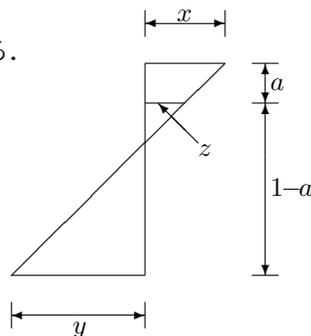


[選択項目] 年度：1991～2023 年 大学：鹿児島大

0.1 右の図形の長さ  $z$  を  $x, y, a$  を用いて求めよ。

ただし、 $z$  の位置は上部の三角形にあるものとする。



(鹿児島大 2001) (m20015401)

0.2 次の極限值を求めよ。

(1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$

(2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}$

(3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{x}$

(鹿児島大 2001) (m20015402)

0.3 関数  $y = x\sqrt{x-x^2}$  の増減，極値，凹凸を調べ，グラフの概形を示せ。

(鹿児島大 2001) (m20015403)

0.4 次の関数を微分せよ。

(1)  $y = (3x + 2)(3x^2 + 6x + 1)$

(2)  $y = 2x/(x^2 + 5)$

(3)  $y = \sin^2 5x$

(鹿児島大 2001) (m20015404)

0.5 次の関数の増減を調べ，極値を求めよ。また，そのグラフの概形をかけ。

$$y = x(1-x)^{2/3}$$

(鹿児島大 2001) (m20015405)

0.6 関数  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+2x}}$  の  $x$  に関する 3 次の導関数  $f^{(3)}(x)$  を示し， $f^{(3)}\left(\frac{1}{2}\right)$  を求めよ。

(鹿児島大 2001) (m20015406)

0.7 置換積分法を用いて，次の不定積分を求めよ。ただし， $a \neq 0$

(1)  $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx$  ( $x = a \sin \theta$  とおく)

(2)  $\int \sqrt{a^2-x^2} dx$  ( $x = a \sin \theta$  とおく)

(2)  $\int \frac{1}{1 + \cos x} dx$  ( $t = \tan \frac{x}{2}$  とおく)

(鹿児島大 2001) (m20015407)

0.8 次の関数を積分せよ（不定積分を求めよ）。

(1)  $7x^2 + 5x - 1$

(2)  $e^x - 5/x$

(鹿児島大 2001) (m20015408)

0.9 定積分  $\int_0^2 |e^x - e| dx$  を求めよ。

(鹿児島大 2001) (m20015409)

0.10 積分  $\int t^2 \cos t dt$  を求めよ。

(鹿児島大 2001) (m20015410)

0.11  $\tan \frac{x}{2} = t$  と置くととき, 積分  $\int \frac{1}{\cos x} dx$  を求めよ.

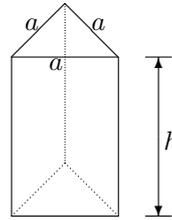
(鹿児島大 2001) (m20015411)

0.12 断面の一辺の長さ  $a$ , 長さが  $h$  の三角柱の体積

が最大になるように  $a$  と  $h$  を定めるとき,

$a$  と  $h$  の比を求めよ.

ただし,  $a + h = 20$  とする.



(鹿児島大 2001) (m20015412)

0.13  $O - x, y, z$  座標系における二つの平面

$$x + 2y + 2z = 3$$

$$3x + 3y + z = 1$$

に関して以下の問いに答えよ.

(1) 二つの平面の交線の方角ベクトルを求めよ.

(2) 二つの平面の交角を求めよ.

(鹿児島大 2001) (m20015413)

0.14 ベクトル  $\mathbf{a} = (4, 3)$  に垂直な単位ベクトルを求めよ.

(鹿児島大 2001) (m20015414)

0.15 行列  $[A] = \begin{bmatrix} a & 10 & 2 \\ b & 5 & 1 \\ 15 & c & 5 \end{bmatrix}$  ( $a, b, c$  は実数) に関して以下の問いに答えよ.

(1) 行列  $[A]$  が正則となる条件を,  $a, b, c$  を用いて表せ.

(2) 行列  $[A]$  が正則でないのは, 平面上の三直線

$$l_1 : ax + 10y = 2$$

$$l_2 : bx + 5y = 1$$

$$l_3 : 15x + cy = 5$$

に対して, どのような場合か. この場合の  $a, b, c$  の値を求めよ.

(鹿児島大 2001) (m20015415)

0.16 次の行列  $[A]$  とベクトル  $\{C\}$  が次のように与えられているとき,  $[A][A], [A]\{C\}$  を求めよ.

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}, \quad \{C\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

(鹿児島大 2001) (m20015416)

0.17  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & a \\ b & 4 \end{pmatrix}$  のとき,  $A$  と  $B$  が可換 (すなわち  $AB = BA$ ) であるように  $a, b$  の値を定めよ. このとき  $C = (AB)^2 - A^2B^2$  の値を求めよ.

(鹿児島大 2001) (m20015417)

- 0.18 行列  $[A] = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$  が  $[A]^2 - 4[A] + 5[I] = [O]$  を満たすとき、  
 $[A]^5$  および  $[A]^{-1}$  をそれぞれ求めよ。

ただし、 $[I] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $[O] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  とする。

(鹿児島大 2001) (m20015418)

- 0.19  $a, b, c$  をそれぞれ任意の数とすると、次の行列式に関して

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (b-c)(c-a)(a-b)$$

となることを示せ。

(鹿児島大 2001) (m20015419)

- 0.20 次の不定積分を求めよ。

(1)  $\int (ax+b)^n dx \quad (n \neq -1)$

(2)  $\int \frac{dx}{(x+a)(x+b)} \quad (a \neq b)$

(3)  $\int \sin^2 x dx$

(4)  $\int \frac{dx}{x^2+a^2}$

(鹿児島大 2005) (m20055401)

- 0.21 微分方程式に関する以下の問に答えよ。

- (1) 次の微分方程式の一般解を求めよ。

(a)  $ydy = 3(x^2y^2 + xy^2)dx$

(b)  $ye^{y-x}dy = dx$

- (2) 次の微分方程式が、右に示す解をもつことを示せ。ただし、 $a, b$  は任意の定数とする。

$$y'' + 4y' + 8y = 0 \quad : \quad y = ae^{-2x} \cos 2x + be^{-2x} \sin 2x$$

(鹿児島大 2005) (m20055402)

- 0.22 以下の問いに答えよ。

- (1) 空間内の一点  $P_0(x_0, y_0, z_0)$  を通り、方向を示す単位ベクトル (方向余弦) が  $(\lambda, \mu, \nu)$  である直線の方程式は、次式 (\*) で与えられることを示し、パラメーター  $s$  は点  $P_0$  から点  $(x, y, z)$  までの有向距離を表すことを示せ。

$$\frac{x-x_0}{\lambda} = \frac{y-y_0}{\mu} = \frac{z-z_0}{\nu} = s \quad (*)$$

- (2) 空間内の異なる二点  $(x_0, y_0, z_0)$ ,  $(x_1, y_1, z_1)$  を通る直線の方程式は、次式で与えられることを示せ。

$$\frac{x-x_0}{x_1-x_0} = \frac{y-y_0}{y_1-y_0} = \frac{z-z_0}{z_1-z_0}$$

- (3) 空間内の一点  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  から直線 (\*) への垂直距離  $h$  は、次式で与えられることを示せ。

$$h^2 = (x_1-x_0)^2 + (y_1-y_0)^2 + (z_1-z_0)^2 - \{\lambda(x_1-x_0) + \mu(y_1-y_0) + \nu(z_1-z_0)\}^2$$

(鹿児島大 2005) (m20055403)

0.23 以下の連立一次方程式が,  $(0, 0, 0)$  と異なる解をもつように定数  $a$  を定めて, この方程式を解け.

$$ax + 2y + 3z = 0, \quad 4x - 3y + 2z = 0, \quad 5x + 7y - 4z = 0$$

(鹿児島大 2005) (m20055404)

0.24 次の微分, 積分を求めなさい.

(1)  $\frac{d}{dx} \left( \frac{\log x}{\sqrt{x^2 + 2}} \right)$

(2)  $\frac{d^2}{dx^2} (\sin^3 x)$

(3)  $\int_0^\pi (x^4 - 2 \sin x) dx$

(4)  $\int x e^{-x} dx$

(鹿児島大 2005) (m20055405)

0.25 曲線  $f(x) = -2x^2 + 3x + 5$  と直線  $g(x) = -x + c$  ( $c$  は定数) が第 1 象限で接しているとき定数  $c$  の値を求め, さらに  $f(x)$ ,  $g(x)$  と縦軸  $y$  で囲まれる面積  $S_1$  および  $f(x)$ ,  $g(x)$  と横軸  $x$  で囲まれる面積  $S_2$  を求めなさい.

(鹿児島大 2005) (m20055406)

0.26 次の微分方程式の解を求めなさい. ここで, 初期条件は,  $x = 0$  のとき  $y = 0$ ,  $y' = 0$  を満たすものとする.

$$y'' - 2y' - 3y = 4$$

(鹿児島大 2005) (m20055407)

0.27 (1) ベクトル  $\mathbf{a} (3, -1, -2)$  とベクトル  $\mathbf{b} (2, 4, 1)$  があるとき,  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  は直交しているかどうかを説明しなさい. また,  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  を求めなさい.

(2) 行列  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ , 行列  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  があるとき,  $\mathbf{A}^2 + \mathbf{B}^2$  と  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$  を求めなさい.

(鹿児島大 2005) (m20055408)

0.28 次の  $x$  に関する関数において, 1 階の導関数を求めなさい.

(1)  $\frac{1}{1-x}$

(2)  $\sin 2x + \cos x$

(3)  $e^x \log x$

(鹿児島大 2005) (m20055409)

0.29 次の定積分を実施しなさい.

(1)  $\int_0^1 (4x^3 - 6x^2 + 1) dx$

(2)  $\int_0^1 \sqrt{x+1} dx$

(3)  $\int_0^\pi \cos^2 x dx$

(鹿児島大 2005) (m20055410)

0.30 平面内にある直交直線座標系で規定したベクトルの変換行列  $\mathbf{A}$  において、次の間に答えなさい。

- (1) 原点の周りに反時計回りに  $\frac{\pi}{6}$  ラジアン回転させるベクトルの変換行列  $\mathbf{A}$  (直交行列) は次のように与えられる。

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{6} & -\sin \frac{\pi}{6} \\ \sin \frac{\pi}{6} & \cos \frac{\pi}{6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$$

行列  $\mathbf{A}$  を用いてベクトル  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  を回転変換させるには、 $\mathbf{A}\mathbf{r}$  の演算をすればよい。回転変換によって得られるベクトルを求めよ。

- (2) ベクトル  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  をベクトル  $\mathbf{s} = \begin{pmatrix} -a \\ b \end{pmatrix}$  に変換する 2 行 2 列の変換行列  $\mathbf{A}$  を求めよ。ただし、 $a, b$  は実数とする。

(鹿児島大 2005) (m20055411)

0.31 次の級数について、収束・発散を調べよ。収束する場合、その値を求めよ。

(1)  $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots$

(2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} \right)$

(鹿児島大 2005) (m20055412)

0.32  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  のとき、 $\frac{2}{\pi} < \frac{\sin x}{x}$  であることを証明せよ。

(鹿児島大 2005) (m20055413)

0.33 頂点の座標が、 $A$  点  $(1, 0, 1)$ ,  $B$  点  $(2, 0, 1)$ ,  $C$  点  $(3, 3, 5)$  で与えられる  $\triangle ABC$  の面積と法線方向の単位ベクトルを求めなさい。

(鹿児島大 2005) (m20055414)

0.34 行列  $K = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  について。

固有値方程式： $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$  を解いて。

行列  $K$  の固有値  $\lambda_1, \lambda_2$  と対応する規格化された固有ベクトル  $\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix}$  を求めなさい。

\* 規格化とは、ベクトルの大きさを 1 にとることである。

(鹿児島大 2005) (m20055415)

0.35 次の不定積分を求めよ。

(1)  $\int x e^x dx$                       (2)  $\int \frac{(x+c)dx}{(x+a)(x+b)}$  ( $a \neq b$ )                      (3)  $\int \frac{1 - \cos 2x}{2} \cos x dx$

(4)  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$  ( $-a < x < a, a > 0$ )

(鹿児島大 2006) (m20065401)

0.36 微分方程式に関する以下の間に答えよ。

- (1) 次の微分方程式の一般解を求めよ。

(a)  $2x dx - dy = x(x dy - 2y dx)$

(b)  $(y^2 + \cos x) dx + (2xy - \sin y) dy = 0$

(2) 次の微分方程式の完全解を求めよ.

$$y'' + 4y' + 4y = xe^{-2x}$$

(鹿児島大 2006) (m20065402)

**0.37** 直交座標系における二つのベクトル  $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$ ,  $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)$  に対して, これらの外積とよばれるベクトル  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  は

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \left( \begin{array}{c} \left| \begin{array}{cc} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{array} \right|, \left| \begin{array}{cc} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{array} \right|, \left| \begin{array}{cc} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{array} \right| \end{array} \right) \quad (1)$$

で定義される. 以下の間に答えよ.

(1) 三つのベクトル  $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$ ,  $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)$ ,  $\mathbf{c} = (c_1, c_2, c_3)$  に対して以下の式 (2) を証明せよ.

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \quad (2)$$

(2) 式 (2) を利用し, 外積  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  は  $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  とで張られる平面に垂直なベクトルであることを示せ.

(鹿児島大 2006) (m20065403)

**0.38** 空間に  $o-xyz$  直交座標系をとる. 空間内の平面の方程式は

$$ax + by + cz + d = 0, \quad (a, b, c) \neq 0 \quad (1)$$

で与えられる. 以下の間に答えよ.

(1)  $\mathbf{n} = (a, b, c)$  は式 (1) で与えられる平面と垂直であることを示せ.

(2) 式 (1) を  $\pm\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$  で割って,

$$lx + my + nz = p, \quad (p \geq 0) \quad (2)$$

と表すことができる. このとき  $p$  は原点  $O$  からこの平面への垂直距離を表すことを示せ.

