

[選択項目] 年度：1991～2023 年 大学：はこだて未来大

0.1 2 次実行列 $A = \begin{pmatrix} p & 1-q \\ 1-p & q \end{pmatrix}$ について、以下の問いに答えよ。

- (1) A の固有値をすべて求めよ。 (2) $p = q = \frac{1}{2}$ のとき、 A^n ($n = 2, 3, 4, \dots$) を求めよ

(はこだて未来大 2007) (m20076301)

0.2 実ベクトルを空間 \mathbf{R}^3 において、 \mathbf{R}^3 の部分集合 $V = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ -a \\ b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbf{R} \right\}$ を考える。

- (1) $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in V$ ならば $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in V$ となることを示せ。
 (2) V が \mathbf{R}^3 の部分ベクトル空間であることを示せ。 (3) V の直交補空間を求めよ。

(はこだて未来大 2007) (m20076302)

0.3 次の極限值を求めよ。

- (1) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$ (2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\log x)^3}{\sqrt{x}}$

(はこだて未来大 2007) (m20076303)

0.4 $I = \int_0^{2a} x\sqrt{2ax - x^2} dx$ ($a > 0$) とおくと、以下の間に答えよ。

- (1) $I = \int_{-a}^a (t+a)\sqrt{a^2 - t^2} dt$ となることを示せ。
 (2) $I = a \int_{-a}^a \sqrt{a^2 - t^2} dt$ となることを示せ。 (3) I の値を求めよ。

(はこだて未来大 2007) (m20076304)

0.5 \mathbf{R}^3 のベクトル場 $\mathbf{V} = (xy, yz, zx)$ に対して、 $\operatorname{div} \mathbf{V}$ と $\operatorname{rot} \mathbf{V}$ をそれぞれ求めよ。ただし、 $\operatorname{div} \mathbf{V}$ は $\nabla \cdot \mathbf{V}$ 、 $\operatorname{rot} \mathbf{V}$ は $\nabla \times \mathbf{V}$ とそれぞれ表現されることがある。

(はこだて未来大 2007) (m20076305)

0.6 曲面 $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : z = x^2 + xy + y^2\}$ の点 $(1, -1, 1)$ における法ベクトルを求めよ。

(はこだて未来大 2007) (m20076306)

0.7 微分方程式 $y' - y = e^{2x} \cos x$ を解け。

(はこだて未来大 2007) (m20076307)

0.8 微分方程式 $y'' - 3y' + 2y = -e^{2x} \sin x$ について以下の間に答えよ。

- (1) 基本解をすべて求め、それらの 1 次独立性を確かめよ。 (2) 特殊解を求めよ。

(はこだて未来大 2007) (m20076308)

0.9 2 次の正方行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ に対して、以下の問いに答えよ。

- (1) A の対角成分の和と A の固有値の和は等しいことを示せ。
 (2) A をその固有値と固有ベクトルを用いて対角化せよ。

(はこだて未来大 2008) (m20086301)

0.10 座標平面上の点 P を次のような 2 つの条件を満たす点 P' にうつす 1 次変換を考える.

- (1) 2 点 P, P' を結ぶ線分 PP' を 1 : 2 の比に内分する点 Q は直線 $y = 2x$ 上にある.
- (2) 線分 PP' と直線 $y = 2x$ は直交する.

この 1 次変換を表す行列 A を求めよ.

(はこだて未来大 2008) (m20086302)

0.11 n を自然数とし, 関数 $f_n(x) = \frac{1}{n} \sin(nx)$ を考える. 以下の問いに答えよ.

- (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$ を求めよ.
- (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{df_n}{dx}(x) = \frac{d}{dx} \left(\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) \right)$ が成立する x の値を, 区間 $[0, \pi]$ から求めよ.

(はこだて未来大 2008) (m20086303)

0.12 a を正定数, n を自然数とし, 定積分 $I_n(a) = \int_0^a x e^{-nx} dx$ を考える. 以下の問いに答えよ.

- (1) $I_n(a)$ を求めよ.
- (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n(a)$ を求めよ.

