[選択項目] 年度：1991〜2023 年　大学：京都工芸繊維大

0.1 $f(x)=\tan^{-1}x-\tan^{-1}\dfrac{x}{3}$ の最大値を求めよ．ただし，$\tan^{-1}$ は正接関数 $\tan$ の逆関数の主値である．

(京都工芸繊維大 1998)　(m19983401)

0.2 曲線（asteroid）

$$|x|^{\frac{2}{3}}+|y|^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$$

（a は正の定数）の長さを求めよ．

(京都工芸繊維大 1998)　(m19983402)

0.3 n 個の実数 a_i が $0<a_i<1$ $(i=1,2,\ldots,n)$ を満たしているとする．このとき

$$(1-a_1)(1-a_2)\cdots(1-a_n)<\frac{1}{1+a_1+a_2+\cdots+a_n}$$

が成り立つことを示せ．

(京都工芸繊維大 1998)　(m19983403)

0.4 極限 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{\sin x}-\frac{1}{x}\right)$ の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 1998)　(m19983404)

0.5 行列式 $\begin{vmatrix} x & -1 & 0 & 0 \\ 1 & x & -1 & 0 \\ 0 & 1 & x & -1 \\ 0 & 0 & 1 & x \end{vmatrix}$ の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 1998)　(m19983405)

0.6 $x>0$ で定義された関数 $y=x^x$ に対して，$\dfrac{dy}{dx}$ を計算せよ．

(京都工芸繊維大 1999)　(m19993401)

0.7 $\displaystyle\lim_{x\to+0}x\log x$ の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 1999)　(m19993402)

0.8 定積分 $\displaystyle\int_1^3\frac{dx}{x^2-2x+5}$ の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 1999)　(m19993403)

0.9 微分方程式 $y'+y=x$ を解け．

(京都工芸繊維大 1999)　(m19993404)

0.10 行列 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 4 & 5 & 6 & 4 \\ 6 & 10 & 15 & 6 \\ 4 & 10 & 20 & 4 \end{pmatrix}$ の階数（rank）を求めよ．

(京都工芸繊維大 1999)　(m19993405)

0.11 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to\infty}(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2})^x$ を求めよ．

(京都工芸繊維大 2000)　(m20003401)

0.12　極限　$\displaystyle\lim_{x\to\infty} x^2e^{-x}$　の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2000)　　(m20003402)

0.13　$x>0$ での方程式　$x\log x=1$　は唯一つの解をもち，その解は 1 と 2 の間にあることを示せ．

(京都工芸繊維大 2000)　　(m20003403)

0.14　不定積分 $\displaystyle\int\frac{dx}{\cos x}$ を計算せよ．

(京都工芸繊維大 2000)　　(m20003404)

0.15　定積分 $\displaystyle\int_0^\infty \frac{x^2}{(1+x^2)^2}\,dx$　の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2000)　　(m20003405)

0.16　関数 $f(x,y)=x^3+y^3-9xy$ が極値をとる点をすべて求め，その点で極大か極小かを判定せよ．

(京都工芸繊維大 2000)　　(m20003406)

0.17　領域 $D=\{(x,y):\ x\geqq 0,\ y\geqq 0,\ 1\leqq\sqrt{x^2+y^2}\leqq 2\}$ に対して重積分

$$\iint_D\frac{2xy}{x^2+y^2}dx\,dy$$

の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2000)　　(m20003407)

0.18　微分方程式　$y'-y=e^x$　を解け．

(京都工芸繊維大 2000)　　(m20003408)

0.19　3 次元ベクトル　$\mathbf{x}=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}$　と　$\mathbf{y}=\begin{pmatrix}y_1\\y_2\\y_3\end{pmatrix}$　に対して，行列

$$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&-1\\-1&-2&1\end{pmatrix}$$

を用いて，$f(\mathbf{x},\mathbf{y})={}^t\,\mathbf{x}A\mathbf{y}$ と定める．ここで ${}^t\mathbf{x}$ は $\mathbf{x}$ の転置を表す．

