

[選択項目] 年度：1991～2023 年 大学：はこだて未来大

0.1 2 次実行列  $A = \begin{pmatrix} p & 1-q \\ 1-p & q \end{pmatrix}$  について、以下の問いに答えよ。

- (1)  $A$  の固有値をすべて求めよ。 (2)  $p = q = \frac{1}{2}$  のとき、 $A^n$  ( $n = 2, 3, 4, \dots$ ) を求めよ  
(はこだて未来大 2007) (m20076301)

0.2 実ベクトルを空間  $\mathbf{R}^3$  において、 $\mathbf{R}^3$  の部分集合  $V = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ -a \\ b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbf{R} \right\}$  を考える。

- (1)  $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in V$  ならば  $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in V$  となることを示せ。  
(2)  $V$  が  $\mathbf{R}^3$  の部分ベクトル空間であることを示せ。 (3)  $V$  の直交補空間を求めよ。  
(はこだて未来大 2007) (m20076302)

0.3 次の極限值を求めよ。

- (1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$  (2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\log x)^3}{\sqrt{x}}$   
(はこだて未来大 2007) (m20076303)

0.4  $I = \int_0^{2a} x\sqrt{2ax - x^2} dx$  ( $a > 0$ ) とおくと、以下の間に答えよ。

- (1)  $I = \int_{-a}^a (t+a)\sqrt{a^2 - t^2} dt$  となることを示せ。  
(2)  $I = a \int_{-a}^a \sqrt{a^2 - t^2} dt$  となることを示せ。 (3)  $I$  の値を求めよ。  
(はこだて未来大 2007) (m20076304)

0.5  $\mathbf{R}^3$  のベクトル場  $\mathbf{V} = (xy, yz, zx)$  に対して、 $\operatorname{div} \mathbf{V}$  と  $\operatorname{rot} \mathbf{V}$  をそれぞれ求めよ。ただし、 $\operatorname{div} \mathbf{V}$  は  $\nabla \cdot \mathbf{V}$ 、 $\operatorname{rot} \mathbf{V}$  は  $\nabla \times \mathbf{V}$  とそれぞれ表現されることがある。

(はこだて未来大 2007) (m20076305)

0.6 曲面  $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : z = x^2 + xy + y^2\}$  の点  $(1, -1, 1)$  における法ベクトルを求めよ。

(はこだて未来大 2007) (m20076306)

0.7 微分方程式  $y' - y = e^{2x} \cos x$  を解け。

(はこだて未来大 2007) (m20076307)

0.8 微分方程式  $y'' - 3y' + 2y = -e^{2x} \sin x$  について以下の間に答えよ。

- (1) 基本解をすべて求め、それらの 1 次独立性を確かめよ。 (2) 特殊解を求めよ。  
(はこだて未来大 2007) (m20076308)

0.9 2 次の正方行列  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$  に対して、以下の問いに答えよ。

- (1)  $A$  の対角成分の和と  $A$  の固有値の和は等しいことを示せ。  
(2)  $A$  をその固有値と固有ベクトルを用いて対角化せよ。

(はこだて未来大 2008) (m20086301)

0.10 座標平面上の点  $P$  を次のような 2 つの条件を満たす点  $P'$  にうつす 1 次変換を考える.

- (1) 2 点  $P, P'$  を結ぶ線分  $PP'$  を 1 : 2 の比に内分する点  $Q$  は直線  $y = 2x$  上にある.
- (2) 線分  $PP'$  と直線  $y = 2x$  は直交する.

この 1 次変換を表す行列  $A$  を求めよ.

(はこだて未来大 2008) (m20086302)

0.11  $n$  を自然数とし, 関数  $f_n(x) = \frac{1}{n} \sin(nx)$  を考える. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$  を求めよ.
- (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{df_n}{dx}(x) = \frac{d}{dx} \left( \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) \right)$  が成立する  $x$  の値を, 区間  $[0, \pi]$  から求めよ.

(はこだて未来大 2008) (m20086303)

0.12  $a$  を正定数,  $n$  を自然数とし, 定積分  $I_n(a) = \int_0^a x e^{-nx} dx$  を考える. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $I_n(a)$  を求めよ.
- (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n(a)$  を求めよ.

