[選択項目] 年度：1991〜2023 年　大学：群馬大

0.1 (1) $(x^2+2x+3)(x^2+2x+4)-6$ を因数分解せよ．

(2) $\dfrac{x^2-4x+4}{x^2+x-6} \times \dfrac{x^2+4x+3}{x^2-2x+4} \div \dfrac{x^2-4}{x^3+8}$ を簡単にせよ．

(群馬大 2001)　(m20011501)

0.2 等差数列をなす４つの数がある．これらの和は 40 で，第２項と第３項の積は初項と末項の積より 8 大きい．このような等差数列をすべて求めよ．

(群馬大 2001)　(m20011502)

0.3 0≦　x ≦ 180°のとき，等式　$2\cos^2 x = 3\sin x$ を満たす x の値を求めよ．

(群馬大 2001)　(m20011503)

0.4 ２次関数 $y = x^2 - 2x - 4$ について，以下の質問に答えよ．

(1) この関数が最小値をとるときの x の値，および，そのときの最小値を求めよ．

(2) この関数と原点に関して対称な２次関数の式を求めよ．

(3) この関数と，(2) で求めた関数のグラフにおいて，交点の座標を求めよ．

(4) この関数と，(2) で求めた関数のグラフにおいて，二つの曲線により囲まれる領域（境界を含む）に，格子点（座標が整数値であるもの）はいくつあるか．

(群馬大 2001)　(m20011504)

0.5 12 人で旅をしている．Ａ町からＢ町まで 30 キロメートルあるので，１台のレンタカーを運転者付きで借りることにする．レンタカーは運転手を含めて５人乗りなので，一度には４人の旅人しか乗れない．12 人が同時にＡ町を出発して，同時にＢ町に着けるように計画を立てた．計画は以下の通りである．

８人は徒歩で出発する．同時に，残りの４人は自動車でＡ町を出発する．この４人は途中でおろして，後は歩いてもらう．運転手はすぐさま引き返し，途中で出会う８人のうちの４人を乗せて B 町へ向かうが，この４人も途中でおろし，後は歩いてもらう．運転手はまたすぐさま引き返し，途中で出会う４人を乗せて B 町へ向かう．自動車がＢ町に着くのと同時に，途中でおろされた８人も B 町に着く．

徒歩は時速４キロメートル，自動車は時速 60 キロメートルとし，自動車の方向転換や自動車の乗り降りにかかる時間は無視できるとする．

(1) 最初に自動車に乗るグループは，B 町の何キロ手前で自動車からおりることになるか．

(2) 旅人たちは，Ａ町を出発してから何時間後に B 町に着きことができるか．

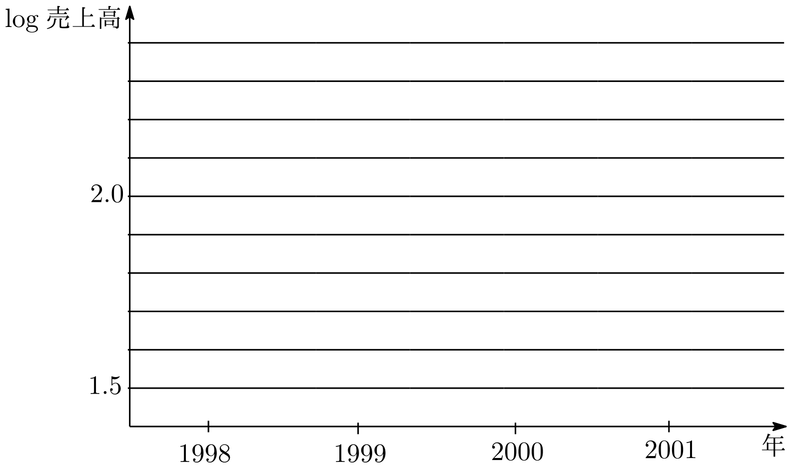
(群馬大 2001)　(m20011505)

0.6 ある会社では，３種の商品の過去４年間の売上高が次のようであった．以下の３問に答えよ．

	1998 年	1999 年	2000 年	2001 年
商品 A	91 万円	123 万円	170 万円	229 万円
商品 B	31 万円	51 万円	78 万円	126 万円
商品 C	46 万円	83 万円	141 万円	257 万円

