y' = \dfrac{1}{x + y}$

(2) $(x + y^2)dx + (2xy - e^y)dy = 0$

(3) $y'' - y' - 2y = 4\sin 2x$

(鹿児島大 2013)　　(m20135403)

0.812 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $y'' + 4y' + 4y = 4x$

(2) $2xydx + (x^2 + 3y^2)dy = 0$

(3) $\dfrac{dy}{dx} - 2xy = x$

(鹿児島大 2014)　　(m20145408)

0.813 次の微分方程式を解きなさい．ただし，初期条件（$x = 0$ のとき，y=1）が成り立つものとする．

$$\frac{dy}{dx} = -2xy$$

(鹿児島大 2014)　　(m20145418)

0.814 以下の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx} + 2xy = 0$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 2\dfrac{dy}{dx} + 5y = 0$

(3) $(1 + 2xy^2)dx + (1 + 2x^2y)dy$=0

(鹿児島大 2015)　　(m20155403)

0.815 (1) 次の完全微分方程式の一般解を求めよ．

(a) $(3x + 4y)dx + (4x - 5y)dy = 0$　　(b) $2xydx + (1 + x^2)dy = 0$

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ．

(a) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} - 3y = 0$　　(b) $\dfrac{d^3y}{dx^3} - \dfrac{d^2y}{dx^2} = 0$　　(c) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx} - 2y = 0$

(鹿児島大 2015)　　(m20155414)

0.816 次の常微分方程式の一般解を求めなさい．

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 15y = 0$$

(鹿児島大 2015)　　(m20155419)

0.817 以下の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $xdy = 3ydx$　　(2) $5\dfrac{d^2y}{dx^2} + 6\dfrac{dy}{dx} + y = 0$　　(3) $(2xy + x^3)dx + (x^2 + y^2)dy = 0$

(鹿児島大 2016)　　(m20165403)

0.818 曲線 $y = f(x)$ の任意の点 $(t,\ f(t))$ における接線が x 軸と点 $\left(\dfrac{t}{2},\ 0\right)$ で交わるような $f(x)$ を求めなさい．ただし，$f(x)$ は微分可能であるとする．

(鹿児島大 2016)　　(m20165417)

0.819 以下の微分方程式の解を求めよ．ただし，虚数単位は i とする．

(1) $y\dfrac{dy}{dx} + x = 0$　　（ただし，$x = 1$ のとき $y = 1$ ）

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 6\dfrac{dy}{dx} + 10y = 0$　　（ただし，$x = 0$ のとき $y = 1$，$\dfrac{dy}{dx} = 4$ ）

(3) $(\cos x + y)dx + xdy = 0$　　（ただし，$x = \pi$ のとき $y = 1$ ）

(鹿児島大 2017)　　(m20175403)

0.820 次の微分方程式 (1)，(2) の一般解を求めよ．解答は実数値関数を用いて表すこと．

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx} - 6y = 0$

(鹿児島大 2017)　　(m20175414)

0.821 次の常微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} - 35y = 0$$

(鹿児島大 2017) (m20175418)

0.822 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $x(x+1)\dfrac{dy}{dx} = -y$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 2\dfrac{dy}{dx} + y = \sin x$ (3) $(2xy + x)dx + (x^2 + y)dy = 0$

(鹿児島大 2018) (m20185403)

0.823 次式を満たす $f(x)$ を求めなさい. ただし, $f(x)$ は連続な関数である.

$$f(x) = x\int_1^x f(t)dt + x$$

(鹿児島大 2018) (m20185419)

0.824 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 4\dfrac{dy}{dx} + 4y = 4x^2 + 6$ (2) $xdy = 5ydx$ (3) $(xy^2 - y)dx + x(xy-1)dy = 0$

(鹿児島大 2018) (m20185422)

0.825 微分可能な関数 $f(x)$ がすべての実数 x に対して次式を満たすとき, $f(x)$ を x の関数として表しなさい.

$$\int_0^x \{2f(t) - 1\}\, dt = f(x) - 1$$

(鹿児島大 2018) (m20185439)

0.826 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{y}{x} = 1$ (ただし, $x > 0$) (2) $(x + \sin y)dx + x\cos y dy = 0$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = x^2$

(鹿児島大 2021) (m20215403)

0.827 放物線 : $y = x^2$ $(0 \leq x \leq 1)$ を y 軸のまわりに回転してできる容器を水で満杯にする. この容器の底に排水口があり, 時刻 $t = 0$ に排水口を開けて排水を開始する. 時刻 t において容器に残っている水の深さを h, 体積を V とする. V の変化率 $\dfrac{dV}{dt}$ は $\dfrac{dV}{dt} = -\sqrt{h}$ とする. このとき, 次の問に答えなさい.

(1) 水の深さ h の変化率 $\dfrac{dh}{dt}$ を h を用いて表しなさい.

(2) 容器内の水を完全に排水するのにかかる時間 T を求めなさい.

(鹿児島大 2021) (m20215422)

0.828 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $x\dfrac{dy}{dx} + \sqrt{1+y^2} = 0$ (ただし, $x > 0$) (2) $-x^2 + y^2 = 2xy\dfrac{dy}{dx}$ (ただし, $x > 0$)

(3) $\dfrac{4x - 2y + 1}{2x - y - 1} = \dfrac{dy}{dx}$

(鹿児島大 2022) (m20225403)

0.829 微分方程式 $(xy^2 + 2y^2)dx + (3x^2 + x^2y)dy = 0$ の一般解を求めよ.

