[選択項目] 年度：1991〜2023 年　大学：岐阜大

0.1 変数 (r,θ) $(r \geq 0\ ,\ 0 \leq \theta \leq 2\pi)$ から変数 (x,y) への変換

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{\sqrt{3}} & 1 \\ \dfrac{1}{\sqrt{3}} & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\cos\theta \\ r\sin\theta \end{pmatrix}$$

を考える．また領域 D を

$$D = \{(x,y) \quad ;\ -x \leq y \leq x\}$$

によって定義する．

(1) (x,y) が領域 D を動くとき (r,θ) が動く範囲を求めよ．また，その対応が 1 対 1 であることを示せ．

(2) 次の積分の値を上記の変数変換を用いて求めよ．

$$\iint_D \exp(-x^2-y^2-xy)dxdy$$

ここで積分の範囲は領域 D である．

(岐阜大 1997)　(m19972601)

0.2 次の微分方程式を解け．

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 3\frac{dy}{dt} + 2y = \cos t$$

ただし，$t=0$ のとき，$y = e^{2\pi} + e^{\pi} + 0.1$ であり，$t=\pi$ のとき，$y=1.9$ である．

(岐阜大 1998)　(m19982601)

0.3 微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

について，以下の問に答えよ．

(1) 一般解を求めよ．

(2) 初期条件

$$y(0) = \frac{1}{2}, \qquad \frac{dy}{dx}(0) = 2$$

を満たす特殊解を求めよ．

(3) 一般に，微分方程式（a,b は定数とする）

$$\frac{d^2y}{dx^2} + a\frac{dy}{dx} + by = 0$$

の 2 つの解を $y_1(x), y_2(x)$ とするとき，

$$f(x) = \frac{dy_1}{dx}y_2 - y_1\frac{dy_2}{dx}$$

が満たす微分方程式を求めよ．また，この $f(x)$ が，ある x_0 で $f(x_0) \neq 0$ ならば，すべての x で $f(x) \neq 0$ であることを示せ．

(岐阜大 2000)　(m20002601)

0.4 次の連立方程式を解け． $\begin{cases} x+y=5 \\ x^2-xy+y^2=7 \end{cases}$

(岐阜大 2001)　(m20012601)

0.5　$z = (ax^2 + bx + c)^n$ を微分せよ．

(岐阜大 2001)　　(m20012602)

0.6　(1)　関数を $x = a\sin t$，$y = b\cos t$ とするとき，$\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ．

(2)　次の関数の概略図を描け．

(a) $\dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$　　(b) $\dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$　　(c) $\dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

(3)　ある曲線 $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ $(a, b > 0)$ で囲まれる部分の面積を求めよ．

(岐阜大 2001)　　(m20012603)

0.7　２次曲線 $y = (x+3)(x-1)$ と直線 $y = -\dfrac{1}{2}x + 2$ で囲まれた領域の面積を求めよ．

(岐阜大 2001)　　(m20012604)

0.8　次の関数の不定積分を求めよ．

(1) $\cos^2 x$　　(2) $\dfrac{1}{a^2 - x^2}$

(岐阜大 2001)　　(m20012605)

0.9　３本の直線 $y = x$, $y = 2x$ および $x = 2$ で囲まれた３角形の不均質平板がある（長さの単位は [m] とする）．点 (x, y) における面密度が xy [kg/m^2] で与えられる時，この平板の質量 [kg] を求めよ．

(岐阜大 2001)　　(m20012606)

0.10　微分方程式 $y'' + y' - 2y = 0$ に対して，

(1)　一般解を求めよ．

(2)　初期値 $y(0) = 4$, $y'(0) = 1$ が与えられたときの解を求めよ．

(岐阜大 2001)　　(m20012607)

0.11　次の微分方程式の一般解を求めよ．

(1)　$9y\dfrac{dy}{dx} + 4x = 0$　　(2)　$x\dfrac{dy}{dx} + y = \sin x$

(岐阜大 2001)　　(m20012608)

0.12　二つの平面 $x + y + z = 1$ と $x + 3y - z = 1$ との交線を表す方程式を求めよ．

(岐阜大 2001)　　(m20012609)

0.13　行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ の逆行列 A^{-1} を求めよ．

(岐阜大 2001)　　(m20012610)

0.14　行列 $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ の行列式の値，固有値および固有ベクトルを求めよ．

(岐阜大 2001)　　(m20012611)

0.15　x の２次以下の多項式 $f(x)$ の作る線型空間を P_2 とする．P_2 の基底を $\{1, x, x^2\}$ とする時，線型変換

$$T : f(x) \to f(\alpha x + \beta)$$

を表現する行列を求めよ．

(岐阜大 2001)　　(m20012612)

0.16 ベクトル解析に関して以下の問いに答えよ．

(1) $f = e^x \sin y$ に対する勾配（grad f）を求めよ．

(2) ベクトル $\mathbf{v} = 3xz\mathbf{i} + 2xy\mathbf{j} - yz^2\mathbf{k}$ の発散（div $\mathbf{v}$）を求めよ．
(ただし，$\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ はそれぞれ x-, y-, z- 方向の単位方向成分を表すものとする．)

(岐阜大 2001) (m20012613)

0.17 次の不定積分，定積分，広義積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int \frac{x^2}{x^2 - x - 2}dx$ (2) $\displaystyle\int_0^1 \log(1+x)dx$ (3) $\displaystyle\int_0^\infty xe^{-x}dx$

(岐阜大 2003) (m20032601)

0.18 2 変数の関数 $f(x, y) = \log(x^2 + y^2)$ に対して $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ を求めよ．

(岐阜大 2003) (m20032602)

0.19 $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$ によって極座標 (r, θ) を導入するとき，x, y の関数 $f(x, y)$ の x についての偏導関数 $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ を r および θ についての偏導関数 $\dfrac{\partial f}{\partial r}, \dfrac{\partial f}{\partial \theta}$ を用いて表せ．

(岐阜大 2003) (m20032603)

0.20 3 点 $(0, 0), (1, 0), (1, 1)$ を頂点とする三角形を D とする．次の重積分を求めよ．

$$\iint_D xy\ dxdy$$

(岐阜大 2003) (m20032604)

0.21 初期条件 $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$ を満たす，次の微分方程式の解を求めよ．

$$y'' + 3y' + 2y = 0$$

(岐阜大 2003) (m20032605)

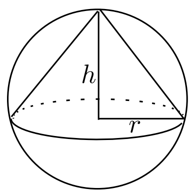
0.22 座標平面の点 $(3, 4)$ を通り，直線 $2x + y - 3 = 0$ と角度 45° で交わる直線の方程式を求めよ．

(岐阜大 2003) (m20032606)

0.23 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ に対して $P^{-1}AP = D$ が成立するような正則行列 P および対角行列 D を求めよ．

(岐阜大 2003) (m20032607)

0.24 直径 d の球に内接する円錐の体積の最大値を求めよ.
その場合の円錐の体積は, 球の体積の何%にあたるか.



（岐阜大 2004） (m20042601)

0.25 次の多重積分を計算せよ.

$$\iint_D |\ 3x\ |\ dxdy \qquad D\ :\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1 \quad (a, b > 0)$$

(岐阜大 2004) (m20042602)

0.26 次の 1 階の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx} - \dfrac{3}{xy} = 0$　　　　(2) $\dfrac{dy}{dx} - 3y = 5$

(岐阜大 2004)　　(m20042603)

0.27 次の微分方程式の一般解を求めよ. ただし, y は x の関数であり, y'' は 2 階導関数, y' は 1 階導関数を表わす.

(1) $y' - y^2 = 0$　　　　(2) $y'' + 3y' + 2y = 0$

(岐阜大 2004)　　(m20042604)

0.28 xyz 空間における平面 π : $x + 2y + 3z - 5 = 0$ および直線 g : $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{-5} = \dfrac{z+3}{2}$ について, 次の問に答えよ.

(1) 平面 π の単位法線ベクトルを求めよ.

(2) 直線 g の単位方向ベクトルを求めよ.

(3) 平面 π と直線 g の交点の座標を求めよ.

（岐阜大 2004）　　(m20042605)

0.29 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ のとき, $AX = O$, $YA = O$ を満足する 3 × 3 型の行列 X, Y を, 全て求めよ.

（岐阜大 2004）　　(m20042606)

0.30 下表のデータに対する最小 2 乗近似 1 次式を求めよ.

