[選択項目] 年度：1991〜2023 年　大学：愛媛大

0.1　$f(x)=e^{\frac{1}{x}}$ とする．

(1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ．

(2) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$ と $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x)$ を求めよ．

(3) $\displaystyle\lim_{x\to+0} f(x)$ と $\displaystyle\lim_{x\to-0} f(x)$ を求めよ．

(4) $y=f(x)$ の増減を調べて，グラフを描け．

(愛媛大 2000)　(m20004601)

0.2　$0<a<1$ とする．

(1) $\displaystyle\int_a^1 \log x dx$ を求めよ．

(2) $\displaystyle\lim_{a\to 0}\int_a^1 \log x dx$ を求めよ．ただし，計算途中で不定形の極限ができた場合，その計算過程も明記すること．

(3) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\log k-\log n\right)$ を求めよ．

(愛媛大 2000)　(m20004602)

0.3　$z=\log(x^2+y^2), x=u+v, y=u-v$ とする．$\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$ を求めよ．

(愛媛大 2000)　(m20004603)

0.4　$D=\left\{(x,y); y^2 \leqq x \leqq y, 0 \leqq y \leqq 1\right\}$ とする．

(1) D を図示せよ．

(2) $\displaystyle\iint_D x^2y dxdy$ を求めよ．

(愛媛大 2000)　(m20004604)

0.5　行列 A を $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ k & -1 & -3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ とする．

(1) A の行列式を計算せよ．

(2) A の逆行列の成分がすべて整数となるような整数 k の値を求めよ．

(愛媛大 2000)　(m20004605)

0.6　$\tan^{-1}x$ の値域は $\left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right)$ とする．

(1) $y=\tan^{-1}x$ のグラフをかけ．

(2) $x>0$ のとき，$\tan^{-1}x > x-\dfrac{1}{3}x^3$ が成り立つことを示せ．

（愛媛大 2004）　(m20044601)

0.7　次の積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_1^{\infty}\frac{dx}{x(1+x^2)}$　　(2) $\displaystyle\int_0^{\pi}\frac{\sin x}{4-\cos^2 x}dx$

（愛媛大 2004）　(m20044602)

0.8　$f(x)$ を連続関数とし，　$F(x)=\displaystyle\int_0^x f(t)\ dt$　とする．

(1) 関数 $g(x)=\displaystyle\int_{3x}^{x^2} f(t)\ dt$ を積分記号を使わず，$f(x),\ F(x)$ を用いて表せ.

(2) 関数 $g(x)$ の導関数 $g'(x)$ を積分記号を使わず，$f(x),\ F(x)$ を用いて表せ.

(3) 関数 $h(x)=\displaystyle\int_{3x}^{x^2} tf(t)\ dt$ の導関数 $h'(x)$ を積分記号を使わず，$f(x),\ F(x)$ を用いて表せ.

(愛媛大 2004)　　(m20044603)

0.9 領域 $D=\{(x,y)\ ;\ x\geqq\ 0\ ,\ y\geqq\ 0\ ,\ x+y\leqq\ 1\}$ における関数
$f(x,y)=xy(1-x-y)$ の最大値を求めよ.

（愛媛大 2004）　　(m20044604)

0.10 $\alpha,\ \beta,\ \gamma$ が定数で，$f(x)$ が微分可能のとき，$g(s,t)=\gamma+(t-\alpha)f\left(\dfrac{s-\beta}{t-\alpha}\right)$ によって定義される関数 $g(s,t)$ は次の関係式を満たすことを示せ.

$$g(s,t)=\gamma+(t-\alpha)\frac{\partial g}{\partial t}(s,t)+(s-\beta)\frac{\partial g}{\partial s}(s,t)$$

(愛媛大 2004)　　(m20044605)

0.11 $D=\{(x,y)\ ;\ x^2+y^2\leqq\pi^2\}$ とするとき, 次の重積分を求めよ.

$$\iint_D \sin\sqrt{x^2+y^2}dxdy$$

(愛媛大 2004)　　(m20044606)

0.12 次の積分を計算せよ. $\displaystyle\iint_D xy\ dxdy \qquad D: x^2+y^2\geqq 1,\ 0\leqq y\leqq x+2,\ 0\leqq x\leqq 1$

(愛媛大 2004)　　(m20044607)

0.13 A を正方行列とし，${}^tA$ で A の転置行列を表すものとする.

(1) $A+{}^tA$ は対称行列，$A-{}^tA$ は交代行列であることを示せ.

(2) 任意の正方行列は対称行列と交代行列の和として一意的に表せることを示せ.

ただし，$A={}^tA$ をみたす正方行列を対称行列，$A=-{}^tA$ をみたすものを交代行列という.

(愛媛大 2004)　　(m20044608)

0.14 (1) 行列 $\begin{pmatrix} 10 & 6 & 3 \\ 5 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ の逆行列を求めよ.

(2) 次の連立方程式を解け.

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} 10x & + & 4y & + & z & = & 10 \\ 10x & + & 6y & + & 3z & = & 0 \\ 5x & + & 4y & + & 3z & = & 0 \\ x & + & y & + & z & = & 1 \end{array}\right.$$

(愛媛大 2004)　　(m20044609)

0.15 零ベクトルを $\vec{0}$ と記す.

(1) A を n 次正方行列とする．実数 λ に対して，n 次元数ベクトル $\vec{u},\ \vec{v}$ が条件

$$\vec{u}\neq\vec{0},\ A\vec{u}=\lambda\vec{u},\ A\vec{v}=\vec{u}+\lambda\vec{v} \tag{*}$$

を満足していると仮定する．このとき，$\vec{u},\ \vec{v}$ は 1 次独立であることを示せ.

(2) $a,\ b,\ c,\ d$ を実数とする．2 次方程式 $x^2-(a+d)x+ad-bc=0$ が，a とは異なる実数 λ を 2 重解としてもつと仮定する．2 次正方行列 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ について，(1) の条件 (*) を満足する 2 次元数ベクトル $\vec{u},\ \vec{v}$ が存在することを示せ．

(3) (2) における $\vec{u},\ \vec{v}$ を $\vec{u}=\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$，$\vec{v}=\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ とおく．行列 $P=\begin{pmatrix} u_1 & v_1 \\ u_2 & v_2 \end{pmatrix}$ は正則であることを示し，$P^{-1}AP$ を求めよ．

(愛媛大 2004)　　(m20044610)

0.16 (1) 次の関数を微分せよ.

(a) $\log(1+x^4)$　　(b) $\sin^{-1}x^2$

(2) α,β を定数とし ,

$$f(x)=\begin{cases} \tan^{-1}x & (x>1) \\ \beta & (x=1) \\ \alpha x-\alpha+\beta & (x<1) \end{cases}$$

とおく. ただし $\tan^{-1}x$ の値域は $\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$ とする. 次の問いに答えよ.

(a) $f(x)$ が $x=1$ で連続になるように β を定めよ.

(b) $\displaystyle\lim_{x\to+0}f'(x)=\lim_{x\to1-0}f'(x)$ となるように α を定めよ.

(愛媛大 2005)　　(m20054601)

0.17 関数 $f(x)=\dfrac{x^2+2x-1}{x^3+x}$ について, 次の問に答えよ.

(1) 等式 $f(x)=\dfrac{A}{x}+\dfrac{Bx+C}{x^2+1}$ が成り立つように定数 A,B,C を定めよ.

(2) 不定積分 $\displaystyle\int f(x)dx$ を求めよ.

(3) 定積分 $\displaystyle\int_1^{\sqrt{3}} f(x)dx$ の値を求めよ.

(愛媛大 2005)　　(m20054602)

0.18 (1) 関数 $f(x,y)=x-x^3-2xy^2$ の極値を求めよ.

(2) $D=\{(x,y)\ :\ 0\leqq\ x,\ 0\leqq\ y,\ 2\leqq\ x^2+y^2\leqq\ 3\}$ のとき, 次の積分の値を求めよ.

$$\iint_D x^2ydxdy$$

(愛媛大 2005)　　(m20054603)

0.19 行列 $A=\begin{pmatrix} -2 & a & 1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ は 0 を固有値として持つとする. ただし, a は定数とする.

(1) 定数 a を求めよ.

(2) A の 0 でない固有値をすべて求めよ.

(3) 固有値 0 に対する固有ベクトルをすべて求めよ.