(はこだて未来大 2008) (m20086304)

0.13 次の行列 A について, 以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- (1) A の固有値をすべて求めよ.
- (2) A の階数 $\text{rank} A$ を求めよ.
- (3) $\{A\mathbf{x} \mid \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3\}$ が平面となることを示せ.

(はこだて未来大 2009) (m20096301)

0.14 次の行列 A について, 以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ -4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- (1) A^4 を求めよ.
- (2) A^{-1} を求めよ.

(はこだて未来大 2009) (m20096302)

0.15 $y \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ に対する正接関数 $\tan y$ の逆関数を $\text{Tan}^{-1}x$ とする. すなわち,

$$y = \text{Tan}^{-1}x \iff x = \tan y \quad \left(x \in (-\infty, \infty), y \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)\right)$$

とする. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) $\text{Tan}^{-1}1$ の値を求めよ.

(2) $\tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{4} + \tan^{-1}\frac{3\sqrt{3}}{7}$ の値を求めよ.

ただし, 必要であれば, 次の正接関数に対する加法定理は既知として用いてよい.

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

(はこだて未来大 2009) (m20096303)

0.16 次式で与えられる関数 $f(x)$ について, 以下の問いに答えよ.

$$f(x) = \sqrt{(x-1)(2-x)} \quad (1 \leq x \leq 2)$$

(1) $y = f(x)$ のグラフの概形を描け.

(2) 定積分 $\int_1^2 f(x) dx$ の値を求めよ.

(はこだて未来大 2009) (m20096304)

0.17 3次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

について, 以下の問いに答えよ.

(1) A の固有値をすべて求めよ.

(2) (1) で求めた固有値に対応する固有ベクトルのうち, 成分がすべて整数であるものをそれぞれ一つ求めよ.

(はこだて未来大 2010) (m20106301)

0.18 3次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a^2 & (b+c)^2 \\ 1 & b^2 & (c+a)^2 \\ 1 & c^2 & (a+b)^2 \end{pmatrix}$$

について, 以下の問いに答えよ.

(1) $a + b + c = 0$ のとき, A の行列式の値を求めよ.

(2) A の行列式を因数分解せよ.

(はこだて未来大 2010) (m20106302)

0.19 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ が成り立つことを利用して, 以下の問いに答えよ.

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin 5x}{x}$ を求めよ.

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2 \sin 2x)}{x}$ を求めよ.

(はこだて未来大 2010) (m20106303)

0.20 自然数 n に対して

$$I(n) = \int_1^e \frac{1}{x^n} \log x dx$$

とおくとき, 以下の問いに答えよ.

(1) 部分積分法を用いて, $f(2)$ を求めよ.

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} I(n)$ を求めよ.

(はこだて未来大 2010) (m20106304)

0.21 行列 $\begin{pmatrix} -1 & 5 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ の固有値をすべて求めよ.

(はこだて未来大 2011) (m20116301)

0.22 連立 1 次方程式

$$\begin{cases} -x + 5y + 3z = 1 \\ x - y - z = 1 \\ -3x + 7y + 5z = -1 \end{cases}$$

を解け.

(はこだて未来大 2011) (m20116302)

0.23 線形写像 $f: R^3 \rightarrow R^3$ は, ${}^t(1, 0, 0)$ を ${}^t(1, 0, -1)$ へ, ${}^t(0, 1, 1)$ を ${}^t(0, 1, 0)$ へ, ${}^t(0, 1, 2)$ を ${}^t(2, 1, -2)$ へ, それぞれ移すものとする. ここで ${}^t\mathbf{a}$ はベクトル \mathbf{a} の転置を表す. このとき以下の問いに答えよ.

(1) 3つのベクトル

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

が 1 次従属であることを示せ.

(2) $f(x) = Ax$ ($x \in R^3$) となるような行列 A を求めよ.

(3) (2) で求めた行列 A について, 行列 A の階数を求めよ.

(はこだて未来大 2011) (m20116303)

0.24 曲線 $y = \frac{2}{3}x^{3/2}$ ($0 \leq x \leq 1$) について, 以下の問いに答えよ.

(1) この曲線と 2つの直線 $x = 1, y = 0$ で囲まれる図形の面積を求めよ.

