[選択項目] 年度：1991〜2023 年　大学：広島市立大

**0.1**　関数 $f(x)=x^2e^{-x}$ について，以下の問いに答えよ．

(1) $f(x)$ の $n$ 次導関数 $(n \geqq 1)$ が　$(-1)^n\{x^2-2nx+n(n-1)\}e^{-x}$
であることを数学的帰納法を用いて証明せよ．

(2) $f(x)$ の $x=0$ におけるテーラー級数展開を求めよ（一般項も記すこと）．

(広島市立大 2001)　(m20014201)

**0.2**　２変数関数　$f(x,y)=x^3-3xy+3x+y^3-3y^2+3y$
の極値を求めよ．ただし，$x,y$ は実変数とする．

(広島市立大 2001)　(m20014202)

**0.3**　$D=\{(x,y) \mid 1 \leqq x^2+y^2 \leqq 4,\ y \geqq x,\ y \geqq -x\}$ とする．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) $xy$ 座標平面上に $D$ を図示せよ．

(2) 極座標変換により，$D$ は $D'$ にうつされる．$D'$ を極座標を用いて表せ．

(3) 重積分　$\displaystyle\iint_D x^2y\,dxdy$　の値を求めよ．

(広島市立大 2001)　(m20014203)

**0.4**　$A,B$ を３次正方行列とし，それぞれの $(i,j)$ 成分（第 $i$ 行と第 $j$ 列の交点にある成分）を $a_{ij},\ b_{ij}$ とする $(i,\ j=1,2,3)$．また，$(i,i)$ 成分を対角成分とよび $(i=1,2,3)$，３次正方行列 $X$ の対角成分の総和を $tr(X)$ と書く．このとき，以下の問に答えよ．

(1) $C=AB$ とおく．$C$ の $(i,j)$ 成分を $c_{ij}$ と書くとき，$c_{ij}$ を $A$ と $B$ の成分を用いて表せ．

(2) $tr(AB)=tr(BA)$ を示せ．

(3) $P$ を正則な３次正方行列，$Q$ を３次正方行列とする．$tr(P^{-1}QP)=tr(Q)$ を示せ．

(広島市立大 2001)　(m20014204)

**0.5**　次の行列 $A$ について，以下の問い答えよ．

$$A=\begin{pmatrix} 3 & -5 & x \\ -5 & a & -2 \\ x & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

(1) 行列式 $|A|$ を求めよ．

(2) すべての実数 $x$ に対して，$A$ が正則であるための実数 $a$ の範囲を求めよ．

(3) $a=3,\ x=-2$ のときの $A$ の固有値と固有ベクトルを求めよ．

(広島市立大 2001)　(m20014205)

**0.6**　関数 $f(x)=\dfrac{1}{2x^2+3x+1}$ について，以下の問いに答えよ．

(1) $\dfrac{1}{ax+b}$ の $n$ 次導関数 $(n \geqq 1)$ が $\dfrac{a^n\cdot(-1)^n\cdot n!}{(ax+b)^{n+1}}$ であることを示せ．ただし，$a,b$ は $0$ でない定数とする．

(2) 等式 $f(x)=\dfrac{p}{x+1}+\dfrac{q}{2x+1}$ を満たす定数 $p,q$ を求めよ．

(3) $f(x)$ の $n$ 次導関数 $(n \geqq 1)$ を求めよ．

(4) $f(x)$ の $x=0$ を中心とするテイラー級数展開をせよ.（一般項も記すこと）．

(広島市立大 2002)　(m20024201)

**0.7** $g(t)$ は $t$ について 1 回微分可能な 1 変数関数とし，$x, y$ についての 2 変数関数を $z = x \cdot g\left(\dfrac{y}{x}\right)$ とする．このとき，$\quad x \cdot \dfrac{\partial z}{\partial x} + y \cdot \dfrac{\partial z}{\partial y} - z \quad$ を計算せよ．

