

[選択項目] 年度：1991～2023 年 大学：秋田大

0.1 次の有理関数を部分分数に分解しなさい. $\frac{1}{x^4 - 1}$
(秋田大 2001) (m20010401)

0.2 沖合い 3 km を岸壁に平行に船舶が航行している. 岸壁にある観測点に立つ観測者の正面を通過するとき, 船舶と観測者を結ぶ直線は角速度 a (rad/秒) で変化した.

(1) 船の進行方向に x 軸を取り, 船と観測者を結ぶ直線と, 観測点から岸壁に垂直に沖合いに伸びる直線との角度を θ (rad) とする. 船の位置 x と θ の関係式を求めよ.

(2) 船舶が観測者の正面を通過したときの航行速度を求める式を与えよ.
(秋田大 2001) (m20010402)

0.3 次の積分を計算しなさい.

(1) $\int_a^\infty \frac{dx}{x^2}$ ($a > 0$) (2) $\int_0^\pi x \sin^2 x dx$
(秋田大 2001) (m20010403)

0.4 次の定積分を求めよ.

(1) $\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 1} dx$ (2) $\int_0^1 \frac{x}{(x^2 + 1)^n} dx$ (ただし, n は 2 以上の自然数)
(秋田大 2001) (m20010404)

0.5 $y = \log(1 - x)$, $-1 < x \leq 1$ の原点 $x = 0$ における 3 次の Taylor 展開

$\log(1 - x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + R_4x^4$
の係数 a_0, \dots, a_3 を求めよ. R_4 は求めなくてもよい.
(秋田大 2001) (m20010405)

0.6 次の関数の原点におけるテイラー展開を, 2 次の項まで示しなさい. $\frac{e^x + e^{-x}}{2}$
(秋田大 2001) (m20010406)

0.7 次の微分方程式を解きなさい. $xy' = y(y - 1)$
(秋田大 2001) (m20010407)

0.8 次の行列の行列式を求めよ.

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$
(秋田大 2001) (m20010408)

0.9 次の連立 1 次方程式を解け.

$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 2x - y + z = -1 \\ x + 2y + 3z = 2 \end{cases}$
(秋田大 2001) (m20010409)

0.10 N 組の計測データ $(X_1, Y_1), \dots, (X_N, Y_N)$ がある. いま, 変数 a, b を用いて

$$Z = \sum_{i=1}^N (Y_i - a - bX_i)^2$$

とする. Z を最小とする a, b の値を, 計測データを用いて表しなさい.

(秋田大 2001) (m20010410)

0.11 次の \square 内に当てはまる整数を入れよ.

(1) 有理関数について, $\frac{4(3+3x-x^2)}{(x-1)^2(x+1)} = \frac{\square(j)}{x-1} + \frac{\square(k)}{(x-1)^2} + \frac{\square(l)}{x+1}$ である.

(2) 有理関数 $y = \frac{4(3+3x-x^2)}{(1-x)^2(1+x)}$ の 6 次導関数は $y^{(6)} = \frac{\square(m)}{(1-x)^7} + \frac{\square(n)}{(1-x)^8} + \frac{\square(o)}{(1+x)^7}$ である.

(秋田大 2002) (m20020401)

0.12 次の \square 内に当てはまる整数を入れよ. 注意: \log は自然対数で, π は円周率である.

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x}{x} = \square(p)$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log |\cos x|}{x^2} = \frac{1}{\square(q)}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log |1-x^2|}{\log |\cos x|} = \square(r)$

(4) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2^{\sin x} - 2}{\log |\sin x|} = \log \square(s)$

(秋田大 2002) (m20020402)

0.13 次の \square 内に当てはまる整数を入れよ. 注意: \log は自然対数で, π は円周率である.

(1) $\int_2^3 \frac{4(3+3x-x^2)}{(x-1)^2(x+1)} dx = \log \frac{3}{\square(t)} + \square(u)$

(2) $\int_0^1 \log x dx = \square(v)$

(2) $\int_0^\infty e^{-x} x^4 dx = \square(w)$

(4) $\int_0^\infty e^{-4x} \sin x dx = \frac{1}{\square(x)}$

(3) $\int_{-1}^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx = \frac{\pi}{\square(y)}$

(秋田大 2002) (m20020403)

0.14 次の \square 内に当てはまる整数を入れよ.

行列 $\frac{1}{16} \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ の逆行列は $\begin{pmatrix} \square(a) & \square(b) & \square(c) \\ \square(d) & \square(e) & \square(f) \\ \square(g) & \square(h) & \square(i) \end{pmatrix}$ である.