(はこだて未来大 2008) (m20086304)

0.13 次の行列  $A$  について, 以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- (1)  $A$  の固有値をすべて求めよ.
- (2)  $A$  の階数  $\text{rank} A$  を求めよ.
- (3)  $\{A\mathbf{x} \mid \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3\}$  が平面となることを示せ.

(はこだて未来大 2009) (m20096301)

0.14 次の行列  $A$  について, 以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ -4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- (1)  $A^4$  を求めよ.
- (2)  $A^{-1}$  を求めよ.

(はこだて未来大 2009) (m20096302)

0.15  $y \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  に対する正接関数  $\tan y$  の逆関数を  $\text{Tan}^{-1}x$  とする. すなわち,

$$y = \text{Tan}^{-1}x \iff x = \tan y \quad \left(x \in (-\infty, \infty), y \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)\right)$$

とする. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1)  $\text{Tan}^{-1}1$  の値を求めよ.

(2)  $\tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{4} + \tan^{-1}\frac{3\sqrt{3}}{7}$  の値を求めよ.

ただし, 必要であれば, 次の正接関数に対する加法定理は既知として用いてよい.

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

(はこだて未来大 2009) (m20096303)

**0.16** 次式で与えられる関数  $f(x)$  について, 以下の問いに答えよ.

$$f(x) = \sqrt{(x-1)(2-x)} \quad (1 \leq x \leq 2)$$

(1)  $y = f(x)$  のグラフの概形を描け.

(2) 定積分  $\int_1^2 f(x) dx$  の値を求めよ.

(はこだて未来大 2009) (m20096304)

**0.17** 3次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

について, 以下の問いに答えよ.

(1)  $A$  の固有値をすべて求めよ.

(2) (1) で求めた固有値に対応する固有ベクトルのうち, 成分がすべて整数であるものをそれぞれ一つ求めよ.

(はこだて未来大 2010) (m20106301)

**0.18** 3次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a^2 & (b+c)^2 \\ 1 & b^2 & (c+a)^2 \\ 1 & c^2 & (a+b)^2 \end{pmatrix}$$

について, 以下の問いに答えよ.

(1)  $a + b + c = 0$  のとき,  $A$  の行列式の値を求めよ.

(2)  $A$  の行列式を因数分解せよ.

(はこだて未来大 2010) (m20106302)

**0.19**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  が成り立つことを利用して, 以下の問いに答えよ.

(1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin 5x}{x}$  を求めよ.

(2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2 \sin 2x)}{x}$  を求めよ.

(はこだて未来大 2010) (m20106303)

**0.20** 自然数  $n$  に対して

$$I(n) = \int_1^e \frac{1}{x^n} \log x dx$$

とおくとき, 以下の問いに答えよ.

(1) 部分積分法を用いて,  $f(2)$  を求めよ.

(2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} I(n)$  を求めよ.

(はこだて未来大 2010) (m20106304)

0.21 行列  $\begin{pmatrix} -1 & 5 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$  の固有値をすべて求めよ.

(はこだて未来大 2011) (m20116301)

0.22 連立 1 次方程式

$$\begin{cases} -x + 5y + 3z = 1 \\ x - y - z = 1 \\ -3x + 7y + 5z = -1 \end{cases}$$

を解け.

(はこだて未来大 2011) (m20116302)

0.23 線形写像  $f: R^3 \rightarrow R^3$  は,  ${}^t(1, 0, 0)$  を  ${}^t(1, 0, -1)$  へ,  ${}^t(0, 1, 1)$  を  ${}^t(0, 1, 0)$  へ,  ${}^t(0, 1, 2)$  を  ${}^t(2, 1, -2)$  へ, それぞれ移すものとする. ここで  ${}^t\mathbf{a}$  はベクトル  $\mathbf{a}$  の転置を表す. このとき以下の問いに答えよ.

(1) 3つのベクトル

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

が 1 次従属であることを示せ.

(2)  $f(x) = Ax$  ( $x \in R^3$ ) となるような行列  $A$  を求めよ.

(3) (2) で求めた行列  $A$  について, 行列  $A$  の階数を求めよ.

(はこだて未来大 2011) (m20116303)

0.24 曲線  $y = \frac{2}{3}x^{3/2}$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) について, 以下の問いに答えよ.

(1) この曲線と 2つの直線  $x = 1, y = 0$  で囲まれる図形の面積を求めよ.

(2) この曲線の長さを求めよ.