K	1	2	3	4	5
x_k	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
f_k	0.25	1.2	2.0	3.1	4.4

近似 1 次式は, $p(x) = a + bx$ とする.　誤差 $G \left(= \sum_{k=1}^{k=5} |f_k - p(x_k)|^2 \right)$ を最小にするように, 係数 a , 係数 b を決定せよ.

(岐阜大 2004)　　(m20042607)

0.31 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $4y'' - 4y' - 3y = 0$　　　　(2) $y' = \dfrac{4xy}{x^2+1}$

(岐阜大 2005)　　(m20052601)

0.32 次の積分値を求めよ. ただし, $a > 0$ とする.

$$I = \int_0^{\infty} e^{-ax^2} dx$$

(岐阜大 2005)　　(m20052602)

0.33 放物面 $z = 1 - x^2 - y^2$ と平面 $z = 0$ で囲まれる体積を求めよ.

(岐阜大 2005)　　(m20052603)

0.34 $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ とするとき, A の逆行列 A^{-1} と行列式 $\det A$ を求めよ.

(岐阜大 2005)　　(m20052604)

0.35 曲線 S が $3x^2+2y^2+z^2=20$ で与えられたとき, S 上の点 $P(1,2,3)$ における S の接平面を求めよ.

(岐阜大 2005) (m20052605)

0.36 一つのサイコロを投げたとき, 出る目の数の平均値と分散を求めよ.

(岐阜大 2005) (m20052606)

0.37 $\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$, $r=|\boldsymbol{r}|$ とするとき, 次の式を証明せよ.

$$\nabla r=\frac{\boldsymbol{r}}{r}$$

ここで, $\nabla=\boldsymbol{i}\dfrac{\partial}{\partial x}+\boldsymbol{j}\dfrac{\partial}{\partial y}+\boldsymbol{k}\dfrac{\partial}{\partial z}$, $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$ は直交座標系の基本ベクトルである.

(岐阜大 2005) (m20052607)

0.38 次の微分方程式を解け. ただし, $x=0$ のとき $y=y_0$ とする.

$$\frac{dy}{dx}=a-by \quad (a, b \text{ は定数})$$

(岐阜大 2005) (m20052608)

0.39 $e^{i\pi}+1=0$ であることを証明せよ. ここで, $i=\sqrt{-1}$ である.

(岐阜大 2005) (m20052609)

0.40 実関数 $f(x)$ が $x=a$ で連続であることの必要十分条件（定義としてもよい）を, “ 極限 ”という言葉を使わずに, $\varepsilon-\delta$ 論法を用いて書きなさい.

(岐阜大 2005) (m20052610)

0.41 $f(x)$, $g(x)$ を微分可能な x の実関数とする. $(f(x)g(x))'$ は, $f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$ として表されることを示しなさい. ただし, $'$ は, x に関する導関数を表すものとする.

(岐阜大 2005) (m20052611)

0.42 行列 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ による $R^2 \longrightarrow R^2$ の線形写像 $A:\boldsymbol{x}\longrightarrow A\boldsymbol{x}$ について, 以下の問いに答えよ.

(1) 像 $\mathrm{Im}A$ を示しなさい.

(2) 核 $\mathrm{Ker}A$ を示しなさい.

(3) $A\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ の解 $\boldsymbol{x}$ をすべて求めよ. 解が存在しない場合には, その理由を述べよ.

(4) $A\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ の解 $\boldsymbol{x}$ をすべて求めよ. 解が存在しない場合には, その理由を述べよ.

(岐阜大 2005) (m20052612)

0.43 方程式 ${x_1}^2+2x_1x_2+3{x_2}^2=1$ によって表される R^2 内の図形を次のやり方にしたがって求めよ.

(1) 方程式 ${x_1}^2+2x_1x_2+3{x_2}^2=(x_1,x_2)A\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ となる対称行列 A を求めよ.

(2) A のすべての固有値と対応する固有ベクトルを求めよ.

(3) ２次の直交行列 P を使って, PAP^T が対角行列（Λ とする）となるようにしたい. ただし, ^{T} は, 転置行列を表す. 直交行列 P とこの対角行列 Λ を求めよ.

(4) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}=P\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ によって座標変換を行ない, (y_1,y_2) 座標で先の方程式で表される図形の概形を描きなさい.

(5) (4) の図形の中に, (x_1, x_2) 座標の座標軸を書き入れなさい.

(岐阜大 2005)　　(m20052613)

0.44 ベクトル $\boldsymbol{a} = (6, 1, 0)$, $\boldsymbol{b} = (3, 4, 0)$, $\boldsymbol{c} = (1, 1, -2)$ について, 次の各問いに答えよ.

(1) $|(\boldsymbol{a} \times\ \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})|$ の値を求めよ.
ただし, $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ は, $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ との内積を示し, $\boldsymbol{a} \times\ \boldsymbol{b}$ は, $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ との外積を示す.

(2) (1) 式の値の幾何学的意味を述べよ.

(岐阜大 2005)　　(m20052614)

0.45 行列 A を対角化せよ.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

(岐阜大 2005)　　(m20052615)

0.46 関数 $y = \sin x$ の n 次導関数を求めよ.

[ヒント 1 ：関数 y を次々に微分していき ($y', y'', \cdots$) , n 次導関数の検討をつける.]

[ヒント 2 ：$\sin x = \sin(x + 2\pi)$]

(岐阜大 2005)　　(m20052616)

0.47 関数 $y = \sin 3x \cos 2x$ の不定積分を求めよ.

(岐阜大 2005)　　(m20052617)

0.48 父と, 3 人の兄弟, A 君, B 君, C 君がいる. この 3 兄弟は, 論理的に物事を考えることができる兄弟である. さて, 父は, 赤いボールを 3 個, 白いボールを 2 個, の計 5 個のボールをもっていた.

今, A 君, B 君, C 君の 3 人がそれぞれ 1 つの箱を持っていて, 父は, この箱に 5 個のボールの中から, 任意にボールを選び, 3 人の箱にそれぞれ 1 個ずつわからないように入れた.

しかし, A 君は, B 君と C 君の箱に入れたボールの色をそれぞれ見てしまった.（B 君・C 君も A 君が見てしまったことを知っている）

B 君も, C 君の箱に入れたボールの色を見てしまった.（A 君・C 君も B 君が見てしまったことを知っている）

そこで, 父は, 兄弟 3 人を前にして, A 君に次の質問をした.「A 君, 君は自分の箱に入っているボールの色を知ることができるかね？」A 君は, この父の問いかけに,「知ることはできない.」と答えた. B 君もこの答えを聞いていた.

次に, 父は, 再び兄弟 3 人を前にして, B 君に次の質問をした.「B 君, 君は自分の箱に入っているボールの色を知ることができるかね？」B 君も, この父の問いかけに,「知ることはできない.」と答えた.

では, この時, C 君の箱には, 何色のボールが入っているか, その理由を説明しながら, 答えなさい（なお, A 君, B 君とも嘘はついていないとする）.

(岐阜大 2005)　　(m20052618)

0.49 3 行 3 列の行列 $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} x-a & 2x & 2x \\ 2a & a-x & 2a \\ 0 & 0 & -a-x \end{pmatrix}$ について次の問いに答えよ.

(1) この行列の行列式 $|\boldsymbol{A}|$ を求めよ.

(2) この行列式の値がゼロとなる，すなわち $|\boldsymbol{A}| = 0$ を満たす，x を求めよ.