(室蘭工業大 2005) (m20055502)

0.830 以下の微分方程式 :

$$\frac{d^2f(x)}{dx^2}+\frac{5}{2}\frac{df(x)}{dx}-\frac{3}{2}f(x)=0$$

を, 初期条件 :

$$f(0)=1\,,\qquad f'(0)=1$$

のもとで解きなさい.

(室蘭工業大 2005)　　(m20055507)

0.831 微分方程式 $(2+x)y+(2+y)x\dfrac{dy}{dx}=0$ の一般解を求めよ.

(室蘭工業大 2006)　　(m20065502)

0.832 微分方程式 $\dfrac{d^2u}{dx^2}-\dfrac{du}{dx}-2u=x+\dfrac{5}{2}$ を初期条件 $u(0)=0,\ u''(0)=1$ のもとで解き，解の関数 $u=u(x)$ の概形を $x\geqq 0$ の範囲でグラフに描け．ただし，x の増加にしたがって $u=u(x)$ が漸近する関数も式とともに図中に記すこと.

(室蘭工業大 2007)　　(m20075502)

0.833 微分方程式 $x\dfrac{dy}{dx}-3y+x=0$ について，以下の問いに答えよ.

(1) $u(x)=\dfrac{y(x)}{x}$ とおくと，与えられた微分方程式が $x\dfrac{du}{dx}=2u-1$ と書けることを示せ.

(2) 初期条件 $x=1$ のとき $y(1)=2$ のもとで，与えられた微分方程式を解け.

(室蘭工業大 2007)　　(m20075510)

0.834 次の微分方程式の一般解を求めよ.　$\dfrac{d^2y}{dx^2}-3\dfrac{dy}{dx}+2y=3e^{-x}$

(室蘭工業大 2008)　　(m20085502)

0.835 (1) 微分方程式 $\dfrac{dy(x)}{dx}-3y(x)=0$ を初期条件 $y(0)=1$ として解きなさい.

(2) (1) の解を $f(x)$ として $y(x)=u(x)f(x)$ とおく．このとき常微分方程式 $\dfrac{dy(x)}{dx}-3y(x)=e^x$ を x と $u(x)$ の常微分方程式として表しなさい.

(3) 常微分方程式 $\dfrac{dy(x)}{dx}-3y(x)=e^x$ を解きなさい.

(室蘭工業大 2008)　　(m20085510)

0.836 方程式 $f(x)=1+\displaystyle\int_0^x f(t)dt$ を満たす微分可能な関数 $f(x)$ を，以下の手順で求めよ.

(1) $f(0)$ の値を求めよ.

(2) 上の方程式の両辺を x で微分し，$f(x)$ に関する微分方程式を求めよ.

(3) $A,\ k$ を定数として，x の関数 Ae^{kx} を x で微分せよ．ただし $e=2.718\cdots$ である.

(4) (1), (2), (3) の結果を用い，$f(x)$ を求めよ.

(室蘭工業大 2008)　　(m20085513)

0.837 次の微分方程式の特殊解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=-y$,　初期条件 $x=0$ のとき $y=5$

(2) $\dfrac{dy}{dx}=3x^2-e^x+\cos(x)$,　初期条件 $x=0$ のとき $y=2$

(室蘭工業大 2009)　　(m20095506)

0.838 次の微分方程式の解を求めよ。

(1) $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{x}{y} = 0$ (2) $\dfrac{dy}{dx} + y + 3 = 0$

(室蘭工業大 2010) (m20105504)

0.839 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} + 2x + y = 0$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = 0$

(室蘭工業大 2010) (m20105509)

0.840 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 6y = 4e^{-x}$$

(室蘭工業大 2011) (m20115502)

0.841 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $(1+x)\dfrac{d\,y(x)}{dx} - y(x) = 0$ (2) $\dfrac{d\,y(x)}{dx} + y(x) = 2e^{-x}$

(室蘭工業大 2011) (m20115510)

0.842 微分方程式 $y' = x(1-y)$ の一般解を求めなさい.

(室蘭工業大 2011) (m20115514)

0.843 初期値 $y(0) = 3,\ y'(0) = -4$ を満足する次の常微分方程式の解を求めよ.

$$y'' + y' - 6y = 0$$

ただし, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2},\ y' = \dfrac{dy}{dx}$ の意味である.

(室蘭工業大 2014) (m20145502)

0.844 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{3x(y^2+3)}{5y(x^2+2)}$ の一般解を求めよ.

(室蘭工業大 2015) (m20155504)

0.845 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $(x+1)^2\dfrac{dy(x)}{dx} = y(x)$ (2) $\dfrac{d^2y(x)}{dx^2} + \dfrac{dy(x)}{dx} - 2y(x) = -2x^2$

(室蘭工業大 2015) (m20155513)

0.846 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = -y$ を解きなさい.

(室蘭工業大 2016) (m20165506)

0.847 微分方程式に関する以下の問いに答えよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} - 2e^{x+y} = 0$ の一般解を求めよ.