(秋田大 2002) (m20020404)

0.15 次の関数について, 導関数 $\frac{dy}{dx}$ を求めなさい.

(1) $y = x^3 e^{-2x}$

(2) $y = \frac{2x+1}{\sin x}$

(2) $\begin{cases} x = \cos t + t \sin t \\ y = 2 \sin t - 2t \cos t \end{cases}$

(4) $x^3 y + 3y^2 + 2x^4 = 0$

(秋田大 2003) (m20030401)

0.16 次の問いに答えなさい.

0.23 行列 $C = \begin{pmatrix} k & 1 & 1 \\ 1 & k & 1 \\ 1 & 1 & k \end{pmatrix}$ の階数を求めなさい.

(秋田大 2004) (m20040405)

0.24 a, b を実数とし, $M = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 3 & b \end{pmatrix}$ は, トレース (M の対角成分の総和のことで, $\text{tr}(M)$ と表記する) が 4 で, 行列式 ($\det(M)$ とか $|M|$ とか表記する) が -2 とする. そのとき次に答えなさい.

- (1) a, b を求めなさい.
- (2) 行列 M の固有値を全て求めなさい.

(秋田大 2004) (m20040406)

0.25 次の連立一次方程式の解をパラメータを用いて表せ.

$$\begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ -x + 2y + z = 0 \\ x + y + 2z = 0 \end{cases}$$

(秋田大 2005) (m20050401)

0.26 方程式 $x + y - z = 0$ を満たす 2 つのベクトル $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ と $\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$ で, 互いに一次独立になるものを一組挙げよ.

(秋田大 2005) (m20050402)

0.27 (1) 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ の固有値を求めよ.

(2) 問題 (1) の行列 A に対して, $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ とおく. このとき, P の各列ベクトルが A の固有ベクトルであることを確かめ, $AP = PX$ となる行列 X を求めよ.

(3) 問題 (1) の行列 A の階数 (rank) と行列式 (determinant) を求めよ.

(秋田大 2005) (m20050403)

0.28 関数 $f(x) = \log(1+x)$ を $x=0$ で Taylor (テイラー) 展開したとき,

$f(x) = \text{“3次式”} + \text{剰余項}$ ($-1 < x \leq 1$) となる 3 次式を求めよ. 剰余項は求めなくてよい.

(秋田大 2005) (m20050404)

0.29 積分 $S = \int_0^R r\sqrt{R^2 - r^2} dr$ を計算せよ. ただし, R は正の定数である. 必要ならば変換 $r^2 = u$ を用いよ.

(秋田大 2005) (m20050405)

0.30 (1) $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ のとき, 行列 $J = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \theta} \end{pmatrix}$ と, その行列式 (determinant) を計算せよ.

(2) 積分 $I = \iint_D \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dx dy$ を計算せよ. ただし, R は正の定数で, D は領域 $x^2 + y^2 \leq R^2$ を表す. 必要ならば問題 (1) の変数変換を用いよ.

(3) 半径 R の球の体積 V を, 上の問題 (2) の積分 I を用いて表せ. 理由も簡潔に述べること.

(秋田大 2005) (m20050406)

0.31 次の式 $(A+B)^3$, $(A+I)^2$ を展開せよ. ただし, A, B は n 次正方行列, I は n 次単位行列である.

(秋田大 2006) (m20060401)

0.32 原点と点 $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$ を頂点とする空間 \mathbf{R}^3 内の立方体を, 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ で変換する. 変換後の体積を求めよ. また, A は逆行列をもつか, 簡潔な理由を添えて答えよ.

(秋田大 2006) (m20060402)

0.33 A は 2 次正方行列, a, b は A の固有ベクトルで, 固有値はそれぞれ $2, \frac{1}{2}$ であるとする.

$x_1 = a + b$, $x_2 = Ax_1$, $x_3 = Ax_2$, \dots , $x_n = Ax_{n-1}$ とする. x_n を a, b を用いた式で表せ.

(秋田大 2006) (m20060403)

0.34 関数 $f(x, y) = e^{x+2y}$ の 2 次までの偏微分を全て求めよ. さらに原点でこれを Taylor (テイラー) 展開したときに, $f(x, y) = (2 \text{次式}) + (\text{剰余項})$ となる 2 次式を求めよ. 剰余項は求めなくてよい.