(愛媛大 2005)　　(m20054604)

0.20 定数 a, b が $a > b > 0$ を満たすとき, パラメータ表示された曲線

$$\begin{cases} x = & a\cos t \\ y = & b\sin t \end{cases} \qquad (0 \leqq\ t \leqq\ 2\pi)$$

を考える.

(1) この曲線の概形を描け.

(2) $t = \dfrac{\pi}{4}$ に対応する点におけるこの曲線の接線の方程式を求め, (1) で描いた図に書き入れよ.

(3) もとの曲線を y 軸を中心に回転したときにできる図形の体積を求めよ.

(愛媛大 2005) (m20054605)

0.21 A, B を 2 次の正方行列, また O を零行列, E を単位行列とする. 次の (1), (2), (3) は正しいか? 正しければ証明し, 正しくなければ反例（成り立たないような A, B の例）をあげよ.

(1) $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$ が成り立つ.

(2) $AB = O$ ならば $A = O$ または $B = O$ である.

(3) $A^2 + 2A - E = O$ が成り立てば A は正則行列である.

(愛媛大 2005) (m20054606)

0.22 次の行列式を計算せよ. (2) は因数分解せよ.

(1) $\begin{vmatrix} 3 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$ (2) $\begin{vmatrix} 1 & a & a^3 \\ 1 & b & b^3 \\ 1 & c & c^3 \end{vmatrix}$

(愛媛大 2005) (m20054607)

0.23 $f(x)$ を $(0, \infty)$ 上で 2 回微分可能な関数とする. $0 < a < b$ とし,

$$f(b) = f(a) + f'(a)(b-a) + \frac{K}{2}(b-a)^2$$

を満たす定数を K とする.

(1) $F(x) = f(b) - \{f(x) + f'(x)(b-x) + \dfrac{K}{2}(b-x)^2\}$ とおくとき, $F'(x)$ を求めよ.

(2) $K = f''(a + \theta(b-a))$ を満たす $0 < \theta < 1$ が存在することを示せ.

(3) すべての $x > 0$ に対して $f''(x) \geqq \delta$ を満たす定数 $\delta > 0$ が存在するとき,

$$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \infty$$

であることを示せ.

(愛媛大 2005) (m20054608)

0.24 $a > 0,\ x > 0$ のとき, 関数 $f(x)$ は等式

$$\int_a^{\sqrt{x}} f(t)dt = -2 + \log x$$

を満たす. このとき, $f(x)$ と定数 a の値を求めよ.

(愛媛大 2005) (m20054609)

0.25 次の積分 I の値を求めよ．

$$I = \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{dx}{\sin 2x}$$

(愛媛大 2005) (m20054610)

0.26 (1) 次の極限値を求めよ．

(a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \sqrt{x}(\sqrt{2x+1} - \sqrt{2x-1})$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{x^2}$

(2) 次の関数を微分せよ．

(a) $x \sin^{-1} x$ (b) $\log \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}$ (c) $a^{x \log x}$（ただし，a は $a \neq 1$ である正の定数）

(愛媛大 2006) (m20064601)

0.27 (1) 不定積分 $\displaystyle\int e^{-x} \cos x \, dx$ を求めよ。 (2) 定積分 $\displaystyle\int_0^1 t\sqrt{1+3t^2}\, dt$ を求めよ。

(愛媛大 2006) (m20064602)

0.28 a を正の定数として $f(x,y) = x^3 + y^3 - 3axy$ とおく．このとき，関数 $f(x,y)$ の極値を求めよ．

(愛媛大 2006) (m20064603)

0.29 $D = \{(x,y)\,;\, 1 \leqq\ x^2 + y^2 \leqq\ 4\}$ とするとき，次の積分の値を求めよ． $\displaystyle\iint_D \frac{\log\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}\, dxdy$

(愛媛大 2006) (m20064604)

0.30 x, y, z についての連立方程式 $\left\{\begin{array}{rcl} 4x+y+2z &=& 2 \\ ax-5y+z &=& 8 \\ x-4y-z &=& 9 \\ 3x-y+z &=& 5 \end{array}\right.$ が解を持つように，定数 a を定めよ．

(愛媛大 2006) (m20064605)

0.31 関数 $f(x) = \dfrac{1}{x} \tan^{-1} x$ について，次の各問に答えよ．

(1) $f(x)$ は区間 $(0, \infty)$ 上単調減少であることを示せ．

(2) 次の定積分の値を求めよ． $\displaystyle\int_0^{\sqrt{2}} x^3 f\left(\frac{1}{2}x^2\right) dx$

(愛媛大 2006) (m20064606)

0.32 連立 1 次方程式 $\left\{\begin{array}{rcl} x+2y-z &=& -1 \\ x+4y-z+6w &=& 7 \\ x+3y+4w &=& 6 \\ 3x+8y-z+8w &=& 11 \end{array}\right.$ について次の問いに答えよ．

(1) 上の連立 1 次方程式の解をすべて求めよ．

(2) a, b, c を定数とする．組 $x = a,\ y = 7,\ z = b,\ w = c$ が上の連立 1 次方程式の解になるとき，a, b, c の値を求めよ．

(愛媛大 2006) (m20064607)

0.33 $a > 0$ とし，$x_n = \left(\dfrac{a}{1+a}\right)^n$, $n = 1, 2, \cdots$ とする．

(1) $\{x_n\}$ は有界な単調減少数列であることを示せ．

(2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ の値を求めよ． (3) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n x_n$ の値を求めよ．

(愛媛大 2006)　　(m20064608)

0.34　2 次正方行列 A が任意の 2 次正方行列と可換であるとき，A はどのような行列か？

ただし，２つの行列 A, B について $AB = BA$ がなりたつとき，A と B は可換であるという．

(愛媛大 2006)　　(m20064609)

0.35　n を自然数とするとき，関数 $f(x) = \displaystyle\int_x^{x+1} \frac{t^n}{t^{2n}+2}dt$ について次の問いに答えよ．

(1)　$f(x)$ が $x = 1$ で極値を持つように n の値を定めよ．

(2)　(1) の n に対して $\displaystyle\lim_{x\to\infty} f(x)$, $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x)$ を求めよ．

(愛媛大 2006)　　(m20064610)

0.36　次の極限を求めよ．

(1)　$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left\{\sqrt{(x+a)(x+b)} - \sqrt{(x-a)(x-b)}\right\}$　(a, b は定数)　　(2)　$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1}{x^3}\int_0^x \tan(t^2)dt$

(愛媛大 2006)　　(m20064611)

0.37　(1)　$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ が $\boldsymbol{R}^3$ の 1 次独立なベクトルであるとき　$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，　$2\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$，　$\boldsymbol{c}-2\boldsymbol{a}$　は 1 次独立か？

(2)　次式で定義される W, U は $\boldsymbol{R}^3$ の部分ベクトル空間か？

部分ベクトル空間であれば次元と基底を求め，そうでないときはその理由を述べよ．

$$W = \left\{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \;\middle|\; x + 2y - z = 0\right\},\ U = \left\{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \;\middle|\; x + y = 0,\ z = 1\right\}$$

(愛媛大 2006)　　(m20064612)

0.38　積分の順序を交換することにより，次の反復積分の値を求めよ。　$\displaystyle\int_0^1\int_y^1 y^2 e^{x^2}dxdy$

(愛媛大 2006)　　(m20064613)

0.39　E を 3 次単位行列とする．3 次正方行列 $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$　および　$B = E + A$ について，

次の問に答えよ．

(1)　$B^2 \neq O$ であるが $B^3 = O$ であることを示せ．

(2)　3 次元数ベクトル $\boldsymbol{u}$ で，$B^2\boldsymbol{u} \neq \boldsymbol{0}$ であるものを一つ選べ．

(3)　(2) で選んだベクトル $\boldsymbol{u}$ に対して，$\boldsymbol{u}$, $B\boldsymbol{u}$, $B^2\boldsymbol{u}$ は 1 次独立であること，従って，ベクトル空間 $\boldsymbol{R}^3$ の基底をなすことを示せ．

(4)　線形変換 $f : \boldsymbol{R}^3 \longrightarrow \boldsymbol{R}^3$

$$\boldsymbol{x} \longmapsto A\boldsymbol{x} \quad (\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}^3)$$

の (3) の基底 $\{\boldsymbol{u},\ B\boldsymbol{u},\ B^2\boldsymbol{u}\}$ に関する表現行列を求めよ．

(愛媛大 2006)　　(m20064614)

0.40　C^2 級の 2 変数関数 $z = f(x, y)$ と 2 次元の極座標変換 $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$ の合成は，r と θ の関数 $z = f(r\cos\theta,\ r\sin\theta)$ になる．

(1) 次の等式を示せ. $\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2=\left(\frac{\partial z}{\partial r}\right)^2+\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial z}{\partial \theta}\right)^2$

(2) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ を z の r と θ についての偏導関数および r と θ のみを用いて表せ.