(1) 伸び率を見るために，片対数グラフを作成したい．売上高を 1 万円を単位に対数変換すると，次のようになった．対数の底は 10 とし，小数第 3 位で四捨五入した．図に商品の売上高を点で示し，各商品ごとの売上高の推移がわかるようにもっとも適切な直線を図に書き込め．

売上高（万円）	31	46	51	78	83	91	123	126	141	170	229	257
log 売上高	1.50	1.66	1.71	1.89	1.92	1.96	2.09	2.10	2.15	2.23	2.36	2.41



(2) 売上高を対数にしたときの，商品 B の y 年の売上高 t を近似したら，$\log t = ay + 1.5$ になった．定数 a を求め，y 年の売上高 m を示す式を示せ．

(3) 売上高の伸び率が今後もほぼ一定だと仮定したとき，商品 B の売上高が 1000 万円を超えるのは何年と推測できるか．

(群馬大 2003)　　(m20031501)

0.7 2 つの関数 $f(x) = \dfrac{a}{2}x$ と $g(x) = \dfrac{b}{x}$ について，以下の 2 問に答えよ．($a \geqq 0,\ b \geqq 0$ とする)．

(1) $a = 1,\ b = 2$ のとき，$f(x)$ と $g(x)$ のグラフを描け．

(2) $x > 0$ であるとき，$f(x) + g(x)$ が最小となる x を，a と b を用いて表せ．

(群馬大 2003)　　(m20031502)

0.8 (1) $x^3 - 2x^2 - x + 2$ を因数分解せよ．

(2) 2 つの関数 $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ と $y = -x^2 + 4x - 3$ の交点を求めよ．

(3) 2 つの関数 $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ と $y = -x^2 + 4x - 3$ で囲まれる部分の面積を求めよ．

(群馬大 2003)　　(m20031503)

0.9 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ -1 & c \end{pmatrix}$ が $A^2 = A + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ を満たすとする．以下の 2 問に答えよ．

(1) A を求めよ．　　(2) A^{10} を求めよ．

(群馬大 2003)　　(m20031504)

0.10 a, b, c, d, e の 5 種類の文字がある．文字が 1 個以上並んだものを単語と呼ぶことにし，n 文字を選んで単語を作ることを考える．同じ文字を何回選んでもよいものとする．以下の 3 問に答えよ．

(1) n が 3 のとき，作ることのできる単語は何種類か．

(2) b を 1 文字だけ含んでできる単語の数を n の式で表せ．

(3) 3 文字の単語ができているとき，1 文字追加して 4 文字の単語とすることを考える．このとき，新たに選んだ文字がこれまでの単語に含まれていない確率を求めよ．

(群馬大 2003)　　(m20031505)

0.11 人口が p 人のある地域におけるネットワークの契約者数が a_0 人であるとする． 今後毎年新規加入者が, 前年末の非契約者の 10 %, 脱退者が前年末の契約者数の 5 %であると推定した． このとき, 以下の 3 問に答えよ． なお, 人口は将来に渡って一定であると仮定する.

(1) y 年後の契約者数を a_y 人としたとき, $y+1$ 年後の契約者数 a_{y+1} を求める式を, a_y と p の式で示せ.

(2) 新規契約者数と脱退者数が同数であるのは, 契約者数が人口の何%であるときか.

(3) y 年後の契約者総数 a_y を a_0 と p の式で求めよ.

(群馬大 2004)　　(m20041501)

0.12 y 軸上の点 $A(0,4)$ と x 軸上の点 $P(t,0)$ を結ぶ線分 AP の垂直 2 等分線を h とする. 以下の 3 問に答えよ.

(1) h の方程式を t の式で与えよ.

(2) h が放物線 $y=ax^2+bx+c$ に接するときの条件を示せ. ただし, $a>0$ とする.

(3) h が放物線 $y=ax^2+bx+c$ に, t の値に関わらずに接するときの a, b, c を示せ.

(群馬大 2004)　　(m20041502)

0.13 定数 $b>a>1$ があり, $f(x)=2\log_e(x-a)-\log_e(x-b)$ とする．以下の 4 問に答えよ.

(1) $f(x)$ が定義される x の範囲を示せ.

(2) $f(x)$ を微分せよ.

(3) $f(x)$ が最小となるときの x を a と b で示せ.

(4) $x=6$ で最小となり, そのときに $f(x)=2\log_e 2$ であった．a と b を求めよ.