(岐阜大 2006)　　(m20062601)

0.50　i を虚数単位としたとき，$\sqrt{i}$ を複素数 $a+bi$ の形で表せ．ただし a, b は実数とする．

(岐阜大 2006)　　(m20062602)

0.51　次の微分方程式を解け．　$x\dfrac{dy}{dx}-\dfrac{1}{x}+xe^x=0$

(岐阜大 2006)　　(m20062603)

0.52　次の不定積分を求めよ．

(1)　$\displaystyle\int\frac{9x^2+6}{x^3+2x+1}dx$　　　(2)　$\displaystyle\int\sin 7x\,\cos x dx$

(岐阜大 2006)　　(m20062604)

0.53　2 変数の関数 $f(x,y)=(x^2+y^2)e^{2y}$ に対して　$\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$　を求めよ．

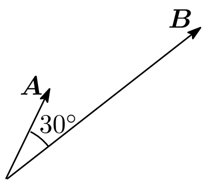
(岐阜大 2006)　　(m20062605)

0.54　関数 $y=-x^2+9$ のグラフと x 軸によって囲まれる部分を D とするとき，次の重積分を求めよ．

$$\iint_D (x^2+2y)dxdy$$

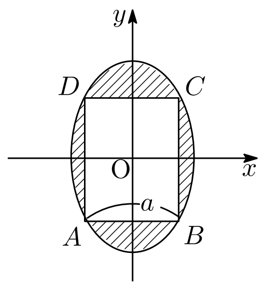
(岐阜大 2006)　　(m20062606)

0.55　$\boldsymbol{A}=(a,1)$, $\boldsymbol{B}=(b,3)$ で表されるベクトル $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$ のなす角が 30° 内積が　6 であるとき，$b>a>0$ を満たす a, b の値を求めよ．



(岐阜大 2006)　　(m20062607)

0.56　図に示すような楕円 $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{4}=1$ に内接する長方形 $ABCD$ を考える．$AB=a$ とし，楕円と長方形で囲まれた部分の面積を S とするとき，S を a を用いて表せ．



(岐阜大 2006)　　(m20062608)

0.57　関数 $p(x)$ が　$p(x)=\begin{cases} 0 & (x<-a) \\ \dfrac{x}{a^2}+\dfrac{1}{a} & (-a \leqq x<0) \\ -\dfrac{x}{a^2}+\dfrac{1}{a} & (0 \leqq x \leqq a) \\ 0 & (a<x) \end{cases}$

で与えられるとき，以下の問いに答えよ．ただし，$a>0$ である．

(1)　$\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}xp(x)dx$ を求めよ．　　　(2)　$\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}x^2p(x)dx$ を求めよ．

(岐阜大 2006)　　(m20062609)

0.58 行列 $\boldsymbol{A}$ が次のように与えられるとき，以下の問いに答えよ． $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 7 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

(1) 行列 $\boldsymbol{A}$ の行列式 $|\boldsymbol{A}|$ を求めよ．　　(2) 行列 $\boldsymbol{A}$ の逆行列 $\boldsymbol{A}^{-1}$ を求めよ．

(3) 行列 $\boldsymbol{A}$ の逆行列 $\boldsymbol{A}^{-1}$ を使って次の連立方程式を解け． $\begin{cases} 3x+2y+5z=10 \\ 7x+3y+4z=3 \\ 2x+y+2z=3 \end{cases}$

(岐阜大 2006)　　(m20062610)

0.59 $-4+i4$ の 3 乗根を求めよ．ただし，$i=\sqrt{-1}$ である．

(岐阜大 2006)　　(m20062611)

0.60 次の微分方程式を解け．ただし，$x=1$ のとき $y=1$ とする． $\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{y^2}{x^3}$

(岐阜大 2006)　　(m20062612)

0.61 次の 3 つの行列について，以下の問いに答えよ．

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & -2 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(1) 行列式 $\det A,\ \det B,\ \det C$ を求めよ．

(2) 行列 A のすべての固有値，および，各固有値に対応する固有ベクトルを求めよ．

(3) 行列 C の階数 (rank C) を求めよ．

(岐阜大 2006)　　(m20062613)

0.62 実変数 x, y の関数 $f(x,y)$ が，その定義域 D において（連続な 2 階偏導関数をもち,）
$\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}=0$ 　を満たすとき，$f(x,y)$ を（D における）調和関数という．以下の問いに答えよ．ただし，以下では定義域 $D=R^2$ とする．

(1) $f(x,y)=x^3-axy^2$ が調和関数であるように，定数 a を求めよ．

(2) ある関数 $f(x,y)$ が調和関数であるとき， $g(x,y)=-y\dfrac{\partial f}{\partial x}+x\dfrac{\partial f}{\partial y}$ 　で定義される $g(x,y)$ も調和関数であることを示せ．ただし，関数 $f(x,y)$ は何回でも微分可能であるとする．

(岐阜大 2006)　　(m20062614)

0.63 次の不定積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int \cos(2\pi x)dx$　　(2) $\displaystyle\int \cos^2(2\pi x)dx$

(岐阜大 2006)　　(m20062615)

0.64 $y=2x+\sin x$ 上の点 $(0,0)$ における接線の方程式を求めよ．

(岐阜大 2006)　　(m20062616)

0.65 $\dfrac{x}{x^4+1}$ の不定積分を求めよ．

(岐阜大 2006)　　(m20062617)

0.66 2つのベクトル $\vec{a}=(1,1,0)$, $\vec{b}=(2,1,2)$ とのなす角 α を求めよ．

（ただし，$0^\circ \leqq \alpha < 180^\circ$とする）

(岐阜大 2006) (m20062618)

0.67 行列 $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ で表される 1 次変換によって，直線 $y=mx$ 上の点が，同じ直線 $y=mx$ 上の点に変換されるとき，m の値を求めよ．

(岐阜大 2006) (m20062619)

0.68 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+6\dfrac{dy}{dx}+9y=25e^{2x}$ を解け．

(岐阜大 2006) (m20062620)

0.69 サイコロを 500 回投げるとき,「6」の目が何回出る確率が最も大きいか.

(岐阜大 2006) (m20062621)

0.70 コンピュータのグラフィックディスプレイに (x,y) 座標系の原点を中心とする半径 r の円を描くことを考える．このとき，半径 r の円は，x 軸となす角 θ（反時計回りを正方向とする）をパラメータとして

$$\begin{cases} x = \boxed{\quad（ア）\quad} \\ y = \boxed{\quad（イ）\quad} \end{cases}$$

と表現できるから，円を n 等分して，$\Delta\theta = 2\pi/n$ より $\Delta\theta$ を求め，

$\theta_0=0,\ x_0=r,\ y_0=0$

$\theta_{i+1}=\theta_i+\Delta\theta \quad (i=0,1,2,\cdots,n-1)$

として，

$$\begin{cases} x_{i+1} = \boxed{\quad（ウ）\quad} \\ y_{i+1} = \boxed{\quad（エ）\quad} \end{cases}$$

より，次々と点の座標 (x_0,y_0), (x_1,y_1), $\cdots$,(x_n,y_n) を求め，これらの 2 点間を順次，直線で結んでいけば円を描くことができる．上記の（ア）～（エ）に入る式を答えよ．ただし,（ウ）,（エ）については，r,θ_i,θ_{i+1} は使わない形で答えよ．

(岐阜大 2006) (m20062622)

0.71 $f(x,y)=\log(e^{x-y}+e^{xy})$ とおく．ただし，対数は自然対数である．f の 2 階偏導関数 $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\,\partial y}$ を求めよ．

(岐阜大 2007) (m20072601)

0.72 連立一次方程式 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 7 & 9 & 1 \\ 7 & 6 & 5 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ u \\ v \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ を解け.

(岐阜大 2007) (m20072602)

0.73 n 次正方行列 A が $A^3=O$ をみたしているとする．ただし，O は成分がすべて 0 の行列である．

(1) $|A|=0$ であることを示せ．ただし，$|A|$ は A の行列式である．

(2) $n=2$ とする．$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ とおくとき，$A^2-(a+d)A=O$ であることを示せ.

(3)　$n=2$ ならば $A^2=O$ であることを示せ.

(岐阜大 2007)　　(m20072603)

0.74　次の重積分を計算せよ．ただし，D は xy 平面上，原点中心で半径 1 の円板とする．

$$\iint_D |\,x+y\,|dxdy$$

(岐阜大 2007)　　(m20072604)

0.75　微分方程式　$\dfrac{dy}{dx}=(1-y)y$　について，次の問いに答えよ．

(1)　初期条件 $y(0)=a$ をみたす解を求めよ．ただし，a は正の実数とする．

(2)　上で求めた解 $y(x)$ について，$\lim\limits_{x\to\infty} y(x)$ を求めよ．

(岐阜大 2007)　　(m20072605)

0.76　次の 3 点 $A(1,1,2)$, $B(-3,2,1)$, $C(1,-1,-3)$ を通る平面の方程式を求めよ．

(岐阜大 2007)　　(m20072606)

0.77　$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-1}{2x}$ の極限値を求めよ．

[ヒント ： $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\log_e(1+x)=1$ を用いても良い.]