(3) 空間内の一点  $Q(x_1, y_1, z_1)$  から式 (2) で表される平面への距離  $h$  は, 次式で与えられることを示せ.

$$h = |lx_1 + my_1 + nz_1 - p|$$

(鹿児島大 2006) (m20065404)

**0.39** 関数  $f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 2$  の極値を求めなさい. また, そのグラフを描きなさい.

(鹿児島大 2006) (m20065405)

**0.40** 2 曲線  $y = (x - 2)^2$  と  $y = -x^2 + 4x - 2$  で囲まれた図形の面積  $S$  を求めなさい.

(鹿児島大 2006) (m20065406)

**0.41** ベクトル  $\mathbf{a} = (1, 1, 3)$ ,  $\mathbf{b} = (1, -1, 1)$  のどちらにも垂直で大きさが  $2\sqrt{6}$  のベクトル  $\mathbf{c}$  を求めなさい.

(鹿児島大 2006) (m20065407)

**0.42**  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  のとき,

次の行列をそれぞれ求めなさい. ただし右肩の  $T$  は転置記号,  $-1$  は逆行列記号である.

$$(1) \mathbf{X} = (\mathbf{AB})^T, \quad (2) \mathbf{Y} = (\mathbf{BA})^T, \quad (3) \mathbf{X}^{-1}, \quad (4) \mathbf{Y}^{-1}$$

(鹿児島大 2006) (m20065408)

0.43 高さ  $h$ , 底面の半径  $r$ , 母線の長さ  $l$  の円錐の体積  $V$  及び表面積  $S$  を求めよ.

(鹿児島大 2006) (m20065409)

0.44 座標平面上の点  $(x, y)$  を点  $(x', y')$  に変換する行列  $T$  を求めよ. ただし  $x = -2y', y = x'$  とする.

(鹿児島大 2006) (m20065410)

0.45 次の関数を微分せよ.

(1)  $y = (8 - x)^2 + 3x$                       (2)  $y = \log x \cdot e^{-x}$                       (3)  $y = \sin x \cdot (1 + \cos x)$

(鹿児島大 2006) (m20065411)

0.46 次の関数を積分せよ.

(1)  $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx$                       (2)  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x(1+x)}$

(鹿児島大 2006) (m20065412)

0.47 次の関数を微分せよ.

(1)  $y = \sin x \cos 2x$                       (2)  $y = \sin^{-1} x \quad \left(-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}\right)$

(鹿児島大 2006) (m20065413)

0.48 次の定積分を求めよ.

(1)  $\int_0^{\pi} \sin^2 x dx$                       (2)  $\int_0^{\pi} x \cos x dx$

(鹿児島大 2006) (m20065414)

0.49 ベクトル  $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{A}_3$  は互いに直交していることを示せ.

$$\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ -\sin \theta \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(鹿児島大 2006) (m20065415)

0.50  $\frac{dy}{dx} = \frac{y+1}{x+1}$  を解け.

(鹿児島大 2006) (m20065416)

0.51 次の不定積分を求めよ.

(1)  $\int x e^{-2x} dx$                       (2)  $\int \frac{(x+1)}{x^2+2x+3} dx$                       (3)  $\int \sin x \cos x dx$   
(4)  $\int \frac{dx}{a^2+x^2} \quad (a > 0)$

(鹿児島大 2007) (m20075401)

0.52 (1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

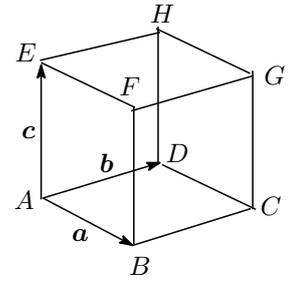
(a)  $(x^2 + 2xy) dx + xy dy = 0$                       (b)  $(xy^2 + \sin x) dx + (x^2 y + \cos y) dy = 0$

(2) 次の微分方程式の完全解を求めよ.

$$y'' + 4y' + 3y = 3e^{-x}$$

(鹿児島大 2007) (m20075402)

- 0.53 右図の立方体  $ABCD-EFGH$  において、ベクトル  $\overrightarrow{ED}$  と  $\overrightarrow{EC}$  のなす角  $\theta$  の余弦を求めよ。  
 ただし、ベクトル  $\mathbf{a} = \overrightarrow{AB}$ ,  $\mathbf{b} = \overrightarrow{AD}$ ,  $\mathbf{c} = \overrightarrow{AE}$  は、互いに直交しており、その長さはともに  $l$  である。



(鹿児島大 2007) (m20075403)

- 0.54 次の行列式と行列に関する問いに答えよ。

(1) 次の行列式の値を求めよ。

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

(2)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  とする。  $A^2, A^3, A^4, A^5$  を求め、  $A^n$  を一般形で表せ。

(鹿児島大 2007) (m20075404)

- 0.55  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  のとき、  $AC, BC, BA$  を求めなさい。

(鹿児島大 2007) (m20075405)

- 0.56 (1) 曲線  $y = \log x$  の  $x = a$  における接線の方程式を求めなさい、  
 (2) 方程式  $\log x = kx$  が実数解を持たない  $k$  の範囲を求めなさい。

(鹿児島大 2007) (m20075406)

- 0.57 曲線  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  のグラフを描きなさい。また、この曲線で囲まれた図形の面積を求めなさい。

(鹿児島大 2007) (m20075407)

- 0.58  $xyz$  空間内の 4 点  $A(1, 1, 6), B(2, -1, 2), C(-3, 2, 1), D(x, -2, 3)$  を考える。

- (1)  $\vec{a} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$  ( $s, t$  は実数) とするとき、  $\vec{a}$  の  $x, y, z$  成分を求めなさい。  
 (2) 4 点  $A, B, C, D$  が同一平面上にあるとき、  $x$  の値を求めなさい。

(鹿児島大 2007) (m20075408)

- 0.59 次の関数を微分せよ。

(1)  $y = \cos(\theta) \cdot \sin(\theta)$

(2)  $y = \tan(x) \cdot \log(x)$

(鹿児島大 2007) (m20075409)

- 0.60 次の関数を積分せよ。

(1)  $\int \frac{1}{3(x+2)^3} dx$

(2)  $\int \sin^2(\theta) d\theta$

(鹿児島大 2007) (m20075410)

- 0.61 次の行列を計算しなさい。

(1)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$

(2)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}^{-1}$

(鹿児島大 2007) (m20075411)

0.62 次の関数のグラフを図示せよ。特徴的な点は値とともに図示せよ。範囲は  $\{-\pi \leq \theta \leq \pi\}$  とする。グラフは可能な範囲で丁寧に描くこと。

$$y = 3 \sin 2(\theta + \pi/3)$$

(鹿児島大 2007) (m20075412)

0.63  $f'(0) = a$  のとき  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3x) - f(\sin x)}{x}$  を求めよ。

(鹿児島大 2007) (m20075413)

0.64  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{4x^2 + 6x + 3}$  を求めよ。

(鹿児島大 2007) (m20075414)

0.65 (1) 2点  $P_1(1, -1, 1)$ ,  $P_2(3, 1, 2)$  を通る直線の式を求めよ。

(2)  $x$  軸,  $y$  軸,  $z$  軸との切片が, それぞれ, 3, -5, 4 である平面の方程式を求めよ。

(3) 座標の原点を  $O(0, 0, 0)$ , 2点  $P_1, P_2$  の座標を, それぞれ  $(2, 1, 3)$ ,  $(4, 0, 1)$  とする。

$\overline{OP_1}$  と  $\overline{OP_2}$  のなす角を求めよ。

(4) 2つの行列  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  について,

$(A - B)(A + B) = A^2 - B^2$  が成立するか調べよ。

(5) 行列  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  の固有値に対応する固有ベクトルを求めよ。

(鹿児島大 2007) (m20075415)

0.66 次の不定積分を求めよ。

(1)  $\int x^2 e^x dx$                       (2)  $\int \frac{1}{x^2 + 4x + 3} dx$                       (3)  $\int (\cos^2 x - \sin^2 x) dx$

(4)  $\int \frac{x dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$  ( $a > 0, -a < x < a$ )

(鹿児島大 2008) (m20085401)

0.67 (1) 次の微分方程式の一般解を求めよ。

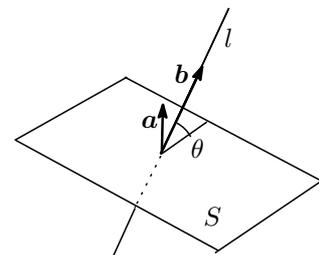
(a)  $(xy + 2x - 3y - 6)dx + dy = 0$                       (b)  $(x^2 y + \cos x)dx + (x^3/3 + \sin y)dy = 0$

(2) 次の微分方程式の完全解を求めよ。  $y'' + 2y' + 2y = 4 \sin x$

(鹿児島大 2008) (m20085402)

0.68 次のベクトルに関する問いに答えよ。

(1) 右図のように,  $\mathbf{a}$  は平面  $S$  と直交する法線ベクトルであり,  $\mathbf{b}$  は平面  $S$  と角  $\theta$  ( $\leq 90^\circ$ ) で交わる直線  $l$  上に存在するベクトルである。  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  を用いて  $\sin \theta$  を表せ。



(2) 次の式で表される二つの平面  $S_1$  と  $S_2$  の交角  $\alpha$  を求めよ。

$S_1 : x + 2y + 2z = 3$                        $S_2 : 3x + 3y = 1$

(鹿児島大 2008) (m20085403)

0.69 次のベクトルと行列式に関する問いに答えよ。

(1) 次のベクトル  $\mathbf{a}$  がベクトル  $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2$  の一次結合で表すことができるための  $\alpha, \beta$  の条件を求めよ。

$\mathbf{a} = (0 \quad \alpha \quad \beta), \quad \mathbf{b}_1 = (2 \quad -1 \quad 1), \quad \mathbf{b}_2 = (2 \quad 1 \quad 3)$

(2) 次の関係式を証明せよ.

$$\begin{vmatrix} a+b+c & -c & -b \\ -c & a+b+c & -a \\ -b & -a & a+b+c \end{vmatrix} = 2(b+c)(c+a)(a+b)$$

(鹿児島大 2008) (m20085404)

**0.70** 次の微分・積分を求めなさい.

(1)  $\frac{d}{dx} \left( \log \left| x + \sqrt{x^2 + 2} \right| \right)$                       (2)  $\int e^x \cdot \sin x \, dx$

(鹿児島大 2008) (m20085405)

**0.71** (1) 曲線  $y = x^2$  上の点  $P(1,1)$  における接線の方程式を求めなさい. また, そのグラフも描きなさい.

(2) 曲線  $y = x^2$  と (1) で求めた点  $P$  での接線と  $x$  軸で囲まれた領域の面積を求めなさい.

(鹿児島大 2008) (m20085406)

**0.72** 4点  $A(1,2)$ ,  $B(3,-2)$ ,  $C(x,y)$ ,  $D(-2,0)$  を頂点とする四角形  $ABCD$  が平行四辺形である様に点  $C(x,y)$  の座標を求めなさい. また, その平行四辺形の面積を求めなさい.

(鹿児島大 2008) (m20085407)

**0.73** 2行2列の行列  $J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$      $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  がある.

(1)  $J$  の逆行列を求めなさい.

(2)  $A^T J A = J$  を満たすとき,  $A J A^T$  を求めなさい. 但し,  $A^T$  は  $A$  の転置行列である.

(鹿児島大 2008) (m20085408)

**0.74** 次の関数の微分を求めよ.

(1)  $f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$                       (2)  $f(x) = \sin^{-1}(x)$

(鹿児島大 2008) (m20085409)

**0.75** 次の積分を求めよ.

(1)  $I = \int_0^1 x e^x \, dx$                       (2)  $I = \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} \, dx$

(鹿児島大 2008) (m20085410)

**0.76** 行列  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  は以下の値とする.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 6 & -5 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$$

(1) 和  $\mathbf{A} + \mathbf{B}$  を求めよ.    (2) 積  $\mathbf{AB}$  を求めよ.    (3) 行列式  $|\mathbf{A}|$  を求めよ.

(鹿児島大 2008) (m20085411)

**0.77** 次の微分方程式の初期値問題を解け.

$$y''(x) - 4y'(x) + 3y(x) = 0, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = -5 \quad \text{ここで, } y''(x) = \frac{d^2 y(x)}{dx^2}, \quad y'(x) = \frac{dy(x)}{dx}$$

(鹿児島大 2008) (m20085412)

0.78 (1)  $|B| = \begin{vmatrix} 7 & 3 & -5 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & 0 \\ 5 & 4 & -5 & 2 \\ 8 & 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}$  の値を求めよ.

(2)  $U = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & a \\ \frac{1}{2} & b \end{bmatrix}$  が直交行列になるように  $a, b$  を求めなさい.

(3)  $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$  を対角化せよ.

(鹿児島大 2008) (m20085413)

0.79 (1)  $\frac{1}{2} \left( x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \sin^{-1} \frac{x}{a} \right)$  を  $x$  で微分せよ.

(2)  $x^x$  を  $x$  で微分せよ.

(3) 不定積分  $\int \frac{3x}{x^2 - x - 2} dx$  を求めよ.

(4) 定積分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx$  を求めよ.

(鹿児島大 2008) (m20085414)

0.80 微積分に関する以下の問に答えよ.

(1) 次の微分を計算し, 簡単な式で表せ.

(a)  $\frac{d}{dx} \sin(\tan(x))$

(b)  $\frac{d}{dx} (\sin 2x \cdot \tan 2x)$

(2) 次の不定積分を求めよ.

(a)  $\int \frac{1}{2x^2 - x - 3} dx$

(b)  $\int \frac{dx}{x^2 + 1}$

(鹿児島大 2009) (m20095401)

0.81 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1)  $y' = (2x + y - 5)^2 + 3(2x + y - 5)$  (ヒント)  $z = 2x + y - 5$  の変換を試みよ.

(2)  $(x^2y - xy^2 + x^2)dx + (x^3/3 - x^2y + y^2)dy = 0$

(3)  $y'' + 4y' + 5y = 0$

(鹿児島大 2009) (m20095402)

0.82 空間に直交座標系  $(x, y, z)$  をとる. 点  $P_0(x_0, y_0, z_0)$  を含む平面の方程式は,

$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$  と書くことができる. 以下の設問に答えなさい.

(1) ベクトル  $(a, b, c)$  はこの平面に垂直であることを示せ.

(2) 点  $P_0(x_0, y_0, z_0)$  を含み, 異なる二方向ベクトル  $(u_1, v_1, w_1), (u_2, v_2, w_2)$  に平行な平面の方程式は

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ u_1 & v_1 & w_1 \\ u_2 & v_2 & w_2 \end{vmatrix} = 0$$

で与えられることを示せ.

