[選択項目] 年度：1991〜2023 年　大学：岩手県立大

0.1　整数 $m,\,n \geqq 0$ に対する次の再帰関数について, あとの問いに答えなさい. 解答は途中の式も省略せずに書きなさい.

$$A(m,\,n) = \begin{cases} 2n & ,m=0\text{ のとき} \\ 0 & ,m \geqq 1\text{ かつ } n=0\text{ のとき} \\ 2 & ,m \geqq 1\text{ かつ } n=1\text{ のとき} \\ A(m-1,\,A(m,\,n-1)) & ,m \geqq 1\text{ かつ } n \geqq 2\text{ のとき} \end{cases}$$

(1)　$A(1,2)$ を答えなさい.

(2)　整数 $m \geqq 1$ について, $A(m,\,1)$ を答えなさい.

(3)　整数 $m \geqq 1$ について,　$A(1,\,n) = 2^n$　が成り立つことを数学的帰納法を用いて証明しなさい.

(4)　整数 $m \geqq 1$ について, $A(m,\,2)$ を答えなさい.

(岩手県立大 2010)　　(m20107001)

0.2　次の関係式を用いながら，あとの問いに答えなさい.

$$ {}_n\mathrm{C}_m = \frac{n!}{(n-m)!\,m!} \qquad ①$$

$$(a+b)^n = {}_n\mathrm{C}_0\,a^n + {}_n\mathrm{C}_1\,a^{n-1}b + {}_n\mathrm{C}_2\,a^{n-2}b^2 + \cdots + {}_n\mathrm{C}_n\,b^n \qquad ②$$

なお，以下では集合 X の要素数を $|X|$ と表す.

(1)　次式が成り立つことを示しなさい.

$${}_{n+1}\mathrm{C}_k = {}_n\mathrm{C}_{k-1} + {}_n\mathrm{C}_k$$

(2)　次式が成り立つことを示しなさい.

$${}_n\mathrm{C}_0\,2^n + {}_n\mathrm{C}_1\,2^{n-1} + {}_n\mathrm{C}_2\,2^{n-2} + \cdots + {}_n\mathrm{C}_n = 3^n$$

(3)　要素数が $q(q>0)$ である有限集合 A の部分集合のうち，要素数が $r(r \leq q)$ である集合全体を次式の $P_r(A)$ と表す.

$$P_r(A) = \left\{B \,\middle|\, B \subseteq A,\ \text{かつ},\ |B| = r\right\}$$

このとき，$|P_r(A)|$ を q と r を用いて表しなさい.

(4)　要素数が $n(n>0)$ である有限集合 A の部分集合全体を $P(A)$ としたとき，$|P(A)|$ を，途中の式を省略せずに n を用いて表しなさい.

(岩手県立大 2013)　　(m20137001)

0.3　次のベクトル $\boldsymbol{v}_1,\ \boldsymbol{v}_2,\ \boldsymbol{v}_3$ について，あとの問いに答えなさい．解答は途中の式も省略せずに書きなさい.

$$\boldsymbol{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{v}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

ベクトル $\boldsymbol{v}_1,\ \boldsymbol{v}_2,\ \boldsymbol{v}_3$ の組は線形独立か線形従属かを理由とともに答えなさい.

(岩手県立大 2013)　　(m20137002)

0.4　次の行列 A, B について，あとの問いに答えなさい．解答は途中の式も省略せずに書きなさい.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & -1 & 5 \\ -2 & 3 & -3 \end{pmatrix},\quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

(1) 行列 A, B の階数（ランク）をそれぞれ答えなさい.

(2) 行列式 $|A|, |B|$ をそれぞれ答えなさい.

(岩手県立大 2013)　　(m20137003)

0.5 次の連立一次方程式の解を<u>行列を使用して</u>求めなさい.

$$\begin{cases} \quad\ -5y-3z=2 \\ 4x\ +y-2z=9 \\ \ x-2y-5z=0 \end{cases}$$

(岩手県立大 2013)　　(m20137004)

0.6 次のベクトル $\boldsymbol{v}$ と行列 A, B, C について，あとの問いに答えなさい．回答は途中の式も省略せずに書きなさい.

$$\boldsymbol{v}=\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad A=\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad C=\begin{pmatrix} -1 & 8 & 3 \\ -7 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

(1) $A\boldsymbol{v}$, $B\boldsymbol{v}$, $C\boldsymbol{v}$ について，定義されるときは，それぞれの値を計算しなさい．定義されないときはその理由を答えなさい.

(2) 行列式 $|A|$, $|B|$ をそれぞれ答えなさい.

(3) 行列 A, B の逆行列をそれぞれ答えなさい.

(4) 行列 B の固有値と固有ベクトルをそれぞれ答えなさい.

(岩手県立大 2014)　　(m20147001)

0.7 次の行列 A, B, C, D について，あとの問いに答えなさい．解答は途中の式も省略せずに書きなさい.

$$A=\begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ -3 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}, \quad D=\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

(1) AB を答えなさい.

(2) 行列 A, B の階数（ランク）をそれぞれ答えなさい.

(3) 行列式 $|A|$, $|C|$ をそれぞれ答えなさい.

(4) 行列 A, C の逆行列をそれぞれ答えなさい．定義されないときには「定義されない」と答えなさい.

(5) 行列 D の固有値と固有ベクトルを答えなさい.

(岩手県立大 2016)　　(m20167001)

0.8 次の行列 A, B, C とベクトル $\boldsymbol{v_1}$, $\boldsymbol{v_2}$, $\boldsymbol{v_3}$ について，あとの問いに答えなさい，解答は途中の式も省略せずに書きなさい.

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 2 \\ -2 & -4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad C=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{v}_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{v}_2=\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{v}_3=\begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix}$$

(1) AB と BA をそれぞれ答えなさい．定義されないときには「定義されない」と答えなさい.

(2) 行列式 $|A|$, $|C|$ をそれぞれ答えなさい.

(3) 行列 A, C の逆行列をそれぞれ答えなさい. 定義されないときには「定義されない」と答えなさい.

(4) ベクトル $\boldsymbol{v_1}$, $\boldsymbol{v_2}$, $\boldsymbol{v_3}$ の組が線形独立か線形従属か 理由とともに 答えなさい.

(5) 次の連立一次方程式の解を 行列を使用して 求めなさい. 行列を使用したことが分かるように, 途中経過を示しなさい.

$$\begin{cases} x - 2y + 4z = 5 \\ x + y + z = -7 \\ x + 3y + 9z = -5 \end{cases}$$

(岩手県立大 2017)　　(m20177001)