(1)　A の逆行列 B を求めよ．

(2)　任意の 3 次元ベクトル $\mathbf{x},\mathbf{y}$ に対して，$f(\mathbf{x},B\mathbf{y})=f(C\mathbf{x},\mathbf{y})$ を満たす 3 次正方行列 C を求めよ．

(京都工芸繊維大 2000)　　(m20003409)

0.20　行列式を含む方程式　$\begin{vmatrix}x&1&1\\1&x&1\\1&1&x\end{vmatrix}=0$　を解け．

(京都工芸繊維大 2000)　　(m20003410)

0.21　行列 $A=\begin{pmatrix}1&0&k\\-1&2&1\\1&2k&3\end{pmatrix}$ について以下の各問に答えよ．

(1)　行列 A が 2 を固有値として持ち，かつ正則行列となるように k を定めよ．

(2)　(1) で求めた k に対して，A の固有値 2 に対応する固有ベクトルを求めよ．

(京都工芸繊維大 2000)　　(m20003411)

0.22 $y = x^2 \log x\ (x > 0)$ のグラフの概形を描け．ただしグラフの凹凸は考えなくてよい．

(京都工芸繊維大 2001) (m20013401)

0.23 定積分 $\displaystyle\int_0^1 x^2 \tan^{-1} x dx$ の値を求めよ．ただし $\tan^{-1}$ は $\tan$ の逆関数の主値である．

(京都工芸繊維大 2001) (m20013402)

0.24 自然数 $n \geqq 2$ に対して，
$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx,\ J_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x dx$$
とおく．次の (1),(2) を証明せよ．

(1) $I_n = J_n$ (2) $I_n = \dfrac{n-1}{n} I_{n-2}$

(京都工芸繊維大 2001) (m20013403)

0.25 (1) 自然数 $n = 1, 2, \ldots$ に対して $n! \geqq 2^{n-1}$ が成り立つことを示せ．

(2) 級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$ は収束して，$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \leqq 2$ を満たすことを示せ．

(京都工芸繊維大 2001) (m20013404)

0.26 条件 $x^2 + y^2 - 1 = 0$ の下で，関数 $f(x, y) = 3x - y$ が極値をとり得る点をすべて求めよ．また，その点で極大か極小かも判定せよ．

(京都工芸繊維大 2001) (m20013405)

0.27 直線 $y = x$ と放物線 $y = -x^2 + 2x$ で囲まれた領域 D を図示し，D 上の重積分 $\displaystyle\iint_D y\ dxdy$ の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2001) (m20013406)

0.28 微分方程式 $y'' - y' - 2y = 0$ の，初期条件 $y(0) = 2,\ y'(0) = 1$ を満たす解を求めよ．

(京都工芸繊維大 2001) (m20013407)

0.29 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ の逆行列 A^{-1} を求めよ．

(京都工芸繊維大 2001) (m20013408)

0.30 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a+1 & 2 \\ 1 & 0 & a & 3 \\ 1 & 2 & a+2 & a \end{pmatrix}$ を考える．ただし，a は定数である．

(1) 行列 A の階数を求めよ．

(2) 次の連立 1 次方程式が解をもつように a の値を定め，その解を求めよ．
$$\begin{cases} x + y + (a+1)z = 2 \\ x + az = 3 \\ x + 2y + (a+2)z = a \end{cases}$$

(京都工芸繊維大 2001) (m20013409)

0.31 行列 $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & a \\ 2 & 1 & -1 \\ a^2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ が固有ベクトル $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ を持つような a の値を求めよ．また，このとき行列 A のすべての固有値及びの行列式を求めよ．

(京都工芸繊維大 2001) (m20013410)

0.32 $y = x^{\frac{1}{x}}$ の $x > 0$ での最大値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2002)　　(m20023401)

0.33 極限 $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2}\left(\frac{\sin x}{x} - 1\right)$ の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2002)　　(m20023402)