(2) この曲線の長さを求めよ.

(はこだて未来大 2011) (m20116304)

0.25 $x_n = r^{n-1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で与えられる数列 $\{x_n\}$ について, 以下の問いに答えよ. ただし, $0 < |r| < 1$ とする.

(1) 第 N 項までの和 $\sum_{n=1}^N x_n$ を求めよ.

(2) (1) で求めた和について, $N \rightarrow \infty$ としたときの極限 $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ を求めよ.

(3) 和 $\sum_{n=1}^N nx_n$ を求めよ.

(4) (3) で求めた和について, $N \rightarrow \infty$ としたときの極限 $\sum_{n=1}^{\infty} nx_n$ を求めよ.

ただし, $\lim_{N \rightarrow \infty} Nr^N = 0$ ($|r| < 1$) であることを用いてよい.

(はこだて未来大 2011) (m20116305)

0.26 次の行列 A について、以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

ただし、 $a \neq 3$ とする.

- (1) 逆行列 A^{-1} の成分がすべて整数となるような a の条件をすべて示せ.
- (2) (1) で求めた条件における逆行列をすべて求めよ.

(はこだて未来大 2012) (m20126301)

0.27 2次実対称行列について、以下の問いに答えよ.

- (1) 2次実対称行列 $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ の固有値と固有ベクトルを求めよ.
- (2) 2次実対称行列 S が正定値であるとは、すべての $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^2$ ($\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$) に対して ${}^t\mathbf{x}S\mathbf{x} > 0$ が成立することをいう. ここで ${}^t\mathbf{x}$ は \mathbf{x} の転置である. (1) の行列 B が正定値であることを示せ.
- (3) 2次実対称行列 $C = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ の固有値をそれぞれ λ_1, λ_2 とする. 行列 C が正定値となるための λ_1, λ_2 の条件を求めよ.

(はこだて未来大 2012) (m20126302)

0.28 次の定積分の値を求めよ.

- (1) $\int_0^1 (\sqrt{x+1} + \sqrt{x}) dx$
- (2) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} dx$

(はこだて未来大 2012) (m20126303)

0.29 関数 $f_n(x) = nx(1-x)^n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) について、以下の問いに答えよ.

- (1) n を固定するとき、 $f_n(x)$ の閉区間 $[0, 1]$ での最大値を M_n 、それを与える x の値を x_n とする. このとき、 M_n と x_n をそれぞれ n で表せ.
- (2) (1) の M_n と x_n に対して、 $\lim_{n \rightarrow \infty} M_n$ と $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ をそれぞれ求めよ.

(はこだて未来大 2012) (m20126304)

0.30 未知関数 $y = y(x)$ に対する微分方程式

$$y' + 2y = 3e^x$$

を初期条件 $y(0) = 2$ のもとで解け.

(はこだて未来大 2013) (m20136301)

0.31 未知関数 $y = y(x)$ に対する微分方程式

$$y'' + y = \cos x$$

を初期条件 $y(0) = y'(0) = 1$ のもとで解け.

(はこだて未来大 2013) (m20136302)

0.32 次の行列 A について、以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

- (1) A の固有値をすべて求めよ.
- (2) A の階数を求めよ.
- (3) $\{Ax \mid x \in R^3\}$ の基底を求めよ. ただし, R^3 は実 3 次元数ベクトル空間を表す.

(はこだて未来大 2013) (m20136303)

0.33 複素数 x に関する次の方程式を解け.

$$\begin{vmatrix} x^2 + 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x^2 + 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x^2 + 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x^2 + 1 \end{vmatrix} = 0$$

(はこだて未来大 2013) (m20136304)

0.34 $y \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ に対する正接関数 $\tan y$ の逆関数を $\text{Tan}^{-1}x$ とする. すなわち,

$$y = \text{Tan}^{-1}x \iff x = \tan y \quad \left(x \in (-\infty, \infty), y \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)\right)$$

とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) $y = \text{Tan}^{-1}x$ のグラフの概形を描け.
- (2) $\text{Tan}^{-1}\frac{2}{3} + \text{Tan}^{-1}\frac{1}{5}$ の値を求めよ. ただし, 必要であれば, 次の正接関数に対する加法定理は既知として用いてよい.