(秋田大 2006) (m20060404)

0.35 次の積分を計算せよ. $\int (\cos x)^r \sin x dx$, r は実数

(秋田大 2006) (m20060405)

0.36 次の \square に当てはまる整数を入れよ. 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ の値は \square である.

(秋田大 2007) (m20070401)

0.37 次の \square に当てはまる整数を入れよ.

(1) 行列 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 6 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ の階数は \square である.

(2) 連立一次方程式 $\begin{cases} x + y - 3z = -9 \\ x - 2y + z = 0 \\ 3x + 2y + 2z = 34 \end{cases}$ の解は $x = \square$, $y = \square$, $z = \square$ である.

(秋田大 2007) (m20070402)

0.38 次の極限を求め, \square 内に当てはまる整数を入れよ.

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{x} = \square$ (2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{e^x} = \square$ (3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log x^2}{\log |\sin x|} = \square$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{\cos x} - 2}{\log |\cos x|} = \square$ (5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log |1 - x^2|}{\log |\cos x|} = \square$

(秋田大 2007) (m20070403)

0.39 次の定積分を求め, \square 内に当てはまる整数を入れよ.

(1) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos 2x dx = \frac{1}{\square} \left(\frac{\pi}{2} + \square \right)$ (2) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin 2x \cos x dx = \frac{\square}{12}$

$$(3) \int_0^2 x\sqrt{4-x^2} dx = \frac{\square}{3} \quad (4) \int_1^2 x\sqrt{x-1} dx = \frac{\square}{15}$$

$$(5) \int_1^e \sqrt{x} \log x dx = \frac{2}{\square} \left(e^{\frac{3}{2}} + \square \right) \quad (6) \int_0^1 xe^{-x} dx = 1 + \frac{\square}{e} \quad (7) \int_1^\infty x^2 e^{-x} dx = \frac{\square}{e}$$

(秋田大 2007) (m20070404)

0.40 次の \square 内に当てはまる整数を入れよ.

曲線 $y = \frac{2}{3}(1+x\sqrt{x})$ の区間 $0 \leq x \leq 3$ における, この曲線の弧の長さは $\frac{\square}{3}$ である.

注意: \log は自然対数で, e は自然対数の底とする. π は円周率とする.

(秋田大 2007) (m20070405)

0.41 a を実数とする. 行列 $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$ の固有値を求めよ. また, A が正の値の固有値と負の値の固有値の両方を持つための a の値の範囲を求めよ.

(秋田大 2008) (m20080401)

0.42 次の 1 次連立方程式を解け.

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 0 \\ 2x - 3y + 4z = 0 \\ x \quad \quad - z = 0 \end{cases}$$

(秋田大 2008) (m20080402)

0.43 極限值 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\sin x - x}$ を求めよ.

(秋田大 2008) (m20080403)

0.44 次の積分を計算せよ. ただし, (2) では, $\int \log x dx = x \log x - x + C$ となることを使ってよい.

$$(1) \int \frac{x^2}{\sqrt{x^3-1}} dx \quad (2) \int \log \frac{x-1}{(x+1)^2} dx$$

(秋田大 2008) (m20080404)

0.45 n を整数とし, $I_n = \int x^n e^x dx$ とおく.

(1) n が正の整数のとき, I_n を I_{n-1} を用いて表せ. (2) I_3 を求めよ.

(秋田大 2008) (m20080405)

0.46 関数 $z = f(x, y)$ について, $\frac{\partial z}{\partial x} = x$, $\frac{\partial z}{\partial y} = y$ が成り立っているとす. r を定数とし, $x = r \cos t$, $y = r \sin t$ とおく. このとき, $\frac{dz}{dt}$ を求めよ.

(秋田大 2008) (m20080406)

0.47 (1) $x = u - w$, $y = u + w$ とおく. 行列 $J = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial w} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial w} \end{pmatrix}$ と, その行列式を求めよ.

(2) D は平面内の領域で, 次の 4 直線で囲まれているとする.

$$y = x, \quad y = -x, \quad y = x + 2, \quad y = -x + 4$$

このとき, 積分 $\iint_D xy \, dx dy$ の値を求めよ.