(はこだて未来大 2011) (m20116304)

0.25  $x_n = r^{n-1}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) で与えられる数列  $\{x_n\}$  について, 以下の問いに答えよ. ただし,  $0 < |r| < 1$  とする.

(1) 第  $N$  項までの和  $\sum_{n=1}^N x_n$  を求めよ.

(2) (1) で求めた和について,  $N \rightarrow \infty$  としたときの極限  $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$  を求めよ.

(3) 和  $\sum_{n=1}^N nx_n$  を求めよ.

(4) (3) で求めた和について,  $N \rightarrow \infty$  としたときの極限  $\sum_{n=1}^{\infty} nx_n$  を求めよ.

ただし,  $\lim_{N \rightarrow \infty} Nr^N = 0$  ( $|r| < 1$ ) であることを用いてよい.

(はこだて未来大 2011) (m20116305)

0.26 次の行列  $A$  について、以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

ただし、 $a \neq 3$  とする.

- (1) 逆行列  $A^{-1}$  の成分がすべて整数となるような  $a$  の条件をすべて示せ.
- (2) (1) で求めた条件における逆行列をすべて求めよ.

(はこだて未来大 2012) (m20126301)

0.27 2次実対称行列について、以下の問いに答えよ.

- (1) 2次実対称行列  $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$  の固有値と固有ベクトルを求めよ.
- (2) 2次実対称行列  $S$  が正定値であるとは、すべての  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^2$  ( $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ ) に対して  ${}^t\mathbf{x}S\mathbf{x} > 0$  が成立することをいう. ここで  ${}^t\mathbf{x}$  は  $\mathbf{x}$  の転置である. (1) の行列  $B$  が正定値であることを示せ.
- (3) 2次実対称行列  $C = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$  の固有値をそれぞれ  $\lambda_1, \lambda_2$  とする. 行列  $C$  が正定値となるための  $\lambda_1, \lambda_2$  の条件を求めよ.

(はこだて未来大 2012) (m20126302)

0.28 次の定積分の値を求めよ.

- (1)  $\int_0^1 (\sqrt{x+1} + \sqrt{x}) dx$
- (2)  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} dx$

(はこだて未来大 2012) (m20126303)

0.29 関数  $f_n(x) = nx(1-x)^n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) について、以下の問いに答えよ.

- (1)  $n$  を固定するとき、 $f_n(x)$  の閉区間  $[0, 1]$  での最大値を  $M_n$ 、それを与える  $x$  の値を  $x_n$  とする. このとき、 $M_n$  と  $x_n$  をそれぞれ  $n$  で表せ.
- (2) (1) の  $M_n$  と  $x_n$  に対して、 $\lim_{n \rightarrow \infty} M_n$  と  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  をそれぞれ求めよ.

(はこだて未来大 2012) (m20126304)

0.30 未知関数  $y = y(x)$  に対する微分方程式

$$y' + 2y = 3e^x$$

を初期条件  $y(0) = 2$  のもとで解け.

(はこだて未来大 2013) (m20136301)

0.31 未知関数  $y = y(x)$  に対する微分方程式

$$y'' + y = \cos x$$

を初期条件  $y(0) = y'(0) = 1$  のもとで解け.

(はこだて未来大 2013) (m20136302)

0.32 次の行列  $A$  について、以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

- (1)  $A$  の固有値をすべて求めよ.
- (2)  $A$  の階数を求めよ.
- (3)  $\{Ax \mid x \in R^3\}$  の基底を求めよ. ただし,  $R^3$  は実 3 次元数ベクトル空間を表す.

(はこだて未来大 2013) (m20136303)

0.33 複素数  $x$  に関する次の方程式を解け.

$$\begin{vmatrix} x^2 + 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x^2 + 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x^2 + 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x^2 + 1 \end{vmatrix} = 0$$

(はこだて未来大 2013) (m20136304)

0.34  $y \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  に対する正接関数  $\tan y$  の逆関数を  $\text{Tan}^{-1}x$  とする. すなわち,

$$y = \text{Tan}^{-1}x \iff x = \tan y \quad \left(x \in (-\infty, \infty), y \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)\right)$$

とする. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $y = \text{Tan}^{-1}x$  のグラフの概形を描け.
- (2)  $\text{Tan}^{-1}\frac{2}{3} + \text{Tan}^{-1}\frac{1}{5}$  の値を求めよ. ただし, 必要であれば, 次の正接関数に対する加法定理は既知として用いてよい.