(広島市立大 2002) (m20024202)

**0.8** 2 変数関数 $f(x, y) = 2x^3 + 3x^2y - 6xy^2 + 3y^3 - 3x^2$ の極値について調べよ．ただし，$x, y$ は実変数とする．

(広島市立大 2002) (m20024203)

**0.9** $xy$ 平面上の領域 $D = \{(x, y) \mid x \geqq 0, y \geqq 0, x^2 + y^2 \leqq 1\}$ に対し，重積分
$\displaystyle\iint_D (x+y)dxdy \qquad$ の値を求めよ．

(広島市立大 2002) (m20024204)

**0.10** $A$ を行数 $m$，列数 $n$ の行列とし，$B$ を行数 $s$，列数 $t$ の行列とする．以下の条件を満たすときの $m, n, s, t$ の関係をそれぞれ答えよ．

(1) 積 $AB$ が定義可能である．

(2) 積 $AB$ および $BA$ が定義可能であり，等式 $AB = BA$ が成り立つ．

(広島市立大 2002) (m20024205)

**0.11** $A, B$ を $n$ 次の正方行列とする．このとき，以下の問いに答えよ．なお，$|X|$ は正方行列 $X$ の行列式を表す．

(1) $AB$ が正則行列ならば，$B$ も正則行列となることを示せ．

(2) $A$ が正則行列であるとき，等式 $|B| = |A^{-1}BA|$ を示せ．

(広島市立大 2002) (m20024206)

**0.12** 次の行列 $A$ について，以下の問いに答えよ．

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & a \\ 3 & 3 & a \\ 1 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

(1) $A$ の固有値の 1 つが 3 であるとき，$a$ を求めよ．

(2) (1) で求めた $a$ に対し，$A$ の固有値をすべて求めよ．

(3) (2) で求めた $A$ のそれぞれの固有値に対する固有ベクトルを求めよ．

(広島市立大 2002) (m20024207)

**0.13** (1) 次の定積分が収束するかどうかを判定し, 収束する場合はその値を求めよ.

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha}} \qquad (\ \alpha \text{は正の定数とする})$$

(2) $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4\,,\ x + y \geq 2\}$ とするとき, 重積分 $\displaystyle\iint_D xdxdy$ の値を求めよ.

(広島市立大 2005) (m20054201)

**0.14** $x, y$ は実変数, $k$ は, 実定数とする. 関数 $f(x, y) = x^3 + y^3 + k(2x + y)$ について以下の問に答えよ.

(1) $k = 0$ のとき, $z = f(x, y)$ は極値を持たないことを示せ.

(2) $z = f(x, y)$ が極値を持つための $k$ に関する必要十分条件を求めよ.

(3) $z = f(x, y)$ が極小値を持つとき, その値, およびそのときの $x, y$ の値を求めよ.

(広島市立大 2005)　　(m20054202)

**0.15** 次の対称行列について以下の問に答えよ．

$$A=\begin{pmatrix}1 & \sqrt{2} & 0\\ \sqrt{2} & -1 & 1\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$$

(1) $A$ の固有値をすべて求めよ．

(2) (1) で求めた各固有値に対する $A$ の正規化された固有ベクトルを求めよ．

(3) ${}^tPAP$ が対角行列となる直交行列 $P$ を求め対角化せよ．（ ${}^tP$ は $P$ の転置行列を表す ）

(広島市立大 2005)　　(m20054203)

**0.16** $A^k=O$ となる自然数 $k$ が存在するような正方行列 $A$ を「べき零行列」という．

(1) $A$ を正方行列とし, $\lambda$ を $A$ の固有値とするとき, $\lambda^k$ は $A^k$ の固有値となることを示せ．

(2) (1) の関係を用いて, べき零行列の固有値は, 0 に限られることを示せ．

(3) 逆に正方行列 $A$ の固有値が 0 に限られるとき, $A$ はべき零行列であることを示せ．

(広島市立大 2005)　　(m20054204)