0.34 不定積分 $\displaystyle\int \frac{dx}{x^4 - 1}$ を計算せよ．

(京都工芸繊維大 2002)　　(m20023403)

0.35 実数 $p > 0$ について　$\displaystyle\Gamma(p) = \int_0^\infty x^{p-1}e^{-x}dx$　とおく．次の (1), (2) を証明せよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x \to \infty} \frac{x^a}{e^x} = 0$　（ただし，a は実数）　　(2) $\Gamma(p+1) = p\Gamma(p)$

(京都工芸繊維大 2002)　　(m20023404)

0.36 ２変数関数 $z = f(x, y)$ は，２階までのすべての偏導関数が存在して，それらがすべて連続であるとする．x, y が別の２変数 u, v の関数として　$x = u - v\,,\ y = u + v$

と表されるとき，次の各問いに答えよ．

(1) $\dfrac{\partial z}{\partial u}\,,\ \dfrac{\partial z}{\partial v}$ を $\dfrac{\partial z}{\partial x}\,,\ \dfrac{\partial z}{\partial y}$ を用いて表せ．

(2) $\dfrac{\partial^2 z}{\partial u \partial v}$ を $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}\,,\ \dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\,,\ \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ を用いて表せ．

(京都工芸繊維大 2002)　　(m20023405)

0.37 媒介変数表示された曲線 $C : x = 3\cos t\,,\ y = 2\sin t\ \ (0 \leqq t \leqq 2\pi)$ を図示し，この曲線で囲まれた図形 D 上の重積分 $\displaystyle\iint_D (xy+1)dxdy$ の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2002)　　(m20023406)

0.38 微分方程式 $xyy' = x^2 + y^2$ を解け．

(京都工芸繊維大 2002)　　(m20023407)

0.39 行列 $\begin{pmatrix} 0 & 1 & x \\ x & 0 & 1 \\ 1 & x & 0 \end{pmatrix}$ が逆行列をもたないような実数 x の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2002)　　(m20023408)

0.40 行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ に対して，A^2, A^3 および，$E - A$ の逆行列 $(E - A)^{-1}$ を求めよ．

ただし，E は３次の単位行列である．

(京都工芸繊維大 2002)　　(m20023409)

0.41 行列 $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ a & 0 & 2 \end{pmatrix}$ について，次の各問いに答えよ．ただし，a は定数である．

(1) A の行列式の値が -2 となるように定数 a を定めよ．

(2) (1) で得られた定数 a の値に対して，A の固有値とその固有ベクトルをすべて求めよ．

(京都工芸繊維大 2002)　　(m20023410)

0.42 極限 $\displaystyle\lim_{x\to\infty} x^2\left\{\log\left(1+\frac{1}{x}\right)-\frac{1}{x+1}\right\}$ の値を求めよ.

(京都工芸繊維大 2003) (m20033401)

0.43 n を自然数とする．$1 \leqq k \leqq n$ を満たす各自然数 k に対して

$$\frac{d^k}{dx^k}(x^2-1)^n = P_k(x)(x^2-1)^{n-k}$$

となる x の多項式 $P_k(x)$ が存在することを示せ.

(京都工芸繊維大 2003) (m20033402)

0.44 次の極限値を求めよ. $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{xe^x-\sin x}{x^2}$

(京都工芸繊維大 2003) (m20033403)

0.45 積分 $\displaystyle\int_0^\infty \frac{2x}{(2x^2+1)(x^2+1)}dx$ の値を求めよ.

(京都工芸繊維大 2003) (m20033404)

0.46 次の定積分の値を求めよ. $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}$

(京都工芸繊維大 2003) (m20033405)

0.47 2 変数関数 $\varphi(x,y)=x-y+e^y\sin x$ と全微分可能な関数 $\psi(x,y)$ に対して，次の各問いに答えよ.

(1) 偏導関数 $\dfrac{\partial\varphi}{\partial x}$, $\dfrac{\partial\varphi}{\partial y}$ を求めよ.