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

(はこだて未来大 2013) (m20136305)

0.35 n を自然数とし, 定積分 $I_n = \int_0^1 x e^{-nx} dx$ を考える. 以下の問いに答えよ.

- (1) I_n を求めよ.
- (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 I_n$ を求めよ.

(はこだて未来大 2013) (m20136306)

0.36 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & a \end{pmatrix}$ で定まる線形写像 $f : R^3 \rightarrow R^3$, $f\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}\right) = A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ について,

以下の問いに答えよ. ただし, a は実数とする.

- (1) A の階数 $\text{rank}A$ を求めよ.
- (2) A の核 $\text{Ker}(f)$ の基底を求めよ.
- (3) A の像 $\text{Im}(f)$ の基底を求めよ.

(はこだて未来大 2014) (m20146301)

0.37 行列 $B = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$ および、実ベクトル $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ によって ${}^t\boldsymbol{x}B\boldsymbol{x} = 1$ で表される 2 次曲線 C

について、以下の問いに答えよ。ここで、 ${}^t\boldsymbol{x}$ は \boldsymbol{x} の転置を表す。

- (1) 行列 B を対角化せよ。
- (2) 2 次曲線 C を座標平面上に図示せよ。

(はこだて未来大 2014) (m20146302)

0.38 $f(x) = e^x \sin x$ とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ の $0 \leq x \leq \pi$ における最大値を求めよ。
- (2) $\int_0^\pi f(x)dx$ を求めよ。

(はこだて未来大 2014) (m20146303)

0.39 t を媒介変数として、方程式

$$x = \cos^3 t, \quad y = \sin^3 t \quad \left(0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

で表される座標平面上の曲線を D とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}$ をそれぞれ求めよ。
- (2) 曲線 D の接線のうち、接点の x 座標が $\frac{27}{125}$ であるものを求めよ。
- (3) 曲線 D の長さを求めよ。

(はこだて未来大 2014) (m20146304)

0.40 3 次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

について、以下の問いに答えよ。

- (1) 行列 A の固有値をすべて求めよ。
- (2) (1) で求めた固有値に対応する固有ベクトルをそれぞれ求めよ。
- (3) 行列 A が対角化可能かどうか調べよ。さらに、対角化可能であれば行列 A を対角化せよ。

(はこだて未来大 2015) (m20156301)

0.41 (1) $\lim_{x \rightarrow 0} x \left(\frac{e^{1/x} - 1}{e^{1/x} + 1} \right)$ を求めよ。

(2) $0 < x < \pi$ のにおいて、 $\frac{d}{dx} \log \left(\tan \frac{x}{2} \right)$ を求めよ。

(3) $\sin^{-1} \frac{3}{5} + \sin^{-1} \frac{4}{5}$ を求めよ。

ただし、 $\sin x$ の逆関数 $\sin^{-1} x$ の値域は、 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ とする。

(はこだて未来大 2015) (m20156302)

0.42 (1) $0 < x < \pi$ において、 $\int (\sin x) \log(\sin x) dx$ を求めよ。

(はこだて未来大 2015) (m20156303)

0.43 実数 $a > 0$ に対して, 行列 A, P, B を

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = P^{-1}AP$$

と定める. 以下の問いに答えよ.

- (1) P^{-1} を求めよ.
- (2) B が異なる 3 個の固有値をもたないとき, a の値を定めよ.
- (3) a が (2) で求めた値であるとき, $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し

$$B^n \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

を満たす x, y, z を求めよ.

(はこだて未来大 2016) (m20166301)

0.44 関数 $f(x) = e^x(ax^2 + b)$ に対し, $f^{(n)}(x)$ を $f(x)$ の n 次導関数とする. ただし a, b は 0 でない実数, n は自然数とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) $f^{(1)}(x), f^{(2)}(x)$ を求めよ.
- (2) $f^{(n)}(x)$ を求めよ.
- (3) x についての方程式 $f^{(n)}(x) = 0$ が実数解をもつための必要十分条件を, n, a, b を用いて表せ.