(秋田大 2008) (m20080407)

0.48 関数 $f(x, y) = \sin(x^2 + y)$ の 2 次偏導関数をすべて求めよ.
(秋田大 2009) (m20090401)

0.49 不定積分 $\int x^2 e^x dx$ を求めよ.
(秋田大 2009) (m20090402)

0.50 (広義の) 定積分 $\int_0^\infty e^{-x} dx$ を求めよ.
(秋田大 2009) (m20090403)

0.51 2 重積分 $\iint_D xy dx dy$ を求めよ. ここで, $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x, 0 \leq y, x + y \leq 1\}$ である.
(秋田大 2009) (m20090404)

0.52 行列 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ の逆行列を掃き出し法を用いて求めよ.
(秋田大 2009) (m20090405)

0.53 行列 $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ の固有値をすべて求めよ.
(秋田大 2009) (m20090406)

0.54 $\mathbf{v}_1 = (0, 1, 1)$, $\mathbf{v}_2 = (1, 1, 0)$ で生成される実ベクトル空間 \mathbb{R}^3 の 2 次元部分空間の正規直交基底を求めよ.
(秋田大 2009) (m20090407)

0.55 正方行列 A が $A^2 = O$ を満たすとき, 行列 $I + A$ は $I - A$ の逆行列となることを示せ. ここで, O と I は A と同じ型の零行列と単位行列である.
(秋田大 2009) (m20090408)

0.56 次のカッコ内に当てはまる整数を記入せよ.

(1) 行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 1 & 7 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ の階数は $\boxed{\text{ア}}$ であり, A の固有値は, 小さい方から順に

$\boxed{\text{イ}}, \boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エ}}$ である.

(2) 行列 $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ の行列式の値は $\boxed{\text{オ}}$ である. B の逆行列について, B^{-1} の

(2, 1) 成分は $\boxed{\text{カ}}$ である.

(秋田大 2010) (m20100401)

0.57 次の極限を求め, カッコ内に当てはまる整数を記入せよ.

以下の \arcsin は逆正弦関数のことで, \sin^{-1} と表されることもある.

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = \boxed{\text{キ}}$ (2) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 + 1}) = \frac{1}{\boxed{\text{ク}}}$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(2x)}{x} = \boxed{\text{(ケ)}}$$

(秋田大 2010) (m20100402)

0.58 次の定積分を求め、カッコ内に当てはまる整数を記入せよ.

以下の \arcsin は逆正弦関数, π は円周率, \log は底が e である自然対数を意味する.

$$(1) \int_{-2}^2 x^2 \sqrt{4-x^2} dx = \boxed{\text{(コ)}} \pi \qquad (2) \int_0^1 \frac{\log(1+x)}{1+x^2} dx = \boxed{\text{(サ)}} \pi$$

$$(3) \int_0^1 x^2 \arcsin x dx = \frac{\pi}{6} - \boxed{\text{(シ)}}$$

(秋田大 2010) (m20100403)

0.59 連立1次方程式
$$\begin{cases} x + y - az = 2 \\ x - 2y + z = -3 \\ 3x + 2y + 2z = 14 \end{cases}$$
 を解け. ただし, a は定数である.

(秋田大 2010) (m20100404)

0.60 次の連立1次方程式を解け.

$$\begin{cases} x & & + z & - w & = 1 \\ 3x & + y & + 2z & + w & = 1 \\ & & y & - z & + 5w & = -1 \end{cases}$$

(秋田大 2011) (m20110401)

0.61 行列 $P = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ に対して, 以下の設問(1),(2)に答えよ.

(1) P の逆行列が $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ になることを確かめよ.

(2) P の第1列ベクトルを \mathbf{p}_1 , 第2列ベクトルを \mathbf{p}_2 とする. \mathbf{p}_1 が, ある 2×2 行列 A の固有値 1 の固有ベクトルであり, \mathbf{p}_2 が, 同じ行列 A の固有値 -1 の固有ベクトルであるとき, A を求めよ.

(秋田大 2011) (m20110402)

0.62 $x = \tan t$ と置き換えて, 次の定積分を求めよ.

$$\int_{-1}^1 \frac{dx}{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}}$$

(秋田大 2011) (m20110403)

0.63 関数 $f(x) = e^x$ の原点におけるテーラー展開の式

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + R_4$$

について以下の設問(1),(2)に答えよ. ただし, a_0, a_1, a_2, a_3 は定数で, R_4 は剰余項である.

(1) 定数 a_0, a_1, a_2, a_3 を求めよ.

(2) 設問(1)の結果を用いて, このテーラー展開の式から e の値の範囲を求めよ. ただし, $|R_4| < \frac{1}{6}$ を用いてよい.