**0.17** (1) 数学的帰納法によって，次の式を証明せよ．ただし，$n$ は正の整数である．

$$1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$$

(2) 次の無限級数の和 $S$ を求めよ．

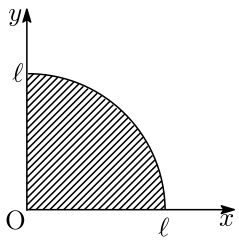
$$S=\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\frac{3}{4!}+\cdots+\frac{n}{(n+1)!}+\cdots$$

(広島市立大 2006)　　(m20064201)

**0.18** $f(x,y)=\dfrac{1}{\sqrt{1+x-y}}$ のマクローリン展開（点 $(0,0)$ におけるテイラー展開）を $x,y$ に関して 2 次の項（$x^2$, $y^2$, $xy$ の項）まで求めよ．

(広島市立大 2006)　　(m20064202)

**0.19** 下図のように，半径 $\ell$ の円の 1/4 である扇形の一様な板片を，円の中心であった部分が原点と重なり，直線部分が $x$ 軸と $y$ 軸に重なるように置いてある．このとき，この板片の重心の位置座標（$x$ 座標と $y$ 座標の値）を求めよ．




(広島市立大 2006)　　(m20064203)

**0.20** $n$ を 1 以上の整数とする．$A,B$ を $n$ 次正方行列とし，$E$ を $n$ 次単位行列とする．$A^k$ は $A$ の $k$ 個の積を表し，$A^0$ は $E$ を表すものとする．

(1) $A^k=E$ となる 1 以上の整数 $k$ があれば，$A$ の逆行列は $A^{k-1}$ であることを示せ．

(2) $a$ を 0 でない実数とする．$AB=aE$ であるならば，$AB=BA$ であることを示せ．

(広島市立大 2006)　　(m20064204)

**0.21**　行列 $A = \dfrac{1}{2}\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ に対して、次の問に答えよ.

(1) 固有値，固有ベクトルの組を求めよ.

(2) (1) で求めた固有値に対する大きさ 1 の固有ベクトルをそれぞれ $\boldsymbol{u}_1$，$\boldsymbol{u}_2$ とおく. 列ベクトル $\boldsymbol{u}_1$，$\boldsymbol{u}_2$ を並べてできる行列 $P = (\boldsymbol{u}_1\,,\ \boldsymbol{u}_2)$ が直交行列であることを示せ.

(3) (2) の $P$ に対して，$P^tAP$ が対角行列であることを示せ.（ただし，$P^t$ は $P$ の転置行列を表すものとする.）

(広島市立大 2006)　　(m20064205)

**0.22**　(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x-\sin x}{x(1-\cos x)}$ を求めよ.

(2) $x$ の関数 $x^2e^x$ の $n$ 次導関数を求めよ．ただし，$n$ は 2 以上の整数とする.

(3) $z = f(x, y)$, $x = g(t)$, $y = h(t)$ がそれぞれ $C^2$ 級の関数であるとき，$\dfrac{d^2z}{dt^2}$ を求めよ.

(広島市立大 2007)　　(m20074201)

**0.23**　$I_n(x)$ が次の式で定義されるとき，以下の問いに答えよ．ただし，$n$ は 0 以上の整数とする.

$$I_n(x) = \int_0^x \sin^n t\,dt$$

(1) $I_0(x)$, $I_1(x)$, $I_2(x)$, $I_3(x)$ をそれぞれ求めよ.

(2) 等式 $\sin^n t = \sin^{n-1} t\cdot\sin t$ を用いて，$n$ が 2 以上のとき，$I_n(x)$ の漸化式を求めよ.