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

(はこだて未来大 2013) (m20136305)

0.35  $n$  を自然数とし, 定積分  $I_n = \int_0^1 x e^{-nx} dx$  を考える. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $I_n$  を求めよ.
- (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 I_n$  を求めよ.

(はこだて未来大 2013) (m20136306)

0.36 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & a \end{pmatrix}$  で定まる線形写像  $f : R^3 \rightarrow R^3$ ,  $f\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}\right) = A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$  について,

以下の問いに答えよ. ただし,  $a$  は実数とする.

- (1)  $A$  の階数  $\text{rank}A$  を求めよ.
- (2)  $A$  の核  $\text{Ker}(f)$  の基底を求めよ.
- (3)  $A$  の像  $\text{Im}(f)$  の基底を求めよ.

(はこだて未来大 2014) (m20146301)

**0.37** 行列  $B = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$  および、実ベクトル  $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  によって  ${}^t\boldsymbol{x}B\boldsymbol{x} = 1$  で表される 2 次曲線  $C$

について、以下の問いに答えよ。ここで、 ${}^t\boldsymbol{x}$  は  $\boldsymbol{x}$  の転置を表す。

- (1) 行列  $B$  を対角化せよ。
- (2) 2 次曲線  $C$  を座標平面上に図示せよ。

(はこだて未来大 2014) (m20146302)

**0.38**  $f(x) = e^x \sin x$  とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $f(x)$  の  $0 \leq x \leq \pi$  における最大値を求めよ。
- (2)  $\int_0^\pi f(x) dx$  を求めよ。

(はこだて未来大 2014) (m20146303)

**0.39**  $t$  を媒介変数として、方程式

$$x = \cos^3 t, \quad y = \sin^3 t \quad \left(0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

で表される座標平面上の曲線を  $D$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}$  をそれぞれ求めよ。
- (2) 曲線  $D$  の接線のうち、接点の  $x$  座標が  $\frac{27}{125}$  であるものを求めよ。
- (3) 曲線  $D$  の長さを求めよ。

(はこだて未来大 2014) (m20146304)

**0.40** 3 次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

について、以下の問いに答えよ。

- (1) 行列  $A$  の固有値をすべて求めよ。
- (2) (1) で求めた固有値に対応する固有ベクトルをそれぞれ求めよ。
- (3) 行列  $A$  が対角化可能かどうか調べよ。さらに、対角化可能であれば行列  $A$  を対角化せよ。

(はこだて未来大 2015) (m20156301)

**0.41** (1)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \left( \frac{e^{1/x} - 1}{e^{1/x} + 1} \right)$  を求めよ。

(2)  $0 < x < \pi$  のにおいて、 $\frac{d}{dx} \log \left( \tan \frac{x}{2} \right)$  を求めよ。

(3)  $\sin^{-1} \frac{3}{5} + \sin^{-1} \frac{4}{5}$  を求めよ。

ただし、 $\sin x$  の逆関数  $\sin^{-1} x$  の値域は、 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$  とする。

(はこだて未来大 2015) (m20156302)

**0.42** (1)  $0 < x < \pi$  において、 $\int (\sin x) \log(\sin x) dx$  を求めよ。

(はこだて未来大 2015) (m20156303)

0.43 実数  $a > 0$  に対して, 行列  $A, P, B$  を

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = P^{-1}AP$$

と定める. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $P^{-1}$  を求めよ.
- (2)  $B$  が異なる 3 個の固有値をもたないとき,  $a$  の値を定めよ.
- (3)  $a$  が (2) で求めた値であるとき,  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対し

$$B^n \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

を満たす  $x, y, z$  を求めよ.

(はこだて未来大 2016) (m20166301)

0.44 関数  $f(x) = e^x(ax^2 + b)$  に対し,  $f^{(n)}(x)$  を  $f(x)$  の  $n$  次導関数とする. ただし  $a, b$  は 0 でない実数,  $n$  は自然数とする. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $f^{(1)}(x), f^{(2)}(x)$  を求めよ.
- (2)  $f^{(n)}(x)$  を求めよ.
- (3)  $x$  についての方程式  $f^{(n)}(x) = 0$  が実数解をもつための必要十分条件を,  $n, a, b$  を用いて表せ.