(岐阜大 2007)　　(m20072607)

0.78　$f(x)=\dfrac{2x^2+15x+12}{(x+2)^2(x-3)}$ とするとき，不定積分 $\displaystyle\int f(x)dx$ を求めよ．

(岐阜大 2007)　　(m20072608)

0.79　次の関数について，$\dfrac{dz}{dt}$ を求めよ．　　$z=\sin(2x)\cos(y)\,,\ x=e^{-2t}\,,\ y=\log_e 3t$

(岐阜大 2007)　　(m20072609)

0.80　行列 $\begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$ の固有値と固有ベクトルを求めよ．

ただし，固有ベクトルは単位ベクトルとして表記せよ．

(岐阜大 2007)　　(m20072610)

0.81　10 進数の表記で 14 は 2 進数の表記では $\boxed{\text{(ア)}}$ となる.

10 進数の表記で 18 は 16 進数の表記では $\boxed{\text{(イ)}}$ となる.

10 進数の表記で $14+18$ の計算結果は 2 進数の表記で $\boxed{\text{(ウ)}}$, 16 進数の表記で $\boxed{\text{(エ)}}$ となる.

10 進数の表記で $14\times\ 18$ の計算結果は 2 進数の表記で $\boxed{\text{(オ)}}$, 16 進数の表記で $\boxed{\text{(カ)}}$ となる.

上記の (ア)〜(カ) に入る数値を答えよ.

(岐阜大 2007)　　(m20072611)

0.82　次の行列 A に対して以下の問いに答えよ．　$A=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

(1)　A の二つの固有値とそれぞれに対応する固有ベクトルを求めよ．

(2)　A を対角化する行列 P，つまり，$P^{-1}AP$ が対角行列になるような P を求めよ．

(3) 次の連立微分方程式を解け. $\dfrac{d}{dt}\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} = A\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}$, $x_1(0)=1$, $x_2(0)=2$

(岐阜大 2007) (m20072612)

0.83 関数 $\log x$ を $x=a$ のまわりで, Taylor 展開せよ. ここで, a は正の実数である.

(岐阜大 2007) (m20072613)

0.84 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ であることを証明せよ.

(岐阜大 2007) (m20072614)

0.85 関数 $\log(\sin^2 t+1)$ を t に関して微分せよ.

(岐阜大 2007) (m20072615)

0.86 不定積分 $\displaystyle\int \frac{e^x}{e^x+e^{-x}}dx$ を求めよ.

(岐阜大 2007) (m20072616)

0.87 次の微分方程式を, 与えられた初期条件の基で解け.

$$x^2\frac{dy}{dx}+y=0 \qquad \text{初期条件は, } x=1 \text{ で } y=1\,.$$

(岐阜大 2007) (m20072617)

0.88 質点が力 $\boldsymbol{F}$ の作用を受けながら, 点 P から点 Q まで変位したとき, この力が質点に与える仕事量 W は, $W=\boldsymbol{F}\cdot\overrightarrow{PQ}$ (内積) で与えられる. $\boldsymbol{F}=4\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}+2\boldsymbol{k}$, $P(3,2,-1)$, $Q(2,-1,4)$ のとき仕事 W を求めよ. ただし, $\boldsymbol{i}=(1,0,0)$, $\boldsymbol{j}=(0,1,0)$, $\boldsymbol{k}=(0,0,1)$ である.

(岐阜大 2007) (m20072618)

0.89 (1) e^x を, $x=0$ でテーラー展開せよ (このような展開を, 「マクローリン展開」という場合がある).

(2) (1) の情報を基に, e を有効桁数 3 桁まで正確に求めたい場合, 第何項まで計算すればよいと考えるか.

(岐阜大 2007) (m20072619)

0.90 $\phi(x,y,z)$ を微分可能なスカラー関数, $\boldsymbol{A}(x,y,z)=A_x\boldsymbol{i}+A_y\boldsymbol{j}+A_z\boldsymbol{k}$ を微分可能なベクトル関数とするとき, 次の式が成り立つことを証明せよ. ここで, $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$ は直交する 3 本の直線 x,y,z を座標軸とする座標系 (デカルト座標系) における基本ベクトルである.

(1) $\mathrm{rot}\ (\mathrm{grad}\,\phi)=\boldsymbol{0}$ (注 : 太字 $\boldsymbol{0}$ は零ベクトルを表す.)

(2) $\mathrm{div}\ (\mathrm{rot}\,\boldsymbol{A})=0$

(岐阜大 2007) (m20072620)

0.91 次の不定積分を以下の指示に従い計算せよ. ただし, 積分定数は C とする. $\displaystyle\int \sin x\sin 3x dx$

(1) 被積分関数 $(\sin x\sin 3x)$ を加法定理を用い, 積を含まない cos 関数のみの式に書き換え, 不定積分を計算せよ.

(2) 部分積分をすることで不定積分を計算せよ.

(岐阜大 2007) (m20072621)

0.92 次の行列の固有値および固有ベクトルを求めよ. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

(岐阜大 2007) (m20072622)

0.93 次の定積分の値を求めよ.

(1) $\displaystyle\int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}}dx$ (2) $\displaystyle\int_1^e \log x dx$

(岐阜大 2007) (m20072623)

0.94 微分方程式 $y\dfrac{dy}{dx} = e^{2x}$ の一般解と初期条件 $y(0) = 1$ を満たす特殊解を求めよ.

(岐阜大 2007) (m20072624)

0.95 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ の固有値と固有ベクトルを求めよ.

(岐阜大 2007) (m20072625)

0.96 次の 2 行 2 列の行列 A $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ について，次の問いに答えよ.

(1) この行列 A の固有値 λ を求めよ.

(2) 上記 (1) の固有値 λ に対応する固有ベクトル $\boldsymbol{X}$ を求めよ.

(岐阜大 2008) (m20082601)

0.97 2 変数関数 $f(x,y)$ がラプラス方程式 $\Delta f = 0$ を満たすとき，$f(x,y)$ を調和関数という． 次の関数 $f(x,y)$ は調和関数か否か調べよ． ここで，2 変数 (x,y) の偏微分作用素（ラプラシアン）Δ は，$\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ で定義する.

(1) $f = \dfrac{1}{x^2+y^2}$ (2) $f = e^x \sin y$

(岐阜大 2008) (m20082602)

0.98 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $y' = y^2 + 2y - 3$ (2) $y'' + 6y' + 10y = 0$

(岐阜大 2008) (m20082603)

0.99 行列 $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ がある．以下の問いに答えよ.

(1) この行列の 2 つの固有値 λ_1 と λ_2 を求めよ.

(2) A^{100} を求めよ.

(岐阜大 2008) (m20082604)

0.100 2 つの円柱面 $x^2 + y^2 = 1$ および $x^2 + z^2 = 1$ によって囲まれる部分の体積を求めよ.

(岐阜大 2008) (m20082605)

0.101 次の 3 次元実ベクトル $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3$ が線形独立であるために x が満たすべき条件を答えなさい.

$$\boldsymbol{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ x-1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ x-1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_3 = \begin{pmatrix} x-1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(岐阜大 2008) (m20082606)

0.102 次の 3 次行列 A について (1)〜(3) に答えなさい.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

(1) A の固有値を求めなさい.

(2) A の各固有値に対応する固有ベクトルを求めなさい.

(3) A を対角化する正則行列 P と $P^{-1}AP$ を求めなさい.

(岐阜大 2008) (m20082607)

0.103 (1) $\displaystyle\lim_{x\to+0} x\log_e x = 0$ となることを示しなさい. (2) $\displaystyle\int_0^1 \log_e x\,dx$ を求めなさい.

(岐阜大 2008) (m20082608)

0.104 $X = \{x : |x| \leq \pi,\ x \in \boldsymbol{R}\}$, $Y = \{y : |y| \leq 1,\ y \in \boldsymbol{R}\}$ とする. 以下で定義する写像 f について (1),(2) に答えなさい. ただし, $\boldsymbol{R}$ は実数全体の集合を表すものとする.

$$f : X \to Y , \quad x \mapsto \sin x .$$

(1) f が単射であるか否かを理由と共に答えなさい.

(2) f が全射であるか否かを理由と共に答えなさい.

(岐阜大 2008) (m20082609)

0.105 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ がある.

(1) $|A|$ の値を求めよ. (2) A の逆行列を求めよ.

(3) A の固有値を求めよ. (4) A の固有ベクトルを求めよ.

(岐阜大 2008) (m20082610)

0.106 以下の文において, (2)〜(7) に適切な式または値を入れよ.

微分方程式 $\dfrac{d^2x}{dt^2} = \dfrac{a}{\dfrac{dx}{dt}+b} \cdots (1)$ を解くことを考える. $y = \dfrac{dx}{dt}$ とおくと, 式 (1) は y と t に関する微分方程式 $\boxed{\quad(2)\quad}$ に変換される. これを解くと式 $\boxed{\quad(3)\quad}$ が得られる.