0.64 下記の行列 A について、次の問いに答えなさい。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

- (1) A の行列式を求めなさい。
- (2) A の逆行列を求めなさい。

(秋田大 2012) (m20120401)

0.65 ベクトル $\mathbf{a} = (1, -1, 1)$, $\mathbf{b} = (2, 1, -1)$ について、次の問いに答えなさい。

- (1) \mathbf{a} と \mathbf{b} は直交することを示しなさい。
- (2) \mathbf{a} と \mathbf{b} を含み原点を通る平面上にある点 (x, y, z) を、媒介変数 s と t を用いた式で表しなさい。
- (3) ベクトル $\mathbf{p} = (3, 1, 2)$ が (2) の平面に投ずる正射影を $\mathbf{q} = \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b}$ と書くとき、係数 α と β を求めなさい。

(秋田大 2012) (m20120402)

0.66 関数 $f(x) = xe^x$ について、次の問いに答えなさい。

- (1) 増減と極値を調べなさい。
- (2) グラフの凹凸と変曲点を調べなさい。
- (3) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ と $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ を求めなさい。
- (4) グラフの概形をかきなさい。

(秋田大 2012) (m20120403)

0.67 関数 $f(x, y) = \log(x^2 + 2y^2)$ について、次の問いに答えなさい。

- (1) 点 $(2, 1)$ における勾配ベクトルを求めなさい。
- (2) 点 $(2, 1)$ におけるグラフの接平面の、点 $(3, 2)$ における z 座標と、接点の z 座標との差を求めなさい。

(秋田大 2012) (m20120404)

0.68 以下の四角内に当てはまる値を計算し、解答欄の指定した箇所に記入せよ。

- (1) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x - 3} - x + 1) = \boxed{\text{(ア)}}$
- (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \boxed{\text{(イ)}}$
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n = \boxed{\text{(ウ)}}$

(秋田大 2013) (m20130401)

0.69 以下の四角内に当てはまる式を計算し、解答欄の指定した箇所に記入せよ。ここで、 $\arcsin x$ は $\sin x$ の逆関数を表し、 $\sin^{-1} x$ と表されることもある。

- (1) $\frac{d}{dx} \log(x + \sqrt{x^2 + 1}) = \boxed{\text{(エ)}}$
- (2) $0 < x < 1$ とするとき、 $\frac{d}{dx} x^{\arcsin x} = \boxed{\text{(オ)}}$

(秋田大 2013) (m20130402)

0.70 次の定積分を求めよ.

$$\int_0^1 \log(x^2 + 1) dx$$

(秋田大 2013) (m20130403)

0.71 以下の問いに答えよ.

(1) 以下の四角内に当てはまる値を計算し, 解答欄の指定した箇所に記入せよ.

行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ に対し, A の 2 つの固有値をそれぞれ α, β とする (ただし, $\alpha < \beta$ とする). また, α と β に対応する固有ベクトルをそれぞれ v_α, v_β とする. このとき

$$\alpha = \boxed{\text{(カ)}}, \beta = \boxed{\text{(キ)}}, v_\alpha = \begin{pmatrix} \boxed{\text{(ク)}} \\ 1 \end{pmatrix}, v_\beta = \begin{pmatrix} \boxed{\text{(ケ)}} \\ 1 \end{pmatrix}$$

となる,

注意 $\boxed{\text{(ク)}}$ と $\boxed{\text{(ケ)}}$ は, それぞれ v_α と v_β のベクトルの第一成分である.

(2) 2 つのベクトル v_α と v_β が直交するかどうか答え, その理由を述べよ.

(秋田大 2013) (m20130404)

0.72 次の行列 A の行列式を求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x & a & a & a \\ x & y & b & b \\ x & y & z & c \end{pmatrix}$$

(秋田大 2013) (m20130405)

0.73 $f(x) = \frac{2x - \sin 2x}{x^2}$ とするとき, $0 < x < \pi$ の範囲での $f(x)$ の最大値と, 最大値をとるときの x の値を求めよ.

(秋田大 2013) (m20130406)

0.74 2 つの曲線 $y = 4x - x^2$ と $y = x - 4$ がある. このとき以下の設問 (1),(2) に答えなさい. なお, 解答はいずれも設問 (2) の下の空白部分に記入しなさい.

(1) 上記の 2 直線で囲まれた図形を図示しなさい.

(2) (1) の図形の面積を求めなさい.

(秋田大 2014) (m20140401)

0.75 次の不定形の極限を求めなさい.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$$

(秋田大 2014) (m20140402)

0.76 $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$ とする. また \mathbf{c} を 3 次元ベクトルとする. このとき以下の設問 (1),(2) に答えなさい. なお, 解答はいずれも設問 (2) の下の空白部分に記入しなさい.