(愛媛大 2006) (m20064615)

0.41 (1) 次の極限値を求めよ.

(a) $\displaystyle\lim_{x\to a}\frac{x^{10}-a^{10}}{x-a}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x^2}{x\sin 2x}$

(2) 次の関数を微分せよ.

(a) $e^{-2x}\cos\frac{x}{2}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ (c) $x^{\frac{1}{x}}$ $(x>0)$

(愛媛大 2007) (m20074601)

0.42 (1) 定積分 $\displaystyle\int_0^{\pi} x\sin x dx$ を求めよ. (2) 不定積分 $\displaystyle\int\frac{1}{x-x^3}dx$ を求めよ.

(愛媛大 2007) (m20074602)

0.43 $f(x,y)=\displaystyle\int_0^{\frac{y^2}{x}} e^{-t}dt$ とおく. $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}$ を求めよ.

(愛媛大 2007) (m20074603)

0.44 a を正の定数として，$D=\{(x,y)\ :\ -a\leqq x\leqq a,\ -a\leqq y\leqq a\}$ とするとき，次の重積分の値を求めよ. $\displaystyle\iint_D e^{|x-y|}dxdy$

(愛媛大 2007) (m20074604)

0.45 (1) $\begin{vmatrix}\lambda & 0 & -1 & 0\\ 0 & \lambda-1 & 0 & 0\\ -1 & 0 & \lambda & -1\\ 0 & 0 & -1 & \lambda\end{vmatrix}=0$ となる実数 λ をすべて求めよ.

(2) (1) で求めた λ の中で最大のものを λ_0 とするとき，連立方程式

$$\begin{pmatrix}\lambda_0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & \lambda_0-1 & 0 & 0\\ -1 & 0 & \lambda_0 & -1\\ 0 & 0 & -1 & \lambda_0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 0\\ 0\\ 0\end{pmatrix}$$

の解 $(x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4)$ をすべて求めよ.

(愛媛大 2007) (m20074605)

0.46 (1) 不定積分 $\displaystyle\int\log x dx$ を計算せよ.

(2) $0<a<1$ とし，$f(a)=\displaystyle\int_1^e|\log x-a|dx$ とおく.

(a) $f(a)$ を計算せよ.

(b) a が $0<a<1$ の範囲を動くとき，$f(a)$ を最小とする a の値を求めよ.

(愛媛大 2007) (m20074606)

0.47 a,b,c を実数とし，行列

$$A=\begin{bmatrix}a & -2 & 1 & 0\\ 0 & -1 & -2 & 2a\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}1 & -3\\ b & 0\\ 0 & b\\ 1 & 2\end{bmatrix},\quad C=\begin{bmatrix}c & 1 & 2\\ 3 & -c & 1\end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 1 \\ -2 & -3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad F = \begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 17 & 5 \end{bmatrix}$$

について次の問いに答えよ.

(1) 行列 AB を求めよ.

(2) 行列 $C\,{}^tD$ を求めよ．ただし，${}^tD$ は D の転置行列を表す.

(3) $AB = C\,{}^tD + F$ が成り立つとき，a, b, c の値を求めよ.

(愛媛大 2007)　　(m20074607)

0.48 すべての実数 x に対して，$f(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{t^3+1}{t^2+1}dt$ とする.

(1) $f(x)$ を計算せよ.　　(2) $x > 0$ のとき $f(x) > 0$ が成り立つことを示せ.

(3) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x^2}$ の値を求めよ.

(愛媛大 2007)　　(m20074608)

0.49 (1) 4 次の行列式 $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & x \\ -2 & 0 & x & -1 \\ -1 & x & -1 & 0 \\ x & -1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ を $f(x)$ とおく．$f(x)$ を求めよ.

(2) $f(x) = 0$ の実数解を全て求めよ.

(愛媛大 2007)　　(m20074609)

0.50 $x > -1$ で定義された関数 $f(x) = (1+x)^{\frac{1}{3}}$ について, 次の問いに答えよ.

(1) $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$ を求めよ.

(2) $f(x)$ の $x = 0$ でのテイラー展開（マクローリン展開）を x^2 の項まで求めよ．ただし，3 次の剰余項についても $f'''(x)$ を用いて正しく書け.

(3) (2) の結果を利用して，$(8.1)^{\frac{1}{3}}$ を小数点以下 3 桁まで求めよ.

(愛媛大 2007)　　(m20074610)

0.51 $(x, y) \neq (0, 0)$ で定義された関数 $f(x, y) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$ を考える.

(1) $\dfrac{\partial f}{\partial x}$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ を求めよ.　　(2) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ を計算せよ.

(愛媛大 2007)　　(m20074611)

0.52 a を実数とする．行列　$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 8 \\ 2 & 3 & a \end{bmatrix}$　について次の問いに答えよ.

(1) A の行列式 $|A|$ を求めよ.

(2) A の逆行列 A^{-1} が存在するための必要十分条件を a を用いて表せ．また，a がその条件をみたすとき A^{-1} を求めよ.

(3) $|A^{-1}| = \dfrac{1}{4}$ が成り立つとき，a の値を求めよ．ただし，$|A^{-1}|$ は A^{-1} の行列式を表す.

(愛媛大 2007)　　(m20074612)

0.53 $x-y$ 平面の領域 $D\ :\ 0 \leqq y \leqq x^2 \leqq 1$ 上で，曲面 $z = xe^{-y}$ と平面 $z=0$ で囲まれてできる立体の体積を求めよ．

(愛媛大 2007)　　(m20074613)

0.54 次の関数に対して，導関数 dy/dx を求めよ．　$y = x^x$

(愛媛大 2007)　　(m20074614)

0.55 次の不定積分を計算せよ．　$\displaystyle\int \log x\, dx \qquad (x>0)$

(愛媛大 2007)　　(m20074615)

0.56 次の定積分を計算せよ．　$\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin^3\theta\, d\theta$

(愛媛大 2007)　　(m20074616)

0.57 次の微分方程式の一般解を求めよ．　$\dfrac{dy}{dx} = 2xy$

(愛媛大 2007)　　(m20074617)

0.58 平面中の点 $P_1,\ P_2$ のデカルト座標（直交座標）をそれぞれ $(x_1,\, y_1)$, $(x_2,\, y_2)$ とする．これら 2 つの点 P_1, P_2 と原点 O とで作られる角を $\angle P_1OP_2 = \theta$ とする場合，$\cos\theta$ を 2 つの点の座標で表すとどのようになるか．

(愛媛大 2007)　　(m20074618)

0.59 a, b, c を実数とし，行列 A, B, C を

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix},\quad B = \begin{pmatrix} 1 & a+b & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & a-2b & 0 \end{pmatrix},\quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & c \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

で定める．

(1) $AB+C$ を求めよ．　(2) $AB+C$ が対称行列となるとき，a, b, c の値を求めよ．

(3) $({}^tB)C = ({}^tC)B$ が成り立つとき，a, b, c の値を求めよ．ただし，${}^tB$ は B の転置行列を表し，${}^tC$ は C の転置行列を表す．

(愛媛大 2008)　　(m20084601)

0.60 a を実数とし，行列 A およびベクトル $\boldsymbol{b}$ を　$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ a & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ で定める．さらに，$\boldsymbol{b},\ A\boldsymbol{b},\ A^2\boldsymbol{b}$ を列ベクトルにもつ 3 次正方行列を B とする．すなわち

$B = \left(\boldsymbol{b},\ A\boldsymbol{b},\ A^2\boldsymbol{b}\right)$　　とする．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) $A\boldsymbol{b},\ A^2\boldsymbol{b}$ を求めよ．　(2) B の行列式 $|B|$ を求めよ．

(3) B の逆行列 B^{-1} が存在するための必要十分条件を，a を用いて表せ．

(愛媛大 2008)　　(m20084602)

0.61 $f(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$, $g(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ とする．以下の問いに答えよ．

(1) $f(x)$ の 1 階導関数を求めよ．

(2) $f(x)$ の逆関数を求めよ．

(3) $g(x)^2 - f(x)^2$ を求めよ．

(4) $a>0$ とする．このとき　$\displaystyle\int_0^a \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}\, dx$　を求めよ．