(広島市立大 2007)　　(m20074202)

**0.24**　次の行列に対し，$P$ が正則ならば $Q$ も正則であることを示せ.

$$P = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \qquad Q = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 & b \\ a & 0 & b & 0 \\ 0 & c & 0 & d \\ c & 0 & d & 0 \end{pmatrix}$$

(広島市立大 2007)　　(m20074203)

**0.25**　空間内の原点を通り方向ベクトル $\boldsymbol{\ell} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}$ をもつ直線を $\ell$ とする．ベクトル $\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ -8 \\ 10 \end{pmatrix}$ を $\ell$ と平行なベクトル $\boldsymbol{b}$ と，$\ell$ と直交するベクトル $\boldsymbol{c}$ により，$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ と表すとき，$\boldsymbol{b}$ と $\boldsymbol{c}$ を求めよ.

(広島市立大 2007)　　(m20074204)

**0.26**　次の行列 $A$ に対し，以下の問いに答えよ.　$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 3 & -3 & -3 \\ -3 & 5 & 5 \end{pmatrix}$

(1) 固有値と固有ベクトルを求めよ.

(2) 正則行列 $P$ で，$P^{-1}AP$ が対角行列となるものを求めよ．なお，$P^{-1}$ も求めること.

(3) $n$ を正の整数とするとき，$A^n$ を求めよ.

(広島市立大 2007)　　(m20074205)

**0.27** 2 重積分 . $S = \iint_D e^{-x^2-y^2}dxdy$ , $D = \{(x, y) \mid x \geq 0,\ y \geq 0\}$ を求めることによって，

$I = \int_0^\infty e^{-x^2}dx$ を求めたい．このとき以下の問いに答えよ．

(1) $S = I^2$ を示せ．

(2) $x = r\cos\theta$ , $y = r\sin\theta$ と変数変換して $S$ を求めよ．また，$I$ を求めよ．

(広島市立大 2008) (m20084201)

**0.28** $x, y$ を実変数とする．このとき次の関数 $f(x, y)$ の極値を求めよ．

$$f(x, y) = x^2 - 6x + 2xy^2 + 2y^2$$

(広島市立大 2008) (m20084202)

**0.29** 次の行列 $A$ に対して，以下の問いに答えよ． $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & a \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

(1) $A$ の固有値の 1 つが 2 であるとき，$a$ を求めよ．

(1) で求めた $a$ に対して，以下の (2),(3),(4) の問いに答えよ．

(2) $A$ の固有値をすべて求めよ．

(3) (2) で求めた各固有値に対する，$A$ の固有ベクトルを求めよ．

(4) 正則行列 $P$ で，$P^{-1}AP$ が対角行列となる $P$ を求めよ．

(広島市立大 2008) (m20084203)

**0.30** 2 次以下の実数係数多項式全体からなる線形空間 $V$ において，

$$(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx \quad (f, g \in V)$$

により内積を定義する．ことのき，グラム_シュミットの直交化により，$V$ の基底 $\{1, x, x^2\}$ から正規直交基底を求めよ．

(広島市立大 2008) (m20084204)

**0.31** (1) $h(x) = x^2\sin^2 x$ の 1 次導関数 $h'(x)$，2 次導関数 $h''(x)$，3 次導関数 $h'''(x)$ を求めよ．

(2) $x$ の関数 $\log(1 + x)$ の $n$ 次導関数を求めよ．ただし，$x > -1$ とする．

(3) $\log\dfrac{1-x}{1+x}$ のマクローリン展開を求めよ．ただし，$|x| < 1$ とする．

(広島市立大 2009) (m20094201)

**0.32** 累次積分 $I = \int_0^1 \left\{\int_x^1 e^{y^2}dy\right\}dx$ に関して以下の問いに答えよ

(1) 積分領域を図示せよ．

(2) 積分順序の変更を行う． $I = \int_a^b \left\{\int_{\psi_1(y)}^{\psi_2(y)} e^{y^2}dx\right\}dy$ と書き換えたとき，$a$, $b$, $\psi_1(y)$, $\psi_2(y)$ を求めよ．

(3) $I$ を計算せよ．

(広島市立大 2009) (m20094202)

**0.33** (1) 次の 3 次正方行列 $A$ の固有値および固有ベクトルをすべて求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

(2) 上の正則行列 $A$ を対角化する正方行列 $P$ を求めよ．また，対角化された行列 $P^{-1}AP$ も答えよ.