(1) $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ が正規直交基底をなすように \mathbf{c} を定めなさい.

- (2) ベクトル c は $c = a + b$ を満たすとする. このとき, ベクトル c とベクトル a のなす角を求めなさい.

(秋田大 2014) (m20140403)

- 0.77 2次元ベクトル a_1, a_2 と実数 γ を用いて, ベクトル a を

$$a = \gamma(a_1 + a_2)$$

と定義し, ベクトル b_1, b_2 を

$$b_1 = a - a_1, \quad b_2 = a - a_2$$

と定義する. また, 行列 A, B を $A = (a_1 \ a_2), B = (b_1 \ b_2)$ と定義する. このとき以下の設問(1),(2),(3)に答えなさい. なお, 解答はいずれも設問(3)の下の空白部分に記入しなさい.

- (1) $B = AC$ を満たす2次正方行列 C を求めなさい.
 (2) A, B の行列式を $|A|, |B|$ で表す. $|B|$ を $|A|$ と γ を用いて表しなさい.
 (3) a_1, a_2 が互いに1次独立であるとする. このとき, b_1, b_2 も互いに1次独立であるための必要十分条件を γ を使って表しなさい.

(秋田大 2014) (m20140404)

- 0.78 曲線 $y = x^3 + 2x^2 - 3x$ がある. このとき, 以下の設問(1),(2)に答えなさい.

- (1) 上記の曲線 $y = x^3 + 2x^2 - 3x$ と x 軸で囲まれた図形を図示しなさい.
 (2) 上記の曲線 $y = x^3 + 2x^2 - 3x$ と x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めなさい.

(秋田大 2015) (m20150401)

- 0.79 次の不定形の極限値を求めなさい.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x^2 - x} \right) \quad (2) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - x - 1}{x^2} \right) \quad (3) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\tan x - \sec x)$$

(秋田大 2015) (m20150402)

- 0.80 (1) 2つのベクトル $A = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ がある. ベクトル $sA + B$ と $A + tB$ が直交するとき, スカラー s と t の関係式を求めよ.

- (2) a, b を実数とするとき; 行列 $C = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ の固有ベクトルと固有値を求めよ.

(秋田大 2015) (m20150403)

- 0.81 2変数 x と y を持つ関数 $f(x, y) = e^x \cos y$ について, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ を求めよ.

(秋田大 2015) (m20150404)

- 0.82 ベクトル $a = (2, 3), p = \frac{1}{2}(\sqrt{3}, 1)$ に対して, $a - kp$ が p と直交するように定数 k を定めなさい.

(秋田大 2016) (m20160401)

- 0.83 次の積分を求めよ.

$$(1) \int_0^\pi |\sin(x-a)| dx \quad (a \text{ は } 0 < a < \pi \text{ の定数}) \quad (2) \int_1^\infty \frac{1}{x^2} dx$$

(秋田大 2016) (m20160402)

0.84 $f(x, y) = x^3 - 3x + y^2$ について、次の問いに答えなさい。

(1) 偏微分 $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ をそれぞれ求めなさい。

(2) 点 $P(1, 1)$ における $f(x, y)$ の $\mathbf{u} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1)$ 方向の微分 (\mathbf{u} 方向の方向微分係数ともいう) を求めなさい。

(秋田大 2016) (m20160403)

0.85 行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

に対して 3次元空間 \mathbb{R}^3 の原点を通る直線で、次の性質を持つものを考える。

(性質) この直線上の点 $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ を、行列 A で変換した点 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ も、この直線上にある。

例えば、

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (k \text{ は任意の実数})$$

と表される直線 l_1 は、このような直線の一つである。この性質を持つ、 l_1 と異なる直線を全てあげなさい。

(秋田大 2016) (m20160404)

0.86 平面上に 2つのベクトル \mathbf{a} と \mathbf{b} があるとする。ただし、これらのベクトルの大きさ (長さ) はいずれも 0 ではなく、互いに平行ではないとする。また、 t を実数とする。以下の問いに答えなさい。

(1) ベクトル $\mathbf{a} + t\mathbf{b}$ の大きさ $|\mathbf{a} + t\mathbf{b}|$ が最小になるときの t の値を、内積を用いて表しなさい。

(2) (1) で求めた t の値が 0 であるとき、ベクトル \mathbf{a} と \mathbf{b} の図形的関係を答えなさい。

(秋田大 2017) (m20170401)