（群馬大 2004）　　(m20041503)

0.14 行列 $A=\begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ と $B=\begin{pmatrix} b & 1 \\ 1 & -a \end{pmatrix}$ がある. 以下の 3 問に答えよ.

(1) A の行列式が $|A|=2$ となるときの a の値を求めよ.

(2) $|A|=2$ かつ $|AB|=6$ となるときの a と b の値を求めよ.

(3) (2) の a, b のときの B の逆行列を求めよ.

（群馬大 2004）　　(m20041504)

0.15 多数のカードが入った箱がある. それぞれのカードは, 表, 裏とも赤, 青, 黄のいずれかの色に塗られている. 1 枚のカードが表裏とも同じ色である場合もあるし, 異なる色である場合もある. カードは多数入っており, 6 種類のカードは, いつでも同じ確率で選べるものとする.

今, 箱から 3 枚のカードを取り出してテーブルの上に置き, それぞれのカードの上を向いた色が赤, 青, 黄の 3 色となる（順序は考えない）ようにしたい. それぞれのカードはどちらの面を上にするかはいつでも入れ換えてよく, 最後に並べたときの上の面の色だけを考えることにする. 以下の 4 問に答えよ.

(1) 赤-青 , 赤-赤の 2 枚のカードを取り出した段階で, 次の 1 枚で 3 色そろえられる確率はいくつか.

(2) 赤-青のカード 1 枚だけが取り出されているとき, 次の 2 枚で 3 色そろえられる確率はいくつか.

(3) 赤-赤のカード 1 枚だけが取り出されているとき, 次の 2 枚で 3 色そろえられる確率はいくつか.

(4) 3 枚取り出して, 3 色そろう確率はいくつか.

(群馬大 2004)　　(m20041505)

0.16 繰り返し行われるある実験で, 関心をもっている現象 A が実際に観測される確率は毎回 3 分の 1 であるとする. この実験を独立に 5 回繰り返して行うとき, 以下の 3 問に答えよ.

(1) 5 回の実験のうち, 現象 A が 4 回以上観測される確率はいくらか.

(2) 5 回目の実験で, 初めて現象 A が観測される確率はいくらか.

(3) 5 回目の実験で, 現象 A がちょうど 3 度目に観測される確率はいくらか.

(群馬大 2005) (m20051501)

0.17 次の等式が与えられたとする.

$$\log_2 \frac{y}{x} = \frac{\log_2 y}{\log_2 x}$$

この式で, x と y は 2 を整数乗して得られる数である. x と y の値を求めよ.

(群馬大 2005) (m20051502)

0.18 2 つの関数 $y = ax$ と $y = b(x-1)^2 + 1$ について, 以下の 3 問に答えよ. ($a \geqq 0, b \geqq 0$ とする).

(1) $y = ax$ と $y = b(x-1)^2 + 1$ が 2 点で交わるとする. このときの交点をそれぞれ a と b を用いて表せ.

(2) $b = 1$ とし, $y = ax$ と $y = b(x-1)^2 + 1$ が 1 点で交わるときの a の値を求めよ.

(3) $f(x) = ax$ と $g(x) = b(x-1)^2 + 1$ とするとき, $f(x) + g(x)$ が最小のなる x を, a と b を用いて表せ.

(群馬大 2005) (m20051503)

0.19 次の 4 つの不等式が与えられたとき, 以下の 3 問に答えよ.

$$\left\{ \begin{array}{ccc} x + 2y & \leqq & a \\ x - y & \leqq & 4 \\ 2x - y & \geqq & -5 \\ 2x + y & \geqq & -7 \end{array} \right.$$

(1) $a = 10$ のとき, この 4 つの不等式をすべて満たす x と y の組で, どちらも正の整数となるものは何組あるか.

(2) $a = 10$ のとき, この 4 つの不等式をすべて満たす x と y の組で, どちらも負の整数となるものは何組あるか.

(3) 4 つの不等式をすべて満たす x と y のうち, x と y がどちらも正の整数となる組とどちらも負の整数となる組が同数となるように a を変化させるとき, a が最小となる値を求めよ. ただし, $a > 0$ とする.

(群馬大 2005) (m20051504)

0.20 3×3 の行列に関する積は, 行列 $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ と表すとき, ベクトル $\boldsymbol{d} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ に対し,

$\boldsymbol{A}\boldsymbol{d} = \begin{pmatrix} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z \end{pmatrix}$ と定義し, $\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$ に対して,

$\boldsymbol{A}\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}$ を $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + a_{i3}b_{3j} \quad (i, j = 1, 2, 3)$ と定義する.

