[選択項目] 年度：1991〜2023 年　大学：工学院大

0.1　$\log_{16} 2 + \log_8 4 + \log_2 a = 1$ のとき，実数 a を求めよ．

(工学院大 2003)　(m20036201)

0.2　半径 r の円に内接する長方形のうち，面積最大のものは正方形であることを証明し，そのときの面積を求めよ．

(工学院大 2003)　(m20036202)

0.3　$\displaystyle\int_0^a e^{x^2}\cdot x^3\,dx$ のとき，実数 a を求めよ．

(工学院大 2003)　(m20036203)

0.4　微分方程式，$y + x\dfrac{dy}{dx} = xy\dfrac{dy}{dx}$ の一般解を求めよ．

(工学院大 2003)　(m20036204)

0.5　(1)　行列 $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ の逆行列 A^{-1} を求めよ．

(2)　行列の演算，$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60 \\ 70 \end{bmatrix}$ が成立するとき，(1) で求めた逆行列 A^{-1} を用いて，x と y の値を求めよ．

(工学院大 2003)　(m20036205)

0.6　図 1 のように，点 A, B, C, D が xy 軸平面上にある．原点 O とし，各座標を $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ と示すとき，$\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$，$\overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ である．
また，$\overrightarrow{OB}$ は $\overrightarrow{OA}$ を原点を中心として，反時計方向に角度 θ 回転させたものである．$\overrightarrow{OD}$ は $\overrightarrow{OC}$ を同様に角度 θ 回転させた点である．
以下の問に答えよ．

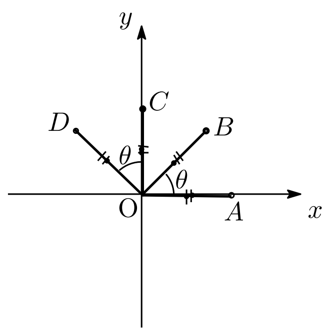


図 1:xy 軸平面

(1)　点 B, D の座標を求めよ．

(2)　$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OD}$ を計算せよ．

(3)　原点を中心とした長さ 1 である任意のベクトル $\overrightarrow{OE} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ は，$\overrightarrow{OA}$ を角度 α 回転させることによって得られる．角度 α 回転させる一次変換を

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \cdots\cdots \quad ①$$

と表すとき，a, b, c, d を求めよ．

(4)　$\cos(\alpha + \beta)$ を $\sin\alpha, \cos\alpha, \sin\beta, \cos\beta$ を用いて表せ．

(工学院大 2003)　(m20036206)

0.7　複素数 $z = \dfrac{1}{2} + i\dfrac{1}{2}$ に対し，共役複素数 $\overline{z}$, $\arg\dfrac{z}{\overline{z}}$ を求めよ．但し，$i = \sqrt{-1}$ とする．

(工学院大 2003)　(m20036207)

0.8　(1)　曲線 $y = \cos 2\pi x$ に $x = \dfrac{1}{6}$ で接する直線の傾き（勾配）を求めなさい．(図 2 参照)

(2) x, y 軸と曲線 $y = \cos 2\pi x$，直線 $x = \dfrac{1}{6}$ に囲まれる図形の面積を求めよ.

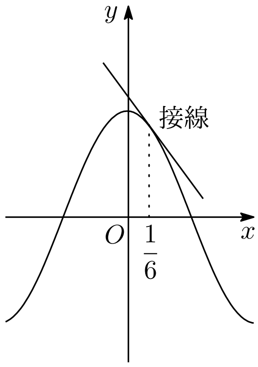


図 2:曲線 $y = \cos 2\pi x$

(工学院大 2003)　　(m20036208)

0.9 容器に n 個の部品を入れてある．このうち，m 個が不良品で残りが良品である．この容器からランダムに 2 個の部品を取り出したとき，1 個が不良品で 1 個が良品である確率を求めよ．

(工学院大 2004)　　(m20046201)

0.10 $y = \sin^2 x + \cos x$ $(0° \leqq \quad x < 360°)$ の最小値を求めよ.

(工学院大 2004)　　(m20046202)

0.11 $\displaystyle\int_0^{\infty} \lambda x e^{-\lambda x} dx$ を解け.

(工学院大 2004)　　(m20046203)

0.12 $x\dfrac{dy}{dx} = x + y$ を解き，点 $(1, 2)$ を通る解を求めよ.

(工学院大 2004)　　(m20046204)

0.13 (1) 行列 $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ の固有値が実数となることを証明せよ.

(2) 行列 A の逆行列 A^{-1} を求め，$AA^{-1} = E$ となることを証明せよ．ただし，E は単位行列である.

(工学院大 2004)　　(m20046205)

0.14 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$ と $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -6 & 5 \end{pmatrix}$ において以下の値をそれぞれ求めよ.