(はこだて未来大 2016) (m20166302)

0.45 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & -5 \\ -2 & 1 & 3 & 1 \\ -5 & 3 & 7 & 4 \end{pmatrix}$ で定まる線形写像

$$f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad f\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}\right) = A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$$

について, 以下の問いに答えよ.

- (1) A の階数 $\text{rank } A$ を求めよ.
- (2) f の核 $\text{Ker}(f)$ の基底を求めよ.
- (3) f の像 $\text{Im}(f)$ の基底を求めよ.

(はこだて未来大 2017) (m20176301)

0.46 $f(x) = \arctan x$, つまり $f(x)$ を $\tan x$ の逆関数とするとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) $f(x)$ の第 3 次導関数 $f^{(3)}(x)$ を求めよ.
- (2) 以下の等式を満たす 4 つの定数 a_0, a_1, a_2, a_3 をすべて求めよ.

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + o(x^3) \quad (x \rightarrow 0)$$

ただし, 記号 o はランダウのスマールオーである.

- (3) $f(\sqrt{3})$ の値を求めよ.

(4) $\int_0^{\sqrt{3}} f(x)dx$ の値を求めよ.

(はこだて未来大 2017) (m20176302)

0.47 3次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

について、以下の問いに答えよ.

- (1) 行列 A の固有値をすべて求めよ.
- (2) (1) で求めた固有値に対応する固有ベクトルをそれぞれ求めよ.
- (3) 行列 A が対角化可能かどうか調べよ. さらに、対角化可能であれば行列 A を対角化せよ.

(はこだて未来大 2018) (m20186301)

0.48 (1) 広義積分 $\int_0^1 \frac{\log x}{\sqrt{x}} dx$ を求めよ.

(2) $\int_0^{\sqrt{3}/2} \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ を求めよ.

(はこだて未来大 2018) (m20186302)

0.49 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3^x + 5^x}{2} \right)^{\frac{2}{x}}$ を求めよ.

(はこだて未来大 2018) (m20186303)

0.50 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ で定まる線形写像

$$f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3, f\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}\right) = A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$$

について、以下の問いに答えよ.

- (1) A の階数 $\text{rank } A$ を求めよ.
- (2) A の核 $\text{Ker}(f)$ の基底を求めよ.
- (3) 行列 A とその転置 A^t の積 AA^t が対角化可能かどうか調べ、対角化可能なら $P^{-1}AA^tP$ が対角行列となるような直交行列 P を求めよ.

(はこだて未来大 2021) (m20216301)

0.51 $-1 \leq x \leq 1$ において、 $f(x) = x \text{Cos}^{-1}x$ とする. ここで、 $\text{Cos}^{-1}x$ は逆余弦関数で、 $\arccos x$ と書くこともある. 以下の問いに答えよ.

(1) $f(x)$ の第2次導関数 $f''(x)$ を求めよ.

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - \frac{\pi}{2}x}{x^2}$ を求めよ.

(3) $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x)dx$ の値を求めよ.

(はこだて未来大 2021) (m20216302)

0.52 i は虚数単位とする. 3 次の正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 1-i & 1+i & 1+i \\ 1+i & 1-i & 1+i \\ 0 & 0 & -2i \end{pmatrix}$$

について, 以下の問いに答えよ.

- (1) 行列 A の固有値をすべて求めよ.
- (2) (1) で求めた各固有値に対し固有空間の基底を求めよ.
- (3) 行列 A が対角化可能かどうか調べよ. さらに, 対角化可能ならば $P^{-1}AP$ が対角行列になるような行列 P と P^{-1} を求めよ.

(はこだて未来大 2022) (m20226301)

0.53 (1) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(x-\pi)^2}{1-\sin \frac{x}{2}}$ を求めよ.

- (2) $x^2 e^x$ の n 次導関数を n を用いて表わせ. ただし, n は自然数とする.

(はこだて未来大 2022) (m20226302)

0.54 $\int_0^1 x \tanh(1-x^2) dx$ を求めよ.

(はこだて未来大 2022) (m20226303)