このとき以下の 2 問に答えよ.

(1) $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 5 & 2 & 5 \\ 7 & -1 & 3 \\ -6 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ と $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} a & \frac{1}{2} & -\frac{11}{2} \\ -\frac{19}{7} & 1 & b \\ \frac{41}{14} & c & \frac{19}{2} \end{pmatrix}$ とするとき, $\boldsymbol{AB}=\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ となるときの a,b,c の値を求めよ.

(2) $\boldsymbol{C}=\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ とし, $\boldsymbol{d}=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ とするとき, $\boldsymbol{Cd}=-2\boldsymbol{d}$ となるときの x と z を, y を用いて示すと $x=py$, $z=qy$ になる. p,q の値を求めよ.

(群馬大 2005)　　(m20051505)

0.21 (1) $x+\dfrac{1}{x}=a$ として, $x^2+\dfrac{1}{x^2}$ を a で表せ.

(2) x についての不等式 $|2x-1|-|x+2|>-1$ を解け。

(群馬大 2006)　　(m20061501)

0.22 $f(x)=\dfrac{1}{2}(a^x+a^{-x})$, $g(x)=\dfrac{1}{2}(a^x-a^{-x})$ について, 以下の 2 問に答えよ.

(1) a^x , a^{-x} を $f(x)$, $g(x)$ を用いて表せ.　　(2) $f(x+y)$ を $f(x)$, $g(x)$, $f(y)$, $g(y)$ を用いて表せ.

(群馬大 2006)　　(m20061502)

0.23 点 (x,y) を点 (x',y') に対応づける xy 平面上の写像は, その対応づけが行列の計算として, 下式のように書けるとき, 1 次変換と呼ばれる（ここで a,b,c,d は定数であり, 下式は「 $x'=ax+by$ かつ $y'=cx+dy$ 」と同値）.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

行列 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 2k & k \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ で表される 1 次変換 f について, 以下の 2 問に答えよ.

(1) この 1 次変換 f が原点以外にも「変換の影響を受けない点」(すなわち, 変換によって位置が変わらない点) をもつように k の値を定めよ.

(2) 前問 (1) の 1 次変換で「変換の影響を受けない点」の全体は, xy 平面上の直線を形成する. この直線の方程式を求めよ.

(群馬大 2006)　　(m20061503)

0.24 1 から 7 の 7 つの数字をそれぞれ 1 度ずつ用いて 7 けたの数を作ることを考える.

(1) 7 けたの数は全部で何通りあるか答えよ.

(2) 2 と 5 が隣り合わない 7 けたの数は何通りあるか答えよ.

(群馬大 2006)　　(m20061504)

0.25 行列 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & a \end{pmatrix}$ がある. このとき, 以下の問いに答えよ.

(1) 行列 $\boldsymbol{A}$ の逆行列が存在するために必要な, $a\neq\pm\infty$ 以外の条件を求めよ.

(2) $a=4$ のとき, 行列 $\boldsymbol{A}$ の逆行列を求めよ.

(群馬大 2007)　　(m20071501)

0.26 数学的帰納法を用いて，次の等式を証明せよ．

$$1\cdot 2\cdot 3+2\cdot 3\cdot 4+\cdots+n(n+1)(n+2)=\frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3) \qquad (n=1,2,3,\cdots)$$

(群馬大 2007) (m20071502)

0.27 x, y が実数のとき，$f(x,y)=-x^2-y^2+ax+by-9$ について，以下の問いに答えよ．

(1) $f(x,y)=0$ が点 $(1,2)$ と点 $(3,4)$ を通るとする．このときの a と b の値を求めよ．

(2) このとき $f(x,y)$ が最大となる値を求めよ．また，このときの x と y の値を求めよ．

(群馬大 2007) (m20071503)

0.28 $\tan\dfrac{\theta}{2}=x$ のとき，　以下の問いに答えよ．

(1) $\sin\theta=\dfrac{2x}{1+x^2}$ を証明せよ．　　(2) $\cos\theta=\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$ を証明せよ．

(群馬大 2007) (m20071504)