一方, $\dfrac{dy}{dt} = \dfrac{dy}{dx}\cdot\dfrac{dx}{dt}$ であることを用いると, 式 (1) は y と x に関する微分方程式 $\boxed{\quad(4)\quad}$ に変換される. これを解くと式 $\boxed{\quad(5)\quad}$ が得られる.

さて, 新幹線の新しい車両では, 力行時の加速度は速度 $\nu[m/s]$ によって変り $\dfrac{37.5}{\nu+50}[m/s^2]$ と表せる. すなわち, $\nu = 0\,[m/s]$ での加速度は $0.75[m/s^2]$ であり, 速度が大きくなるにつれて加速度は低下する. この車両が停止時から加速して $75[m/s](= 270[km/h])$ に達するまでの時間は $\boxed{\quad(6)\quad}$ $[s]$ であり, その間に走行する距離は $\boxed{\quad(7)\quad}$ $[m]$ である.

(岐阜大 2008) (m20082611)

0.107 次の関数 $f(x)$ を x について微分せよ.

(1) $f(x) = \sqrt{e^{2x}+1}$ (2) $f(x) = \dfrac{x}{1+\sin 3x}$

(岐阜大 2008)　　(m20082612)

0.108 以下の文を読んで，設問に答えよ．

ブール変数（2 値変数）x, y, z, u がある．論理式 $x \leqq y$ は，$x = 1$ かつ $y = 0$ のとき成り立たず（値 0 をとり），その他のときは成り立つ（値 1 を取る）ものとする．変数 u は，$x \leqq y$ が成り立ちかつ $y \leqq z$ が成り立つとき値 1 をとり，その他のときは値 0 を取るものとする．

(1) 変数 x, y, z, u の関係を表す真理値表を作成せよ．

(2) 変数 u を変数 x, y, z を用いた論理式で表せ．論理記号として，論理和，論理積，否定の記号，および括弧を必要に応じて用いるものとする．

(岐阜大 2008)　　(m20082613)

0.109 次の定積分の値を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x} dx$　　(2) $\displaystyle\int_0^1 \left(\int_x^1 y^2 e^{xy} dy \right) dx$

(岐阜大 2008)　　(m20082614)

0.110 次の連立 1 次方程式が解をもつように定数 a を定め，そのときの一般解も求めよ．

$$\begin{cases} x + y + z + w = -1 \\ 2x + y + 4z + 2w = 4 \\ 3x + y + 3z + 2w = 1 \\ 2y + w = a \end{cases}$$

(岐阜大 2008)　　(m20082615)

0.111 y は x の関数であるとして，次の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $y'' + y = 0$　　(2) $y'' - 7y' + 12y = 6x^2 + 5x + 18$　　(3) $y'' - 4y' + 4y = \cos x$

(岐阜大 2008)　　(m20082616)

0.112 次の行列の固有値と固有ベクトルを求めよ．

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 5 \end{pmatrix}$$

(岐阜大 2008)　　(m20082617)

0.113 表面積一定の直方体で体積最大なものは立方体であることを示せ．

(岐阜大 2008)　　(m20082618)

0.114 実平面上の x-y で表される直交座標系がある． その上で定義される関数 $f = 3x^2 + 3y$ があり，点 $OABC$ をそれぞれ，$O(0,0)$，$A(2,0)$，$B(2,2)$，$C(0,2)$ とする． $OABC$ の 4 点で囲まれた領域と，OAB の 3 点で囲まれた領域のそれぞれの領域での f の面積分の比

$$\frac{\displaystyle\int_{OAB} f\,dS}{\displaystyle\int_{OABC} f\,dS}$$

は，いくらになるか計算せよ．なお式中の dS は面要素である．

(岐阜大 2009)　　(m20092601)

0.115 2 行 2 列の行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ に対し，$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ となるような 2 行 2 列の正則行列 P と $a,\ b$ の組を 1 つ求めよ．

(岐阜大 2009) (m20092602)

0.116 (1) n は自然数とする．a, b, c, d を $ad - bc \neq 0$, $c \neq 0$ を満たす定数としたとき，関数 $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ の n 階導関数を求めよ．

(2) $D = \{(x, y) \mid 1 \leqq\ x^2 \leqq\ y \leqq\ 4 - x^2\ ,\ 0 \leqq\ x\}$ としたとき，次の重積分を計算せよ．

$$\iint_D \frac{x}{x^2+y}\, dxdy$$

(岐阜大 2009) (m20092603)

0.117 連立 1 次方程式

$$\begin{cases} x - 3y - 5z = a \\ 2x - 2y - 4z = b \\ -3x +\ y + 3z = 1 \end{cases}$$

が, 少なくとも 1 つの解をもつための定数 $a,\ b$ についての必要十分条件を求めよ．また，求めた条件を満たす 1 組の $a,\ b$ を選び，その場合の一般解を求めよ．

(岐阜大 2009) (m20092604)

0.118 3 次正方行列 A の固有値が $1, 2, 3$ であるとき，次の行列の固有値を求めよ．ただし，E は 3 次単位行列とする．

(1) $3A$ (1) $E - A$ (1) A^{-1}

(岐阜大 2009) (m20092605)

0.119 y は x の関数であるとする．微分方程式

$$\frac{dy}{dx} + y\cos x = \sin x \cos x$$

について，以下の問いに答えよ．

(1) 初期条件 $y(0) = 0$ を満たす解を求めよ．

(2) 上で求めた解 $y(x)$ の $0 \leqq\ x \leqq \pi$ における最大値を求めよ．

(岐阜大 2009) (m20092606)

0.120 2 以上の整数 n に対して，不等式

$$\frac{1}{2} \leqq \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-x^n}}\, dx \leqq \frac{\pi}{6}$$

が成り立つことを示せ．

(岐阜大 2009) (m20092607)

0.121 2 平面 $x + 2y - 3z = -1$, $3x - y - 2z = 4$ のなす角を求めよ．

(岐阜大 2009) (m20092608)

0.122 3 台の CPU（中央処理装置）からなる多重プロセッサコンピュータがある．それぞれの CPU が故障しない確率（信頼度）は 0.8 であり，故障した場合に保全は行わないものとする．システムの他の部分には故障は発生しないものとするとき，以下の設問に答えよ．

(1) 3 台の CPU のうち少なくとも 1 台の CPU が正常に動作していればよい場合，このシステムの信頼度（運用できる確率）を求めよ．

(2) システムを最大能力で運用するために，3 台の CPU がすべて正常に動作していなければならない場合，このシステムの信頼度を求めよ．

(3) システムを実用的に運用するために，少なくとも 2 台の CPU が正常に動作していなければならない（2 台以上の CPU が故障しているときは，このシステムは使用不能である）場合，このシステムの信頼度を求めよ．

(岐阜大 2009) (m20092609)

0.123 (1) 行列 $\begin{bmatrix} 0 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & -5 \end{bmatrix}$ の逆行列を求めよ．

(2) 行列 $\begin{bmatrix} a-5 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & a-1 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & a & 1 \\ -3 & 1 & 2 & a-1 \end{bmatrix}$ の階数を求めよ．

(3) 行列 $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 5 \\ 6 & 2 & 3 & 7 \\ 6 & 0 & 9 & 5 \end{bmatrix}$ の行列式の値を求めよ．

(岐阜大 2009) (m20092610)

0.124 2 次正方行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ について

(1) $A^2 - (a+d)A + (ad-bc)E = 0$ を示せ．ただし．E は単位行列とする．

(2) $A^2 = A$ となる A をすべて求めよ．

(3) $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ のとき，A^n を求めよ．

(岐阜大 2009) (m20092611)

0.125 次の (1)〜(3) の値を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_0^1 x^m(1-x)^n\,dx$ (2) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x)^n\,dx$ (3) $\displaystyle\int_0^{\infty} e^{-x^2}\,dx$ （ヒント：極座標変換）

(岐阜大 2009) (m20092612)

0.126 ある島の熊の頭数の増加率は，各時点の頭数 x に比例し，その飽和頭数を α とすると $\alpha - x$ にも比例する．頭数の変化を時間 t の関数 $f(t)$ で表せ．但し，$f(0) = \beta$ とする．

(岐阜大 2009) (m20092613)

0.127 次の式の値を求めよ．

(1) $\tan\theta = 1/3$ のとき．$(\sin\theta + \cos\theta)^2$ の値を求めよ．

(2) $(1+\tan\alpha)/(1-\tan\alpha) = 2+\sqrt{3}$ のとき，$\cos\alpha$ の値を求めよ．

(岐阜大 2009) (m20092614)

0.128 xy 平面に直線の方程式 ①，②，③ を用いて三角形を描くとき，次の問いに答えよ．ただし，直線の方程式は ① $x-y+1=0$，② $2x+y-4=0$，③ $x+3y+3=0$ とする．

(1) 直線の方程式 ①, ②, ③ の傾きと y 軸の切片を求めよ.