(愛媛大 2008)　　(m20084603)

0.62　2 変数関数 $f(x,y)=x^2+xy+y^2-2x+2y$ を考える．

(1) $f(x,y)$ の 1 階偏導関数をすべて求めよ．

(2) $f(x,y)$ の 2 階偏導関数をすべて求めよ．

(3) $f(x,y)$ の極値を求めよ．

(愛媛大 2008)　　(m20084604)

0.63　次の行列を，行の基本変形を使って上 3 角行列に変形せよ．また，これらの行列の階数（ランク）と行列式を求めよ．

(1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 4 \\ -3 & -4 & 5 \end{pmatrix}$　　(2) $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

ただし，上 3 角行列とは $\begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & d & e \\ 0 & 0 & f \end{pmatrix}$ という形の行列である．

(愛媛大 2008)　　(m20084605)

0.64　(1) $1-x^3$ を因数分解せよ．

(2) $1-x^4$ を因数分解せよ．

(3) $f(x)=\dfrac{1}{1-x}$ を原点 O のまわりで 2 次の多項式プラス剰余項の形にテイラー展開せよ．

(4) $g(x)=\dfrac{1}{1+x}$ を原点 O のまわりで 3 次の多項式プラス剰余項の形にテイラー展開せよ．

(愛媛大 2008)　　(m20084606)

0.65　(1) 次の不定積分を計算せよ．ただし，$x>0$ で n は自然数とする．　$\displaystyle\int x^n \log x\,dx$

(2) 次の定積分を計算せよ．　$\displaystyle\int_0^{\pi} x\sin x\,dx$

(3) 3 点 $A=(-x_1,x_2,0)$，$B=(0,x_2,x_3)$，$C=(x_1,0,x_3)$ を頂点とする三角形の面積を求めよ．

(4) 次の極限値を求めよ．ただし，a は定数とする．　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{n+k+a}$

(愛媛大 2008)　　(m20084607)

0.66　(1) (a) 次の極限値を求めよ．　$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{\frac{1}{\cos x}-1}$

(b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x^n}{e^x}=0$ を示せ．　ただし，n は自然数とする．

(2) 次の関数の導関数を求めよ．

(a) $\log|2x+1|$　　(b) $\sin^{-1}\sqrt{1-x^2}$　　(c) $(\sin x)^{\sin x}$

(愛媛大 2008)　　(m20084608)

0.67　(1) 次の広義積分を求めよ．　$\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\infty}\frac{dx}{(x^2+1)\tan^{-1}x}$

(2) 次の不定積分を求めよ．　$\displaystyle\int\frac{dx}{(x^2+1)(x-1)^2}$

(愛媛大 2008)　　(m20084609)

0.68 (1) $\varphi(u,v)$, $\psi(u,v)$ が偏微分可能であるとき，$J(u,v)=\dfrac{\partial\varphi}{\partial u}\dfrac{\partial\psi}{\partial v}-\dfrac{\partial\varphi}{\partial v}\dfrac{\partial\psi}{\partial u}$ とおく．次の φ, ψ に対して $J(u,v)$ を求めよ．

(a) $\varphi(u,v)=e^u\cos v$, $\quad\psi(u,v)=e^u\sin v$

(b) $\varphi(u,v)=\sqrt{u^2+v^2}$, $\quad\psi(u,v)=\tan^{-1}\dfrac{v}{u}$

(2) $D=\{(x,y)\ ;\ x\geqq\ 0,\ y\geqq\ 0,\ x^2+y^2\leqq\ 1\}$ とするとき，次の 2 重積分を求めよ．

$$\iint_D x\sqrt{y}\,dxdy$$

(愛媛大 2008) (m20084610)

0.69 $A=\begin{pmatrix}1\\0\\-2\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}2&-3&-1\\0&0&0\\-4&6&2\end{pmatrix}$ とする．

(1) $AB=C$ となる行列 B を求めよ．

(2) 行列 C の固有値と固有ベクトルをすべて求めよ．

(愛媛大 2008) (m20084611)

0.70 (1) 次の関数の導関数を求めよ．

(a) $x\tan^{-1}2x$ (b) $\dfrac{x}{\sqrt{1+9x^2}}$

(2) $f(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$, $\quad g(x)=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$ について，次の問いに答えよ．

(a) $\{g(x)\}^2-\{f(x)\}^2=1$ を示せ．

(b) 関数 $y=f(x)$ が単調増加であることを示せ．

(c) 関数 $y=f(x)$ の逆関数を $h(x)$ とおくとき，導関数 $h'(x)$ を求めよ．

(愛媛大 2009) (m20094601)

0.71 (1) 次の曲線の長さを求めよ．

$$y=\frac{1}{2}\log x-\frac{1}{4}x^2 \quad (1\leqq\ x\leqq\ e)$$

(2) $a>0$ のとき，次の広義積分が収束するための a の条件を求め，そのときの積分の値を求めよ．

$$\int_e^\infty \frac{1}{x(\log x)^a}\,dx$$

(愛媛大 2009) (m20094602)

0.72 (1) 関数 $f(x,y)=x^4+y^4-(x-y)^2$ の極値を求めよ．

(2) $D=\{(x,y)\mid -\dfrac{\pi}{2}\leqq\ x\leqq\dfrac{\pi}{2},\quad 0\leqq\ y\leqq\ 1\}$ とするとき，次の 2 重積分を求めよ．

$$\iint_D x\sin(xy)\,dxdy$$

(愛媛大 2009) (m20094603)

0.73 $A=\begin{pmatrix}1&\dfrac{a}{\sqrt{2}}&0\\ \dfrac{a}{\sqrt{2}}&1&\dfrac{a}{\sqrt{2}}\\ 0&\dfrac{a}{\sqrt{2}}&1\end{pmatrix}$ とする．（ただし，$a>0$）

(1) 行列式 $|A|$ を求めよ.

(2) 逆行列 A^{-1} が存在しないときの a の値を求めよ.

(3) 行列 A の固有値をすべて求めよ.

(4) 行列 A の最大の固有値に対する固有ベクトルをすべて求めよ.

(愛媛大 2009) (m20094604)

0.74 (1) 次の曲線上の与えられた点 (a,b) における接線の方程式を求めよ.

(a) $y = x\log x$, $(a,b) = (e,e)$ (b) $y = \dfrac{e^{2x} - e^{-x}}{e^{3x} + e^{-2x}}$, $(a,b) = (0,0)$

(2) 次の極限値を求めよ.

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 4} \frac{3-\sqrt{2x+1}}{\sqrt{x}-2}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\tan^{-1}x - x}{x^3}$ ただし, $\tan^{-1}x$ の値域は $\left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right)$ とする.

(3) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ の定義を述べよ. さらに, $f(x) = c$(定数関数)ならば $f'(x) = 0$ であることを定義に従って示せ.

(愛媛大 2010) (m20104601)

0.75 (1) $x = \sin t \left(-\dfrac{\pi}{2} < t < \dfrac{\pi}{2}\right)$ とおいて, 次の不定積分を求めよ. ただし, 最終的な答えは x の関数で表わすこと.

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$$

(2) $S(x) = \displaystyle\int_1^x \log t\,dt$ とする. 次の値を求めよ.

(a) $S'(e)$ (b) $S(e)$ (c) $\displaystyle\int_1^e e^{S(x)}\log x\,dx$ (d) $\displaystyle\int_1^\infty \frac{e^{S(x)}}{x^x}\,dx$

(愛媛大 2010) (m20104602)

0.76 関数 $z = f(x,y)$ は偏微分可能であるとする. $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$ と極座標変換するとき, 次の 2 つの式が成立することを示せ.

(a) $x\dfrac{\partial z}{\partial x} - y\dfrac{\partial z}{\partial y} = r\cos 2\theta \dfrac{\partial z}{\partial r} - \sin 2\theta \dfrac{\partial z}{\partial \theta}$ (b) $\left(\dfrac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\dfrac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = \left(\dfrac{\partial z}{\partial r}\right)^2 + \dfrac{1}{r^2}\left(\dfrac{\partial z}{\partial \theta}\right)^2$

(愛媛大 2010) (m20104603)

0.77 次の累次積分の値を求めよ. $\displaystyle\int_0^1 \left(\int_y^1 e^{x^2}\,dx\right) dy$

(愛媛大 2010) (m20104604)

0.78 行列 A を

$$A = \begin{pmatrix} 0 & c & b \\ c & 0 & a \\ b & a & 0 \end{pmatrix}$$ とする.