(鹿児島大 2009) (m20095403)

0.83 未知の二次元ベクトル  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$  に関する方程式,  $A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$  の解を次の手順に従って求めよ. た

だし,  $\lambda$  は未知のスカラーであり, また  $A$  は  $2 \times 2$  行列で,  $A = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$  とする.

- (1)  $\mathbf{x}$  が自明な解,  $x_1 = 0, x_2 = 0$  以外の解を持つように  $\lambda$  の値を決定せよ. (注:  $\lambda$  の値は二つある.)  
 (2) 各  $\lambda$  の値に対し,  $A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$  の解,  $(x_1, x_2)$  を決定せよ.

(鹿児島大 2009) (m20095404)

0.84 次の微分・積分を求めなさい.

(1)  $\frac{d}{dx} \left( \tan \frac{1}{x} \right)$                       (2)  $\int_1^2 \frac{2e^{2x}}{e^{2x} + 1} dx$

(鹿児島大 2009) (m20095405)

0.85 行列  $A, P$  を次の様にする時, 以下の問いに答えなさい.

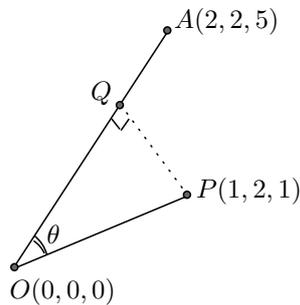
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

- (1)  $P^{-1}AP$  を計算しなさい.  
 (2) (1) の結果を用いて,  $A^n$  を求めなさい. ( $n$  は正の整数.)

(鹿児島大 2009) (m20095406)

0.86 図の様に点  $O$  を原点として, 点  $A(2, 2, 5)$ , 点  $P(1, 2, 1)$  がある. 点  $P$  から直線  $OA$  におろした垂線の足を点  $Q$  とする. この時, 以下の問いに答えなさい.

- (1) 図の様に直線  $OA$  と直線  $OP$  の成す角度を  $\theta$  とする時,  $\cos \theta$  を求めなさい.  
 (2) 直線  $OQ$  の長さを求めなさい. 求めた長さをを用いて, ベクトル  $\overrightarrow{OQ}$  を求めなさい.  
 (3) ベクトル  $\overrightarrow{PQ}$  を求めなさい.



(鹿児島大 2009) (m20095407)

0.87 曲線:  $y = a \sin x$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ) ( $a$ : 定数) と  $x$  軸によって囲まれた部分を  $x$  軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めなさい.

(鹿児島大 2009) (m20095408)

0.88  $y = \sin^{-1} x$  ( $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$ ) の導関数を求め,  $y = \sin^{-1} \frac{1}{x}$  を微分せよ ( $x > 1$ ).

(鹿児島大 2009) (m20095409)

0.89 (1)  $x^x$  を  $x$  で微分せよ.

(2) 不定積分  $\int \frac{3x}{x^2 - x - 2} dx$  を求めよ.

(3) 定積分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx$  を求めよ.

(鹿児島大 2009) (m20095410)

0.90 (1)  $t^2 - 2t + 3/\sqrt{t} + 5$  を微分しなさい.

- (2)  $(5 - 3x^2)^4$  を微分しなさい.
- (3) 底面の直径が 10cm, 深さが 10cm の直円錐形の容器が頂点を下にして直立している. これに  $4\text{cm}^3/\text{sec}$  の割合で水を注ぐとき, 水深が 6cm になった瞬間の水面の上昇する速度を求めなさい.
- (鹿児島大 2009) (m20095411)

- 0.91** (1)  $\int (2x^2 - 1/x)^2 dx$  を求めなさい.
- (2)  $\int \cos^3 x dx$  を求めなさい.
- (3) 楕円 (長軸  $a$ , 短軸  $b$ ,  $x = a \cos \theta$ ,  $y = b \sin \theta$ ) の面積を求めなさい.
- (鹿児島大 2009) (m20095412)

**0.92** 微積分に関する以下の問に答えよ.

- (1) 次の微分を計算し, 簡単な式で表せ.
- (a)  $\frac{d}{dx} \sin(\tan x)$  (b)  $\frac{d}{dx} (\log 2x \cdot \tan x^2)$
- (2) 次の不定積分を求めよ. ただし,  $a, b$  は任意定数とする.
- (c)  $\int \frac{1}{x^2 + (a-b)x - ab} dx$  (d)  $\int \frac{dx}{x^2 + a^2}$
- (鹿児島大 2009) (m20095413)

**0.93** 次の微分方程式の一般解を求めよ.

- (1)  $5xy^2 dy + 2(x^3 - 3x)y dx = 0$
- (2)  $(xy + \sin x \cdot \cos y) dx + (x^2/2 + \cos x \cdot \sin y) dy = 0$
- (3)  $y'' + 2y' + y = 0$
- (鹿児島大 2009) (m20095414)

**0.94** 空間に直交座標系  $(x, y, z)$  をとる. 以下の設問に答えなさい.

- (1) 点  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 0)$  および  $(0, 0, 1)$  を含む平面の方程式を求めよ.
- (2) この平面の単位法線ベクトル  $\mathbf{n} = (l, m, n)$  ( $\sqrt{l^2 + m^2 + n^2} = 1$ ) を求めよ.
- (3) 座標原点からこの平面までの距離  $s$  を求めよ.
- (鹿児島大 2009) (m20095415)

**0.95** 未知の二次元ベクトル  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$  に関する方程式,  $A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$  の解を次の手順に従って求めよ. ただし,  $\lambda$  は未知のスカラーであり, また  $A$  は  $2 \times 2$  行列で,  $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$  とする.

- (1)  $\mathbf{x}$  が自明な解,  $x_1 = 0, x_2 = 0$  以外の解を持つように  $\lambda$  の値を決定せよ. (注:  $\lambda$  の値は二つある.)
- (2) 各  $\lambda$  の値に対し,  $A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$  の解,  $(x_1, x_2)$  を決定せよ.
- (鹿児島大 2009) (m20095416)

**0.96** 次の微分・定積分を求めなさい.

- (1)  $\frac{d}{dx} (\log |\cos x|)$  (2)  $\int_0^1 x e^{-x} dx$
- (鹿児島大 2009) (m20095417)

0.97 行列  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  が,

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (\lambda : \text{定数}) \quad \dots\dots (a)$$

を満たす時, 以下の問いに答えなさい.

- (1) (a) 式を満たす 2 つの定数  $\lambda$  (固有値) と 2 つのベクトル  $(x, y)$  (固有ベクトル) を求めなさい.
- (2) (1) で求めた固有ベクトルを用いて, 行列  $A$  を対角化しなさい.

(鹿児島大 2009) (m20095418)

0.98 原点  $O(0,0)$ , 点  $A(4,-1)$ , 点  $B(2,2)$  がある時, 以下の問いに答えなさい.

- (1) ベクトル  $\vec{OA}$  と  $\vec{OB}$  の長さ と 内積  $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$  を求めなさい.
- (2) 角  $AOB$  を  $\theta$  とする時,  $\cos \theta$  と  $\sin \theta$  を求めなさい.
- (3) 三角形  $OAB$  の面積を求めなさい.

(鹿児島大 2009) (m20095419)

0.99 曲線  $y = x^2$  と直線  $y = 2x$  によって囲まれた部分の面積を求めなさい.

(鹿児島大 2009) (m20095420)

0.100  $f(x, y) = x^2 + 2xy + 2y^2 - 2x - 2y + 1$  の極値を求めよ.

(鹿児島大 2009) (m20095421)

0.101  $R^2$  の以下の基底  $\{a_i\}$  から  $\{b_i\}$  への基底変換の行列を求めよ.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad b_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad b_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

(鹿児島大 2009) (m20095422)

0.102 次の微分を計算し, 簡単な式で表せ.

$$(1) \frac{d}{dx} \log(\cos x) \qquad (2) \frac{d}{dx} \left( \frac{\cos 2x}{\sin 2x} \right)$$

(鹿児島大 2010) (m20105401)

0.103 次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int x^2 e^x dx \qquad (2) \int \frac{2x-1}{x^2+5x+6} dx$$

(鹿児島大 2010) (m20105402)

0.104 次の微分方程式の一般解を求めよ.

- (1)  $2xydx + xydy + ydx + 2xdy = 0$
- (2)  $(2xy^2 + \sin x)dx + (2x^2y + \cos y)dy = 0$
- (3)  $y'' + y' - 2y = e^{-2x} + 3e^{2x}$

(鹿児島大 2010) (m20105403)

0.105 ベクトル  $\mathbf{a}$  はベクトル  $\mathbf{b}$  と直交し,  $|\mathbf{a}| = 3$ ,  $|\mathbf{b}| = 4$  とする. このとき,  $|(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times (\mathbf{a} - \mathbf{b})|$  を求めよ.

(鹿児島大 2010) (m20105404)

- 0.106** (1)  $n$  次行列  $P$  が  $P^T P = I$  を満たし,  $P + I$  は正則であり,  $I$  は  $n$  次単位行列であるとする. ここで  $P^T$  は  $P$  の転置行列である. このとき,  $A = (P - I)(P + I)^{-1}$  に対し,  $A(I + P^T) = (I - P^T)$  が成り立つことを示せ.
- (2)  $A(I + P^T) = (I - P^T)$  の両辺の行列を転置することで,  $A^T = -(I + P)^{-1}(P - I)$  が成り立つことを示せ.
- (3) 前問の結果を利用して,  $A^T = -A$  が成り立つことを示せ.

(鹿児島大 2010) (m20105405)

- 0.107** 次の微分を求めよ.

$$\frac{d}{dx} (e^{-x^2})$$

(鹿児島大 2010) (m20105406)

- 0.108** 次の定積分を求めなさい.

$$\int_0^\pi x \sin x \, dx$$

(鹿児島大 2010) (m20105407)

- 0.109** 2 つの行列  $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $P = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  がある時, 以下の問いに答えなさい.

- (1) 行列  $P$  の逆行列  $P^{-1}$  を求めなさい.
- (2)  $(P^{-1}AP)^n$  ( $n$ : 整数) を求めなさい.
- (3) (2) の結果を用いて  $A^n$  を求めなさい.

(鹿児島大 2010) (m20105408)

- 0.110** 原点  $O(0,0)$ , 点  $A(2,1)$  がある時, 以下の問いに答えなさい.

- (1) 点  $A$  に対して  $x$  軸に関して線対称な点  $B$  を求めなさい.
- (2)  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ ,  $|\overrightarrow{OA}| \cdot |\overrightarrow{OB}|$  を求めなさい. それらを使い  $\angle AOB = \theta$  とした時の  $\cos \theta$  と  $\sin \theta$  の値を求めなさい.
- (3) 点  $A$  を原点の周りに反時計回りに 45 回転させた点  $C$  の座標を求めなさい.

(鹿児島大 2010) (m20105409)

- 0.111** 曲線:  $y = x^2$  と, 曲線:  $y = \sqrt{x}$  ( $x > 0$ ) とによって囲まれた部分の面積を求めなさい.

(鹿児島大 2010) (m20105410)

- 0.112** 以下の問いに答えよ.

- (1)  $x$  の関数  $f(x)$ ,  $g(x)$  について, 以下の部分積分法の公式

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

が成り立つことを示せ.

- (2) 上記の公式を利用して, 不定積分  $\int \log x \, dx$  を求めよ.
- (3)  $t = \tan \frac{x}{2}$  とする. このとき,  $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$ ,  $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ ,  $dx = \frac{2dt}{1+t^2}$  であることを示せ.
- (4) 前問の結果を利用して, 不定積分  $\int \frac{dx}{1+\sin x}$  を求めよ.

(鹿児島大 2011) (m20115401)

0.113 以下の問いに答えよ.

- (1)  $y_1 = ae^{-x}$ ,  $y_2 = be^{2x}$  ( $a, b$  は任意定数) はそれぞれ微分方程式  $yy'' - (y')^2 = 0$  の解であることを示し, 次に二つの解を足し合わせた関数  $y = y_1 + y_2$  は解ではないことを示せ.
- (2) 次の微分方程式について, 与えられた条件を満たす解  $y = y(x)$  を求めよ.

$$y'' + 9y = 0 \quad : \quad x = 0 \text{ のとき } y = 2, y' = 6$$

(鹿児島大 2011) (m20115402)

0.114 直交座標系  $O-XYZ$  におけるベクトル  $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$ ,  $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)$  と  $\mathbf{c} = (c_1, c_2, c_3)$  に対して, 次の問いに答えよ.

- (1) ベクトル  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  と  $\mathbf{a} - \mathbf{b}$  により作られる三角形に余弦定理を適用して,  $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  の内積について,  $|\mathbf{a}||\mathbf{b}|\cos\theta = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$  が成り立つことを示せ. ただし,  $\theta$  は  $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  のなす角であり, また  $|\mathbf{a}|$  と  $|\mathbf{b}|$  はそれぞれ  $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  の大きさを表し,  $|\mathbf{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$ ,  $|\mathbf{b}| = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}$  である.
- (2)  $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  の外積は  $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \left( \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right)$  と定義される. これより,  $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b} \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) = \mathbf{c} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b})$  が成り立つことを示せ.

(鹿児島大 2011) (m20115403)

0.115 直交座標系  $O-XYZ$  において, 点  $A(1, -3, 2)$  を含む平面  $C_A : -2x + y + 3z - 1 = 0$ , 点  $B(1, -1, -2)$  を含む平面  $C_B : 3x + 2y + z + 1 = 0$  がある. 次の問いに答えよ.

- (1) 両平面の法線ベクトルを求めよ. 平面  $C_A$  の点  $A$  を通る法線の方程式, 平面  $C_B$  の点  $B$  を通る法線の方程式をそれぞれ求めよ.
- (2) 両平面の交線の単位方向ベクトルを求めよ.

(鹿児島大 2011) (m20115404)

0.116 関数  $y = 2^x$  の逆関数を求め, そのグラフを描きなさい.

(鹿児島大 2011) (m20115405)

0.117 次の行列の逆行列を求めなさい.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(鹿児島大 2011) (m20115406)

0.118 次の関数を微分しなさい.

$$\cos^{-1} \frac{x}{a}$$

(鹿児島大 2011) (m20115407)

0.119 微分方程式  $y'' + 7y' + 12y = 0$  の一般解を求めなさい.