(2) $x=0$ の近傍で定義された微分可能な関数 $f(x)$ が $\varphi(x,f(x))=0$ を満たすとし，$g(x)=\psi(x,f(x))$ とおく．微分係数 $f'(0)$ を求めよ．また，$a=\dfrac{\partial\psi}{\partial x}(0,0)$, $b=\dfrac{\partial\psi}{\partial y}(0,0)$ とおくとき，$g'(0)$ を a,b を用いて表せ.

(京都工芸繊維大 2003) (m20033406)

0.48 領域 $D=\{(x,y): 0\leqq x\leqq 1, 0\leqq y\leqq\sqrt{x}\}$ 上で重積分 $\displaystyle\iint_D \sqrt{x}(x+y)dxdy$ の値を求めよ.

(京都工芸繊維大 2003) (m20033407)

0.49 微分方程式 $x^2y'=x^2+xy+y^2$ を解け.

(京都工芸繊維大 2003) (m20033408)

0.50 行列 $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -x & 3\end{pmatrix}$ と $B=\begin{pmatrix}1 & -1 & x\\ x & -x & 4\end{pmatrix}$ に対して，行列の積 AB を求め，次に AB の行ベクトルが 1 次従属となるように x を定めよ.

(京都工芸繊維大 2003) (m20033409)

0.51 行列 $A=\begin{pmatrix}2 & a & -1\\ a & 2 & b\\ -1 & b & 2\end{pmatrix}$ が固有ベクトル $\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}$ をもつとする.

(1) 成分 a,b の値を求めよ. (2) A の固有値をすべて求めよ.

(京都工芸繊維大 2003) (m20033410)

0.52 行列 $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ -1 & 1 & -1\\ 1 & -1 & 1\end{pmatrix}$ の固有値をすべて求めよ.

(京都工芸繊維大 2003) (m20033411)

0.53 (1) 次の極限値を求めよ.

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-\left(1+x+\dfrac{x^2}{2}\right)}{x^3}$$

(2) $f(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$ の第 n 次導関数 $f^{(n)}(x)$（n は自然数）を求めよ.

（京都工芸繊維大 2004） (m20043401)

0.54 2 変数 x, y の関数 z が

$$z=x^{\alpha}f\left(\frac{y}{x}\right)$$

で与えられている. ただし, α は定数で, f は微分可能な 1 変数関数である.

(1) 偏導関数 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ を f および f の導関数 f' を用いて表せ.

(2) $x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=\alpha z$ が成り立つことを示せ.

（京都工芸繊維大 2004） (m20043402)

0.55 閉領域 $D=\{(x,y)\ :\ 1\leqq\ x\leqq\ 2,\ x\leqq\ y\leqq\ x^2\}$ を図示して, 次の重積分の値を求めよ.

$$\iint_D (x^2+2y)dxdy$$

(京都工芸繊維大 2004) (m20043403)

0.56 行列 $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & a\\ -1 & 0 & 4\\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix}$ の行列式の値が 1 となるように a の値を定めよ.

また, そのように a の値を定めたとき, A の逆行列 A^{-1} を求めよ.

（京都工芸繊維大 2004） (m20043404)

0.57 行列 $A=\begin{pmatrix}3 & 0 & 1\\ -2 & 2 & -2\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}$ の固有値とその固有ベクトルをすべて求めよ.

(京都工芸繊維大 2004) (m20043405)

0.58 行列式 $\begin{vmatrix}x & 1 & 0 & 0\\ 0 & x & 1 & 0\\ 0 & 0 & x & 1\\ a & b & c & x\end{vmatrix}$ の値を求めよ.

(京都工芸繊維大 2004) (m20043406)

0.59 $x>0$ のとき，不等式

$$\tan^{-1}x>x-\frac{x^3}{3}$$

が成り立つことを示せ．ただし $\tan^{-1}$ は $\tan$ の逆関数の主値である.