(1) A^2 を計算せよ.

(2) 次の行列式の値をゼロにする $a,\ b,\ c$ をすべて求めよ.

$$\begin{vmatrix} b^2+c^2 & ab & ca \\ ab & c^2+a^2 & bc \\ ca & bc & a^2+b^2 \end{vmatrix}$$

(愛媛大 2010) (m20104605)

0.79　3 次正方行列

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 7 & 9 \\ 1 & 9 & 3 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

について次の問に答えよ．

(1)　A の固有値を求めよ．

(2)　A の階数を求めよ．

(3)　A の各固有値に対する固有空間をそれぞれ求めよ．

(4)　適当な正則行列 P によって A を対角化せよ．

(愛媛大 2011)　　(m20114601)

0.80　c を実数とする．4 次正方行列

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & c \\ 1 & 0 & c & 0 \\ 1 & c & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

について次の問に答えよ．

(1)　方程式

$$A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

が解をもつための c の条件を述べよ．またそのときの解を（複数あるならばそのうち一つを）求めよ．

(2)　方程式

$$A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

が解をもつための c の条件を述べよ．またそのときの解を（複数あるならばそのうち一つを）求めよ．

(愛媛大 2011)　　(m20114602)

0.81　関数 $y = (x^2+1)e^{-x}$ の n 次導関数 $y^{(n)}$ を求めよ．

(愛媛大 2011)　　(m20114603)

0.82　関数 $f(x,y) = xy(1-x-y)$ に対して $f_x = f_y = 0$ となる (x,y) をすべて求めよ．また f の極値を求めよ．

(愛媛大 2011)　　(m20114604)

0.83　以下の問に答えよ．

(1)　次の累次積分の値を求めよ．

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_{\frac{2y}{\pi}}^1 \cos\frac{y}{x} dx \right) dy$$

(2) $D=\{(x,y) : x,y \geq 0,\ 0 \leq x^2+y^2 \leq 2\}$ とするとき，次の積分の値を求めよ．

$$\iint_D \sqrt{x^2+y^2+1}\,dxdy$$

(愛媛大 2011) (m20114605)

0.84 a, b は実数で，$0<a<1$ を満たすとする．xy 平面において，2 つの関数のグラフ

$$C : y=\log x\ , \quad l : y=ax+b$$

がただ一つの共有点を持ったとき，次の問に答えよ．

(1) b を a を用いて表せ．

(2) $b>0$ となるような a の範囲を求めよ．

(3) a が (2) で求めた範囲にあるとき，曲線 C，および 3 直線 l，$x=0$，$y=0$ で囲まれた部分の面積を求め，a のみを用いて表せ．

(愛媛大 2011) (m20114606)

0.85 (1) $f(x)=\tan^{-1}x+\tan^{-1}\dfrac{1}{x}\ \ (x>0)$ とおく．ただし，$\tan^{-1}x$ の値域は $\left(-\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{\pi}{2}\right)$ とする．

(a) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ． (b) $f(2)$ の値を求めよ．

(2) 次の極限値を求めよ．

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^{3x}-e^{-4x}}{\sin 5x}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\cos x}{\log x}$ (c) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{\log x}-\frac{1}{x-1}\right)$

(愛媛大 2011) (m20114607)

0.86 (1) 次の不定積分を求めよ．

$$\int e^{2x}\cos x\,dx$$

(2) $t=\tan\dfrac{x}{2}$ とおいて，次の定積分を求めよ．

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{2+\cos x}\,dx$$

(愛媛大 2011) (m20114608)

0.87 二変数関数 $f(x,y)$ は 2 回偏微分可能であり，$(x,y)=(a,b)$ において $\dfrac{\partial f}{\partial x}(a,b)=\dfrac{\partial f}{\partial y}(a,b)=0$ を満たしている．また，一変数関数 $g(z)$ は 2 回微分可能であるとする．$F(x,y)=g\left(f(x,y)\right)$ とおくとき，次の (1), (2), (3) に答えよ．

(1) $\dfrac{\partial F}{\partial x}(x,y)$ を $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y)$ と $g'\left(f(x,y)\right)$ を用いて表せ．

(2) $\dfrac{\partial F}{\partial x}(a,b)=\dfrac{\partial F}{\partial y}(a,b)=0$ を示せ．

(3) さらに，$\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(a,b)+\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}(a,b)=0$ を仮定するとき，$\dfrac{\partial^2 F}{\partial x^2}(a,b)+\dfrac{\partial^2 F}{\partial y^2}(a,b)=0$ を示せ．

(愛媛大 2011) (m20114609)

0.88 $D=\{(x,y)\,;\,0\leqq\ x+y\leqq\ 1,\ 0\leqq\ x-y\leqq\ 1\}$ とするとき，次の 2 重積分を求めよ．

$$\iint_D x\,dxdy$$

(愛媛大 2011) (m20114610)

0.89 x, y, z についての連立方程式

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -2 \\ -2x + y + z = -1 \\ x - 3y + 2z = a \end{cases}$$

が解を持つように，定数 a を定めて解を求めよ．

(愛媛大 2011)　　(m20114611)

0.90 (1) 次の極限値を求めよ．

(a) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$　　(b) $\displaystyle\lim_{x \to \infty} x^{\frac{1}{x}}$

(2) x の関数 $\dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ を微分せよ．

(3) $f(x) = \cos^{-1}(\sin x)$ とおく．ただし，$\cos^{-1} x$ の値域は $[0, \pi]$ とする．

(a) $f(\frac{\pi}{2})$ を求めよ．

(b) $f(x)$ を微分せよ．

(c) $\displaystyle\lim_{x \to \frac{\pi}{2}+0} f'(x)$ と $\displaystyle\lim_{x \to \frac{\pi}{2}-0} f'(x)$ を求めよ．

(愛媛大 2013)　　(m20134601)

0.91 (1) 次の定積分を求めよ．

$$\int_1^{e^2} (\log x)^2 dx$$

(2) 次の媒介表示で表される曲線の長さを求めよ．

$$x = \frac{t^3}{3} - t\,, \qquad y = t^2 \qquad (0 \leqq t \leqq 2)$$

(愛媛大 2013)　　(m20134602)

0.92 $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ とする．

(1) $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ と $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ を求めよ．

(2) 空間内の点 $\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}, \dfrac{1}{\sqrt{3}}, \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$ における曲面 $z = f(x, y)$ の接平面の方程式を求めよ．

(3) 空間における領域

$$\Omega = \Big\{(x, y, z) \,:\, x^2 + y^2 \leqq a^2 \ \ 0 \leqq z \leqq f(x, y)\Big\}$$

の体積を求めよ．ただし，$0 < a < 1$ とする．

(愛媛大 2013)　　(m20134603)

0.93 (1) 行列式 $\begin{vmatrix} 56 & 4 & -2 \\ 6 & 54 & -2 \\ 180 & 120 & -10 \end{vmatrix}$ の値を求めよ．

(2) 行列 $\begin{pmatrix} 106 & 4 & -2 \\ 6 & 104 & -2 \\ 180 & 120 & 40 \end{pmatrix}$ の固有値をすべて求めよ．

(愛媛大 2013)　　(m20134604)

0.94 $f(x) = \dfrac{x}{(\log x)^2}$ とする．次の問いに答えよ．

(1) 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{f(x)}$ を求めよ．

(2) 区間 $(1,\infty)$ における関数 $y=f(x)$ の増減を調べ，そのグラフをかけ．

(3) $D=\{(x,y)\mid x>1,\ y\geqq\ f(x)\}$ とする．領域 D における $x+y$ の最小値を求めよ．

(愛媛大 2014)　　(m20144601)

0.95 (1) 次の不定積分を求めよ．

$$\int\frac{x^3-x-1}{x^2+1}dx$$

(2) 次の広義積分を求めよ．

$$\int_1^\infty\frac{2}{e^x-e^{-x}}dx$$

(愛媛大 2014)　　(m20144602)

0.96 関数 $f(x,y)=x^2+2txy+y^2+2x+2y$ が極値をもつような定数 t の範囲を求めよ．また，そのときに極値を与える点の座標と極値を求めよ．

(愛媛大 2014)　　(m20144603)

0.97 次の累次積分を求めよ．

$$\int_0^1\left(\int_{\sqrt{x}}^1\sqrt{1+y^3}\,dy\right)dx$$

(愛媛大 2014)　　(m20144604)