(はこだて未来大 2016) (m20166302)

0.45 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & -5 \\ -2 & 1 & 3 & 1 \\ -5 & 3 & 7 & 4 \end{pmatrix}$  で定まる線形写像

$$f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad f\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}\right) = A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$$

について, 以下の問いに答えよ.

- (1)  $A$  の階数  $\text{rank } A$  を求めよ.
- (2)  $f$  の核  $\text{Ker}(f)$  の基底を求めよ.
- (3)  $f$  の像  $\text{Im}(f)$  の基底を求めよ.

(はこだて未来大 2017) (m20176301)

0.46  $f(x) = \arctan x$ , つまり  $f(x)$  を  $\tan x$  の逆関数とするとき, 以下の問いに答えよ.

- (1)  $f(x)$  の第 3 次導関数  $f^{(3)}(x)$  を求めよ.
- (2) 以下の等式を満たす 4 つの定数  $a_0, a_1, a_2, a_3$  をすべて求めよ.

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + o(x^3) \quad (x \rightarrow 0)$$

ただし, 記号  $o$  はランダウのスマールオーである.

- (3)  $f(\sqrt{3})$  の値を求めよ.



(4)  $\int_0^{\sqrt{3}} f(x)dx$  の値を求めよ.

(はこだて未来大 2017) (m20176302)

0.47 3次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

について、以下の問いに答えよ.

- (1) 行列  $A$  の固有値をすべて求めよ.
- (2) (1) で求めた固有値に対応する固有ベクトルをそれぞれ求めよ.
- (3) 行列  $A$  が対角化可能かどうか調べよ. さらに、対角化可能であれば行列  $A$  を対角化せよ.

(はこだて未来大 2018) (m20186301)

0.48 (1) 広義積分  $\int_0^1 \frac{\log x}{\sqrt{x}} dx$  を求めよ.

(2)  $\int_0^{\sqrt{3}/2} \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$  を求めよ.

(はこだて未来大 2018) (m20186302)

0.49  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3^x + 5^x}{2} \right)^{\frac{2}{x}}$  を求めよ.

(はこだて未来大 2018) (m20186303)

0.50 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  で定まる線形写像

$$f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3, f\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}\right) = A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$$

について、以下の問いに答えよ.

- (1)  $A$  の階数  $\text{rank } A$  を求めよ.
- (2)  $A$  の核  $\text{Ker}(f)$  の基底を求めよ.
- (3) 行列  $A$  とその転置  $A^t$  の積  $AA^t$  が対角化可能かどうか調べ、対角化可能なら  $P^{-1}AA^tP$  が対角行列となるような直交行列  $P$  を求めよ.

(はこだて未来大 2021) (m20216301)

0.51  $-1 \leq x \leq 1$  において、 $f(x) = x \text{Cos}^{-1}x$  とする. ここで、 $\text{Cos}^{-1}x$  は逆余弦関数で、 $\arccos x$  と書くこともある. 以下の問いに答えよ.

(1)  $f(x)$  の第2次導関数  $f''(x)$  を求めよ.

(2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - \frac{\pi}{2}x}{x^2}$  を求めよ.

(3)  $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x)dx$  の値を求めよ.

(はこだて未来大 2021) (m20216302)

0.52  $i$  は虚数単位とする. 3 次の正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 1-i & 1+i & 1+i \\ 1+i & 1-i & 1+i \\ 0 & 0 & -2i \end{pmatrix}$$

について, 以下の問いに答えよ.

- (1) 行列  $A$  の固有値をすべて求めよ.
- (2) (1) で求めた各固有値に対し固有空間の基底を求めよ.
- (3) 行列  $A$  が対角化可能かどうか調べよ. さらに, 対角化可能ならば  $P^{-1}AP$  が対角行列になるような行列  $P$  と  $P^{-1}$  を求めよ.

(はこだて未来大 2022) (m20226301)

0.53 (1)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(x-\pi)^2}{1-\sin \frac{x}{2}}$  を求めよ.

(2)  $x^2 e^x$  の  $n$  次導関数を  $n$  を用いて表わせ. ただし,  $n$  は自然数とする.

(はこだて未来大 2022) (m20226302)

0.54  $\int_0^1 x \tanh(1-x^2) dx$  を求めよ.

(はこだて未来大 2022) (m20226303)