(鹿児島大 2011) (m20115408)

0.120 次の微分を求めなさい.

$$\frac{d}{dx} \left( \log \left| x + \sqrt{x^2 + 1} \right| \right) \quad (\text{ただし, 対数は自然対数とする.})$$

(鹿児島大 2011) (m20115409)

0.121 次の不定積分を求めなさい.

$$\int x(x-2)^9 dx$$

(鹿児島大 2011) (m20115410)

0.122 以下の問いに答えなさい. なお, 一般の  $2 \times 2$  の正方行列:  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  に対して

$\mathbf{A}^2 - (a+d)\mathbf{A} + (ad-bc)\mathbf{E} = 0$  が成り立つこと (ハミルトン・ケーリーの定理) を参考にしても構いません.

(1) 行列:  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  に対して,  $\mathbf{A}^2 = \mathbf{A}$  が成り立つとする.  $a+d=1$  のとき,  $ad-bc$  の値を求めなさい.

(2) 行列:  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -7 & -5 \end{pmatrix}$  について,  $\mathbf{B}^2, \mathbf{B}^3, \mathbf{B}^{100}$  を求めなさい.

(鹿児島大 2011) (m20115411)

0.123  $xy$  平面上に点  $A(1,5)$ , 点  $B(4,3)$ , 点  $C(5,8)$  があるとき, 以下の問いに答えなさい.

(1) 点  $B$  から線分  $AC$  へ垂線を下ろしたとき, その足である点  $P$  の座標を求めなさい.

(2) 線分  $AB$  を  $1:2$  に内分する点  $Q$  の座標を求めなさい.

(鹿児島大 2011) (m20115412)

0.124 曲線:  $y = 2x^2$  と, その曲線上の点  $P(1,2)$  での接線と,  $x$  軸によって囲まれた部分の面積を求めなさい.

(鹿児島大 2011) (m20115413)

0.125 関数  $y = a^x$  を  $x$  で微分しなさい. ただし,  $a$  は正の実数とする.

(鹿児島大 2011) (m20115414)

0.126  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n} \right)$  を求めなさい. ただし,  $n$  は正の整数とする.

(鹿児島大 2011) (m20115415)

0.127 行列  $A = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$  の固有値と固有ベクトルを求めなさい.

(鹿児島大 2011) (m20115416)

0.128  $\frac{d^2y}{dx^2} + 10\frac{dy}{dx} + 25y = 0$  の一般解を求めなさい.

(鹿児島大 2011) (m20115417)

0.129 次の微分を計算し, 簡単な式で表せ.

(1)  $\frac{d}{dx} \{ \sin(x^3) \}$

(2)  $\frac{d}{dx} (\log x \cdot \cos x)$

(鹿児島大 2012) (m20125401)

0.130 次の不定積分を求めよ.

(1)  $\int x \cos x dx$

(2)  $\int \frac{x+1}{x^2+2x+1} dx$

(鹿児島大 2012) (m20125402)

0.131 次の微分方程式の一般解を求めよ.

- (1)  $(xy^2 - x)dx - (y + x^2y)dy = 0$   
 (2)  $(y^2 + 1)dx + (2xy + \cos y)dy = 0$   
 (3)  $y'' + 4y' + 5y = 2 \cos x + 3e^{-x}$

(鹿児島大 2012) (m20125403)

**0.132** 行列  $A = \begin{pmatrix} \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ , 行列  $B = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}$  がある. このとき, 以下の各問に答えよ.

- (1)  $AB$  ならびに  $BA$  を求めよ.  
 (2)  $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $D = 2BA - C$  とするとき,  $D$  を求めよ.  
 (3)  $n$  を正の整数,  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix}$  とするとき,  $D^n \mathbf{r} = \begin{pmatrix} \cos(-n\pi/2 + 2n\theta + \phi) \\ \sin(-n\pi/2 + 2n\theta + \phi) \end{pmatrix}$  であることを証明せよ.  
 (4)  $R = \begin{pmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix}$  とするとき  $D^n = R$  の形に書けることを示し,  $\beta$  を求めよ. また, このことを利用して逆行列  $(D^n)^{-1}$  を求めよ.

(鹿児島大 2012) (m20125404)

**0.133** ベクトルに関する以下の各問に答えよ.

- (1) ベクトル  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  について,  $2\mathbf{a} + 2\mathbf{b} + \mathbf{c} = \mathbf{0}$ ,  $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = \frac{|\mathbf{c}|}{\sqrt{2}(1+\sqrt{3})} \neq 0$  が成り立つ. ベクトル  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  のなす角  $\theta$  を求めよ. ただし, 求める  $\theta$  の範囲は  $-\pi \leq \theta \leq \pi$  とする.  
 (2)  $\vec{OA} = (1, 2, 3)$ ,  $\vec{OB} = (1, 1, -1)$ ,  $\vec{OC} = (1, 0, 1)$  であり, 原点  $O$  から  $\triangle ABC$  に垂線を下ろしたときの交点を  $D$  とする.  $\vec{OD}$  ならびに  $\triangle ABC$  の面積  $S$ , 四面体  $OABC$  の体積  $V$  を求めよ.

(鹿児島大 2012) (m20125405)

**0.134** 次の微分を計算し, 簡単な式で表せ.

(1)  $\frac{d}{dx} \left\{ \frac{e^{2x}}{2} \log(x^2 + 1) \right\}$  (2)  $\frac{d}{dx} \left\{ \frac{\cos^2 x}{(2x + 1)^2} \right\}$

(鹿児島大 2012) (m20125406)

**0.135** 次の不定積分を求めよ.

(1)  $\int \frac{x^2 + 2}{x^2 - 2} dx$  (2)  $\int \cos^2 x dx$

(鹿児島大 2012) (m20125407)

**0.136** 次の微分方程式の一般解を求めよ.

- (1)  $(x^2 + y^2)y' = xy$  (ヒント :  $y/x = u$  とおく.)  
 (2)  $y''' + 3y' = 0$   
 (3)  $y'' + 6y' + 10y = 4e^{-2x}$

(鹿児島大 2012) (m20125408)

**0.137** 直交座標系  $O - XYZ$  におけるベクトル  $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$ ,  $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)$ ,  $\mathbf{c} = (c_1, c_2, c_3)$  に対して, 次の問いに答えよ.

(1) ベクトル  $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  とは互いに直交になり,  $|\mathbf{a}| = 3$ ,  $|\mathbf{b}| = 4$  であるとき,  $|(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times (\mathbf{a} - \mathbf{b})|$  を求めよ. ただし, “ $\times$ ” はベクトルの外積を表し,  $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a}$ ,  $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \sin \theta$  である.  $|\mathbf{a}|$  と  $|\mathbf{b}|$  はそれぞれ  $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  の大きさを表す. また,  $\theta$  は  $\mathbf{a}$  から  $\mathbf{b}$  へのなす角である.

(2)  $\mathbf{a} = (2, -3, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (1, -2, 3)$ ,  $\mathbf{c} = (1, 2, -7)$  であるとき,  $\mathbf{A} \perp \mathbf{a}$ ,  $\mathbf{A} \perp \mathbf{b}$ ,  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{c} = 10$  を満たすベクトル  $\mathbf{A}$  を求めよ. ただし, “ $\cdot$ ” はベクトルの内積を表し,  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$  である. また, 外積について  $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$  にもなる.

(鹿児島大 2012) (m20125409)

**0.138** 直交座標系  $O - XYZ$  において, 平面  $C_A : x + y = 0$  と平面  $C_B : 5y + z = 0$  がある. 次の問いに答えよ.

- (1) 両平面の法線ベクトルを求めよ. さらに, 両平面の交線にある交線ベクトルを求めよ.
- (2) 上記の交線ベクトルを平面  $C_P$  の法線ベクトルとして, 点  $P(1, 2, 1)$  を含んで平面  $C_A$  と平面  $C_B$  にそれぞれ直交する平面  $C_P$  を求めよ.

(鹿児島大 2012) (m20125410)

**0.139** 次の微分を求めなさい.

(1)  $\frac{d}{dx} (e^{-x^2} \log x)$  (ただし, 対数は自然対数とする.)

(鹿児島大 2012) (m20125411)

**0.140** 次の不定積分を求めなさい.

$$\int x^2 \cos x \, dx$$

(鹿児島大 2012) (m20125412)

**0.141**  $2 \times 2$  の正方行列:  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  がある.  $\mathbf{A} \neq \mathbf{O}$ ,  $\mathbf{A}^2 = \mathbf{O}$  とするとき, 以下の問いに答えなさい. ただし,  $\mathbf{O}$  は零行列を表わす.

- (1)  $ad - bc$  の値と, その値を導出した過程を示しなさい.
- (2)  $a + d$  の値と, その値を導出した過程を示しなさい.

(鹿児島大 2012) (m20125413)

**0.142** 3次元の空間に直交座標  $x$  軸,  $y$  軸,  $z$  軸を考える. 点  $A(2, 2, 2\sqrt{2})$ , 点  $B(3, 3, -3\sqrt{2})$  があるとき, 以下の問いに答えなさい.

- (1) 原点を  $O$  とした時,  $\angle AOB$  を求めなさい.
- (2) 原点  $O$  から線分  $AB$  に垂線を下ろしたとき, その足を点  $P$  とする. 線分  $AP$  と線分  $PB$  の長さの比を求めなさい. また, その時の点  $P$  の座標も求めなさい.

(鹿児島大 2012) (m20125414)

**0.143** 曲線:  $y = x^3$  を  $y$  軸の周りに 1 回転して得られる回転面と,  $y = 1$ ,  $y = 8$  を通って  $y$  軸に垂直な 2 平面とで囲まれた領域の体積を求めなさい.

(鹿児島大 2012) (m20125415)

**0.144** 次の微分を求めなさい.

$$\frac{d}{dx} (\sin^{-1} x) \quad \left( -\frac{\pi}{2} \leq \sin^{-1} x \leq \frac{\pi}{2} \right)$$

(鹿児島大 2012) (m20125416)

0.145 次の定積分を求めなさい.

$$\int_0^2 \frac{2xe^{x^2}}{e^{x^2} + 1} dx$$

(鹿児島大 2012) (m20125417)

0.146  $2 \times 2$  の正方行列:  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$  があるとき, 以下の問いに答えなさい.

- (1) 行列  $\mathbf{A}$  の逆行列  $\mathbf{A}^{-1}$  を求めなさい.
- (2) 行列  $\mathbf{A}$  の固有値と固有ベクトルを求めなさい.

(鹿児島大 2012) (m20125418)

0.147  $x$  軸と  $y$  軸からなる直交座標平面上に点  $A(2, 1)$  と点  $B(2, -1)$  があるとき, 以下の問いに答えなさい.

- (1) 点  $A$  の  $y$  軸に関して対称な点  $P$  の座標を求めなさい.
- (2) 座標平面の原点を  $O$  としたとき,  $OA \perp OQ$  かつ  $OA = OQ$  となるような, 第 2 象限にある点  $Q$  の座標を求めなさい.
- (3) ベクトル  $\vec{OA}$  と  $\vec{OB}$  の内積を求めなさい. また,  $\angle AOB$  を  $\theta$  としたとき,  $\cos \theta$  の値を求めなさい.

(鹿児島大 2012) (m20125419)

0.148 曲線:  $y = x^2$  と曲線:  $x = y^2$  で囲まれる領域の面積を求めなさい. また, その領域を  $x$  軸の周りに 1 回転して得られる立体の体積を求めなさい.

(鹿児島大 2012) (m20125420)

0.149 以下の問題に答えなさい.

- (1)  $(x^2 + 1)^2$  を微分しなさい.
- (2) 関数  $y = \cos^2 x - \sin^2 x$  の最大値, 最小値, そのときの  $x$  の値を求めなさい.

(鹿児島大 2012) (m20125421)

0.150 以下の問いに答えなさい.

- (1) 関数  $y = \cos x$  ( $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$ ) と  $x$  軸で囲まれた面積を求めなさい.
- (2)  $t$  の関数  $F(t) = \int_0^{10} z(x) \cos(t-x) dx$  の最大値が  $\sqrt{\left\{ \int_0^{10} z(x) \cos x dx \right\}^2 + \left\{ \int_0^{10} z(x) \sin x dx \right\}^2}$  となることを示しなさい. ただし,  $z(x)$  は,  $x$  に関する任意の関数である.

(鹿児島大 2012) (m20125422)

0.151 下記の  $X, Y$  の連立方程式において,  $X, Y$  ともに 0 以外の解が存在するための  $\omega$  の値を求めなさい.

$$\begin{bmatrix} 500 - \omega & -200 \\ -200 & 200 - \omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

(鹿児島大 2012) (m20125423)

0.152 微分方程式  $\frac{d^2 y}{dx^2} = 10x$  を解きなさい. ただし,  $x = 3$  のとき,  $y = 0$  および  $dy/dx = 0$  とする.

(鹿児島大 2012) (m20125424)

**0.153**  $x$  の  $n$  次多項式関数  $f(x) = a_0 + a_1(x-a) + a_2(x-a)^2 + \cdots + a_n(x-a)^n$  について、以下の問題に答えなさい。ただし、 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, a$  は、定数とする。また、必要に応じて、階乗記号  $n! = n(n-1)(n-2)\cdots 2 \cdot 1$  を用いてよい。

- (1)  $f(x)$  の 1 階導関数  $f'(x)$ , 2 階導関数  $f''(x)$ , 3 階導関数  $f'''(x)$ ,  $n$  階導関数  $f^{(n)}(x)$  を計算しなさい。
- (2)  $f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$  が成立することを示しなさい。

(鹿児島大 2012) (m20125425)

**0.154** 以下の問題に答えなさい。

- (1) 加法定理  $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$  を用いて  $\cos^2 t = \frac{1 + \cos 2t}{2}$  が成立することを示しなさい。
- (2)  $\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx$  を、 $x = a \sin t$  とおくことにより計算しなさい。ただし、 $a > 0$  とする。

(鹿児島大 2012) (m20125426)

**0.155** 次の行列の積を計算しなさい。

$$(1) \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{Bmatrix} \qquad (2) \begin{pmatrix} 0 & c & d \\ 0 & 0 & e \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^3$$

(鹿児島大 2012) (m20125427)

**0.156**  $x$  の関数  $y$  に関する微分方程式  $\frac{d^2y}{dx^2} + k^2y = 0$  について次の問に答えなさい。

- (1) この微分方程式の一般解は、 $y = A \sin kx + B \cos kx$  で与えられる ( $A, B$  は未定係数)。  $x = 0$  のとき  $y = 0$  とすると、未定係数  $B$  の値はいくらか。
- (2) さらに、 $x = 10$  のとき、 $y = 0$  とする。未定係数  $A$  が 0 以外の値を取り得るための  $k$  の値を求めなさい。

(鹿児島大 2012) (m20125428)

**0.157**  $z = \frac{\sqrt{3} + i}{-\sqrt{3} + i}$  であるとき、 $|z|$  および、 $\arg z$  を求めなさい。

(鹿児島大 2012) (m20125429)

**0.158** 関数  $y = \frac{1}{1 + e^{-ax}}$  について以下の設問に答えなさい。ただし、 $a$  は正の定数とする。

- (1)  $y$  の値域を求めなさい。
- (2) 逆関数  $y^{-1}$  を求めなさい。

(鹿児島大 2012) (m20125430)

**0.159** 以下に示す行列  $A$  の逆行列  $A^{-1}$  を求め、つぎに、 $AA^{-1}$  が単位行列となることを計算で示しなさい。

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

(鹿児島大 2012) (m20125431)

**0.160** 次の関数  $y$  を  $x$  で微分し、三角関数 1 つを用いた式に整理しなさい。

$$y = \cos^2 x - \sin^2 x$$

(鹿児島大 2012) (m20125432)

0.161 微分方程式  $y'' + 8y' + 15y = 0$  の一般解を求めなさい.