0.87 次の極限を求めなさい。

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} \quad (2) \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(1 - \cos \frac{1}{x}\right) \quad (3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{e^{2x} - 1} \quad (e \text{ は自然対数の底である。})$$

(秋田大 2017) (m20170402)

0.88 次の積分を求めなさい。

$$(1) \int_{-a}^a \sqrt{a^2 - x^2} dx \quad (\text{但し, } a > 0 \text{ とする。})$$

$$(2) \int_1^e \log_e x dx \quad (e \text{ は自然数の底である。})$$

(秋田大 2017) (m20170403)

0.89 a, b を実数とし、 $ab \neq 0$ とする。行列 A を、

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$$

とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) 行列 A の固有値を求めなさい.
 (2) (1) で求めた固有値の固有ベクトルを, ひとつずつ求めなさい.
 (3) (2) で求めた固有ベクトルの図形的関係を答えなさい.

(秋田大 2017) (m20170404)

0.90 次の積分を求めよ.

$$(1) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x \cos x dx \quad (2) \int_0^1 x e^x dx$$

(秋田大 2019) (m20190401)

0.91 平面上の原点 O と点 A, B, C の 4 点を考える. この 4 点は互いに異なり, どの 3 点も一直線上にないとする, $0 \leq t \leq 1$ なる t に対し, OA, OB, CB, CA をそれぞれ $t : 1-t$ に内分する点を P, Q, R, S とする. また, $\vec{OA} = \mathbf{a}, \vec{OB} = \mathbf{b}, \vec{OC} = \mathbf{c}$ と表す. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) $\vec{PQ}, \vec{PS}, \vec{QR}, \vec{SR}$ を $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, t$ を用いて表せ.
 (2) 四角形 $PQRS$ の対角線の交点を X とする. t が $0 \leq t \leq 1$ の範囲で変化するとき, X が描く図形はどのようなものか説明せよ.

(秋田大 2019) (m20190402)

0.92 $g(x, y) = \frac{x^2}{4} + y^2 - 1 = 0$ の条件で, $f(x, y) = xy$ の関係が成り立っている. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) y を x の関数とすると, $g(x, y) = 0$ の両辺を x で微分して, $\frac{dy}{dx}$ を x と y の式で求めよ.
 (2) y を x の関数であることに注意し, 設問 (1) の結果を用いて, $\frac{df}{dx}$ を x と y の式で求めよ.
 (3) $f(x, y)$ が極値を取るときの x と y の関係式を, 設問 (2) の結果を用いて求めよ.
 (4) $f(x, y)$ が極値を取るときの $g(x, y)$ 上の点を全て求めよ.

(秋田大 2019) (m20190403)

0.93 3次元空間 \mathbb{R}^3 のベクトル $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$ に対し, \mathbf{a} を法線ベクトルに持つ原点を通る \mathbb{R}^3 内の平面

を π とする. \mathbb{R}^3 のベクトル \mathbf{x} に対し, 平面 π に関して対称なベクトルを対応させる写像を f とすると, f は線形写像になっている. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) \mathbb{R}^3 のベクトル \mathbf{x} に対し, $f(\mathbf{x})$ を \mathbf{x} と \mathbf{a} を用いて表せ (内積を用いよ).
 (2) $f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ となる 3×3 行列を A とするとき, 行列 A を求めよ.
 (3) A の固有値と, それぞれの固有値に対応する固有空間を求めよ.

(秋田大 2019) (m20190404)

0.94 次の積分を求めよ.

$$(1) \int_0^{\pi} x^2 \cos x dx \quad (2) \int_1^2 \frac{1}{x\sqrt{x^2+x}} dx \quad \text{ただし, } t = \sqrt{x^2+x} - x \text{ と置換して求めよ.}$$

(秋田大 2020) (m20200401)

0.95 平面上の3点 $P(2t^2 - t + 3, t^2 + 2t)$, $Q(2t^2 + 3, t^2)$, $R(3t^2 + t + 7, -t^2 - 2t - 8)$ があり, t は0でない実数とする. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) P, Q, R は1直線上にあることを示せ.
- (2) $\overrightarrow{PQ} = k\overrightarrow{PR}$ とおくと, k の範囲を求めよ.
- (3) P, Q, R, A の4点が, ある順序に等間隔で並んでいるとする. ただし, A は P と R 間にあり, Q と異なる点である. このとき, t の値を求めよ.

(秋田大 2020) (m20200402)

0.96 次の極限值を求めよ.