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 4\dfrac{dy}{dx} + 3y = 4e^{x}$ の一般解を求めよ.

(室蘭工業大 2016) (m20165512)

0.848 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} - 3y = 5e^{2x}$$

(室蘭工業大 2016) (m20165516)

0.849 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $(x^2-4)\dfrac{dy}{dx}=y$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+4\dfrac{dy}{dx}+4y=8\sin(2x)$

(室蘭工業大 2017) (m20175505)

0.850 次の微分方程式の解を求めよ.

$2x-2xy+y'=0$

(室蘭工業大 2017) (m20175511)

0.851 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$y''+3y'+2y=\cos x$$

(室蘭工業大 2018) (m20185503)

0.852 常微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+4\dfrac{dy}{dx}+3y=13\sin 2x$ に関する以下の問いに答えよ.

(1) この方程式の右辺がゼロの場合の解（同次解）y_0 を求めよ.

(2) 特解 y_1 を $y_1=A\sin 2x+B\cos 2x$ の形を仮定して求めよ．ただし，A, B は定数とする.

(3) 初期条件を，$x=0$ で，$y=0$, $\dfrac{dy}{dx}=2$ として，解 y を求めよ.

(室蘭工業大 2018) (m20185510)

0.853 以下の微分方程式を解きなさい.

$\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{x}{y}$

(室蘭工業大 2018) (m20185516)

0.854 つぎの微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+2\dfrac{dy}{dx}-3y=0$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+2\dfrac{dy}{dx}-3y=5e^{2x}$ (3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+2\dfrac{dy}{dx}-3y=8e^{x}$

(室蘭工業大 2021) (m20215502)

0.855 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$y''-3y'-4y=\cos x$$

ただし，$y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$,　$y'=\dfrac{dy}{dx}$ の意味である.

(室蘭工業大 2021) (m20215507)

0.856 次の微分方程式の一般解を求めよ．なお，任意の定数は C_1, C_2 を用いること.

$y''+2y'+y=x^2$

ただし，$y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$,　$y'=\dfrac{dy}{dx}$ の意味である.

(室蘭工業大 2022) (m20225501)

0.857 つぎの微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx}-2y=2$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+5\dfrac{dy}{dx}+6y=0$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+5\dfrac{dy}{dx}+6y=4e^{-2x}$

(室蘭工業大 2022) (m20225510)

0.858 2 階の同次線形微分方程式

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}+ax\frac{dy}{dx}+by=0 \text{（} a, b \text{ は定数係数）}$$

について，以下の問いに答えよ．ただし，$x>0$ とする．

(1) 変数 x を $x=e^t$ と変換する．このとき，$\dfrac{dy}{dt}$ を x と $\dfrac{dy}{dx}$ を用いて表せ.

(2) さらに，$\dfrac{d^2y}{dt^2}$ を x，$\dfrac{dy}{dx}$ および $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を用いて表せ.

(3) (1) と (2) を用いて，上記の微分方程式が，変数 x を $x=e^t$ と変形することにより定数係数同次線形微分方程式になることを示せ.

(4) (3) を参考にして，微分方程式 $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}+3x\dfrac{dy}{dx}+y=0$ の一般解を求めよ.

(香川大 2007)　　(m20075701)

0.859 (1) $f(x)=Ae^{-kx^2}$ について $\dfrac{d}{dx}f(x)$ および $\dfrac{d^2}{dx^2}f(x)$ を求めよ.

(2) $f(x)=Ae^{-kx^2}$ が微分方程式 $\left(\frac{d^2}{dx^2}-4k^2x^2\right)f(x)=Cf(x)$ を満たすとき，C を求めよ.

(島根大 2006)　　(m20065814)

0.860 $f(x)$ は実数全体で定義された以下の条件 $(*)$ を満たす関数とする.

$$(*)\quad f''(x)=f(x)\text{，}\ f(0)=1,\ f'(0)=0$$

次の問いに答えよ.

(1) $\big(f(x)\big)^2-\big(f'(x)\big)^2=1$ を証明せよ.

(2) $f(x)$ を求めよ.

(3) 関数 $f(x)$ と $f'(x)$ のグラフの概形をかけ.

(4) 自然数 n に対し，$f^{(n)}(0)$ の値を求め，さらに $f(x)$ のマクローリン展開を求めよ.

(島根大 2013)　　(m20135802)

0.861 微分方程式 $y=x\dfrac{dy}{dx}+3\cdot\sqrt{1+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2}$ について，以下の設問に答えよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=p$ と置き，置き換えた式を示せ.

(2) 設問 (1) の結果を x に関して微分せよ.

(3) 設問 (2) の結果から p,x のみを含む微分方程式を示せ.

(4) $\dfrac{dp}{dx}\neq 0$ のとき x を p を用いて表せ.

(5) $\dfrac{dp}{dx}\neq 0$ のとき y を p を用いて表せ.

(6) $\dfrac{dp}{dx}\neq 0$ のとき x と y はある 1 つの半円上にあることを示せ．また，その半径を示せ.