0.98 $A=\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\1&0&0&-4\\0&1&0&-6\\0&0&1&-4\end{pmatrix}$ とする．

(1) 行列 A の固有値をすべて求めよ．

(2) (1) で求めた行列 A の固有値に対する固有ベクトルをすべて求めよ．

(愛媛大 2014)　　(m20144605)

0.99 (1) 次の極限値を求めよ．

(a) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{x-\log(1+x)}{x^2}$　　(b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\cos\frac{4}{x}\right)^{x^2}$

(2) x の関数 $x\sqrt{1-x^2}+\sin^{-1}x$ を微分せよ．

(3) 次の等式が成り立つことを示せ．

$$\cos^{-1}x+\cos^{-1}(-x)=\pi$$

ただし，$\cos^{-1}x$ の値域は $[0,\ \pi]$ とする．

(愛媛大 2015)　　(m20154601)

0.100 (1) 次の不定積分を求めよ．　$\displaystyle\int\frac{1}{x(x^2-1)}dx$

(2) 次の広義積分を求めよ．ただし，$\displaystyle\int_0^\infty e^{-x^2}dx=\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ を用いてよい．

(a) $\displaystyle\int_0^\infty xe^{-x^2}dx$　　(b) $\displaystyle\int_0^\infty x^2e^{-x^2}dx$　　(c) $\displaystyle\int_{-1}^\infty x^2e^{-x^2-2x-2}dx$

(愛媛大 2015)　　(m20154602)

0.101 $f(x,y)=\tan^{-1}\dfrac{y}{x}$ とする．$y\dfrac{\partial f}{\partial x}-x\dfrac{\partial f}{\partial y}$ と $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}-\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ を求めよ．

(愛媛大 2015) (m20154603)

0.102 $D=\left\{(x,y)\mid 1\leqq x^2+y^2\leqq 4,\ 0\leqq y\leqq x\right\}$ とするとき，次の 2 重積分を求めよ．

$$\iint_D xydxdy$$

(愛媛大 2015) (m20154604)

0.103 $A=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$ ， $E=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ とする，また，n を自然数とする．

次の行列の固有値と固有ベクトルをすべて求めよ．

(i) E (ii) A (iii) A^n

(愛媛大 2015) (m20154605)

0.104 (1) C^1 級の関数 $z=f(x,y)$ と $x=r\cos\theta,\ y=r\sin\theta$ の合成関数 $z=f(r\cos\theta,r\sin\theta)$ に対して

$$z_x{}^2+z_y{}^2=z_r{}^2+\frac{1}{r^2}z_\theta{}^2$$

が成り立つことを示せ．

(2) $f(x,y)=2x^4-8xy^3+y^4+5$ とする．関数 $f(x,y)=0$ で定まる陰関数 y の極値を求めよ．

(愛媛大 2015) (m20154606)

0.105 次の積分の値を求めよ．

$$\int_0^1\int_{x^2}^1\sqrt{y^2+y}\,dydx$$

(愛媛大 2015) (m20154607)

0.106 a を正の整数とし，2 曲線 $C_1:y=|x|e^{-x}$， $C_2:y=ae^{-x}$ で囲まれた図形の面積を S とする．

(1) 関数 $y=|x|e^{-x}$ の増減，極値を調べ，グラフの概形をかけ．

(2) S を a を用いて表せ．

(3) 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to+0}\frac{S}{a^2}$ を求めよ．

(愛媛大 2015) (m20154608)

0.107 x を実数とする．3 次元ベクトル空間 $\mathbb{R}^3$ の 3 つのベクトル

$$\boldsymbol{v}_1=\begin{bmatrix}1\\2\\-1\end{bmatrix},\qquad \boldsymbol{v}_2=\begin{bmatrix}-1\\0\\2\end{bmatrix},\qquad \boldsymbol{v}_3=\begin{bmatrix}1\\x\\1\end{bmatrix}$$

に対して，以下の問いに答えよ．

(1) ベクトル $\boldsymbol{v}_1,\ \boldsymbol{v}_2$ が 1 次独立であることを示せ．

(2) ベクトル $\boldsymbol{v}_1,\ \boldsymbol{v}_2,\ \boldsymbol{v}_3$ が 1 次従属であるとき，x の値を求めよ．

(3) $x=5$ のとき，ベクトル $\boldsymbol{v}_1,\ \boldsymbol{v}_2,\ \boldsymbol{v}_3$ が $\mathbb{R}^3$ の基底であることを示せ．

(愛媛大 2016) (m20164601)

0.108 (1) 行列 A を $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 & -10 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & -3 & 2 \end{bmatrix}$ で定める.

(a) A のすべての固有値を求めよ.

(b) 適当な正則行列 P を用いて，A を対角化せよ.

(2) B を正方行列とし，B^2 が零行列になるとする．このとき，B は 0 を固有値にもつこと，および 0 以外には固有値をもたないことを示せ.

(愛媛大 2016) (m20164602)

0.109 (1) 次で定義される関数 $f(x,y)$ の原点 $(0,0)$ での連続性を調べよ.

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

(2) C^1 級の関数 $f(x,y)$ は

$$x\frac{\partial f}{\partial y} - y\frac{\partial f}{\partial x} = 0$$

を満たすとする．このとき，$z = f(x,y)$ と $x = r\cos\theta,\ y = r\sin\theta$ の合成関数 $z = f(r\cos\theta,\ r\sin\theta)$ は r だけの関数であることを示せ.

(3) 連続関数 $f(x)$ について，次の等式を示せ.

$$\int_0^x dy \int_0^y dz \int_0^z f(t)dt = \frac{1}{2}\int_0^x (x-t)^2 f(t)dt$$

(愛媛大 2016) (m20164603)

0.110 $a > 1$ とし，$f(x) = (e^x - 1)(e^x - a)$ とおく.

(1) 関数 $y = f(x)$ の増減，極値，および $\displaystyle\lim_{x\to\pm\infty} f(x)$ を調べ，グラフの概形をかけ.

(2) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ.

(3) S を (2) で求めた値とするとき，$\displaystyle\lim_{a\to 1+0} \frac{S}{(a-1)^3}$ を求めよ.

(愛媛大 2016) (m20164604)

0.111 (1) 次の極限値を求めよ.

(a) $\displaystyle\lim_{x\to+0} x\log\sin x$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to+0} (\sin x)^x$

(2) 次の関数の導関数を求めよ.

(a) $\dfrac{1}{\sqrt{x^2+x}}$ (b) $\tan^{-1}(2x+3)$

(愛媛大 2017) (m20174601)

0.112 (1) 次の不定積分を求めよ. $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{1-4x^2}}dx$

(2) 次の定積分を求めよ. $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} \sin^{-1} 2x\ dx$

(3) 曲線 $y = \sin^{-1} 2x \quad \left(0 \leqq x \leqq \dfrac{1}{2}\right)$，直線 $y = \dfrac{\pi}{2}$ および y 軸で囲まれた部分を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積 V を求めよ.

ただし，$\sin^{-1} x$ の値域は $\left[-\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{\pi}{2}\right]$ とする.

(愛媛大 2017) (m20174602)

0.113 $a \neq 0$ を定数として，$f(x,y)=\log(x^a+y^a)$ とする.

(1) $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y),\quad \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y),\quad \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y)+\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y)$ を求めよ.

(2) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y)+\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y)=0$ がすべての $x>0,\ y>0$ に対して成り立つように，a の値を定めよ.

(愛媛大 2017)　　(m20174603)

0.114 $D=\{(x,y) \mid 0 \leqq x \leqq 2,\ x \leqq 2y \leqq 2\}$ とする.

(1) D を図示せよ.

(2) 次の 2 重積分を求めよ.

$$\iint_D \log(1+y^2)dxdy$$

(愛媛大 2017)　　(m20174604)

0.115 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ とする.

(1) 行列式 $|A|$ を求めよ.

(2) 行列 A の固有値をすべて求めよ.

(3) (2) で求めた行列 A の固有値に対する固有ベクトルをすべて求めよ.

(愛媛大 2017)　　(m20174605)

0.116 3 次元数ベクトル空間 $\mathbb{R}^3$ において，3 つのベクトル

$$\boldsymbol{v}_1=\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix},\qquad \boldsymbol{v}_2=\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix},\qquad \boldsymbol{v}_3=\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ -4 \end{bmatrix}$$

で生成される部分空間

$$V=\{c_1\boldsymbol{v}_1+c_2\boldsymbol{v}_2+c_3\boldsymbol{v}_3 \mid c_1,\ c_2,\ c_3 \in \mathbb{R}\}$$

を考える．以下の問いに答えよ.