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x - 1} \quad (2) \lim_{x \rightarrow +0} x^2 \log x \quad (3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left\{ 1 - \frac{1 + e^{-x}}{2(x^2 + x + 1)} \right\}$$

(秋田大 2020) (m20200403)

0.97 2つの行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a & b \\ 1 & c \end{pmatrix}$ (a, b, c は定数) について, 以下の問いに答えよ.

- (1) 等式 $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$ が成立するとき, a, b, c の間の関係を求めよ.
- (2) (1) が成立するとき, B による1次変換は, 直線 $2x - y = 3$ を直線 $x - y = -3$ にうつすという. このとき, a, b, c の値を求めよ.
- (3) 行列 A, B の固有値をそれぞれ求めよ.

(秋田大 2020) (m20200404)

0.98 次の積分を求めよ.

$$(1) \int_0^1 \frac{(x+1)^2}{\sqrt{x}} dx$$

$$(2) I = \int_0^{\sqrt{2}} x^2 \sqrt{2-x^2} dx \text{ について次に答えよ.}$$

- (a) $x = \sqrt{2} \sin \theta$ とおくと, $\frac{dx}{d\theta}$ を求めよ.
- (b) (a) を用いて θ で置換積分をして, I を求めよ.

(秋田大 2021) (m20210401)

0.99 2次方程式 $4x^2 - 2\sqrt{2}x - 1 = 0$ の解を α, β とする. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) 和 $\alpha + \beta$, 積 $\alpha\beta$ を求め, $\alpha^2 + \beta^2$ の値を答えよ.
- (2) $|\alpha - \beta|$ および $|\alpha^4 - \beta^4|$ の値を求めよ.
- (3) 行列 $A = \begin{pmatrix} \alpha^2 & \beta^2 \\ \beta^2 & \alpha^2 \end{pmatrix}$ で表される1次変換によって, 双曲線 $x^2 - y^2 = 1$ を移したときの関数を求めよ.

(秋田大 2021) (m20210402)

0.100 次の極限を求めよ.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 5x - 3}{x^4 - 2}$$

$$(2) \lim_{(x,y) \rightarrow 0} \frac{5x^2 y^2}{x^2 + y^2}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})$$

0.101 行列 $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ について、以下の問いに答えよ.

- (1) 等式 $Bx = \lambda x$ を満たすとき、固有ベクトル x と固有値 λ を求めよ.
 (2) (1) が成立するとき、未知ベクトル $y(t) = e^{\lambda t} x$ は、微分方程式

$$\frac{dy}{dt} = By$$

の解であることを示せ.

- (3) t ($0 \leq t \leq +\infty$) を時間とすると、未知ベクトル $y(t)$ の終端はどのような軌跡となるか、答えよ.

(秋田大 2021) (m20210404)

0.102 次の積分 (1), (2) を求めなさい. ここで、 $|y|$ は y の絶対値を表す.

$$(1) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x) \cos(x) dx \qquad (2) \int_0^2 |1 - x^2| dx$$

(秋田大 2022) (m20220401)

0.103 xyz 座標空間に 3 点 $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(0, 0, 2)$ があるとする. このとき、以下の問いに答えなさい.

- (1) 2つのベクトル \vec{CA} , \vec{CB} と直交するベクトルを求めなさい.
 (2) 3点 A , B , C を通る平面の方程式を求めなさい.
 (3) (2) の平面に関して、点 $D(0, 0, 1)$ と対称な点を E とする. 点 E の座標を求めなさい.

(秋田大 2022) (m20220402)

- 0.104** (1) 区間 $0 \leq y \leq \pi$ において、 $\cos(4y) = 0$ を満たす y をすべて求めなさい.
 (2) $x = \cos(y)$ として、 $\cos(4y)$ を x の多項式で表したものを $p(x)$ とする. $p(x)$ を求めなさい.
 (3) (2) で求めた $p(x)$ に対して、 $p(x) = 0$ を満たす x をすべて求めなさい.
 (4) (1) および (3) の結果より、 $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ の値を求めなさい.

(秋田大 2022) (m20220403)

0.105 (1) 行列 $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ のすべての固有値を求め、各固有値に対する固有ベクトルを求めなさい.

- (2) 2次正方行列 B が、1 と 2 を固有値として持つとする. さらに、

$$p = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad q = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

は、それぞれ、固有値 1 に対する固有ベクトル、固有値 2 に対する固有ベクトルであるとする. 行列 B を求めなさい.

(秋田大 2022) (m20220404)