(島根大 2016)　　(m20165806)

0.862 次の微分方程式について，以下の設問に答えよ.

$$\frac{d^2f(x)}{dx^2}+2\frac{df(x)}{dx}-8f(x)+g(x)=0$$

(1) 関数 $g(x)=0$ の場合において，微分方程式を満たす関数 $f(x)$ の一般解を求めよ.

(2) 関数 $g(x) = -\dfrac{1}{2}e^{-x}$ の場合において，微分方程式を満たす関数 $f(x)$ の一般解を求めよ．

(3) 設問 (2) において，$x = 0$ のときの関数 $f(x)$ およびその 1 階導関数 $f'(x)$ の値がそれぞれ次のように与えられたとき，関数 $f(x)$ を求めよ．

$$f(0) = -\frac{1}{18},\ f'(0) = \frac{13}{18}$$

(4) 設問 (3) において求めた関数 $f(x)$ を x の 2 次の項までマクローリン展開せよ．

(島根大 2020)　　(m20205801)

0.863 次の微分方程式を解け（一般解を求めよ）．

(1) $x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2}\dfrac{dy}{dx} = 0$

(2) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{2x+xy^2}{2y+x^2y}$

(首都大 2003)　　(m20035906)

0.864 次の微分方程式は完全形であることを示し, さらに一般解を求めよ，ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする．

$$(2x+y-4)y' = x-2y+3$$

(首都大 2005)　　(m20055904)

0.865 次の微分方程式について特性方程式を示し，さらに一般解を求めよ，ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする．

$$y'' - y' - 2y = 2x^2 + 2x$$

(首都大 2005)　　(m20055905)

0.866 時刻 $t = 0$ で静止していた質量 m の球体が自由落下するとき，落下速度 v に比例した空気抵抗 rv を受けるものとする．重力加速度を g とすれば，この球体の運動方程式は

$$mg - rv = m\frac{dv}{dt}$$

と表される．この球体の任意の時刻 t での落下速度 v および落下距離 z を求めよ．

(首都大 2007)　　(m20075905)

0.867 次の微分方程式を解け．　$\dfrac{dy}{dx} - y = \cos x - \sin x$　　(首都大 2008)　　(m20085904)

0.868 次の微分方程式を解け．

$$x\frac{dy}{dx} + (y+5) = 0$$

(首都大 2010)　　(m20105905)

0.869 次の微分方程式を解きなさい．

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$$

(首都大 2011)　　(m20115905)

0.870 次の微分方程式を解きなさい．

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x+y}$$

(首都大 2012)　　(m20125905)

0.871 次の微分方程式を解きなさい.

$$\left(x^2+2xy\right)dx+\left(x^2-y^2\right)dy=0$$

(首都大 2013) (m20135905)

0.872 次の微分方程式が完全形であることを示し，一般解を求めなさい.

$$(x-y+1)dx+(y-x+1)dy=0$$

(首都大 2014) (m20145905)

0.873 次の微分方程式が完全形であることを示し，一般解を求めなさい.

$$(y-3x^2+2)dx+(x-y^2+2y)dy=0$$

(首都大 2015) (m20155905)

0.874 次の微分方程式が完全形であることを示し，一般解を求めなさい.

$$\left(x^3+\log y\right)dx+\frac{x}{y}dy=0$$

(首都大 2016) (m20165905)

0.875 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{dy}{dx}=\frac{y}{x}-\frac{y^2}{x^2}$$

(首都大 2017) (m20175902)

0.876 次の微分方程式が完全系であることを示し，一般解を求めなさい.

$$(2e^{2x}y-4x)dx+e^{2x}dy=0$$

(首都大 2018) (m20185905)

0.877 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{dy}{dx}=\frac{2xy}{x^2-y^2}$$

(首都大 2019) (m20195904)

0.878 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{dy}{dx}=\frac{x^2+2xy-y^2}{x^2-2xy-y^2}$$

(東京都立大 2020) (m20205904)

0.879 実数 $x \geq 0$ に対する実関数 $f_k(x)$ について，以下の微分方程式の初期値問題が与えられている.

$$\frac{df_k(x)}{dx}+2f_k(x)=f_{k-1}(x), \quad f_k(0)=1$$

ただし，k は自然数である．また，すべての実数 $x \geq 0$ に対して $f_0(x)=0$ とする．このとき，以下の問いに答えよ.

(1) $f_1(x)$ を求めよ.

(2) $f_2(x)$ を求めよ.

(3) $f_k(x)$ を k を用いて表し，以下を求めよ.

$$\lim_{k\to\infty} f_k(x)$$

(東京都立大 2020) (m20205912)

0.880 実数 y は，実数 x の関数であり，その関係は式 (I) と (II) で表される．以下の問いに答えよ．

$$y = xp - e^p \tag{I}$$
$$p = \frac{dy}{dx} \tag{II}$$

(1) 式 (I) を x で微分して $p,\ p',\ x$ の関係を求めよ．ただし，$p' = \dfrac{dp}{dx}$ である．

(2) 前問 (1) で得られた関係を p と p' について解け．解答は x を含んでもよい．

(3) 前問 (2) で得られた関係を利用して y を x で表せ．

(東京都立大 2021)　　(m20215905)

0.881 (1) 以下の微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{dy}{dx} - 2y = 0$$

(2) 前問 (1) で得られた解を用いて以下の微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{dy}{dx} - 2y = 3x$$