(3) $n$ 次正方行列 $B$ の固有値の一つが $b(b \neq 0)$ であるとき，$b^2$ および $b^{-1}$ がそれぞれ行列 $B^2$ および $B^{-1}$ の固有値となることを証明せよ．ただし，$B$ は正則であるとする.

(広島市立大 2009)　　(m20094203)

**0.34** 2 次実正方行列 $A, B, C, D$

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} c_1 & c_2 \\ c_3 & c_4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} d_1 & d_2 \\ d_3 & d_4 \end{pmatrix}$$

に対して，4 次実正方行列 $M, N$ を次で与える.

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ O & C \end{pmatrix}, \quad N = \begin{pmatrix} B & A \\ C & D \end{pmatrix}$$

ここで，$O$ は 2 次の零行列である.

実正方行列 $X$ に対して行列式を $|X|$ で表す．以下の問いに答えよ.

(1) $|M| = |A||C|$ であることを示せ.

(2) $B = sA$, $D = tC$ （$s, t$ は実数）のとき，$k = \dfrac{|N|}{|M|}$ を求めよ．ただし，$|M| \neq 0$ とする.

(広島市立大 2009)　　(m20094204)

**0.35** 関数 $z = e^x(\cos x + \sin y)$ の偏導関数 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ を求めよ.

(広島市立大 2010)　　(m20104201)

**0.36** $\displaystyle\int_0^{2\pi} e^{-x} \, |\sin x| \, dx$ を求めよ.

(広島市立大 2010)　　(m20104202)

**0.37** 変数変換 $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$ を用いて, 2 重積分

$$S = \iint_D e^{x^2+y^2} \, dxdy \,, \quad D = \left\{(x, y) \,|\, 1 \leqq x^2 + y^2 \leqq 4\right\}$$

の値を求めよ.

(広島市立大 2010)　　(m20104203)

**0.38** $x > 0$ とする. $f(x) = \dfrac{\log x}{x}$ について, 以下の問いに答えよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x \to +0} f(x)$, $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x)$ を求めよ.

(2) 関数 $y = f(x)$ の増減, 凹凸および変曲点を調べ, グラフの概形を描け.

(広島市立大 2010)　　(m20104204)

**0.39** 次の 3 次正方行列 $A$ に対し, 以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 3 & 4 & 2 \\ -3 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

(1) $A$ の固有値および固有ベクトルを求めよ.

(2) $P^{-1}AP$ が対角行列となる正則行列 $P$, およびその逆行列 $P^{-1}$ を求めよ.

(広島市立大 2010)　　(m20104205)

**0.40** 転置行列が逆行列となる正方行列を直交行列という. 以下の問いに答えよ.

(1) 直交行列の行列式は 1 または $-1$ であることを示せ.

(2) $A,\ B$ を $n$ 次正方行列とｓる. このとき $2n$ 次正方行列 $T = \begin{pmatrix} A & O \\ B & A \end{pmatrix}$ が直交行列であれば, $A$ は直交行列であり, かつ $B$ は正則行列でないことを示せ. ただし, $O$ は $n$ 次の零行列を表す.

(広島市立大 2010)　　(m20104206)

**0.41** $x = 1 - 2t\,,\ y = e^{2t}\sin t$ とする.

(1) $\dfrac{dx}{dt}$ と $\dfrac{dy}{dt}$ を求めよ.

(2) $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を求めよ.

(広島市立大 2011)　　(m20114201)

**0.42** $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ とする.

(1) $(x, y) \neq (0, 0)$ において, $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ と $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ を求めよ.