(京都工芸繊維大 2004) (m20043407)

0.60 a を定数とするとき，極限 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^a+(1-x)^a-2}{x^2}$ の値を求めよ.

(京都工芸繊維大 2004) (m20043408)

0.61 (1) $\tan\dfrac{x}{2}=t$ とおく．$\sin x$ と $\dfrac{dx}{dt}$ を t を用いて表せ.

(2) 不定積分 $\displaystyle\int \frac{dx}{2+\sin x}$ を求めよ．

(京都工芸繊維大 2004)　　(m20043409)

0.62 (1) y は x の関数である．変数変換 $x=e^t$ を行うと y は t の関数となる．このとき

$$\frac{dy}{dt}=x\frac{dy}{dx}, \quad \frac{d^2y}{dt^2}=x^2\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}$$

が成り立つことを示せ．

(2) 微分方程式 $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}-2y=0$ を解け．

(京都工芸繊維大 2004)　　(m20043410)

0.63 (1) 次の極限値を求めよ． $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1}{x^3}\left\{\log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)-2x\right\}$

(2) 次の不定積分を求めよ． $\displaystyle\int \frac{x}{x^2+2x+2}dx$

(京都工芸繊維大 2005)　　(m20053401)

0.64 関数 $f(x,y)=x^4+y^4-4xy$ の極値および極値を与える点を求めよ.

(京都工芸繊維大 2005)　　(m20053402)

0.65 次の重積分の値を求めよ.

$$\iint_D \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2+y^2}}dxdy, \qquad D=\{(x,y) \mid x^2+y^2 \leqq 8,\ y \geqq 0\}$$

(京都工芸繊維大 2005)　　(m20053403)

0.66 行列 $A=\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ p & q & r \end{pmatrix}$ が直交行列となり, その行列式が 1 となるように p,q,r を定めよ.

(京都工芸繊維大 2005)　　(m20053404)

0.67 行列 $A=\begin{pmatrix} -1 & 1 & -3 \\ 9 & -2 & 9 \\ 5 & -2 & 7 \end{pmatrix}$ について, 次の問いに答えよ. ただし, E は 3 次の単位行列を表す.

(1) A の固有多項式 $f_A(x)$ および A の固有値をすべて求めよ. ただし, $f_A(x)$ は行列 $xE-A$ の行列式のことである.

(2) 自然数 $n \geqq 1$ に対して, 多項式 $(x-1)^{n+2}$ を $f_A(x)$ で割った余りを求め, 行列 $(A-E)^{n+2}$ を求めよ.

(京都工芸繊維大 2005)　　(m20053405)

0.68 a,b を異なる定数とするとき, 行列

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & x & -b & a \\ b & a & x & -a \\ a & a & b & x \end{pmatrix}$$

が逆行列を持たないような x の値を求めよ.

(京都工芸繊維大 2005)　　(m20053406)

0.69 極限 $\displaystyle \lim_{x\to 0}\left(\frac{e^x+e^{-x}}{2}\right)^{\frac{1}{x^2}}$ の値を求めよ.

(京都工芸繊維大 2005) (m20053407)

0.70 $0 \leqq x < 1$ のとき, 不等式 $\sin^{-1}x \geqq x + \dfrac{x^3}{6}$ が成り立つことを示せ.
ただし, $\sin^{-1}$ は $\sin$ の逆関数の主値である.

(京都工芸繊維大 2005) (m20053408)

0.71 不定積分 $\displaystyle \int \frac{6x^4}{x^3+1}dx$ を求めよ.

(京都工芸繊維大 2005) (m20053409)

0.72 微分方程式 $y''+2y'+5y=10\sin x$ を考える.

(1) $a\cos x + b\sin x$ がこの微分方程式の解になるように定数 a, b を定めよ.

(2) 初期条件 $y(0)=1,\ y'(0)=0$ を満たす解を求めよ.