(東京都立大 2022)　　(m20225907)

0.882 (1) 未知関数 $y = f(x)$ に対する 2 階同次線形常微分方程式

$$y'' - 2\sqrt{3}y' + 3y = 0$$

の一般解を求めよ．

(2) 2 階非同次線形常微分方程式

$$y'' - 2\sqrt{3}y' + 3y = \sin x$$

の特殊解を求めよ．その結果を使って，一般解を書き下せ．

(滋賀県立大 2005)　　(m20056002)

0.883 (1) 未知関数 $y = y(x)$ に対する 2 階同次線形常微分方程式　$y'' - 2y' - 8y = 0$　の一般解を求めよ．

(2) 2 階非同次線形常微分方程式　$y'' - 2y' - 8y = 25\cos 3x$　の特殊解を求めよ，その結果をつかって，一般解を書け．

(滋賀県立大 2007)　　(m20076002)

0.884 (1) 未知関数 $y = y(x)$ に対する 2 階定数係数同次線形常微分方程式　$y'' + y' - 6y = 0$　の一般解を求めよ．

(2) 2 階定数係数非同次線形常微分方程式　$y'' + y' - 6y = \sin x$　の特殊解を求めよ．
（特殊解を $y = A\sin x + B\cos x$ と仮定してよい．$A,\ B$ は定数である．）

(3) 上記 (2) の非同次線形常微分方程式の一般解を書き下せ．

[注；(1) における「同次」および (2) における「非同次」は，それぞれ「斉次」および「非斉次」といわれることもある．]

(滋賀県立大 2008)　　(m20086002)

0.885 次の形の微分方程式を同次形という．

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$$

(1) このような同次形の微分方程式は，$u = \dfrac{y}{x}$ とおくことによって，変数が x，未知関数が $u = u(x)$ の微分方程式としたとき，変数分離形になることを示せ．

(2) $y' = \dfrac{x-y}{x+y}$ の解のうち $(x, y) = (2, 3)$ を通るものを求めよ.

(滋賀県立大 2009) (m20096002)

0.886 (1) 未知関数 $y = y(x)$ に対する 2 階同次線形常微分方程式

$$y'' - 6y' + 9y = 0$$

の一般解を求めよ.

(2) 2 階非同次線形常微分方程式

$$y'' - 6y' + 9y = \cos x$$

の特殊解を求めよ. その結果をつかって, 一般解を書き下せ.

(滋賀県立大 2011) (m20116002)

0.887 (1) 未知関数 $y = y(x)$ に対する 2 階定数係数同次線形常微分方程式

$$y'' + 5y' + 6y = 0$$

の一般解を求めよ.

(2) 2 階定数係数非同次線形常微分方程式

$$y'' + 5y' + 6y = \cos 2x$$

の特殊解を求めよ.

(3) 上記 (2) の非同次線形常微分方程式の一般解を書け.

[注: (1) における「同次」および (2) における「非同次」は, それぞれ「斉次」および「非斉次」といわれることもある.]

(滋賀県立大 2012) (m20126002)

0.888 (1) 未知関数 $y = y(x)$ に対する 2 階定数係数同次線形常微分方程式

$$y'' + y' - 12y = 0$$

の一般解を求めよ.

(2) 2 階定数係数非同次線形常微分方程式

$$y'' + y' - 12y = 2\cos x$$

の特殊解を求めよ. (特殊解を $y = A\sin x + B\cos x$ と仮定してよい.)

(3) 上記 (2) の非同次線形常微分方程式の一般解を書き下せ.

(滋賀県立大 2013) (m20136002)

0.889 (1) 未知関数 $y = y(x)$ に対する 2 階定数係数同次線形常微分方程式

$$y'' - 8y' + 16y = 0$$

の一般解を求めよ.

(2) 2 階定数係数非同次線形常微分方程式

$$y'' - 8y' + 16y = 2\cos x$$

の特殊解を求めよ.

(特殊解を $y(x) = A\sin x + B\cos x$ と仮定してよい.)

(3) 上記 (2) の非同次線形常微分方程式の一般解を書き下せ.

(滋賀県立大 2014) (m20146002)

0.890 (1) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}+x(y^2-1)=0$ の一般解を求めよ.

(2) 上の微分方程式の解で $y(0)=-1$ を満たすものを求めよ.

(滋賀県立大 2015) (m20156002)

0.891 未知関数 $y=y(x)$ に対する微分方程式：$y''+4y=e^{3x}$ の一般解を求めよ.

(滋賀県立大 2016) (m20166004)

0.892 以下の問に答えよ.

(1) $\displaystyle\int\frac{dx}{x^2-a^2}$ $(a\neq 0)$ を求めよ.

(2) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}=y^2-a^2$ $(a\neq 0)$ を解きなさい.

(宇都宮大 2004) (m20046105)

0.893 ある固体の数 N が増加する速さは N に比例するという.

(1) 時間を t, 比例係数を k とおいて微分方程式を立て N と t の関係を求めよ. ただし, $t=0$ の時の個体数を $N=N_0$ とする.

(2) $t=1$ の時には $N=2N_0$ に増加するという. $t=8$ の時の N を求めよ.