(2) 直線の方程式 ①, ②, ③ を用いて xy 平面に三角形を図示せよ.

(3) 問 (2) で図示した方程式 ① と ② の交点を A, ③ と ① の交点を B, ② と ③ の交点を C とし, 交点 A, B, C の座標を求めよ.

(4) 交点 A, B, C で囲まれた三角形（$\triangle ABC$）の面積を求めよ.

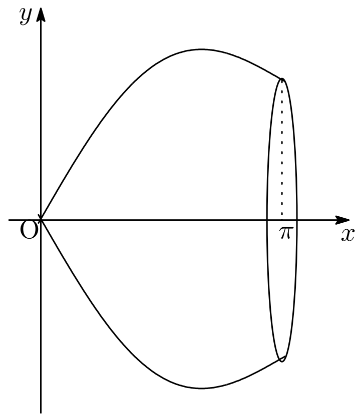
(岐阜大 2009)　　(m20092615)

0.129 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $x^2y' + 2y = 0$　　(2) $y'' - 6y' + 8y = 0$

(岐阜大 2009)　　(m20092616)

0.130 $y = \dfrac{x}{2} + \sin x$ の $0 \leqq x \leqq \pi$ の部分の曲線を x 軸のまわりに回転してできる右図のような回転体の体積 V を求めよ.



(岐阜大 2009)　　(m20092617)

0.131 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ がある. 以下の問いに答えよ.

(1) 行列式 $\det A$ を求めよ.

(2) 逆行列 A^{-1} を求めよ.

(3) 連立方程式 $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ を解け.

(岐阜大 2009)　　(m20092618)

0.132 (1) $f(x) = \dfrac{1}{e^x - 4}$ とするとき, 不定積分 $\displaystyle\int f(x)dx$ を求めよ.

(2) x-y 平面において, $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$, $(a > 0,\ 0 \leq t \leq 2\pi)$（サイクロイド曲線）が描く曲線の長さを求めよ.

(岐阜大 2009)　　(m20092619)

0.133 $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$ を求めよ.

(岐阜大 2009)　　(m20092620)

0.134 行列式 $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ bc & ca & ab \end{vmatrix}$ を因数分解せよ.

(岐阜大 2009)　　(m20092621)

0.135 $f(x) = x\log x \ \ (x > 0)$ とするとき, 以下の問いに答えよ. ただし, $\log x$ は x の自然対数である.

(1) x を未知変数とする方程式 $f(x^2) = f(x)$ を解け.

(2) $y = f(x)$ のグラフの概形を凹凸も考慮して描け.

(3) 不等式 $2f(x) \leqq -\log 2$ を満たす x の範囲を求めよ.

(4) 関数 $y = 2f(x)$ と直線 $y = -\log 2$ のグラフで囲まれる図形の面積 S を求めよ.

(岐阜大 2010) (m20102601)

0.136 (1) 次の行列 A の階数 $(\mathrm{rank}A)$ を求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(2) 次の連立方程式が解をもつような定数 a の値を求め, そのときの一般解を示せ.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & a \\ 2 & 1 & a & 1 \\ a & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ a \end{pmatrix}$$

(岐阜大 2010) (m20102602)

0.137 (1) 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ の固有値と固有ベクトルを求めよ.

(2) 行列 $B = A^2 - 4A - 4E$ とするとき, 行列の積 BA が零行列になることを示せ. ただし, E は 3 次の単位行列とする.

(3) xyz 空間の点 $P = (x, y, z)$ から, XYZ 空間の点 $Q = (X, Y, Z)$ への一次変換 T を行列 A を用いて次のように定める.

$$T \ : \ \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

xyz 空間上の任意の点 P は, 変換 T によって XYZ 空間内の同一の平面 H 上の点 Q にうつる. その平面 H の方程式を求めよ.

(岐阜大 2010) (m20102603)

0.138 次のパラメータ表示で与えられる xyz 空間内の曲線 C と直線 ℓ について, 以下の問いに答えよ. ただし, 空間内の二点 P, Q に対して, 二点間の距離を $\overline{PQ}$ で表す.

$$C \ : \ \begin{cases} x = \cos\theta \\ y = \sin\theta \qquad\qquad (0 \leqq \theta \leqq 2\pi) \\ z = \cos\theta + \sin\theta \end{cases} \qquad\qquad \ell \ : \ \begin{cases} x = t \\ y = -3t \qquad (-\infty < t < +\infty) \\ z = t \end{cases}$$

(1) P を曲線 C 上の点, Q を直線 ℓ 上の点とするとき, $\overline{PQ}^2$ を θ と t の式で表せ.

(2) P を曲線 C 上の点, Q を直線 ℓ 上の点とするとき, $\overline{PQ}$ の最小値, および, そのときの P と Q の座標を求めよ.

(岐阜大 2010) (m20102604)

0.139 $y(x)$ を未知関数とする, 次の常微分方程式 (A) について, 以下の問いに答えよ.

$$y'(x) - \tan(x)\, y(x) = 2e^{2\sin(x)} \ , \qquad -\pi/2 < x < \pi/2 \qquad (A)$$

(1) $y(x;y_0)$ を初期条件 $y(0)=y_0$ を満たす微分方程式 (A) の解とするとき, $y(x;y_0)$ を求めよ. ただし, y_0 は実数とする.

(2) (1) の解 $y(x;y_0)$ について, 極限 $\displaystyle\lim_{x\to-\pi/2} y(x;y_0)$ が有限な値となるような初期値 y_0 はあるか. もしもあるなら, そのときの初期値 y_0 と $\displaystyle\lim_{x\to-\pi/2} y(x;y_0)$ を求めよ. また, もしもないのであれば, その理由を述べよ.

(岐阜大 2010)　　(m20102605)

0.140　a を 1 より大きい定数とする．方程式

$$\tan^{-1} x = \frac{ax}{1+x^2}$$

の区間 $(0,\infty)$ における実数解の個数を求めよ．ただし，$\tan^{-1} x$ は x の逆正接関数で，$\tan^{-1} 0 = 0$ とする.

(岐阜大 2011)　　(m20112601)

0.141　重積分

$$I = \iint_D x\log(x^2+y^2)\,dxdy\ , \qquad D : x \geqq\ 0,\ 1 \leqq\ x^2+y^2 \leqq\ 4$$

の値を求めよ．ただし，log は自然対数を表す.

(岐阜大 2011)　　(m20112602)

0.142　R^3 の 3 つのベクトル

$$\boldsymbol{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}\ ,\quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}\ ,\quad \boldsymbol{a}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

に対し，以下の問に答えよ.

(1) $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{a}_3$ を列ベクトルとする行列を係数行列に持つ連立一次方程式

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ \alpha \end{pmatrix}$$

が解を持つように定数 α の値を定めよ．また，そのときの一般解を求めよ.

(2) $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{a}_3$ が線形従属か線形独立かを調べよ．線形従属の時には $\boldsymbol{a}_3$ を $\boldsymbol{a}_1$ と $\boldsymbol{a}_2$ の線形結合で表せ.

(3) $\boldsymbol{a}_1$ と $\boldsymbol{a}_2$ の線形結合 $\boldsymbol{b} = x\boldsymbol{a}_1 + y\boldsymbol{a}_2$ が $\boldsymbol{a}_1$ に直交する単位ベクトルとなるとき，実数 x と y の値を求めよ.

(岐阜大 2011)　　(m20112603)

0.143　行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ およびベクトル $\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$ に対し，以下の問に答えよ.

(1) A の固有値，固有ベクトルを求めよ.

(2) $\boldsymbol{b}$ を A の固有ベクトルの線形結合で表せ.

(3) $A^5\boldsymbol{b}$ を求めよ.