(2) $(x, y) \neq (0, 0)$ において, $\begin{pmatrix} \lambda \\ \mu \end{pmatrix}$ 方向の微分係数（方向微分係数）を求めよ.

(3) $(x, y) = (0, 0)$ において, $z$ が全微分可能でないことを示せ.

(広島市立大 2011)　　(m20114202)

**0.43** 3 次元ユークリッド空間の三つの点 $O(0, 0, 0),\ A(3, 0, 0),\ B(3, 0, 4)$ について以下の問に答えよ.

(1) 点 $(x, y, 0)$ で $xy$ 平面に垂直に交わる直線を $l$ とする.　ただし, $x^2 + y^2 \leq 9$ である.　線分 $OB$ を $z$ 軸に関して 360 度回転させたときに線分 $OB$ が描く曲面と直線 $l$ の交点を $(x, y, z)$ と表す. このとき, $z$ を $x, y$ の関数で表せ.

(2) 問 (1) で求めた関数を $f(x, y)$ とおく.　三角形 $OAB$ を $z$ 軸に関して 360 度回転させたときに三角形 $OAB$ が描く立体の体積 $V$ は,

$$V = \iint_D f(x, y)dxdy$$

と書くことができる. ただし, $D = \{(x, y) \,|\, x^2 + y^2 \leq 9\}$ である.　この 2 重積分を計算することにより, $V$ の値を求めよ.

(広島市立大 2011)　　(m20114203)

**0.44** 次の 3 次正方行列 $A$ について以下の問に答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(1) $A$ の固有値をすべて求めよ.

(2) $A$ の各固有値に対応する固有ベクトル空間の基底をそれぞれ求めよ.

(3) $D = P^{-1}AP$ が対角行列となるような正則行列 $P$ およびそれに対応する $D$ を求めよ．

(4) 問 (3) で求めた $D$ に対し，$D^n$ を求めよ．ただし，$n$ は正の整数とする．

(5) $A^n$ を求めよ．ただし，$n$ は正の整数とする．

(広島市立大 2011)　　(m20114204)

**0.45**　座標平面上に楕円 $C$ : $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ を考える．また，$\boldsymbol{\lambda} = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix}$ を平面ベクトル全体のなす空間の正規直交基底とする．原点 $O$ を通り方向ベクトル $\boldsymbol{\lambda}$ の直線が楕円 $C$ と交わる点を $P$，原点 $O$ を通り方向ベクトル $\boldsymbol{\mu}$ の直線が楕円 $C$ と交わる点を $Q$ とすると，

$$\frac{1}{||\overrightarrow{OP}||^2} + \frac{1}{||\overrightarrow{OQ}||^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$$

が成り立つことを証明せよ．

(広島市立大 2011)　　(m20114205)

**0.46**　無限積分 $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$ ，$\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2x}{1+x^2}\,dx$ の収束発散を調べ，収束する場合はその値を求めよ．

(広島市立大 2012)　　(m20124201)

**0.47**　微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} + ay = b$ を解け．ただし，$a, b$ は 0 でない定数である．

(広島市立大 2012)　　(m20124202)

**0.48**　極座標 $(r, \theta)$ で表示して $r = 1 + \cos\theta$ で表わされる曲線を考える．極座標で $\left(\dfrac{3}{2}, \dfrac{\pi}{3}\right)$ と表わせるこの曲線上の点 $A$ での接線の方程式を求めよ．

(広島市立大 2012)　　(m20124203)

**0.49**　2 変数関数 $f(x, y) = \sin(x + 2y)$ について，以下の問いに答えよ．

(1) $f$ の勾配ベクトル $\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}, \dfrac{\partial f}{\partial y}\right)$ を求めよ．

また，勾配ベクトルの具体的な値を $(0,0)$，$(0,\pi/4)$，$(0,\pi/2)$ において求めよ．

(2) 座標平面上の 4 点 $(0,0)$，$(0,\pi/2)$，$(\pi,0)$，$(\pi,-\pi/2)$ を頂点とする平行四辺形が定める領域を $D$ とする（図 1）．2 重積分 $\displaystyle\iint_D |f(x,y)|\,dxdy$ の値を求めよ．