(宇都宮大 2007) (m20076114)

0.894 次の連立微分方程式の解を求めよ. ただし, $t=0$ のとき $x=2$, $y=0$ とする.

$$\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=y\\[2mm]\dfrac{dy}{dt}=-3y-2x\end{cases}$$

(宇都宮大 2010) (m20106103)

0.895 一般解が $x^2-y^2=Cx$ となる微分方程式を示せ. なお, C は任意の定数である.

(宇都宮大 2014) (m20146106)

0.896 下の問いに答えよ. なお, 計算過程も記入せよ.

(1) 微分方程式
$$2\frac{d^2y(x)}{dx^2}+3\frac{dy(x)}{dx}-2y(x)=0 \tag{$*1$}$$
の一般解を求めよ.

(2) 微分方程式
$$2\frac{d^2y(x)}{dx^2}+3\frac{dy(x)}{dx}-2y(x)=x^2-8 \tag{$*2$}$$
の一般解を求めよ.

(3) 微分方程式
$$2\frac{d^2y(x)}{dx^2}+3\frac{dy(x)}{dx}-2y(x)=e^{-2x} \tag{$*3$}$$
の一般解を求めよ.

(宇都宮大 2016) (m20166104)

0.897 a,b を正の実定数とするとき, 微分方程式
$$\frac{dy}{dx}+a^2y^2=b^2 \tag{2-1}$$
について, 下の問いに答えよ.

(1) $\alpha(\alpha \neq 0)$, β を実定数，C を積分定数とするとき，つぎの不定積分が成り立つことを示せ.

$$\int \frac{1}{\alpha x+\beta}dx = \frac{1}{\alpha}\log_e|\alpha x+\beta| + C \tag{2-2}$$

(2) 微分方程式 (2-1) の一般解を y について解け．なお，計算過程も記入せよ.

(3) 微分方程式 (2-1) を条件 $x=0$，$y=0$ のもとで y について解いた特殊解を求めよ．なお，計算過程も記入せよ.

(4) (3) で求めた特殊解は，x が十分に大きいとき一定の値に近づく．この一定の値を求めよ．なお，計算過程も記入せよ.

(宇都宮大 2019)　　(m20196102)

0.898 $\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{1+x^2}{tx(1+t^2)}$ の一般解を求めなさい.

(宇都宮大 2019)　　(m20196109)

0.899 $\log x$ は自然対数を表すものとして，下の問いに答えよ.

問 1　C を積分定数とするとき，積分公式

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+A}} = \log\left|x+\sqrt{x^2+A}\right| + C \quad (A \neq 0)$$

を証明せよ.

問 2　問 1 の公式を用いて関数 $y=y(x)$ に関する 1 階の微分方程式

$$y' = \sqrt{1+y^2}$$

の一般解を求め，さらに $x=0$ のとき $y=0$ となるもの（特殊解）を求めよ．なお，計算過程も記入せよ.

問 3　問 2 の特殊解を積分して

$$f(x) = \int_0^x y\,dx$$

を求めよ．なお，計算過程も記入せよ.

(宇都宮大 2022)　　(m20226104)

0.900 微分方程式，$y + x\dfrac{dy}{dx} = xy\dfrac{dy}{dx}$ の一般解を求めよ.

(工学院大 2003)　　(m20036204)

0.901 $x\dfrac{dy}{dx} = x+y$ を解き，点 $(1,2)$ を通る解を求めよ.

(工学院大 2004)　　(m20046204)

0.902 微分方程式 $y' - y = e^{2x}\cos x$ を解け.

(はこだて未来大 2007)　　(m20076307)

0.903 微分方程式 $y'' - 3y' + 2y = -e^{2x}\sin x$ について以下の問に答えよ.

(1) 基本解をすべて求め, それらの 1 次独立性を確かめよ.　　(2) 特殊解を求めよ.

(はこだて未来大 2007)　　(m20076308)

0.904 未知関数 $y=y(x)$ に対する微分方程式

$$y' + 2y = 3e^x$$

を初期条件 $y(0)=2$ のもとで解け.

(はこだて未来大 2013)　　(m20136301)

0.905 未知関数 $y = y(x)$ に対する微分方程式

$$y'' + y = \cos x$$

を初期条件 $y(0) = y'(0) = 1$ のもとで解け.

(はこだて未来大 2013)　　(m20136302)

0.906 円筒形の容器に水位 $h_0\,[cm]$ まで水が入っている．いま，この容器の底から水を抜き始めたところ，$t_1\,[分]$ 後には水位が $h_1\,[cm]$ となった．また，水位の低下速度 $-\dfrac{dh}{dt}\,[cm/分]$ は，その時の水位 $h\,[cm]$ に比例していた．水位が $\dfrac{h_0}{2}\,[cm]$ となる時間 $t\,[分]$ を与える式を導きなさい．ただし，導出過程も答案用紙に書きなさい．また，ここで水位は容器の底から水面までの高さのことである．

(東京海洋大 2012)　　(m20126411)

0.907 お湯を入れたポットを一定温度に保たれた室内に放置した時のお湯の温度変化について，次の問に答えなさい．但し，ポット内のお湯の温度に分布は無いものとする．