0.29 今，手元にトランプがある．以下の問いに答えよ．

(1) トランプの数字の札 10 枚と絵札 2 枚を取り出す．これを裏返しにして，無作為に 1 列に並べるとき，両端が絵札となる確率はいくつか．

(2) トランプの 4 つの組（スペース, クラブ, ハート, ダイヤ）の札が 5 枚ずつ取り出されている．これをよく切ったとき，スペードの札が 5 枚連続している確率はいくつか．

(群馬大 2007) (m20071505)

0.30 (1) $\dfrac{y+z}{a}-\dfrac{x+z}{b}=0$ であり，かつ，$\dfrac{x+z}{b}-\dfrac{x+y}{c}=0$ である．$x:y$ の比を a, b, c を用いて表せ（z は用いないこと）．

(2) $f(x)=2x^2-7x+5$, $g(x)=x^2-3x-7$ であるとする．「$f(x)>0$　かつ　$g(x)<0$」の条件を満たす実数 x の値の範囲を求めよ．

(群馬大 2008) (m20081501)

0.31 x, y の二次式 $8x^2-2xy-3y^2+kx+9y-6$ が一次式の積に因数分解できるように．実数 k の値を定めよ．

(群馬大 2008) (m20081502)

0.32 (1) 直線 $y=3x+a$ が放物線 $y=x^2+4x+1$ によって切り取られる線分の長さが 5 であるとする．このときの定数 a の値を求めよ．

(2) 直線 $y=3x+b$ が円 $x^2+y^2-8y-20=0$ によって切り取られる線分の長さが 5 であるとする．このときの定数 b の値を求めよ．

(群馬大 2008) (m20081503)

0.33 以下の 2 つの設問に答えよ．

(1) 7 本のくじがあり，1 本だけが当たりである．ここで A 君と B 君の 2 人が交互に 1 本ずつくじを引いていくとする．すなわち，最初に A 君が 1 本のくじを引き，それがはずれであれば次に B 君が残りのくじの中から 1 本を引き，またはずれであれば再び A 君が残りのくじの中から 1 本を引くというように，当たりが出るまで交互に繰り返しくじを引く．この場合，A 君が当たりを引く確率はいくらか．

(2) 28 人のクラスで，12 人が女子である．このクラスで，くじ引きによって 3 人の委員を選ぶとき，3 人とも女子になる確率を求めよ．

(群馬大 2008)　　(m20081504)

0.34 2 つの方程式 $x+\dfrac{1}{2}y-5=0$ と $\dfrac{2}{3}x+y-5=0$ がある．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) この 2 つの方程式からなる連立方程式を解く際にこれらは，$\begin{pmatrix} a & 1 \\ b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} d \\ 15 \end{pmatrix}$ という行列の形式で表現できる．このときの a,b,c,d の値を求めよ．

(2) (1) で求めた a,b,c,d の値のとき，$\begin{pmatrix} a & 1 \\ b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ となるような e,f,g,h の値を求めよ．

(3) このとき連立方程式の解は $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix}$ になる．i，j の値を求めよ．

(群馬大 2009)　　(m20091501)

0.35 次の 3 つの不等式が与えられているとき，以下の問いに答えよ．

$$\begin{cases} ax-y & \geqq & 0 \\ x-3y & \leqq & 0 \\ 4x+3y & \leqq & 30 \end{cases}$$

(1) この 3 つの不等式をすべて満たす領域の面積が 15 であるとき，a の値を求めよ．ただし，$a>0$ とする．

(2) (1) で求めた a の値のとき，この 3 つの不等式をすべて満たす領域の中で，x と y の組がともに整数となるものは何組あるか．

(3) (1) で求めた a の値のとき，この 3 つの不等式をすべて満たす x と y の組で，$-x+y$ が最小となる x と y を求めよ．

(群馬大 2009)　　(m20091502)

0.36 赤，青，黄色の 3 色のサイコロを投げ，赤のサイコロの出た目を a，青のサイコロの出た目を b，黄色のサイコロの出た目を c とする．

(1) 3 つの数 a,b,c をこの順に並べてできる 3 桁の整数 $(100a+10b+c)$ が 4 の倍数である確率を求めよ．なお，整数が 4 で割り切れるための必要十分条件は，末尾 2 けたの数が 4 で割り切れることである．

(2) 3 つの数 a,b,c を用いて，$(x-a)^2+(y-b)^2=c^2$ で表される円を描くとき，この円が点 $A(-1,-2)$ を通る確率を求めよ．