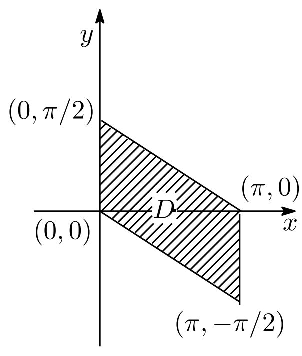


図 1

(広島市立大 2012)　　(m20124204)

**0.50**　次の 3 次正方行列 $A$ について，以下の問いに答えよ．

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -5 \\ 4 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

(1) $A$ の固有値をすべて求めよ.

(2) $A$ の各固有値に対応する固有ベクトルをそれぞれ求めよ.

(3) $D = P^{-1}AP$ が対角行列となるような正則行列 $P$ を求めよ.

(4) (3) で求めた $P$ に対し，$P^{-1}$ を求めよ.

(5) (3) で求めた $P$ に対応する $D$ を示せ.

(広島市立大 2012) (m20124205)

**0.51** 3 次元直交座標 $xyz$ での平面と直線の交点について考える.

(1) 3 点 $(1,0,0)$, $(0,1,0)$, $(0,0,1)$ を通る平面 $A$ の方程式を求めよ.

(2) 点 $(x_0, y_0, z_0)$ は $x_0 + y_0 + z_0 \neq 0$ を満たす点とする．2 点 $(0,0,0)$, $(x_0, y_0, z_0)$ を通る直線 $B$ の方程式を求めよ.

(3) 平面 $A$ と直線 $B$ の交点を求めよ.

(広島市立大 2012) (m20124206)

**0.52** (1) 関数 $z = \cos(xy)$ の偏導関数 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ , $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ を求めよ.

(2) 関数 $f(x, y) = xe^{-(x^2+y^2)}$ の極値と，極値をとる点を求めよ.

(広島市立大 2013) (m20134201)

**0.53** $D = \left\{ (x, y) \in R^2 \,\middle|\, x^2 + y^2 \leq 1\,,\ x \leq \sqrt{3}y \right\}$ とおく.
変数変換 $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$ を用いて,

$$\iint_D xy^2 dxdy$$

を求めよ.

(広島市立大 2013) (m20134202)

**0.54** 次の微分方程式について，以下の問いに答えよ．ただし，$a, b$ は 0 でない定数とする.

$$\frac{dx}{dt} = a - bx$$

(1) この微分方程式の一般解を求めよ.

(2) 初期条件「$t = 0$ のとき $x = 0$」を満たす解を求めよ.

(3) $t \to \infty$ のとき，(2) で求めた解の極限を求めよ.

(広島市立大 2013) (m20134203)

**0.55** 次の 3 次正方行列 $A$ について，以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 4 \\ 0 & -3 & 0 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

(1) $A$ の固有値をすべて求めよ.

(2) $A$ の各固有値に対応する固有ベクトルをそれぞれ求めよ.

(3) $D = P^{-1}AP$ が対角行列となるような正則行列 $P$ を求めよ.

(4) 問 (3) で求めた $P$ に対応する $D$ を示せ.

(広島市立大 2013)　　(m20134204)

**0.56** 3 次元直交座標系 $xyz$ での平面と直線の関係について，以下の問いに答えよ．

(1) 3 点 $(1,1,0)$, $(0,1,1)$, $(0,-1,0)$ を通る平面 $\pi$ の方程式を求めよ．

(2) 2 点 $(0,1,0)$, $(1,1,1)$ を通る直線 $\ell$ と平面 $\pi$ の交点の座標を求めよ．

(3) 直線 $\ell$ を含み，平面 $\pi$ に対して垂直な平面の方程式を求めよ．

(広島市立大 2013)　　(m20134205)