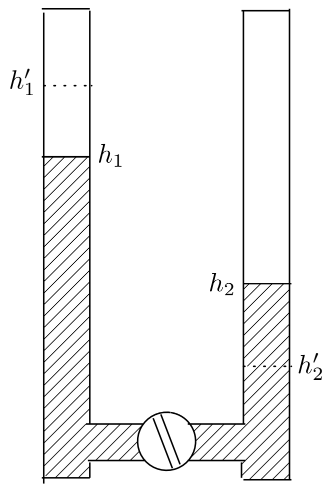
(1) ポット内のお湯の温度 T が冷める速さ $-dT/dt$ は T と室内の温度 $T_{\rm room}$ との差に比例する．比例定数を k として，$-dT/dt$ を k, T 及び $T_{\rm room}$ を用いて表しなさい．

(2) T を $t, k, T_{\rm room}$ 及び積分定数 C を用いて表しなさい．

(3) 95℃ のお湯を入れたポットを 15℃ の室内に放置したところ，90 分後にお湯の温度は 75℃ になっていた．お湯の温度が 95℃ から 55℃ になるまでの時間（分）を求めなさい．
但し，$\log_e 2 = 0.7$, $\log_e 3 = 1.1$ としなさい．

(東京海洋大 2013)　　(m20136404)

0.908 右図のように同じ内径のパイプの底部をコック付パイプで連結して垂直に立てた．コックを開ける前の水位は左のパイプが $h'_1\ [cm]$ で右のパイプは $h'_2\ [cm]$ であった．コックを開けて $t[秒]$ 後には水位が $h_1\ [cm]$ と $h_2\ [cm]$ になった．ただし，水位はパイプの底部からの高さである．次の各問に答えなさい．



(1) 左のパイプの水位の低下速度 $dh_1/dt\ [cm/秒]$ は，両パイプ間の水位差に比例していた．dh_1/dt を表す次式を完成しなさい．
ただし，$\boxed{ア}$ には整数または分数が入り，
$\boxed{イ}$, $\boxed{ウ}$ および $\boxed{エ}$ には h'_1, h'_2 または h_1 のいずれかが入る．また，k_1 は係数である．

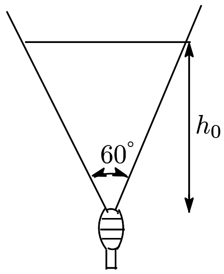
$$\frac{dh_1}{dt} = -k_1 \left\{ \boxed{ア} \times \boxed{イ} - \left(\boxed{ウ} + \boxed{エ} \right) \right\}$$

(2) $t[秒]$ 後における水位 h_1 を表す次式を完成しなさい．ただし，$\boxed{a}$ には整数または分数が入り，$\boxed{b}$, $\boxed{c}$ および $\boxed{d}$ には h'_1, h'_2, k_1, t からなる式が入る．また，h_1 を導く過程も書きなさい．

$$h_1 = -\boxed{a} \left\{ \boxed{b} \times\ e^{\left(\boxed{c}\right)} + \boxed{d} \right\}$$

(東京海洋大 2014)　　(m20146404)

0.909 右の図のような頂角が 60° の円錐形の容器に，水が h_0[cm] の深さまで入っている．但し，この円錐形の容器の頂点は真下を向いており，中心線は垂直に保たれている．いま，時刻 $t=0$ において，この容器の底から水を抜き始めた．



(1) 時刻 t[分] における水位を h[cm] とする．この時の容器に残っている水の体積 V[cm^3] の時間変化は次式のように表すことが出来る．
空欄 $\boxed{\text{ア}}$ に適切な記号や数値からなる数式を入れなさい．

$$-\frac{dV}{dt} = -\frac{\boxed{\text{ア}}\,dh}{dt}$$

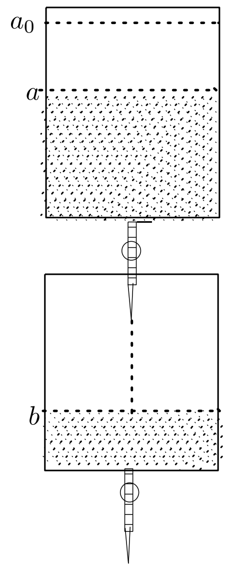
(2) 流出速度が水位に比例する時，$-dV/dt = kh$ と表せるので上式は次式となる．

$$-\frac{\boxed{\text{ア}}\,dh}{dt} = kh$$

ここで，k[cm^2/分] は比例定数である．時刻 t[分] における水位 h[cm] を，数値や記号などを用いて表しなさい．

(東京海洋大 2016)　　(m20166404)

0.910 同じ大きさと形をした円筒形の容器が上下に連結されている．上の容器には水位 a_0 まで水が入っており，下の容器は空である．いま，両方の容器の底の排水管を開いたところ，下図のように，上の容器の水は下の容器に流れ込み, 下の容器からは溜まった水が外に流れ出た．
水位はそれぞれ容器の底部からの高さであり，
上の容器の水位を a，下の容器の水位を b とする．
水位 a の変化速度は，$da/dt = -ka$ であった．
ただし，t は排水管を全開にしてからの経過時間，k は定数である．
次の各問に答えなさい．導出過程も解答用紙に書きなさい．