(岐阜大 2011)　　(m20112604)

0.144 $f(x,y)$ を原点で偏微分可能な関数とする．このとき

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(-h,0)-f(0,2h)}{h}$$

の値を偏微分係数 $f_x(0,0)$，$f_y(0,0)$ を用いて表せ．

(岐阜大 2011)　　(m20112605)

0.145 $F(x)$ はすべての x において 2 回微分可能な関数で，$F'(x) = f(x)$ とする．このとき置換微分法により

$$I = \int_a^b xf(x^2)dx$$

の値を F を用いて表せ．ただし，a, b は正の定数とする．また，重積分

$$J = \iint_D \frac{xyf(x^2+y^2)}{x^2+y^2}\,dxdy\ , \quad D\ :\ x, y \geqq\ 0,\ p^2 \leqq\ x^2+y^2 \leqq\ q^2$$

の値を F を用いて表せ．ただし，p, q は正の定数とする．

(岐阜大 2011)　　(m20112606)

0.146 $y(x)$ を未知関数とする微分方程式

$$y'' + 2y' + ay = 0 \qquad (*)$$

に対して以下の問に答えよ．ただし，a は定数とする．

(1) $a = 1$ のとき，方程式 $(*)$ の一般解を求めよ．

(2) $a > 0$ のとき，方程式 $(*)$ の任意の解 y に対し $\lim\limits_{x\to\infty} y(x) = 0$ が成り立つことを示せ．

(岐阜大 2011)　　(m20112607)

0.147 $f(x) = (e^x - e^{-x})(e^x + e^{-x})$ とする．$f(x)$ を $x = 0$ のまわりに Taylor 展開したときの x^3 までの項を求めよ．

(岐阜大 2012)　　(m20122601)

0.148 a, b を正の実数とする．次の広義積分 I の値を求めよ．

$$I = \iint_D \frac{ab}{\sqrt{a^2b^2 - b^2x^2 - a^2y^2}}\,dxdy\ , \qquad D\ :\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} < 1$$

(岐阜大 2012)　　(m20122602)

0.149 次の行列式 D の値を求めよ．

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ -1 & 2 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 4 & 8 \end{vmatrix}$$

(岐阜大 2012)　　(m20122603)

0.150 次の行列 A の固有値，固有ベクトルを求めよ．

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 5 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

(岐阜大 2012)　　(m20122604)

0.151 以下の式でガンマ関数 $\Gamma(t)$ を定義する.

$$\Gamma(t)=\int_0^{\infty} e^{-x}x^{t-1}dx\,,\ t>0.$$

次の問に答えよ. ただし, $t>0$ のとき $\displaystyle\lim_{x\to\infty} e^{-x}x^t=0$ となることは証明しなくても使ってよい.

(1) $t>0$ に対して $\Gamma(t+1)=t\Gamma(t)$ となることを示せ.

(2) 自然数 n に対して $\Gamma(n+1)=n!$ となることを示せ.

(3) $\Gamma\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$, すなわち

$$\left(\int_o^{\infty} e^{-x}x^{-\frac{1}{2}}dx\right)\left(\int_o^{\infty} e^{-y}y^{-\frac{1}{2}}dy\right)$$

を x,y の 2 変数関数の重積分で表せ.

(4) 変数 (x,y) から (r,θ) への変数変換

$$\begin{cases}\sqrt{x}=r\cos\theta,\\ \sqrt{y}=r\sin\theta\end{cases}$$

に対してヤコビアン $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)}$ を求めよ.

(5) 前問 (4) の変数変換を用いて (3) の重積分を計算し $\Gamma\left(\dfrac{1}{2}\right)$ を求めよ.

(岐阜大 2014) (m20142601)

0.152 (1) 次の行列 A の固有値と固有ベクトルを求めよ.

$$A=\begin{pmatrix}1&4&-4\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$$

(2) $P^{-1}AP$ が対角行列になるような行列 P を 1 つ求めよ.

(3) 数列 $\{a_n\}$ を $a_1=1\,,\ a_2=5\,,\ a_3=1,$

$$a_{n+3}=a_{n+2}+4a_{n+1}-4a_n \qquad (n\geq 1)$$

で定義する. このとき

$$\begin{pmatrix}a_{n+3}\\a_{n+2}\\a_{n+1}\end{pmatrix}=B\begin{pmatrix}a_{n+2}\\a_{n+1}\\a_n\end{pmatrix}$$

を満たす 3 次正方行列 B を求めよ.

(4) 一般項 a_n を求めよ.

(岐阜大 2014) (m20142602)

0.153 自然数 m に対して

$$I(m)=\int_0^1 \frac{1}{x^m+1}\,dx$$

と定める. 以下の問に答えよ.

(1) 定積分 $I(1),\ I(2)$ の値を求めよ.

(2) 実数 $r\neq -1$, 自然数 N に対し,

$$\frac{1}{r+1}=\sum_{n=0}^{N}(-1)^n r^n+\frac{(-1)^{N+1}r^{N+1}}{r+1}$$

となることを示せ.

(3) 級数
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots$$
の値を求めよ.

(岐阜大 2015)　　(m20152601)

0.154 α を実数とする. 正方行列
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \alpha & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 4 & \alpha \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
に対して以下の問に答えよ.

(1) A の行列式 $|A|$ の値を求めよ.

(2) 行列 A が固有値 1 をもつような α の値を求めよ.

(3) A が正則にならないような α の値を求めよ. また, そのときの A の階数（ランク）を求めよ.

(岐阜大 2015)　　(m20152602)

0.155 $a, b > 0$ とする. xy 平面の第 1 象限において $\sqrt{\dfrac{x}{a}} + \sqrt{\dfrac{y}{b}} = 1$ が表す曲線を C とする.

また, x 軸, y 軸および C で囲まれる閉領域を A とする. 以下の問に答えよ.

(1) $x = a\cos^4 t.\ y = b\sin^4 t$ とする. このとき, $\sqrt{\dfrac{x}{a}} + \sqrt{\dfrac{y}{b}}$ の値を求めよ. また, $\dfrac{dx}{dt}$ を t を用いて表せ.

(2) 曲線 C を $y = y(x)$ と表し, $y'(x) = \dfrac{dy(x)}{dx}$ とする. このとき, $\lim\limits_{x \to a-0} y'(x)$ および $\lim\limits_{x \to 0+0} y'(x)$ を求めよ.

(3) A の概形を描け.

(4) A の面積を求めよ.

(岐阜大 2016)　　(m20162601)

0.156 k を実数とする. 連立 1 次方程式
$$(E) \qquad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -1 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 3k + 2 \\ \quad 4x_2 + kx_3 + x_4 = 8 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - kx_4 = -10 \end{cases}$$
を考える. 以下の問に答えよ.

(1) (E) の係数行列の行列式の値を求めよ.

(2) (E) が解を持たないときの k の値を求めよ.

(3) (E) が複数個の解を持つときの k の値を求め, さらにそのときの解を示せ.

(岐阜大 2016)　　(m20162602)

0.157 xyz 空間 $(\mathbb{R}^3)$ の線形変換 $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ を表す行列を $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ とする. すなわち, A は $f(\boldsymbol{x}) = A\boldsymbol{x}, \quad \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^3$ を満たす行列である. 次の問に答えよ.

(1) 線形変換 f がベクトルの大きさを変えないとき，行列 A の満たすべき条件を求めよ．

(2) 線形変換 f が x 軸上の点を動かさないとき，行列 A の満たすべき条件を求めよ．

(3) (1) と (2) の条件を満たし，平面 $x+y+z=0$ 上の点を平面 $5x-y+7z=0$ 上に移す線形変換 f を表す行列 A を求めよ

(岐阜大 2016)　　(m20162603)

0.158　$y=y(x),\ y'=\dfrac{dy(x)}{dx}$ とする．微分方程式

(E)　　$y'+y\cos x=\sin x\cos x$

を考える．以下の問に答えよ．

(1) 同次方程式 $y'+y\cos x=0$ の一般解を求めよ．

(2) (E) の一般解を求めよ．

(3) (E) の解で，条件 $y(0)=0$ を満たすものを求めよ．

(4) (3) で求めた y について，$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{y(x)}{x^2}$ を求めよ．

(岐阜大 2016)　　(m20162604)

0.159　次の極限を求めよ．　$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\log(1+2x)-2x}{x^2}$

(岐阜大 2017)　　(m20172601)

0.160　$z=\tan^{-1}\left(\dfrac{y}{x}\right)$ とおく．偏導関数 $z_x,\ z_{xy}$ を求めよ．

（ なお記号 $\tan^{-1}$ は逆三角関数を表す．）

(岐阜大 2017)　　(m20172602)