(鹿児島大 2012) (m20125433)

0.162 関数  $y = x^x$  を  $x$  で微分しなさい.

(鹿児島大 2012) (m20125434)

0.163  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}$  を求めなさい.

(鹿児島大 2012) (m20125435)

0.164 行列  $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$  の固有値と固有ベクトルを求めなさい.

(鹿児島大 2012) (m20125436)

0.165  $\frac{d^2 y}{dx^2} + k^2 y = 0$  の一般解を求めなさい. ただし,  $k$  は定数とします.

(鹿児島大 2012) (m20125437)

0.166 以下の微分を計算せよ.

(1)  $\frac{d}{dx} \left\{ \log \left( \tan \frac{x}{2} \right) \right\}$  (ただし,  $0 < x < \pi$ )

(2)  $\frac{d}{dx} (\sin^{-1} x)$  (ただし,  $-1 < x < 1$ )

(鹿児島大 2013) (m20135401)

0.167 以下の定積分を計算せよ.

(1)  $\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 3x + 2} dx$

(2)  $\int_0^{\pi/2} x^2 \sin x dx$

(鹿児島大 2013) (m20135402)

0.168 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1)  $y' = \frac{1}{x+y}$

(2)  $(x + y^2)dx + (2xy - e^y)dy = 0$

(3)  $y'' - y' - 2y = 4 \sin 2x$

(鹿児島大 2013) (m20135403)

0.169 直交座標系  $O - xyz$  において,  $\vec{OA} = (1, 0, 0)$ ,  $\vec{OB} = (0, 2, 0)$  および  $\vec{OC} = (0, 0, 1)$  である. 以下の問いに答えよ.

(1) 点  $A$ , 点  $B$  および点  $C$  を通る平面  $C_1$  の方程式を求めよ.

(2) 原点  $O$  から平面  $C_1$  に垂線を下ろしたときの交点を  $D$  とするとき,  $\vec{OD}$  を求めよ.

(3) 点  $E(3, 1, 1)$  を通る平面  $C_2 : x + py + qz = 0$  と平面  $C_1$  が直交するとき,  $p$  および  $q$  の値を求めよ.

(鹿児島大 2013) (m20135404)

0.170 直交座標系  $O - xyz$  における次のベクトル  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$  について, 以下の問いに答えよ.

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- (1)  $\mathbf{v}_3 = \mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2$  を求めよ. ただし,  $\times$  は外積を表す.  
 (2) 次の関係を満たす 3 つのスカラール  $a, b, c$  の値をそれぞれ求めよ.

$$a\mathbf{v}_1 + b\mathbf{v}_2 + c\mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(鹿児島大 2013) (m20135405)

0.171 次の微分を求めなさい.

$$\frac{d}{dx} [\tan^{-1} \sqrt{x}] \quad (\text{ただし, } \tan^{-1} \text{ は } \arctan \text{ とする.})$$

(鹿児島大 2013) (m20135406)

0.172 次の不定積分を求めなさい.

$$\int \frac{1+x+x\sqrt{x}+x^3}{x^2} dx$$

(鹿児島大 2013) (m20135407)

0.173 2 つのベクトル  $\vec{a} = (1, 2, 3)$  と  $\vec{b} = (4, 5, 6)$  がある. 以下の問いに答えなさい.

- (1) ベクトル  $\vec{a}$  の大きさと, ベクトル  $\vec{a}$  に平行で同じ向き単位ベクトルを求めなさい.  
 (2) 二つのベクトルの内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  を求めなさい.  
 (3) ベクトル  $\vec{b}$  のベクトル  $\vec{a}$  に正射影したベクトルを求めなさい.

(鹿児島大 2013) (m20135408)

0.174 正方行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 10 \end{pmatrix}$  がある. 以下の問いに答えなさい.

- (1) 行列  $A$  の行列式を求めなさい.  
 (2) 行列  $A$  の逆行列を求めなさい.

(鹿児島大 2013) (m20135409)

0.175 曲線  $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  について, 以下の問いに答えなさい.

- (1) この曲線と, 直線  $x = 0$ , 直線  $x = 1$  及び  $x$  軸とで囲まれた領域の面積  $S$  を求めなさい.  
 (2)  $0 \leq x \leq 1$  の範囲のこの曲線の長さ  $\ell$  を求めなさい.

(鹿児島大 2013) (m20135410)

0.176 次の問いに答えよ.

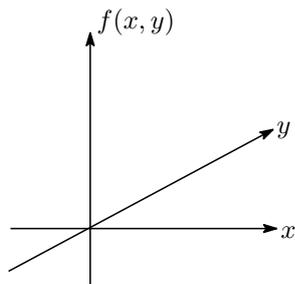
- (1)  $x^n$  の  $n$  階導関数を求めなさい. また,  $e^{ax}$  の  $n$  階導関数を求めなさい. ただし,  $n$  は, 自然数であり,  $a > 0$  とする.  
 (2) 極限值  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^n e^{-ax}$  を求めなさい. ただし,  $n$  は, 自然数であり,  $a > 0$  とする.

(鹿児島大 2013) (m20135411)

0.177 以下の重積分  $I$  について, 次の問いに答えなさい.

$$I = \iint_D f(x, y) dx dy, \quad D = \{x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}, \quad f(x, y) = x$$

(1) この重積分  $I$  に相当する集合を以下の座標空間上に図示しなさい。



(2) この重積分  $I$  の値を積分計算により求めなさい。

(鹿児島大 2013) (m20135412)

0.178 次の関数の、付記の区間で、最大値、最小値を求めなさい。

$$f(x) = 2 \cos x + \cos 2x \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$$

(鹿児島大 2013) (m20135413)

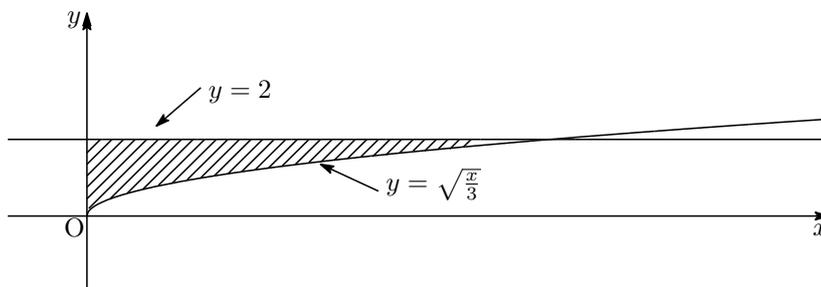
0.179 行列  $\begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$  の固有値を求めなさい。

(鹿児島大 2013) (m20135414)

0.180 直線  $y = 2$  と曲線  $y = \sqrt{x/3}$  と  $y$  軸によって囲まれる図形（下図の斜線部）の面積を求めたい。以下の(1),(2)に答えよ。

(1) 斜線部の面積を求めるための手順を簡潔に説明せよ。

(2) 斜線部の面積を求めよ。



(鹿児島大 2014) (m20145401)

0.181 以下の (a), (b), (c) を値が大きいものから順に答えよ。

(a)  $\log_2 3$ ,                      (b)  $\log_3 2$ ,                      (c)  $\log_4 4$

(鹿児島大 2014) (m20145402)

0.182 次の設問に答えなさい。

(1) 列ベクトル  $A = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$  と行ベクトル  $B = [d \ e \ f]$  を用いて、次の行列積を計算しなさい。

- ①  $AB$                       ②  $BA$

(2) 次の行列の階数を求めなさい。

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 10 \\ 1 & 2 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 3 & 16 \end{pmatrix}$$

(3) 次の行列の逆行列を求めなさい.

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega \end{pmatrix}$$

ただし,  $\omega$  は  $x^3 = 1$  の 1 つの虚数解とする.

(鹿児島大 2014) (m20145403)

**0.183** 関数  $y = x^{x^x}$  を  $x$  で微分しなさい.

(鹿児島大 2014) (m20145404)

**0.184** 関数  $(\sin ax)(\sin bx)$  を  $x$  で積分しなさい. ただし,  $a, b$  は  $a \neq b$  で, 0 でない定数とする.

(鹿児島大 2014) (m20145405)

**0.185** 以下の微分を計算せよ.

(1)  $\frac{d}{dx} \left\{ \tan^{-1} \left( \frac{x}{2} \right) \right\}$

(2)  $\frac{d}{dx} \left( \frac{e^x}{x^2 + 1} \right)$

(鹿児島大 2014) (m20145406)

**0.186** 以下の積分を計算せよ.

(1)  $\int_0^1 \frac{3x+2}{3x^2+4x+1} dx$

(2)  $\int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx$

(鹿児島大 2014) (m20145407)

**0.187** 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1)  $y'' + 4y' + 4y = 4x$

(2)  $2xydx + (x^2 + 3y^2)dy = 0$

(3)  $\frac{dy}{dx} - 2xy = x$

(鹿児島大 2014) (m20145408)

**0.188** 直交座標系  $O - xyz$  において, 点  $A(1, 2, 1)$ , 点  $B(-1, 1, 2)$  がある. 以下の問いに答えよ.

(1) 線分  $OA$  と  $OB$  のなす角  $\theta$  を求めよ.

(2) 三角形  $OAB$  の面積  $S$  を求めよ.

(3) 点  $A$ , 点  $B$  を通る直線  $\ell$  の方程式を求めよ.

(鹿児島大 2014) (m20145409)

**0.189** 次の行列  $A$  について, 以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$$

(1)  $A$  の行列式  $|A|$  を求めよ.

(2)  $A$  の逆行列  $A^{-1}$  を求めよ.

(3)  $A$  の二つの固有値  $\lambda_1, \lambda_2$  を求めよ.

(鹿児島大 2014) (m20145410)

**0.190** 次の微分を求めなさい.

$\frac{d}{dx} [\cosh x^2]$  (ただし,  $\cosh$  はハイパボリックコサインとする.)

(鹿児島大 2014) (m20145411)

0.191 次の不定積分を求めなさい.

$$\int \frac{1}{x^2 - 6x + 5} dx$$

(鹿児島大 2014) (m20145412)

0.192  $xyz$  直交座標系の原点を  $O$  とする. この空間内に 2 点  $A(1, 2, 0)$ , 点  $P(a, b, 0)$  がある. 以下の問いに答えなさい. ただし, 点  $P$  は 2 点  $O, A$  を通る直線上にはないものとする.

- (1)  $\vec{OA}$  と  $\vec{OP}$  のなす角度を  $\theta$  としたとき,  $\cos \theta$  を求めなさい.
- (2) 2 点  $A, P$  を通る直線の方程式を求めなさい.
- (3)  $\vec{OA}$  と  $\vec{OP}$  の外積を求めなさい.
- (4) 三角形  $OAP$  の面積を求めなさい.

(鹿児島大 2014) (m20145413)

0.193 行列  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 5 \\ -4 & 6 \\ -5 & 5 \end{pmatrix}$  の固有値は  $\frac{4}{5}$  であり, 固有単位ベクトルは  $\vec{a} = (a_x, a_y) = \frac{\sqrt{5}}{5}(1, 2)$  である.

以下の問いに答えなさい.

- (1)  $\vec{a}$  と直交する単位ベクトル  $\vec{b} = (b_x, b_y)$  を求めなさい. ただし,  $b_x < 0$  とする.
- (2) 行列  $P$  を  $\begin{pmatrix} a_x & b_x \\ a_y & b_y \end{pmatrix}$  とおく.  ${}^t P P$  と  $P {}^t P$  を求めなさい. ただし,  ${}^t P$  は  $P$  の転置行列とする.
- (3)  ${}^t P A P$  を求めなさい.

(鹿児島大 2014) (m20145414)

0.194 曲線  $y = \sin^{-1} x$  ( $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$ ) と直線  $y = \frac{\pi}{2} x$  について, 以下の問いに答えなさい. ただし,  $\sin^{-1}$  はアークサインとする.

- (1) 上の曲線と直線が囲む領域を図示しなさい.
- (2) 曲線と直線の囲む領域の面積を求めなさい.

(鹿児島大 2014) (m20145415)

0.195 次の関数の, 付記の区間での, 最大値, 最小値を求めなさい.

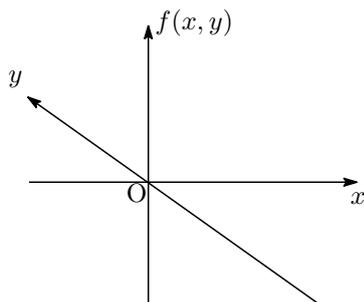
$$f(x) = \cos x + \sin^2 x \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$$

(鹿児島大 2014) (m20145416)

0.196 以下の重積分  $I$  について, 次の問いに答えなさい.

$$I = \iint_D f(x, y) dx dy, \quad D = \{x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0\}, \quad f(x, y) = x$$

- (1) この重積分  $I$  に相当する集合を以下の座標空間上に図示しなさい.