(群馬大 2009)　　(m20091503)

0.37 二次曲線 $y=2x^2+5x+3$ を考える．

(1) 二次曲線上の点 $P(-2,1)$ における法線（点 P を通り，点 P における接線と垂直に交わる直線）の方程式を求めよ．

(2) (1) の法線と二次曲線の交点の座標を求めよ．

(3) (1) の法線と二次曲線により囲まれる面積を求めよ．

(群馬大 2009)　　(m20091504)

0.38 (1) 不等式 $3x^2+x>2$ を解け．

(2) x の変域を $-\dfrac{3}{2} \leqq x \leqq 1$ としたとき, 二次関数 $f(x) = 3x^2 + x - 1$ の最大値と最小値を求めよ.

(群馬大 2010)　　(m20101501)

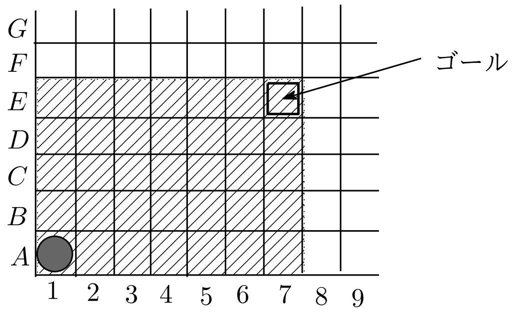
0.39 $a_1 = 3$, $a_{n+1} = 4a_n + 6 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$ で与えられる数列について, 以下の問いに答えよ.

(1) 数列 $\{a_n - \alpha\}$ が等比数列になるように, α を定めよ.

(2) (1) を利用して, 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.

(群馬大 2010)　　(m20101502)

0.40 下図のような碁盤の左下のます目に碁石を置き実験を始める. サイコロを振って, 偶数が出れば右へ 1 ます, 奇数が出れば上へ 1 ます進めることを繰り返す.



(1) サイコロを 10 回投げることにする. 実験終了後に, ちょうど右上の「ゴール」と書いたます目に碁石がある確率はいくつか.

(2) サイコロを 8 回投げることにする. ; 実験終了後に, 図の網掛けをしていない領域（左下が $A1$, 右上が $E7$ の 35 個のます目以外）に碁石がある確率はいくつか.

(群馬大 2010)　　(m20101503)

0.41 $3x^5 - 2x^4 + 5x^3 - x^2 + 4x + 7$ をある整数 A で割ったところ, 商 $x^2 + 2$, 余り $6x + 1$ であった.

(1) 整式 A を求めよ.

(2) $f(x) = 3x^5 - 2x^4 + 5x^3 - x^2 + 4x + 7$ としたとき, $-100 \leqq x \leqq 100$ の範囲において $f(x) = 0$ となるような x が少なくとも 1 個あることを示せ.

(群馬大 2010)　　(m20101504)

0.42 3 次方程式 $2x^3 - 9x^2 - 6x + 5 = 0$ の 3 つの解を α, β, γ とするとき, 以下の各式の値を求めよ.

(1) $\dfrac{1}{\alpha} + \dfrac{1}{\beta} + \dfrac{1}{\gamma}$　　(2) $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$

(群馬大 2011)　　(m20111501)

0.43 次の 3 つの直線が与えられたとき．以下の 3 つの問に答えよ．

$$\begin{cases} y = ax + b \\ y = \dfrac{1}{2}x \\ y = 3x \end{cases}$$

(1) この 3 つの直線で囲まれる面積が 10 であり，2 つの直線 $y = ax + b$ と $y = \dfrac{1}{2}x$ が垂直に交わるとする．このとき a と b の値を求めよ．ただし，$b > 0$ とする．

(2) (1) で求めた a と b の値のとき，この 3 つの直線で囲まれる領域の中で，x 座標と y 座標がともに整数となる点はいくつあるか．ただし，境界上の点を含む．

(3) (1) で求めた a と b の値のとき，直線 $y = ax + b$ が $x = 2$ において，2 次曲線 $y = cx^2 + 8$ と接するとする．このとき，c の値を求めよ．

(群馬大 2011)　　(m20111502)

0.44 以下の 3 つの問に答えよ.

(1) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \mathrm{A} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ を満たす行列 A を求めよ.

(2) (1) で求めた行列 A の行列式を求めよ.