(1) $\boldsymbol{v}_1,\ \boldsymbol{v}_2,\ \boldsymbol{v}_3$ が 1 次従属であることを示せ.

(2) $\boldsymbol{v}_1,\ \boldsymbol{v}_2$ が V の基底となることを示せ.

(3) $V=\left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, \alpha x+\beta y+\gamma z=0 \right\}$ を満たす実数 $\alpha,\ \beta,\ \gamma$ を 1 組求めよ.

(4) $\begin{bmatrix} a \\ a+1 \\ a+2 \end{bmatrix} \in V$ となるような実数 a を求めよ.

(愛媛大 2017)　　(m20174606)

0.117 (1) 行列

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -2 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

について考える.

(a) A の固有値を全て求め，各固有値に対する固有ベクトルを求めよ．

(b) 適当な正則行列 P を用いて，行列 A を対角化せよ．

(2) a を実数とし，行列

$$B = \begin{bmatrix} 1+a & a & 0 & 0 \\ -a & 1-a & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

を考える．B の固有値を全て求め，各固有値に対する固有空間の次元を求めよ．

(愛媛大 2017)　　(m20174607)

0.118　曲線 $x^2 - y^2 = -1$ 上の点 $(1,\ \sqrt{2})$ における接線の方程式を求めよ．

(愛媛大 2017)　　(m20174608)

0.119　$z = f(t)$ を C^1 級の関数とする．$t = \sqrt{x^2 + y^2}$ とするとき，　$yz_x - xz_y = 0$　が成立することを示せ．

(愛媛大 2017)　　(m20174609)

0.120　円柱面 $x^2 + y^2 = 4$ の内部にある円柱面 $x^2 + z^2 = 4$ の表面積 S を求めよ，

(愛媛大 2017)　　(m20174610)

0.121　$a,\ b$ は実数で，$a > 0$ とする．関数 $f(x) = \dfrac{bx+1}{x^2+a}$ が $x = -1$ で極値 $\dfrac{1}{2}$ をとるとき，以下の問いに答えよ．

(1) $a,\ b$ を求めよ．

(2) 関数 $f(x)$ の増減，極値および極限 $\displaystyle\lim_{x\to\pm\infty} f(x)$ を調べ，グラフの概形を描け．

(3) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸，y 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ．

(愛媛大 2017)　　(m20174611)

0.122　行列 $P,\ Q,\ R,\ S$ を次のように定める．

$$P = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},\quad Q = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3 & -9 \end{bmatrix},\quad R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix},\quad S = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 \\ 6 & -4 & 6 \\ 3 & -3 & 5 \end{bmatrix}.$$

以下の問いに答えよ．

(1) 次のうち，計算可能なものについてその計算をせよ．

(i) $S^2 - RQ$　　(ii) ${}^tPRS$　　(iii) $R\,{}^tQ + {}^t(Q\,{}^tR)$　　(iv) $SP - 2P$

(2) 行列 $P,\ Q,\ R,\ S$ のうち，正則行列であるものに対してその逆行列を求めよ．

(3) x を実数とする．行列 $T = S + \begin{bmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & x \end{bmatrix}$ の行列式を求めよ．また，T が正則でないとき，x の値を求めよ．

(愛媛大 2017)　　(m20174612)

0.123　a を実数とし，行列 A を次のように定める．

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a & 1 \\ -1 & -1 & a \\ a & a & -1 \end{bmatrix}$$

以下の問いに答えよ．

(1) 行列 A の階数 $\mathrm{rank}\,A$ を求めよ.

(2) $a=1$ のとき，実数 x, y, z を未知数とする連立 1 次方程式 $A\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}$ の解を求めよ.

(3) 実数 x, y, z を未知数とする連立 1 次方程式 $A\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ a \\ a \end{bmatrix}$ が唯一つでない解を持つとき，a の値を求めよ．また，このとき，この連立 1 次方程式の解を求めよ.

(愛媛大 2017) (m20174613)

0.124 (1) $\tan^{-1} x = \sin^{-1} \dfrac{3}{5}$ を満たす x の値を求めよ． ただし，$\tan^{-1} x$ は逆正接関数とし $\sin^{-1} x$ は逆正弦関数とする.

(2) $y = (x^2+1)e^{-3x}$ の n 次導関数をライプニッツの公式を用いて求めよ.

(3) 自然数 n に対して $I_n = \displaystyle\int \sin^n x dx$ と定める．このとき次の漸化式を示せ.

$$I_n = -\frac{1}{n}\sin^{n-1} x \cos x + \frac{n-1}{n} I_{n-2} \qquad (n \geq 3)$$

(愛媛大 2017) (m20174614)

0.125 (1) 次の関数の導関数を求めよ．ただし，a は正の定数とする.

(a) $\sin^{-1}(x^2)$ (b) $x^{\sin x}$ $(x>0)$ (c) $\log\left(x + \sqrt{x^2+a}\right)$

(2) 次の極限値を求めよ.

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\tan x - x}{x^3}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{x^{\frac{1}{x}}}{x}$

(愛媛大 2018) (m20184601)

0.126 (1) 次の不定積分を求めよ.

(a) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2-3x+2}$ (b) $\displaystyle\int e^{\cos x}\sin 2x dx$

(2) 次の広義積分を求めよ.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+2x+3}$$

(愛媛大 2018) (m20184602)

0.127 次の方程式で与えられる曲線の点 (1, 3) における接線の方程式を求めよ.

$$f(x,y) = x^3 - 2xy + y^2 - x - 3 = 0$$

(愛媛大 2018) (m20184603)

0.128 $D = \left\{(x,\ y)\ \middle|\ 0 \leqq y \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{3}\right\}$ とする.

(1) D を図示せよ.

(2) 次の 2 重積分を求めよ.

$$\iint_D \sin(x+y) dxdy$$

(愛媛大 2018) (m20184604)

0.129 行列 $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ a & 3 & -1 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ は 0 を固有値として持つとする．ただし，a は定数とする.

(1) 定数 a を求めよ.

(2) A の 0 でない固有値をすべて求めよ.

(3) 固有値 0 に対する固有ベクトルをすべて求めよ.

(愛媛大 2018) (m20184605)

0.130 (1) 次の極限値を求めよ.

$$(a)\ \lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{2x \tan x - \frac{\pi}{2}}{\sin x - \cos x} \qquad (b)\ \lim_{x \to \infty} x \log\left(\frac{x+2}{x+4}\right)$$

(2) $f(x) = \sqrt{x+2}$ とする.

(a) 3 階までの導関数 $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$ を求めよ.

(b) 次の式

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - a_0 - a_1 x - a_2 x^2}{x^2} = 0$$

が成り立つように定数 a_0, a_1, a_2 を定めよ.

(愛媛大 2021) (m20214601)

0.131 次の不定積分を求めよ.

$$(a)\ \int \frac{1}{(1+\sin^2 x)\tan x} dx \qquad (b)\ \int x^9 e^{-x^{10}} dx$$

0.132 次の広義積分が収束するように定数 a を定め，そのときの広義積分の値を求めよ.

$$\int_1^{\infty} \left(\frac{\sqrt{x}}{x+1} - \frac{a}{\sqrt{x}}\right) dx$$

(愛媛大 2021) (m20214602)

0.133 $f(x,y) = e^{2x}(x^2 + y^2)$ とする.

(1) $f(x,y)$ の偏導関数 $f_x(x,y)$, $f_y(x,y)$ および 2 階偏導関数 $f_{xx}(x,y)$, $f_{xy}(x,y)$, $f_{yx}(x,y)$, $f_{yy}(x,y)$ を求めよ.

(2) $f(x,y)$ の極値を求めよ.

(愛媛大 2021) (m20214603)

0.134 $D = \left\{(x,y) \ \middle|\ x^2 + y^2 \leqq 1,\ 0 \leqq x \leqq y\right\}$ とする.

(1) D を図示せよ.

(2) 2 重積分 $\displaystyle\iint_D \frac{1}{1+x^2+y^2} dxdy$ を求めよ.

(愛媛大 2021) (m20214604)

0.135 次の行列の積を求めよ.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(愛媛大 2021) (m20214605)

0.136 次の行列式の値を求めよ.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 7 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

(愛媛大 2021) (m20214606)

0.137 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 1 \end{pmatrix}$ の固有値と固有ベクトルをすべて求めよ.