(2) この重積分  $I$  の値を積分計算により求めなさい。

(鹿児島大 2014) (m20145417)

0.197 次の微分方程式を解きなさい。ただし、初期条件 ( $x=0$  のとき,  $y=1$ ) が成り立つものとする。

$$\frac{dy}{dx} = -2xy$$

(鹿児島大 2014) (m20145418)

0.198  $[A]$ ,  $[B]$ ,  $[C]$  を  $n$  次正方行列とし、

$$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, [B] = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix}, [C] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix}$$

とする。次の問いに答えなさい。

- (1)  $n$  を 3 とするとき,  $[A]$  と  $[B]$  の積  $[A][B]$  の 1 行 1 列の成分を計算しなさい。
- (2)  $n$  を任意の自然数とするとき,  $[A]$  と  $[B]$  の積  $[A][B]$  の  $i$  行  $j$  列の成分を  $\sum$  記号で表しなさい。ただし,  $i, j$  は,  $n$  以下の自然数とする。
- (3)  $n$  を任意の自然数とするとき,  $[A]([B]+[C]) = [A][B] + [A][C]$  が成り立つことを証明しなさい。

(鹿児島大 2014) (m20145419)

0.199 以下の微分を計算せよ。

$$(1) \frac{d}{dx} \left( \frac{x-1}{x^2+1} \right) \quad (2) \frac{d}{dx} \left( 1 - xe^{-x^m/m} \right) \quad (\text{ただし, } m \neq 0)$$

(鹿児島大 2015) (m20155401)

0.200 以下の定積分を計算せよ。

$$(1) \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad (2) \int_1^\infty \frac{\log x}{x^2} dx$$

(鹿児島大 2015) (m20155402)

0.201 以下の微分方程式の一般解を求めよ。

$$(1) \frac{dy}{dx} + 2xy = 0$$
$$(2) \frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + 5y = 0$$
$$(3) (1 + 2xy^2)dx + (1 + 2x^2y)dy = 0$$

(鹿児島大 2015) (m20155403)

0.202 直交座標系  $O-xyz$  において、点  $A(1,0,1)$  および点  $B(-2,2,0)$  がある。以下の問いに答えよ。

- (1)  $\triangle OAB$  において  $\angle AOB$  を求めよ。また,  $\triangle OAB$  の面積  $S$  を求めよ。
- (2) 点  $A$ , 点  $B$  を通る直線  $l$  の方程式を求めよ
- (3) 原点  $O$  を中心とする半径  $R$  の球面:  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$  が直線  $l$  と点  $Q$  で接するとき, 半径  $R$  ならびに点  $Q$  の座標を求めよ。

(鹿児島大 2015) (m20155404)

0.203 下記の行列  $A$  について、以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

- (1) 行列  $A$  を構成する三つの縦ベクトルは線形独立かどうかを調べよ.
- (2) 直交座標系  $O-xy$  において、行列  $A$  の各要素からなる三直線:  $a_i x + b_i y = c_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) の交点を求めよ.

(鹿児島大 2015) (m20155405)

0.204 次の微分を求めなさい. ただし,  $n$  は自然数である.

$$\frac{d^n}{dx^n} \cos^2 x dx$$

(鹿児島大 2015) (m20155406)

0.205 次の不定積分を求めなさい.

$$\int x^2 \log x dx$$

(鹿児島大 2015) (m20155407)

0.206 直交座標系で  $\vec{OP} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ ,  $\vec{OQ} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$  とする. ただし,  $\vec{OP}$  と  $\vec{OQ}$  は互いに平行ではない.  $\vec{OP}$  と  $\vec{OQ}$  はいずれも零ベクトルではない.

- (1)  $\vec{OP}$  と  $\vec{OQ}$  のなす角を  $\theta$  とするとき,  $\cos \theta$  を求めなさい.
- (2)  $\triangle OPQ$  の面積  $S$  を求めなさい.

(鹿児島大 2015) (m20155408)

0.207 次の行列式の値を求めなさい.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 9 & 7 \\ 5 & 8 & 2 \end{vmatrix}$$

(鹿児島大 2015) (m20155409)

0.208 次のように行列  $A$  が定義されている.  $A^6$  を求めなさい.

$$A = \begin{pmatrix} -a & \frac{1}{2} \\ 2 & a \end{pmatrix}$$

(鹿児島大 2015) (m20155410)

0.209 曲線  $y^2 = -x$  と  $\frac{y^2}{2} = -x - a$  について、以下の問いに答えなさい. ただし,  $a > 0$  であり, かつ,  $a$  は実数であるとする.

- (1) 手書きでグラフを描きなさい.
- (2) 2本の曲線で囲まれた部分の面積を求めなさい.

(鹿児島大 2015) (m20155411)

0.210 太陽光はあるガラスの板を1枚透過すると、その強さの20%が失われる. 太陽光の強さを元の10%以上に保ちたい. このガラスを何枚まで重ねても良いか. 以下の(1),(2)に答えよ.

(1) 重ねても良いガラスを何枚を求める式を答えよ.

(2) (1) の式の計算方法を説明し, その結果を答えよ. ただし, 必要であれば  $\log_{10} 0.8 = -0.1$  を用いよ.

(鹿児島大 2015) (m20155412)

**0.211** 同じ長さの白い棒と赤い棒を 6 本使用して図 1 のような正四面体をつくる. ただし, 各辺が白い棒である確率は  $1/3$ , 赤い棒である確率は  $2/3$  とする. 以下の (1),(2) に答えよ.

なお, 計算結果を求める必要はない.

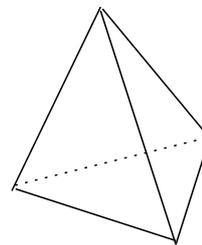


図 1 正四面体

(1) 6 辺が白い棒である確率を求める方法を説明せよ. 式を答えても良い.

(2) 3 辺が白い棒である確率を求める方法を説明せよ. 式を答えても良い.

(鹿児島大 2015) (m20155413)

**0.212** (1) 次の完全微分方程式の一般解を求めよ.

(a)  $(3x + 4y)dx + (4x - 5y)dy = 0$

(b)  $2xydx + (1 + x^2)dy = 0$

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(a)  $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 3y = 0$

(b)  $\frac{d^3y}{dx^3} - \frac{d^2y}{dx^2} = 0$

(c)  $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 2y = 0$

(鹿児島大 2015) (m20155414)

**0.213** 行列  $A = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$  が, 逆行列と転置行列の等しい直交行列 ( $A^T = A^{-1}$ ) であることを示せ.

(鹿児島大 2015) (m20155415)

**0.214** 行列を用いて, 次の連立一次方程式を解け;

(1) 
$$\begin{cases} 4x + 6y + z = 2 \\ 2x + y - 4z = 3 \\ 3x - 2y + 5z = 8 \end{cases}$$

(2) 
$$\begin{cases} 4x + 6y + z = 0 \\ 2x + y - 4z = 0 \\ 3x - 2y + 5z = 0 \end{cases}$$

(鹿児島大 2015) (m20155416)

**0.215** 次の関数を  $x$  で微分しなさい.  $y = x^{\sin(x)}$

(鹿児島大 2015) (m20155417)

**0.216** 次の定積分を求めなさい. ただし,  $m, n$  は自然数とする.

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(mx) \cos(nx) dx$$

(鹿児島大 2015) (m20155418)

**0.217** 次の常微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 15y = 0$$

(鹿児島大 2015) (m20155419)

0.218 次の行列  $A$  の固有値と固有ベクトルを求め、行列  $A$  を対角化しなさい。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$$

(鹿児島大 2015) (m20155420)

0.219 以下の微分を計算せよ。

$$(1) \frac{d}{dx} \log(x^2 + 4x + 4) \quad (\text{ただし, } x > 0) \quad (2) \frac{d}{dx} \left( \frac{\cos x}{1 + \sin x} \right) \quad (\text{ただし, } 0 < x < \pi)$$

(鹿児島大 2016) (m20165401)

0.220 以下の定積分を計算せよ。

$$(1) \int_0^{\pi/4} \frac{x}{\cos^2 x} dx \quad (2) \int_0^{\pi} e^x \sin x dx$$

(鹿児島大 2016) (m20165402)

0.221 以下の微分方程式の一般解を求めよ。

$$(1) xdy = 3ydx \quad (2) 5\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + y = 0 \quad (3) (2xy + x^3)dx + (x^2 + y^2)dy = 0$$

(鹿児島大 2016) (m20165403)

0.222  $O - xyz$  座標系において、次の法線ベクトルをもつ二つの平面に関して以下の問いに答えよ。

$$\mathbf{n}_1 = 2\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$$

$$\mathbf{n}_2 = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$$

ただし、 $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$  は、それぞれ  $x$  軸方向、 $y$  軸方向、 $z$  軸方向の単位ベクトルを表す。

- (1) 二つの平面が直交することを示せ。
- (2) 二つの平面に平行な直線の単位方向ベクトルを求めよ。

(鹿児島大 2016) (m20165404)

0.223 (1) 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & -7 \end{pmatrix}$  が正則であるかどうかを調べよ。

(2)  $x - y$  平面上において、次に示す三直線の交点の座標  $(x, y)$  を求めよ。

$$l_1: x + y = 5$$

$$l_2: x + 2y = -1$$

$$l_3: x + 3y = -7$$

(鹿児島大 2016) (m20165405)

0.224 次の微分を求めなさい。

$$\frac{d}{dx} (\cos^2 x + \cos^2 y) \quad (\text{ただし, } x + y = \pi/2 \text{ とする.})$$

(鹿児島大 2016) (m20165406)

0.225 次の不定積分を求めなさい。

$$\int \frac{dx}{x^2 + 4x - 21}$$

(鹿児島大 2016) (m20165407)

0.226  $O$  を原点とする直交座標系の 2 点  $P, Q$  の位置ベクトルを  $\overrightarrow{OP} = \begin{bmatrix} 3 \\ a \end{bmatrix}$ ,  $\overrightarrow{OQ} = \begin{bmatrix} -1 \\ \frac{3}{2} \end{bmatrix}$  とする。

- (1)  $\overrightarrow{OP}$  と  $\overrightarrow{OQ}$  が直交するような  $a$  を求めなさい。

(2) 前問で求めた  $a$  の値を用いて,  $\triangle OPQ$  の面積  $S$  を求めなさい.

(鹿児島大 2016) (m20165408)

**0.227** (1) 次の行列式の値を求めなさい.

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 6 \end{vmatrix}$$

(2) 次の行列  $A$  に対して  $A = A^{-1}$  が成り立つとする. このときの  $x$  と  $y$  を求めよ. ただし,  $x$  は自然数であり,  $y$  は整数であるとする.

$$A = \begin{pmatrix} x & -3 \\ 8 & y \end{pmatrix}$$

(鹿児島大 2016) (m20165409)

**0.228** 曲線  $y = |x^2 - 2|$  について以下の問いに答えなさい.

(1) 手書きでグラフを描きなさい.

(2) 曲線と直線  $y = 3$  で囲まれた部分の面積を求めなさい.

(鹿児島大 2016) (m20165410)

**0.229** 三角形の加法定理を用いて,

$$\sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta = 2 \sin(\theta - a)$$

の式における  $a$  を決定したい. どのように決定するか解法の過程を説明せよ. また  $a$  の値を答えよ.

(鹿児島大 2016) (m20165411)

**0.230** 対数についての以下の問いに答えよ. ただし,  $a, b, c, M$  は 1 でない正の数が入るものとする.

(1) 底とは  $\log_a M = b$  の式のどの記号であるか.

(2) 底の変換公式とは次の (ア) から (エ) のうちのどれか.

$$(ア) \log_a M = \frac{\log_a b}{\log_M b} \quad (イ) \log_a M = \frac{\log_M b}{\log_a b}$$

$$(ウ) \log_a M = \frac{\log_b M}{\log_a b} \quad (エ) \log_a M = \frac{\log_c M}{\log_c a}$$

(鹿児島大 2016) (m20165412)

**0.231**  $\log M$  は  $\log_{10} M$  の 2.303 倍で近似される (≒で結ばれる). 近似ではなく完全に等号 (=) で結ぶには対数表記で何倍すればよいか. ただし,  $\log M = \log_e M$  である.

(鹿児島大 2016) (m20165413)

**0.232** 次の関数を  $x$  で微分しなさい.

$$y = x^{\cos(x)}$$

(鹿児島大 2016) (m20165414)

**0.233** 次の 2 つのベクトル  $A, B$  の内積と外積を求めなさい. ただし,  $i, j, k$  は  $x$  軸,  $y$  軸,  $z$  軸の基本単位ベクトルとする.

$$A = a_1 i + a_2 j + a_3 k \quad B = b_1 i + b_2 j + b_3 k$$

(鹿児島大 2016) (m20165415)

0.234 次の行列  $A$  の固有値と固有ベクトルを求め、行列  $A$  を対角化しなさい。

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

(鹿児島大 2016) (m20165416)

0.235 曲線  $y = f(x)$  の任意の点  $(t, f(t))$  における接線が  $x$  軸と点  $(\frac{t}{2}, 0)$  で交わるような  $f(x)$  を求めなさい。ただし、 $f(x)$  は微分可能であるとする。

(鹿児島大 2016) (m20165417)

0.236 以下の微分を計算せよ。

$$(1) \frac{d}{dx}(x^2 + 1)(x^3 + 2) \qquad (2) \frac{d}{dx} \left\{ \frac{\sin x}{x} \right\}$$

(鹿児島大 2017) (m20175401)

0.237 以下の不定積分、定積分を計算せよ。

$$(1) \int \frac{dx}{\sqrt{2x - x^2}} \qquad (2) \int_0^\pi x \sin x dx$$

(鹿児島大 2017) (m20175402)

0.238 以下の微分方程式の解を求めよ。ただし、虚数単位は  $i$  とする。

$$(1) y \frac{dy}{dx} + x = 0 \quad (\text{ただし, } x = 1 \text{ のとき } y = 1)$$

$$(2) \frac{d^2y}{dx^2} - 6 \frac{dy}{dx} + 10y = 0 \quad (\text{ただし, } x = 0 \text{ のとき } y = 1, \frac{dy}{dx} = 4)$$

$$(3) (\cos x + y)dx + xdy = 0 \quad (\text{ただし, } x = \pi \text{ のとき } y = 1)$$

(鹿児島大 2017) (m20175403)

0.239 直交座標系  $O - xyz$  において、点  $A(1, 0, 1)$ 、点  $B(0, 2, 0)$  および点  $C(-1, -2, 3)$  がある。以下の問いに答えよ。

- (1) この 3 点を通る平面の方程式を求めよ。
- (2) 求めた平面に直交な法線の単位方向ベクトルを求めよ。

(鹿児島大 2017) (m20175404)

0.240 下記の行列  $A$  について以下の問いに答えよ。ただし、虚数単位は  $i$  とする。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$$

- (1)  $A$  の行列式  $|A|$  を求めよ。
- (2)  $A$  の逆行列  $A^{-1}$  を求めよ。
- (3)  $A$  の 2 つの固有値  $\lambda_1, \lambda_2$  を求めよ。

(鹿児島大 2017) (m20175405)

0.241 次の微分を求めなさい。

$$\frac{d}{dt}(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$$

(鹿児島大 2017) (m20175406)

0.242 次の不定積分を求めなさい.  $\int x \sin x dx$  (鹿児島大 2017) (m20175407)

0.243  $O$  を原点とする直交座標系の 2 点  $P, Q$  の位置ベクトルを  $\overrightarrow{OP} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $\overrightarrow{OQ} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$  とする.