(1) 上の容器の水位 a の時間変化を a_0, k, t を用いて表しなさい．

(2) 下の容器の水位 b の変化速度は次式となった．
$db/dt = ka - kb$
ここで，t の関数 $f(t)$ を用いて $b = f(t)e^{-kt}$ とすると，
上式を解いて, $f(t)$ を求めることができる．
その結果を用いて，b の時間変化を a_0, k, t によって表しなさい．
さらに，b の最大値と，その時の t を求めなさい．

(東京海洋大 2022)　　(m20226409)

0.911 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2} = 2$　　(2) $y + x\dfrac{dy}{dx} = 0$　　(3) $\dfrac{dy}{dx} + y = x$　　(4) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 5\dfrac{dy}{dx} = 0$

(和歌山大 2007)　　(m20076507)

0.912 (1) $\dfrac{dy}{dx} + 2y = 3$ において，$x=0$ のとき $y=0$ となるような解を求めなさい．

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ の一般解を求めなさい．

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+7\dfrac{dy}{dx}+12y=0$ の一般解を求めなさい.

(和歌山大 2009) (m20096503)

0.913 次の微分方程式の一般解を求め, さらに, 与えられた初期条件を満たす特殊解を求めなさい.

(1) $y\dfrac{dy}{dx}=x^3$, $y(1)=1$

(2) $\dfrac{dy}{dx}=\cos 3x$, $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-5\dfrac{dy}{dx}+6y=0$, $y(0)=0$, $y'(0)=1$

(和歌山大 2010) (m20106503)

0.914 次の微分方程式について，与えられた初期条件を満たす特殊解を求めなさい.

(1) $y\dfrac{dy}{dx}=3x^2$, $y(0)=1$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+2\dfrac{dy}{dx}+y=0$, $y(0)=1$, $y'(0)=1$

(3) $\dfrac{dy}{dx}+y=2x$, $y(0)=1$

(和歌山大 2012) (m20126506)

0.915 次の微分方程式について，与えられた初期条件を満たす特殊解を求めなさい.

(1) $y\dfrac{dy}{dx}=2x^2$, $y(0)=1$

(2) $\dfrac{dy}{dx}=\sin 2x$, $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+3\dfrac{dy}{dx}-4y=0$, $y(0)=1,\ y'(0)=-1$

(和歌山大 2013) (m20136505)

0.916 次の微分方程式について，与えられた初期条件を満たす特殊解を求めなさい..

(1) $\dfrac{dy}{dx}=2xy$, $y(0)=2$

(2) $\dfrac{dy}{dx}+y=x$, $y(0)=0$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+4\dfrac{dy}{dx}+4y=0$, $y(0)=1$, $\dfrac{dy}{dx}(0)=y'(0)=-1$

(和歌山大 2014) (m20146507)

0.917 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=y(y+1)$ (2) $\dfrac{dy}{dx}-2y=e^{5x}$ (3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+\dfrac{dy}{dx}-2y=6$

(和歌山大 2015) (m20156505)

0.918 次の微分方程式の一般解を求めなさい．ただし，e を自然対数の底とする.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=xe^{x-y}$ (2) $\dfrac{dy}{dx}-2xy=4x$ (3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+\dfrac{dy}{dx}-6y=-6x+7$

(和歌山大 2016) (m20166505)

0.919 以下の (1)，(2) に示す微分方程式の一般解をそれぞれ求めなさい．ただし，e は自然対数の基底である.

(1) $x^2y''+4xy'+2y=0$

(2) $y'' - 4y' + 4y = e^x$

(和歌山大 2017)　　(m20176507)

0.920 微分方程式 $y''(t) + 2y'(t) + 2y(t) = 0$ に対して，次の (1)〜(3) に答えなさい．

(1) 一般解を求めなさい．

(2) 初期条件 $y(0) = 1,\ y'(0) = 0$ を満たす解を求めなさい．

(3) (2) で求めた解 $y(t)$ に対して，極限値 $\lim_{t \to +\infty} y(t)$ を求めなさい．

(和歌山大 2018)　　(m20186504)

0.921 (1) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} = 4y$ の一般解を求めなさい．

(2) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} = -9y$ を，次の初期条件のもとで解きなさい．

$$x = 0 \text{ のとき } y = 2,\ \ \frac{dy}{dx} = 1$$

(和歌山大 20221)　　(m20216505)

0.922 (1) 級数の和 $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{k!(k+2)}{(k+3)!}$ を求めよ．また，$\lim_{n \to \infty} S_n$ を求めよ．

(2) $f(x) = e^{2x^2}$ のマクローリン級数を x^3 の項まで求めよ．また，$\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - 1}{x^2}$ を求めよ．

(3) 初期値問題 (a) と微分方程式 (b) の解が一致するよう α を定め，(b) の一般解を求めよ．

(a) $\dfrac{dy}{dx} + 2y = e^{-x}$ ，$y(0) = e^{-1}$　　　(b) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + \alpha y = 8e^{-x}$

(京都府立大 2008)　　(m20086701)

0.923 (1) 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{dy}{dx} - 2xy = 0$$

(2) 次の初期値問題の解を求めよ．

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 2y = 3e^{2x}$$

$$y(0) = 0\,,\quad \frac{dy}{dx}(0) = -2$$

(琉球大 2009)　　(m20096802)