(愛媛大 2021)　　(m20214607)

0.138 2 つの 3 次実列ベクトル $\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$ に対し, $\boldsymbol{a}$ の転置により得られる 3 次実行ベクトル ${}^t\boldsymbol{a} = [a_1 \ \ a_2 \ \ a_3]$ と $\boldsymbol{b}$ の（行列としての）積 ${}^t\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}$ により得られる実数を $(\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{b})$ とおく.

$$(\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{b}) = {}^t\boldsymbol{a}\boldsymbol{b} = \sum_{i=1}^{3} a_i b_i$$

また, $\boldsymbol{o} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ とおく.

(1) (a) 3 次実列ベクトル $\boldsymbol{a}$ に対し, $(\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{a}) = 0$ であることは $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{o}$ であるための必要十分条件であることを示せ.

(b) $\boldsymbol{o}$ でない 2 つの 3 次実列ベクトル $\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{b}$ に対し, $(\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{b}) = 0$ ならば $\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{b}$ は 1 次独立であることを示せ.

(c) $\boldsymbol{o}$ でない 3 つの 3 次実列ベクトル $\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{b},\ \boldsymbol{c}$ に対し, $(\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{b}) = (\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{c}) = (\boldsymbol{b},\ \boldsymbol{c}) = 0$ ならば $\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{b},\ \boldsymbol{c}$ は 1 次独立であることを示せ.

(2) 3 つの 3 次実列ベクトル $\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{b},\ \boldsymbol{c}$ を用いて表される 3 次正方行列 $A = [\boldsymbol{a} \ \ \boldsymbol{b} \ \ \boldsymbol{c}]$ に対し, ${}^tA = \begin{bmatrix} {}^t\boldsymbol{a} \\ {}^t\boldsymbol{b} \\ {}^t\boldsymbol{c} \end{bmatrix}$ を 3 つの 3 次実行ベクルトル ${}^t\boldsymbol{a},\ {}^t\boldsymbol{b},\ {}^t\boldsymbol{c}$ を用いて表される A の転置行列とする. A が

$${}^tAA = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

を満たすとき, $\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{b},\ \boldsymbol{c}$ は 1 次独立であることを示せ.

(愛媛大 2022)　　(m20224601)

0.139 a を実数とする. 4 次実列ベクトル $\boldsymbol{x}$ を未知ベクトル, 4 次正方行列

$$A = \begin{bmatrix} 5 & a^2+3 & a^2-1 & 1 \\ a+1 & a & 1 & 2a-2 \\ -a+1 & a^2-a & a^2-1 & -2a+2 \\ 0 & a^2-1 & a^2-1 & 0 \end{bmatrix}$$

を係数行列とする連立 1 次方程式

$$(\#) \qquad A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{o}$$

を考える. ただし, $\boldsymbol{o}$ は 4 次零ベクトルとする.

(1) $a = 1$ とする. このとき, 方程式 (#) の解をすべて求めよ.

(2) (i) 任意の a に対し, 方程式 (#) は少なくとも 1 つの解をもつことを示せ.

(ii) 実列ベクトル $\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{b}$ がともに 方程式 (#) の解であるとき, $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ の 1 次結合 $\alpha\boldsymbol{a} + \beta\boldsymbol{b}$（ $\alpha,\ \beta$ は実数 ）も (#) の解であることを示せ.

(3) 方程式 (#) が以下の条件 ($\flat$1), ($\flat$2) の両方をみたすような a の値をすべて求めよ.

($\flat$1) 少なくとも 2 つの異なる解をもつ.

($\flat$2) 実列ベクトル $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ がともに $(\#)$ の解であるとき, $\boldsymbol{a} = c\boldsymbol{b}$ または $\boldsymbol{b} = c\boldsymbol{a}$ をみたす実数 c が存在する.

(愛媛大 2022)　　(m20224602)

0.140 多項式で表される関数 $f(x)$ について 次の (i) $\sim$ (iv) がわかった.

(i) $f(0) = 0$

(ii) $x = -4$ および $x = 2$ のみで $f'(x) = 0$

(iii) $-5 \leq x \leq 2$ について $f'(x) \geq 0$

(iv) $-4 < x < 0$ について $f''(x) > 0$

これらの情報からわかる範囲で, 区間 $[-5,\ 2]$ における $f(x)$ のグラフの概形をかけ. ただし, (i) $\sim$ (iv) の各々がどのように反映するかを文章で記述すること.

(愛媛大 2022)　　(m20224603)

0.141 変数 a, b は各々$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ に値をとる.

$$\int_{a-b}^{a+b} (x-b)\big(x-(a+b)\big)dx = 2b^3$$

となる $(a,\ b)$ の組をすべて求めよ.

(愛媛大 2022)　　(m20224604)

0.142 関数

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 10x + 1$$

がある.

(1) 曲線 $y = f(x)$ の変曲点を求めよ.

(2) 直線 ℓ が以下の条件 (i), (ii) の両方をみたすとする.

(i) 直線 ℓ と曲線 $y = f(x)$ は 3 点で交わり, そのうち 1 点は (1) で求めた変曲点である.

(ii) 直線 ℓ と曲線 $y = f(x)$ の 3 つの交点の x 座標を小さい値から順に a, b, c としたとき,

$$\int_a^c f(x)dx = 20$$

である.

このとき, 直線 ℓ を表す方程式を求めよ.

(3) 曲線 $y = f(x)$ と (2) の直線 ℓ で囲まれる 2 つの部分の面積の和を求めよ.

(愛媛大 2022)　　(m20224605)

0.143 (1) 次の極限値を求めよ. ただし, $[x]$ は, 実数 x を超えない最大の整数とする.

(a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{\log(1+3x^2)}{\log(5+7x)}$　　(b) $\displaystyle\lim_{x\to 1+0} \frac{x^2-[3x]x+2}{x-1}$　　(c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \int_0^{x/2} \frac{dt}{(\sin x)\sqrt{1-t^2}}$

(2) 次の関数の導関数を求めよ.

(a) $\sqrt{1+\cos^2 x}$　　(b) $\sin^{-1}(\log x)$

(愛媛大 2022)　　(m20224606)

0.144 (1) 次の不定積分と定積分を求めよ.

(a) $\displaystyle\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}\,dx$　　(b) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} x\sin^2 x\,dx$

(2) 次の広義積分を求めよ.

$$\int_0^\infty \frac{dx}{2x^2+3}$$

(愛媛大 2022)　　(m20224607)

0.145　$f(x,y)=\dfrac{1}{1+2x^2+3y^2}$ とする.

(1) $f(x,y)$ の偏導関数 $f_x(x,y)$, $f_y(x,y)$ を求めよ.

(2) 曲面 $z=f(x,y)$ の点 $\bigl(2,1,f(2,1)\bigr)$ における接平面の方程式を求めよ.

(愛媛大 2022)　　(m20224608)

0.146　$D=\bigl\{(x,y)\ \big|\ x \geqq 1,\ y \geqq 2,\ xy \leqq 4\bigr\}$ とする.

(1) D を図示せよ.

(2) 2 重積分 $\displaystyle\iint_D xe^{xy}dxdy$ を求めよ.

(愛媛大 2022)　　(m20224609)

0.147　$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 0 \\ 3 & x & y & 0 \\ 2 & 1 & x & 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{u}_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{u}_2=\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ x \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{u}_3=\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ y \\ x \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{u}_4=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ とする.

ただし, x, y は実数とする.

(1) ベクトル空間 $\mathbb{R}^4$ において, $\boldsymbol{u}_1$, $\boldsymbol{u}_2$, $\boldsymbol{u}_3$ が 1 次従属になるとき, x, y の値を求めよ.

(2) ベクトル空間 $\mathbb{R}^4$ において, $\boldsymbol{u}_1$, $\boldsymbol{u}_2$, $\boldsymbol{u}_3$, $\boldsymbol{u}_4$ が 1 次従属になるとき, y を x で表せ.

(3) ベクトル空間 $\mathbb{R}^4$ において, $\boldsymbol{u}_1$, $\boldsymbol{u}_2$, $\boldsymbol{u}_3$, $\boldsymbol{u}_4$ が 1 次独立なとき, $A\boldsymbol{u}_1$, $A\boldsymbol{u}_2$, $A\boldsymbol{u}_3$, $A\boldsymbol{u}_4$ も 1 次独立であることを示せ.

(愛媛大 2022)　　(m20224610)