- (1)  $\overrightarrow{OP}$  と  $\overrightarrow{OQ}$  が直交するような  $x_1$  と  $y_1$  の関係を求めなさい.  
 (2) (1) で求めた関係において,  $x_1$  が整数であり, かつ,  $y_1$  が 1 桁の自然数のなる解  $x_1, y_1$  を求めなさい.

(鹿児島大 2017) (m20175408)

0.244 次の行列式の値が 0 であるときの  $a$  を求めなさい.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ a & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

(鹿児島大 2017) (m20175409)

0.245 係数行列の逆行列を求めることにより,  $x, y$  を求めなさい.

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -9 \end{bmatrix}$$

(鹿児島大 2017) (m20175410)

0.246 曲線  $x = y^2 + 1$  と直線  $x = -y + 3$  について以下の問いに答えなさい.

- (1) 曲線と直線のグラフを描きなさい.  
 (2) 曲線と直線で囲まれた部分の面積を求めなさい.

(鹿児島大 2017) (m20175411)

0.247 曲線  $y = xe^{-2x} + 1$  の点  $P(0, 1)$  における接線の方程式を求めよ.

(鹿児島大 2017) (m20175412)

0.248  $x$  軸上を運動する質点  $Q$  を考える. 質点  $Q$  の加速度  $a$  は, 任意の時刻  $t$  において  $a = \frac{t}{t^2 + 3t + 2}$  と表されるものとする. この時, 時刻  $t$  における質点  $Q$  の速度  $v$  を表す式を求めよ. なお,  $t \geq 0$  であり,  $t = 0$  のときの速度  $v$  は 0 とする.

(鹿児島大 2017) (m20175413)

0.249 次の微分方程式 (1), (2) の一般解を求めよ. 解答は実数値関数を用いて表すこと.

(1)  $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0$                       (2)  $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 6y = 0$

(鹿児島大 2017) (m20175414)

0.250 (1) 行列  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ , 行列  $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$  のとき,  $A + B, AB, A^2, B^T A^T$  をそれぞれ求めよ.

(2) 行列を用いて, 次の連立一次方程式を解け (計算過程を示すこと).

$$\begin{cases} -x + y + z = 2 \\ x + y + z = 6 \\ x + y - z = 4 \end{cases}$$

(3) 行列  $A, B$  が正則な行列であるとする. このとき,  $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$  となることを示せ.

(鹿児島大 2017) (m20175415)

0.251 次の関数を  $x$  で微分しなさい.

$$y = x^{\log_e(x)} \quad (x > 0)$$

(鹿児島大 2017) (m20175416)

0.252 2つのベクトル  $A, B$  に対し,  $|A| = 2, |B| = 3, |A + B| = 5$  のとき, 次の内積と絶対値を求めなさい.

$$(1) A \cdot B \qquad (2) |A - B|$$

(鹿児島大 2017) (m20175417)

0.253 次の常微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} - 35y = 0$$

(鹿児島大 2017) (m20175418)

0.254 次の2次行列  $U$  が直交行列になるように, 正規直交基底  $a, b$  を求めなさい.

$$U = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & a \\ \frac{1}{2} & b \end{bmatrix}$$

(鹿児島大 2017) (m20175419)

0.255 (1) 次の式の  $a, b$  に入れるべき数字を求めよ.  $\frac{6}{x^2 + 7x + 10} = \frac{a}{x + 2} + \frac{b}{x + 5}$

(2) 次の数列の和を求めよ.  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$

(鹿児島大 2017) (m20175420)

0.256 関数  $y = |x|$  について, 以下の問いに答えよ.

(1)  $x = 0$  における微分係数を示す式について以下の  $a, b, c$  から適切なものを選択せよ.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} |x| \qquad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} x \qquad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$$

(2)  $x$  が  $0$  においては微分不可能であることを説明せよ.

(鹿児島大 2017) (m20175421)

0.257 以下の微分を計算せよ.

$$(1) \frac{d}{dx} \{(x^2 + 3x - 1)(5 - 2x - 3x^2)\}$$

$$(2) \frac{d}{dx} (\sin^{-1} x)^2$$

(鹿児島大 2018) (m20185401)

0.258 次の定積分を計算せよ.

$$(1) \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin 3x dx$$

$$(2) \int_1^3 (9x^2 + 4x) \log x dx$$

(鹿児島大 2018) (m20185402)

0.259 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

$$(1) x(x+1)\frac{dy}{dx} = -y$$

$$(2) \frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + y = \sin x$$

$$(3) (2xy + x)dx + (x^2 + y)dy = 0$$

(鹿児島大 2018) (m20185403)

- 0.260** 原点  $O(0,0,0)$  を有する直交座標系  $xyz$  において、点  $A(1,0,1)$ 、点  $B(1,1,0)$  がある。以下の問いに答えよ。
- (1) 線分  $OA$  と線分  $OB$  のなす角  $\theta$  を求めよ。
  - (2) 原点  $O$  を中心とし、表面が線分  $AB$  に接する球の方程式を求めよ。
  - (3) 点  $O, A, B$  を含む平面に平行で、点  $C(1,1,1)$  を含む平面の方程式を求めよ。
- (鹿児島大 2018) (m20185404)
- 0.261** 行列  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 5 \end{bmatrix}$  について、以下の問いに答えよ。
- (1) 行列式  $|A|$  を求めよ。
  - (2) 行列  $A$  の固有値を  $\lambda$  とするとき、固有方程式ならびに固有値を求めよ。
- (鹿児島大 2018) (m20185405)
- 0.262** 次の微分を求めなさい。
- $$\frac{d}{dx} (\cos^3(x^2 + 1))$$
- (鹿児島大 2018) (m20185406)
- 0.263** 次の不定積分を求めなさい。
- $$\int x^2 \sqrt{x^3 + 2} dx$$
- (鹿児島大 2018) (m20185407)
- 0.264**  $O$  を原点とする座標平面上に点  $P(1,2)$ 、点  $Q(3,3)$ 、点  $R(a,b)$  があるとき、以下の問いに答えなさい。
- (1) ベクトル  $\overrightarrow{OP}$  と  $\overrightarrow{OR}$  を 2 辺とする四角形  $OPQR$  が平行四辺形となるときの  $a$  と  $b$  の値を求めなさい。
  - (2) ベクトル  $\overrightarrow{OP}$  と  $\overrightarrow{OR}$  が直交し  $|\overrightarrow{OR}| = 1$  であるときの  $a$  と  $b$  の値を求めなさい。ただし、 $a > 0$  とする。
- (鹿児島大 2018) (m20185408)
- 0.265** 行列式  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$  の値を求めなさい。
- (鹿児島大 2018) (m20185409)
- 0.266** 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$  の固有値と固有ベクトルを求めなさい。
- (鹿児島大 2018) (m20185410)
- 0.267** 曲線  $y = \sin^2 x$  について以下の問いに答えなさい。
- (1) 曲線のグラフを  $0 \leq x \leq \pi$  の範囲で描きなさい。
  - (2)  $0 \leq x \leq \pi$  の範囲において、曲線と直線  $y = \frac{1}{2}$  で囲まれた部分の面積を求めなさい。
- (鹿児島大 2018) (m20185411)
- 0.268**  $x^{\sin x}$  ( $x > 0$ ) の導関数を求めなさい。
- (鹿児島大 2018) (m20185412)

**0.269**  $\int \log x dx$  ( $x > 0$ ) の不定積分を計算しなさい.  
(鹿児島大 2018) (m20185413)

**0.270** (1)  $f(x, y) = x^2 + xy + y^3$ ,  $x(t) = \cos t$ ,  $y(t) = \sin t$  のとき,  $\frac{d}{dt}f(x(t), y(t))$  を計算しなさい.

(2)  $g(x) = e^x$ ,  $x = r \cos t$  のとき,  $\frac{\partial}{\partial t}g(r \cos t)$ ,  $\frac{\partial}{\partial r}g(r \cos t)$  を計算しなさい.  
(鹿児島大 2018) (m20185414)

**0.271** (1) 次の行列を計算しなさい.

$$3 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - 5 \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

(2) 次の行列の積を計算しなさい.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

(3)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  の逆行列を求めなさい.

(鹿児島大 2018) (m20185415)

**0.272** 次の関数を  $x$  で微分しなさい.

$$y = (\tan(x))^x$$

(鹿児島大 2018) (m20185416)

**0.273** 2つのベクトル  $\mathbf{A} = (\sqrt{3}, 1)$ ,  $\mathbf{B} = (\sqrt{3}, -1)$  のなす角  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) を求めなさい. (鹿児島大 2018)  
(m20185417)

**0.274** 次の2次行列  $\mathbf{U}$  が直交行列になるように, 正規直交基底  $a, b$  を求めなさい.

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}} & a \\ \frac{2}{\sqrt{5}} & b \end{bmatrix}$$

(鹿児島大 2018) (m20185418)

**0.275** 次式を満たす  $f(x)$  を求めなさい. ただし,  $f(x)$  は連続な関数である.

$$f(x) = x \int_1^x f(t) dt + x$$

(鹿児島大 2018) (m20185419)

**0.276** 次の微分を計算しなさい.

$$(1) \frac{d}{dx} \left( \frac{2x}{1+2x^2} \right)$$

$$(2) \frac{d}{dx} (\sin 2x \cos^2 x)$$

(鹿児島大 2018) (m20185420)

**0.277** 次の定積分を計算しなさい.

$$(1) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2}{4+x^2} dx$$

$$(2) \int_0^1 \frac{1}{(5x+4)^3} dx$$

(鹿児島大 2018) (m20185421)

0.278 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1)  $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 4y = 4x^2 + 6$       (2)  $xdy = 5ydx$       (3)  $(xy^2 - y)dx + x(xy - 1)dy = 0$

(鹿児島大 2018) (m20185422)

0.279 3次元の直交座標系  $O-xyz$  において, 点  $A(1, 2, -1)$ , 点  $B(2, 1, 1)$ , 点  $C(-1, 4, 5)$  がある. ただし, 点  $O$  は  $xyz$  座標系の原点  $(0, 0, 0)$  である. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $\triangle ABC$  の面積  $S$  を求めよ.
- (2) 線分  $BC$  の中点を点  $D$  とする. 点  $A, D$  を通る直線  $\ell$  の方程式を求めよ.
- (3) 線分  $OA, OB, OC$  とこれらに平行な辺で囲まれる平行六面体の体積  $V$  を求めよ.

(鹿児島大 2018) (m20185423)

0.280 次の行列  $A$  がある. 以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

- (1) 行列  $A$  の逆行列  $A^{-1}$  を求めよ.
- (2) 以下の連立方程式の解を求めよ.

$$4x + 6y = 8, \quad 4x + 2y = 24$$

- (3) 行列  $A$  の固有値を求めよ.

(鹿児島大 2018) (m20185424)

0.281 以下の微分を求めなさい.

$$\frac{d}{dx} (\sqrt{\cos x + 1})$$

(鹿児島大 2018) (m20185425)

0.282 以下の不定積分を求めなさい.

$$\int x \cos 2x dx$$

(鹿児島大 2018) (m20185426)

0.283  $O$  を原点とする直交座標系の 2 点  $P, Q$  の位置ベクトルを  $\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $\overrightarrow{OQ} = \begin{pmatrix} 2 \\ a \end{pmatrix}$  とする. 以下の問いに答えなさい.

- (1)  $\overrightarrow{OP}$  と  $\overrightarrow{OQ}$  のなす角が  $45^\circ$  のときの  $a$  の値を求めなさい.
- (2)  $a = 2$  のときの  $\triangle OPQ$  の面積  $S$  を求めなさい.

(鹿児島大 2018) (m20185427)

0.284 行列  $A$  を  $A = \begin{pmatrix} a & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$  とする. 以下の問いに答えなさい.

- (1)  $A^2$  を求めなさい.
- (2) 行列式  $|A|$  が  $|A| = 0$  となる  $a$  の値を求めなさい.

(鹿児島大 2018) (m20185428)

0.285 曲線  $y = \sin x \cos x$  について, 以下の問いに答えなさい.

(1) 曲線のグラフを  $0 \leq x \leq \pi$  の範囲でかきなさい。

(2)  $0 \leq x \leq \pi$  の範囲において、曲線と直線  $y = \frac{1}{4}$  で囲まれた部分の面積を求めなさい。

(鹿児島大 2018) (m20185429)

**0.286** 次の関数の導関数を求めよ。

$$f(x) = e^x \cdot \cos x$$

(鹿児島大 2018) (m20185430)

**0.287** 次の関数について  $x, y$  方向の偏微分の和を求めよ。

$$f(x, y) = \sqrt{(x+2)^2 + (y-3)^2}$$

(鹿児島大 2018) (m20185431)

**0.288** 次の関数の不定積分を求めよ。

$$f(x) = 4x^2 \cdot \cos 2x$$

(鹿児島大 2018) (m20185432)

**0.289** 次の定積分を求めよ。

$$\int_0^1 \int_{-2}^4 (x^3 \cdot \sqrt{3y+1}) dx dy$$

(鹿児島大 2018) (m20185433)

**0.290** (1) 次の行列の計算をせよ。

$$5 \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 2 \\ -1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 3 \\ 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$$

(2) 次の行列の計算をせよ。

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

(鹿児島大 2018) (m20185434)

**0.291** 次の行列式の値を求めよ。

$$\begin{vmatrix} 3 & -4 & -3 \\ 0 & 2 & -2 \\ -1 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

(鹿児島大 2018) (m20185435)

**0.292** 長さ  $5m$  の棒  $AB$  が垂直な壁に立てかけてあり、下端  $B$  が水平な地面を  $0.8m/s$  で壁から遠ざかるとする。  $B$  が壁から  $3m$  離れたとき、上端  $A$  の速度及び加速度を求めなさい。ただし、この問題では、重力加速度を考慮せず、棒の上部  $A$  は壁から離れず接した状態で地面方向に移動するものとする。

(鹿児島大 2018) (m20185436)

**0.293** 次式を満たす  $f(x)$  を求めなさい。ただし、 $f(x)$  は連続な関数である。

$$f(x) = x^2 + \int_0^1 \{t \cdot f(t)\} dt$$

(鹿児島大 2018) (m20185437)

0.294 直線  $\frac{x-1}{2} = y-8 = \frac{z-8}{3}$  と  $xy$  平面との交点を求めなさい.  
(鹿児島大 2018) (m20185438)

0.295 微分可能な関数  $f(x)$  がすべての実数  $x$  に対して次式を満たすとき,  $f(x)$  を  $x$  の関数として表しなさい.

$$\int_0^x \{2f(t) - 1\} dt = f(x) - 1$$

(鹿児島大 2018) (m20185439)

0.296 以下の微分を計算せよ.

