[選択項目] 年度：1991〜2023 年　大学：愛知県立大

0.1　２回偏微分可能な関数 $f(x,y)$ に対して，$g(r,\theta)=f(r\cos\theta, r\sin\theta)$ と定義する．

(1) $\dfrac{\partial g}{\partial r}$ 及び $\dfrac{\partial g}{\partial \theta}$ を求めよ．

(2) $\dfrac{\partial^2 g}{\partial r^2}$ 及び $\dfrac{\partial^2 g}{\partial \theta^2}$ を求めよ．

(3) $\dfrac{\partial^2 g}{\partial r^2}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial g}{\partial r}+\dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial^2 g}{\partial \theta^2}=\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ が成り立つことを示せ．

尚，導出の過程で次の公式を用いて良い．

【公式】$z=f(x,y)$ として，関数 $x=x(u,v), y=y(u,v)$ がいずれも偏微分可能ならば，

$$\frac{\partial z}{\partial u}=\frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial u}+\frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial u} \quad , \quad \frac{\partial z}{\partial v}=\frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial v}+\frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial v}$$

が成り立つ．　（愛知県立大 2000）　(m20003001)

0.2　微分方程式 $y''+3y'+2y=3$ の一般解を求めよ．但し，y', y'' はそれぞれ関数 $y=y(x)$ の１次及び２次の導関数とし，$y(0)=1,\ y'(0)=2$ を満たすとする．

（愛知県立大 2000）　(m20003002)

0.3　$A=\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}$, $I=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする．

$c \neq 0$ に対して，次の３種類の行列

$P_i(c): I$ の第 i 行を c 倍した行列

$P_{ij}(c): I$ の (i,j) 成分に c を加えた行列 $(i \neq j)$

$P_{ij}: I$ の第 i 行と第 j 行を入れ換えた行列 $(i \neq j)$

を基本行列という．

(1) $P_i(c)A,\ P_{ij}(c)A,\ P_{ij}A$ はそれぞれ行列 A にどのような操作を加えたものといえるか述べよ．

(2) $A=\begin{pmatrix} 4 & 2 & 7 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ の逆行列 A^{-1} を求めよ．

(3) (2) の A^{-1} を基本行列の積として表せ．

(4) (2) の A を基本行列の積として表せ．

（愛知県立大 2000）　(m20003003)

0.4　確率分布が以下の (1),(2) の場合について，確率変数 X の定める分布関数 $F(x)$ と $\alpha>0$ に対して

$$\int_{-\infty}^{\infty}\{F(x)-F(x-\alpha)\}\,dx=\alpha$$

が成り立つことを示せ．

(1) $P(X=0)=p>0,\ P(X=1)=q>0,\ p+q=1$ の場合．

(2) 確率変数 X が連続型で，密度関数 $f(x)$ をもつ場合．

（愛知県立大 2000）　(m20003004)