0.161　次の重積分 I の値を求めよ．

$$I=\iint_D\frac{x^2y^3}{x^2+y^2}dxdy\ ,\quad D=\left\{(x,y)\ :\ x\geq 0,\ y\geq 0,\ x^2+y^2\leq 5\right\}$$

(岐阜大 2017)　　(m20172603)

0.162　次の行列式 D の値を求めよ．

$$D=\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & 4 & -5 & 3 \\ 3 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}$$

(岐阜大 2017)　　(m20172604)

0.163　k を定数とする．次の連立方程式を解け．

$$\begin{cases} 3x+2y+5z=-1 \\ x+2y+3z=\ 1 \\ 5x+2y+7z=\ k \end{cases}$$

(岐阜大 2017)　　(m20172605)

0.164 m を定数として 3 次元ベクトル

$$\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ m \end{pmatrix}$$

を考える．$\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ は線形独立（一次独立）であることを示せ．また，$\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ が線形従属（一次従属）になるような定数 m の値を求め，そのとき，$\boldsymbol{a}$ を $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ の線形結合（一次結合）で表せ．

(岐阜大 2017)　　(m20172606)

0.165 (1) 次の行列 H が正則かどうか判定せよ．

$$H = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

(2) A, B, C 及び X, Y, Z, W を n 次行列とし, A, B を正則とする．以下の問いに答えよ．

(a) $2n$ 次行列

$$P = \begin{pmatrix} O & A \\ B & C \end{pmatrix}, \qquad Q = \begin{pmatrix} X & Y \\ Z & W \end{pmatrix}$$

の積 PQ を求めよ．ただし O は n 次零行列である．

(b) P^{-1} を A, B, C を用いて表せ．

(岐阜大 2018)　　(m20182601)

0.166 $a = \log 2$ とし，関数 f と g を

$$f(x) = ax - a - \log x$$
$$g(x) = x^2 - ae^x$$

で定義する．ただし，$\log$ は e を底とする自然対数である．以下の問いに答えよ．

(1) 関数 $f(x)$ と $g(x)$ の導関数を求めよ．

(2) 関数 $f(x)$ の閉区間 $[1,\ 2]$ における最大値と最小値，およびそのときの x の値を求めよ．

(3) 次の累次積分 I の積分順序を変更せよ:

$$I = \int_1^2 \left(\int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} \sin(g(y))dy \right) dx\ ,$$

ただし,

$$\alpha(x) = ax$$
$$\beta(x) = a + \log x$$

とする．

(4) I の値を求めよ．

(岐阜大 2018)　　(m20182602)

0.167 $f(x,y)$ を 2 変数の C^2 級関数，α, β を定数として $z(t) = f(e^{\alpha t}, e^{\beta t})$ とおく． $z''(0)$ の値を α, β, $f_x(1,1)$, $f_y(1,1)$, $f_{xx}(1,1)$, $f_{xy}(1,1)$, $f_{yy}(1,1)$ を用いて表せ．

(岐阜大 2020)　　(m20202601)

0.168　恒等式

$$\frac{x^2+5x+14}{x(x^2+4x+7)}=\frac{a}{x}-\frac{bx+c}{x^2+4x+7}$$

が成立するような定数 a, b, c の値を求めよ．また，次の不定積分 I を求めよ．

$$I=\int\frac{x^2+5x+14}{x(x^2+4x+7)}dx$$

(岐阜大 2020)　　(m20202602)

0.169　a, b を定数とする．連立方程式

$$\left\{\begin{array}{r}x-3y+2z=0\\2x-11y+6z=a\\x+7y-2z=b\end{array}\right.\qquad\text{(E)}$$

が次の 2 条件を同時に満たすような定数 a, b の条件を求めよ．

(i) (E) の解は無限個ある．

(ii) $(x, y, z)=(1,1,1)$ は (E) の解ではない．

(岐阜大 2020)　　(m20202603)

0.170　A を対角化可能な n 次行列，$\alpha \neq 0$ を実数とする．このとき $(n+1)$ 次行列

$$B=\begin{pmatrix}\alpha & 0\\0 & A\end{pmatrix}$$

も対角化可能であることを示せ．なお，上式の右辺において右上の 0 と左下の 0 はそれぞれ行零ベクトル，列零ベクトルを表す．

(岐阜大 2020)　　(m20202604)

0.171　成分が $0, 1, -1$ のどれかからなる 2 次行列を考える．以下の問に答えよ．

(1)　$N=\begin{pmatrix}1 & -1\\1 & -1\end{pmatrix}$ とする．

[ア] N の行列式を求めよ．

[イ] N の固有値を求めよ．

[ウ] ある自然数 k に対して，$A^k=O$ となるような行列 A を冪零（べきれい）行列という．N が冪零行列であることを示せ．

(2)　成分が $0, 1, -1$ のどれかからなる 2 次行列で，以下の [い]〜[り] であるものを，それぞれ一つずつ挙げよ．ただし，同じものを二度挙げてはならない．

[い] 零行列　[ろ] 単位行列　[は] 直交行列　[に] 対称行列　[ほ] 対角行列　[へ] 上三角行列
[と] 下三角行列　[ち] 固有値がただ一つの行列　[り] 固有値が純虚数である行列

(3)　$M=\begin{pmatrix}0 & 1\\0 & 0\end{pmatrix}$ とする．M が対角化できないことを示せ．

(4)　$L=\begin{pmatrix}1 & 1\\0 & 1\end{pmatrix}$ とする．任意のベクトル $\vec{x}\neq\vec{0}$ に対して，

$${}^t\vec{x}A\vec{x}=(\vec{x},\ A\vec{x})>0$$

を満たすような行列 A を正定値行列という．L が正定値行列であることを示せ．

(岐阜大 2020)　　(m20202605)

0.172 微分方程式

$$(E)\quad y' + yx = 1 + x + x^2$$

を考える．以下の問に答えよ．

(1) 同次方程式　$y' + yx = 0$　の一般解を求めよ．

(2) (E) の一般解を求めよ．

(3) (E) の解で，条件 $y(0) = 0$ を満たすものを求めよ．

(4) (3) で求めた y について，$\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{y(x)}{2x + \sin x}$ を求めよ．

(岐阜大 2020)　　(m20202606)

0.173

$$A = \begin{pmatrix} 1-a & a & 0 \\ -a+b & 1+a-b & b \\ b & -b & 1+b \end{pmatrix}$$

とする．ただし，a, b は実数とする．

(1) $\det A$ を求めよ．

(2) ベクトル $\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ は．A の固有ベクトルであることを示せ．

(3) A の固有値と固有ベクトルをすべて求めよ．

(4) A が対角化可能となる a, b の値をすべて求めよ．

(岐阜大 2022)　　(m20222601)

0.174 $y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする．以下の問に答えよ．

(1) 微分方程式

$$(E_1)\quad y' - yx = 0$$

の一般解を求めよ．

(2) 微分方程式

$$(E_2)\quad y' - yx\cos(x^2) = 0$$

の一般解を求めよ．

(3) e を自然対数の底として，α, β を実数とする．微分方程式

$$(E_3)\quad y' - \alpha y = e^{\beta x}$$

の一般解を求めよ．

(4) γ を実数とする．微分方程式

$$(E_4)\quad y' - yx(\gamma + \cos(x^2)) = 0$$

の解 $y(x)$ で初期条件 $y(0) = 1$ を満たすものを求めよ．$\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{y(x)}{x}$ の収束・発散を判定せよ．

(岐阜大 2022)　　(m20222602)

0.175　次の行列式 D の値を求めよ．

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

(岐阜大 2022)　　(m20222603)

0.176　k を定数として $\boldsymbol{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{v}_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ k \\ -3 \end{pmatrix}$ とする．このとき，$\boldsymbol{v}_1$，$\boldsymbol{v}_2$，$\boldsymbol{v}_3$，が一次従属となるような k の値を求めよ．

(岐阜大 2022)　　(m20222604)

0.177　関数 $z = (1 + x^2 y)^y$ の偏導関数 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ を求めよ．

(岐阜大 2022)　　(m20222605)

0.178　e を自然対数の底とする．

(1)　次の不定積分 I を求めよ．　$I = \displaystyle\int \frac{dx}{9e^x + 4e^{-x} + 6}$

(2)　次の広義積分 J の値を求めよ．　$J = \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{9e^x + 4e^{-x} + 6}$

(岐阜大 2022)　　(m20222606)