(1)  $\frac{d}{dx} \left( \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 + 3x + 2} \right)$

(2)  $\frac{d}{dx} [\cos(\log ax)]$

(鹿児島大 2021) (m20215401)

0.297 以下の積分を計算せよ.

(1)  $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$

(2)  $\int_1^2 x^3 \log x dx$

(鹿児島大 2021) (m20215402)

0.298 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1)  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = 1$  (ただし,  $x > 0$ )

(2)  $(x + \sin y)dx + x \cos y dy = 0$

(3)  $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = x^2$

(鹿児島大 2021) (m20215403)

0.299 点  $O(0, 0, 0)$  を原点とする 3次元直交座標系  $O-xyz$  において, 点  $A(0, 1, 0)$ , 点  $B(1, 0, 2)$  がある. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) 点  $A$  と点  $B$  を通る直線  $l$  の方程式を求めよ.
- (2)  $\triangle OAB$  の面積  $S$  を求めよ.
- (3) 点  $O$  から直線  $l$  に下ろした垂線の長さ  $d$  を求めよ.

(鹿児島大 2021) (m20215404)

0.300 行列  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  について, 以下の問いに答えよ.

- (1) 行列  $\mathbf{A}$  の転置行列を  ${}^t\mathbf{A}$  とするとき,  ${}^t\mathbf{AB}$  を計算せよ.
- (2) 行列  $\mathbf{B}$  の逆行列  $\mathbf{B}^{-1}$  を求めよ.
- (3) 行列  $\mathbf{B}$  の固有値  $\lambda$  を求めよ.

(鹿児島大 2021) (m20215405)

0.301  $\frac{d(\log(x^2 + 3) + \sin^2 3x)}{dx}$  を求めなさい. ただし,  $\log$  は自然対数である.

(鹿児島大 2021) (m20215406)

0.302 不定積分  $\int x \sin 2x \cos 2x dx$  を求めなさい.

(鹿児島大 2021) (m20215407)

0.303 以下の問いに答えなさい.

(1) 平面  $P$  の方程式を  $x + y + \alpha z + 1 = 0$ , 平面  $Q$  の方程式を  $x + \alpha y + z - 1 = 0$  とする. 平面  $P$  と  $Q$  のなす角が直角となるような  $\alpha$  の値を求めなさい.

(2) ベクトル  $\vec{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \beta \end{pmatrix}$ ,  $\vec{B} = \begin{pmatrix} 1 \\ \beta \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{C} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$  が線形従属となるような実数  $\beta$  の値をすべて求めなさい.

(鹿児島大 2021) (m20215408)

**0.304** 行列  $A = \begin{pmatrix} a & -1 & a \\ -1 & a & 1 \\ -2 & a & -2 \end{pmatrix}$  の行列式が 4 となるときの  $a$  の値を求めなさい.

(鹿児島大 2021) (m20215409)

**0.305** 行列  $B = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$  の固有ベクトル  $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$  に対応する固有値  $\lambda_1$  を求めなさい. また, 行列  $B$  の固有値  $\lambda_2 = 2$  に対応する大きさが 1 の固有ベクトル  $\vec{v}_2$  をすべて求めなさい.

(鹿児島大 2021) (m20215410)

**0.306** 曲線  $y = |-x^2 + 2x + 3|$  と直線  $y = 4$  について, 以下の問いに答えなさい.

- (1) 曲線と直線を 1 つのグラフに描きなさい.
- (2) 曲線と直線で囲まれる部分の面積を求めなさい.

(鹿児島大 2021) (m20215411)

**0.307** (1) 次の行列の計算を求めよ.

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 3 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

(2) 次の行列式の値を求めよ.

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & -2 \\ -3 & -1 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

(3) 次の行列の余因子行列を求めよ.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

(4) 次の行列の逆行列を求めよ.

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 1 & -3 & 5 \end{bmatrix}$$

(鹿児島大 2021) (m20215412)

**0.308**  $\sqrt{\cos x}$  の導関数を求めよ.

(鹿児島大 2021) (m20215413)

**0.309**  $\int_0^\pi \cos^2 x \, dx$  の定積分を求めよ.

(鹿児島大 2021) (m20215414)

0.310  $f(x, y) = x^2y^3 - 2xy^2 + \frac{x}{y}$  の  $x, y$  に対する偏導関数をそれぞれ求めよ.

(鹿児島大 2021) (m20215415)

0.311 次の積分を計算せよ.

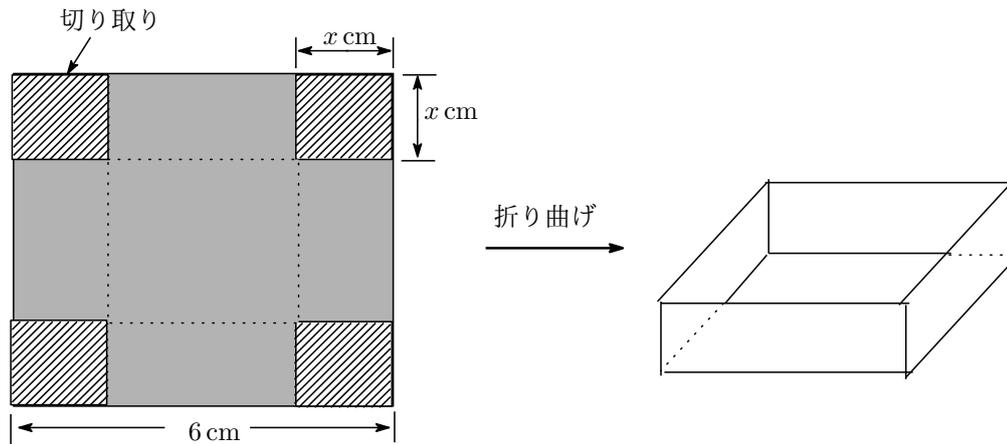
$$\iint_D (-x + 2y)(2x + 2y) dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq 2, 2 \leq y \leq 4\}$$

(鹿児島大 2021) (m20215416)

0.312  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$  のとき,  $\sin \theta \cos \theta$  を求めたい. 解法の指針を最初に述べた後に解答せよ.

(鹿児島大 2021) (m20215417)

0.313 一辺が 6 cm の正方形の紙の四隅から, 一辺の長さ  $x$  cm の同じ大きさの 4 つの正方形を切り取り, 残りの紙を折り曲げてふたのない直方体の箱を作る. なお, 紙の厚みは無視できるものとする.



(1) この箱の容積を  $V$  cm<sup>3</sup> とすると,  $V$  は ① 式で示されることを説明せよ.

$$V = x(6 - 2x)^2 \quad \text{①}$$

(2)  $x$  の取りうる範囲を述べよ.

(3) ① 式を微分すると ② 式となる. この式を用いて  $V$  が最大となる  $x$  の値を求める手順を説明せよ. そして, その  $x$  の値を求めよ.

$$V' = 12(x - 3)(x - 1) \quad \text{②}$$

(鹿児島大 2021) (m20215418)

0.314 半径  $a$  の球に内接する直円柱のうちで, 体積が最大になる直円柱の高さと体積を求めなさい.

(鹿児島大 2021) (m20215419)

0.315 曲線  $C: x = \cos(t), y = \sin(t), z = \sqrt{3} \cdot t$  ( $0 \leq t \leq 2\pi$ ) のとき, 次式を求めなさい.

ただし,  $s$  は曲線の長さを表す.

$$\int_C (xy + z) ds$$

(鹿児島大 2021) (m20215420)

0.316 (1) 空間内の 3 点  $(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 2)$  を通る平面の方程式を求めなさい. ただし, ここでの座標系は直交座標系とする.

(2) 原点から平面までの最短距離を求めなさい.

(鹿児島大 2021) (m20215421)

**0.317** 放物線  $y = x^2$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) を  $y$  軸のまわりに回転してできる容器を水で満杯にする. この容器の底に排水口があり, 時刻  $t = 0$  に排水口を開けて排水を開始する. 時刻  $t$  において容器に残っている水の深さを  $h$ , 体積を  $V$  とする.  $V$  の変化率  $\frac{dV}{dt}$  は  $\frac{dV}{dt} = -\sqrt{h}$  とする. このとき, 次の問に答えなさい.

- (1) 水の深さ  $h$  の変化率  $\frac{dh}{dt}$  を  $h$  を用いて表しなさい.
- (2) 容器内の水を完全に排水するのにかかる時間  $T$  を求めなさい.

(鹿児島大 2021) (m20215422)

**0.318** 以下の微分を計算せよ.

(1)  $\frac{d}{dx} \left( \frac{3x^2 + 2x - 1}{x^2 - x - 1} \right)$

(2)  $\frac{d}{dx} \left( \frac{\sin x}{1 - \cos x} \right)$

(鹿児島大 2022) (m20225401)

**0.319** 以下の不定積分, 定積分を計算せよ.

(1)  $\int \sin x \sin 3x \, dx$

(2)  $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} \, dx$

(鹿児島大 2022) (m20225402)

**0.320** 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1)  $x \frac{dy}{dx} + \sqrt{1+y^2} = 0$  (ただし,  $x > 0$ )

(2)  $-x^2 + y^2 = 2xy \frac{dy}{dx}$  (ただし,  $x > 0$ )

(3)  $\frac{4x - 2y + 1}{2x - y - 1} = \frac{dy}{dx}$

(鹿児島大 2022) (m20225403)

**0.321** 直交座標系  $O-xyz$  において, 点  $A(1, 1, -1)$ , 点  $B(2, -2, 1)$  および点  $C(-1, 4, -3)$  がある. 以下の問に答えよ.

- (1) 線分  $AB$  と線分  $AC$  を隣り合う 2 辺にもつ平行四辺形の面積  $S$  を求めよ.
- (2) 点  $A$ , 点  $B$ , 点  $C$  を通る平面の方程式を求めよ.

(鹿児島大 2022) (m20225404)

**0.322** 下記の行列  $A$  について, 以下の問に答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- (1) 行列  $A$  を構成する 3 つの縦ベクトルは線形独立であるかどうかを調べよ.
- (2) 直交座標系  $O-xyz$  において, 行列  $A$  の転置行列を行列  $B$  として,  $(x \ y \ z)B = (10 \ 5 \ 1)$  の解を求めよ.

(鹿児島大 2022) (m20225405)

**0.323**  $\frac{d}{dx} \left( \cos(\sin x^2) + \frac{1}{\sqrt{x^2+2}} \right)$  を求めなさい.

(鹿児島大 2022) (m20225406)

**0.324** 不定積分  $\int \frac{2x^2 + 3x + 1}{x + 2} \, dx$  を求めなさい.

(鹿児島大 2022) (m20225407)

**0.325** 座標平面上の点  $P(a, a)$ , 点  $Q(1, 1)$ , 点  $R(3, 2)$  について, 以下の問に答えなさい.

- (1) ベクトル  $\overrightarrow{PQ}$  とベクトル  $\overrightarrow{PR}$  が直交するときの  $a$  の値を求めなさい。ただし、 $\overrightarrow{PQ}$  は零ベクトルではないものとする。
- (2)  $a = -1$  とするときの三角形  $PQR$  の面積を求めなさい。

(鹿児島大 2022) (m20225408)

**0.326** 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  について、以下の問いに答えなさい。

- (1) 行列  $A$  の行列式の値を求めなさい。
- (2) 行列  $A$  の逆行列を求めなさい。

(鹿児島大 2022) (m20225409)

**0.327**  $c$  を正の実数とする。  $xy$  平面上の 2 つの曲線  $y = \frac{1}{c}x^2$  と  $y^2 = cx$  について、以下の問いに答えなさい。

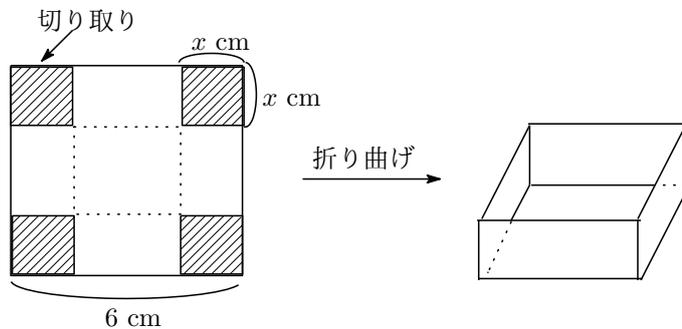
- (1) 2 つの曲線を 1 つのグラフに描きなさい。
- (2) 2 つの曲線で囲まれた部分の面積を求めなさい。

(鹿児島大 2022) (m20225410)

**0.328**  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$  のとき、 $\sin \theta \cos \theta$  を求めたい。解法の指針を最初に述べた後に解答せよ。

(鹿児島大 2022) (m20225411)

**0.329** 一辺が  $6 \text{ cm}$  の正方形の紙の四隅から、一辺の長さ  $x \text{ cm}$  の同じ大きさの 4 つの正方形を切り取り、残りの紙を折り曲げてふたのない直方体の箱を作る。なお、紙の厚みは無視できるものとする。



- (1) この箱の容積を  $V \text{ cm}^3$  とすると、 $V$  は ① 式で示されることを説明せよ。

$$V = x(6 - 2x)^2 \quad \text{①}$$

- (2)  $x$  の取りうる範囲を述べよ。
- (3) ① 式を微分すると ② 式となる。この式を用いて  $V$  が最大となる  $x$  の値を求める手順を説明せよ。そして、その  $x$  の値を求めよ。

$$V' = 12(x - 3)(x - 1) \quad \text{②}$$

(鹿児島大 2022) (m20225412)