(3) (1) で求めた行列 A の逆行列を求めよ.

(群馬大 2011)　　(m20111503)

0.45 以下の 2 つの問に答えよ.

(1) 9 人のスタッフを 2 人のグループ, 3 人のグループ, 4 人のグループの 3 つのグループに分ける分け方は何通りあるか.

(2) 12 台のカメラがあり, このうち 2 台が故障しているとする. 12 台のカメラから 3 台のカメラを無作為に取るとき, 少なくとも 1 台の故障したカメラが含まれる確率を求めよ.

(群馬大 2011)　　(m20111504)

0.46 以下の 3 つの問いに答えよ.

(1) 点 $A(-6, 8)$ を中心とし, 原点を通る円の方程式を求めよ.

(2) 2 点 $B(-4, 6)$ と $C(12, -6)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ.

(3) 3 点 $D(0, -1)$, $E(2, 1)$, $F(1, -1-\sqrt{3})$ を通る円の方程式を求めよ.

(群馬大 2012)　　(m20121501)

0.47 $\log_{10} 2 = 0.301$, $\log_{10} 3 = 0.477$ として, 以下の 3 つの問いに答えよ.

(1) 20^{19} の桁数を求めよ.

(2) 12^{16} の桁数を求めよ.

(3) 5^{32} の桁数とその最初の数字（首位の数字）を求めよ.

(群馬大 2012)　　(m20121502)

0.48 以下の 2 つの問いに答えよ.

(1) x の 3 次式 $12x^3 + 6x^2 + 20x + 10$ があるとき, ある整式 A で割ったところ, 商 $3x^2 + 5$, 余り 0 であった. 整式 A を求めよ.

(2) x の 5 次式 $4x^5 + 14x^4 + 11x^2 - 3x - 5$ があるとき, ある整式 B で割ったところ, 商 $2x^2 + 3$, 余り $6x + 10$ であった. 整式 B を求めよ.

(群馬大 2012)　　(m20121503)

0.49 以下の 4 つの問いに答えよ.

(1) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = A$ を満たす行列 A を求めよ.

(2) (1) で求めた行列 A の行列式を求めよ.

(3) (1) で求めた行列 A の逆行列を求めよ.

(4) (1) で求めた行列 A と行列 $B=\begin{pmatrix} 0 & a \\ b & 3 \end{pmatrix}$ について，$(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$ が成立するように，a と b を定めよ．

(群馬大 2012)　　(m20121504)

0.50 以下の式を簡単にせよ．

(1) $(\sin 25^\circ - 3\sin 65^\circ)^2 + (3\cos 115^\circ + \cos 155^\circ)^2$

(2) $\tan(45^\circ+\theta)\tan(45^\circ-\theta)+\tan(135^\circ+\theta)\tan(135^\circ-\theta)$

(3) $(\sin x+\cos x)^2+\dfrac{(1-\tan x)^2}{1+\tan^2 x}+\tan^2 x+\cos^2 x\,(1-\tan^4 x)$

(群馬大 2013)　　(m20131501)

0.51 長方形 $ABCD$（ 辺の長さが $AB=CD=4cm$，$BC=DA=2cm$ ）がある．点 P が頂点 A を出発して秒速 $1cm$ で長方形の辺の上を一周する（ 頂点 B, C, D を通り，A に戻る ）．PA を一辺とする正方形の面積を $y\,cm^2$ とする．

(1) 5 秒後の y はいくつか.

(2) 出発してから x 秒後の y を x の式で表し，図示せよ．

(群馬大 2013)　　(m20131502)

0.52 放物線 $y=4x^2+x+3$ と直線 $y=kx+2k+1$ がある．

(1) 直線が放物線の接線となる場合の，定数 k を求めよ．

(2) 2 本の接線の交点と 2 つの接点を結んで作られる三角形の面積を求めよ．

(群馬大 2013)　　(m20131503)

0.53 以下の問いに答えよ．

(1) アルファベットを，$AABABCABCDABCDEAB\cdots$ のように並べるとき，初めて J が表れるのは 1 番目の A から数えて何文字目か.

(2) $10!=10\times\ 9\times\ 8\times\ 7\times\ 6\times\ 5\times\ 4\times\ 3\times\ 2\times\ 1=3628800$ のように，10 の階乗を表す整数の末尾には連続する 0 が 2 個ある．では，5000 の階乗を表す整数の末尾に連続する 0 は何個あるか.