(1) $A^2 + B^2$

(2) $(A + B)(A - B)$

(工学院大 2004)　　(m20046206)

0.15 2 つのベクトル $\vec{a} = (1, 1),\ \vec{b} = (-1 + \sqrt{3},\ -1 - \sqrt{3})$ の内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ．また，$\vec{a},\ \vec{b}$ が成す角 θ を求めよ.

(工学院大 2004)　　(m20046207)

0.16 複素数 $4 - 3i$ の絶対値を求めよ.

(工学院大 2004)　　(m20046208)

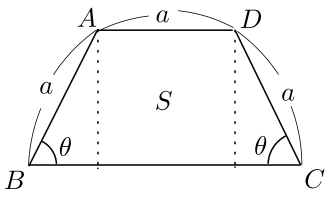
0.17 $x = 2t - 4,\ y = 5 - 3t^2$ の関数があるとき，導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.（x を用いて表せ.）

(工学院大 2004)　　(m20046209)

0.18　曲線 $y = 2\sin^2 x$ 上の点 $x = \dfrac{\pi}{4}$ における接線の傾きと，接線の方程式を求めよ．

(工学院大 2004)　　(m20046210)

0.19　図のように辺 $AB = AD = DC = a$, $\angle ABC = \angle DCB = \theta$ の等脚台形がある．台形 $ABCD$ の面積 S を a, θ を用いて表せ．さらに面積 S を最大にするような θ の値を求めよ．



(工学院大 2004)　　(m20046211)

0.20　ある製品において，任意に 1 回抜き出したとき，それが良品である確率が $\dfrac{1}{2}$ とする．このとき，n 回抜き出した結果，良品と不良品が交互に出る確率を求めよ．

(工学院大 2005)　　(m20056201)

0.21　$y = \sin^2\theta + \sin 2\theta + 3\cos^2\theta$ $(0^\circ \leqq \theta < 90^\circ)$ の最大値とそのときの θ の値を求めよ．

(工学院大 2005)　　(m20056202)

0.22　$a < 1$ のとき，$\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} n(1-a)a^n = \frac{a}{1-a}$ となることを証明せよ．

(工学院大 2005)　　(m20056203)

0.23　$\displaystyle\int_0^1 \frac{1+x}{\sqrt{1-x^2}}dx$　を解け．

(工学院大 2005)　　(m20056204)

0.24　(1)　行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ の逆行列 A^{-1} を求めよ．

(2)　求められた逆行列 A^{-1} を用いて，次の連立方程式を解け．

$$\begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ x + 2y + z = 1 \\ x + y + 2z = 5 \end{cases}$$

(工学院大 2005)　　(m20056205)

0.25　ベクトル $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (2, -1, 1)$, $\vec{c} = (4, -2, 1)$ において次の計算を行え．

(1)　$\vec{a} + 2\vec{b}$

(2)　$|\vec{a} + 2\vec{b}|$

(3)　$4\vec{a} - 3\vec{b} - 2\vec{c}$

(工学院大 2005)　　(m20056206)

0.26　行列 $A = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ において次の計算を行え．

(1)　AB

(2)　BA

(3)　逆行列 A^{-1} を求めよ．

(工学院大 2005)　　(m20056207)

0.27　$A = 3 + 3i,\ B = 2 - 2i$ (i は虚数単位) のとき $\dfrac{A}{B}$ を計算せよ．ただし，答えは分母を有理化した値を記すこと．

(工学院大 2005)　　(m20056208)

0.28　$x = \sqrt{t+1},\ y = t^2 + 2t + 3$ で表される関数において $\dfrac{dx}{dy}$ を t の式で表せ．

(工学院大 2005)　　(m20056209)

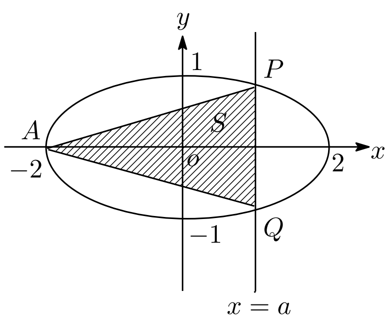
0.29　次の不定積分を求めよ．

(1)　$y = \displaystyle\int \frac{e^x}{e^x + 2}\,dx$

(2)　$y = \displaystyle\int \frac{2x^2 + 3x + 4}{x}\,dx$

(工学院大 2005)　　(m20056210)

0.30　図のように楕円 $\dfrac{1}{4}x^2 + y^2 = 1$ と y 軸に平行な直線 $x = a$ が 2 点 P, Q で交わるとき，点 $A(-2, 0)$ を頂点とする三角形 APQ の面積 S が最大となるときの面積 S_{max} とそのときの a の値を求めよ．



(工学院大 2005)　　(m20056211)