(3) 1 から 10000 の整数のうち，3 または 5 または 7 の倍数である整数は何個あるか.

(群馬大 2013)　　(m20131504)

0.54 $\sqrt{15}$ は無理数である．以下の各問に答えよ．

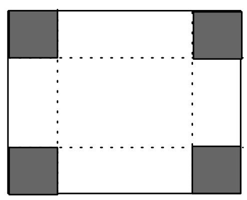
(1) $(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2$ を展開して整理せよ．

(2) $\sqrt{3}-\sqrt{5}$ が無理数であることを示せ.

(3) 等式 $4a+(5b-3)\sqrt{15}+\sqrt{15}\left(a-2b\sqrt{15}\right)=0$ を満たす有理数 a, b の値を求めよ．

(群馬大 2014)　　(m20141501)

0.55 図に示すように，長方形の用紙の四つの角からそれぞれ 1 辺が x の正方形（図の黒で示した部分）を切り取り，図の点線で折り返して，ふたのない容器を作る．この容器の体積を $f(x)$ とする．長方形の二辺の長さをそれぞれ，11，17 としたとき，以下の各問に答えよ．



(1) 切り取る正方形の一辺が $(x+1)$ のときと x のときの，容器の体積の差を表す関数 $g(x) = f(x+1) - f(x)$ を求めよ．

(2) x が整数値を取るときの $g(x)$ の符号を調べ，容器の体積が最大になる整数値 x を求めよ．

(3) x が実数値を取るときに，容器の体積が最大になる実数値 x を求めよ．

(群馬大 2014)　　(m20141502)

0.56 2 つの曲線 $y = -x^2 + 2x + 18$ ，　$y = x^3 + 2x^2 - 11x + 3$ がある．

(1) 2 つの曲線の交点の座標を全て求めよ．

(2) 2 つの曲線で囲まれる領域の面積を求めよ．

(群馬大 2015)　　(m20151501)

0.57 確率について以下の問題に答えよ．

(1) 87 人の学生に，数日前に放送された 2 つのテレビ番組を見たかどうかを聞いた．一方の番組を見たのは 37 人，もう一方の番組を見たのは 43 人だった．どちらも見なかったのは 31 人だった．両方の番組を見た学生は何人だったか．

(2) 10000 人に 1 人の割合でかかる病気があるとする．病気にかっかているかどうかを検査すると，本当に病気にかかっている人に対して「病気にかっかている」という正しい結果が出る確率は 0.999，病気にかっかていない人に対して「病気にかっかていない」という正しい結果が出る確率は 0.995 である．ある人がこの検査を受けたとき，「病気にかっかている」という結果が出た．この人が本当に病気にかかっている確率はいかほどか．

(群馬大 2015)　　(m20151502)

0.58 2 つの曲線 $y = x^2$ と $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a > 0$ とする) が，$x = -1$，$x = 0$，$x = 2$ の 3 点で交わっている．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) b と c をそれぞれ a の式で表せ．

(2) 2 つの曲線で囲まれる部分の面積を a の式で表せ．

(3) 2 つの曲線の $x = -1$ における接線が直交するときの a を求めよ．

(群馬大 2016)　　(m20161501)

0.59 蓋(ふた)のない t 個の箱 b_1，b_2，$\cdots$，b_t が置いてある．いずれの箱も高さは同じである．箱 b_n の幅と奥行きはともに $a_n\ cm$ であり，$a_1 = 10$，$a_t = 30$，$a_n = \sqrt{\dfrac{n}{n-1}}a_{n-1}$ $(n = 2, 3, \cdots, t)$ とする．このとき，石を投げて箱に入れるゲームを考える．石がいずれかの箱に入る確率は $\dfrac{5}{6}$ それぞれの箱に石が入る確率は上面の面積に比例しているとする．以下の問いに答えよ．

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

(2) すべての箱の上面の面積の合計を求めよ．

(3) 投げた石が箱 b_1 に入る確率を求めよ．

(4) 箱 b_n に石が入ったときの得点を p_n としたとき，$p_1 = 10$，$p_n = p_{n-1} - 1$ $(n = 2, 3, \cdots, t)$ とする．いずれの箱にも入らなかったときの得点を 0 点とする．このとき，石を投げて得られる得点の期待値を求めよ．

(群馬大 2016)　　(m20161502)