(京都工芸繊維大 2005) (m20053410)

0.73 行列式 $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & z & -y \\ 1 & -z & 0 & x \\ 1 & y & -x & 0 \end{vmatrix}$ を計算せよ.

(京都工芸繊維大 2006) (m20063401)

0.74 極限 $\displaystyle \lim_{x\to +0} x^{\sqrt{x}}$ の値を求めよ.

(京都工芸繊維大 2006) (m20063402)

0.75 $-1 \leqq x \leqq 1$ のとき，不等式 $\sin^{-1}x + \sqrt{2(1-x)} \leqq \dfrac{\pi}{2}$ が成り立つことを示せ.
ただし $\sin^{-1}$ は $\sin$ の逆関数の主値である.

(京都工芸繊維大 2006) (m20063403)

0.76 不定積分 $\displaystyle \int \frac{1}{\sqrt{x}(1-x)}dx$ を計算せよ.

(京都工芸繊維大 2006) (m20063404)

0.77 微分方程式 $y''-2y'-3y=3x^2+x$ を考える.

(1) x の 2 次多項式で，この微分方程式の解であるものを求めよ.

(2) この微分方程式の一般解を求めよ.

(京都工芸繊維大 2006) (m20063405)

0.78 次の極限値を求めよ. $\displaystyle \lim_{x\to 0}\frac{1}{x^2}(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}-2)$

(京都工芸繊維大 2006) (m20063406)

0.79 次の定積分の値を求めよ. $\displaystyle \int_1^{\infty}\frac{dx}{\sqrt{x}(1+x)}$

(京都工芸繊維大 2006) (m20063407)

0.80 実数 a_1, a_2, b_1, b_2 (ただし $a_1 \neq a_2$) について，2 変数 x, y の関数

$$Q(x,y) = (x + a_1 y - b_1)^2 + (x + a_2 y - b_2)^2$$

を考える．このとき，$\dfrac{\partial Q}{\partial x} = \dfrac{\partial Q}{\partial y} = 0$ をみたす x, y の値を a_1, a_2, b_1, b_2 を用いて表せ．

(京都工芸繊維大 2006)　　(m20063408)

0.81 領域 $D = \{(x,y) \ : \ 0 \leqq \ x \leqq \ 1 \, , \ 0 \leqq \ y \leqq \ x^2\}$ に対して重積分 $\displaystyle\iint_D \frac{x}{1+y} dxdy$ の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2006)　　(m20063409)

0.82 連立 1 次方程式 $\begin{cases} x & & + & z & & & = & 1 \\ 2x & + & y & + & 2z & - & 2w & = & 3 \\ x & - & y & + & z & + & 2w & = & k & - & 3 \end{cases}$ が解をもつように定数 k の値を定め，これを解け．また，係数行列 A を示し，その階数 rank A を求めよ．

(京都工芸繊維大 2006)　　(m20063410)

0.83 行列 $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ の固有値とその固有ベクトルをすべて求めよ．

さらに，$A^n (n$ は自然数$)$ の行列式の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2006)　　(m20063411)

0.84 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ について，次の問いに答えよ．

(1) 行列 $xE - A$ の行列式を求めよ．ただし，x はスカラー，E は 4 次の単位行列を表す．

(2) A の固有値とその固有ベクトルをすべて求めよ．

(京都工芸繊維大 2007)　　(m20073401)

0.85 次の極限値を求めよ．　$\displaystyle\lim_{x \to +0} \frac{e^{\sqrt{x}} - 1 - \sqrt{x}}{x}$

(京都工芸繊維大 2007)　　(m20073402)

0.86 次の積分の値を求めよ．　$\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{e^x + 2e^{-x} + 2} dx$

(京都工芸繊維大 2007)　　(m20073403)

0.87 関数 $f(x,y) = 3x^2 + y^3 - 6xy$ を考える．

(1) $f(x,y)$ の 1 階および 2 階の偏導関数をすべて求めよ．　(2) $f(x,y)$ の極値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2007)　　(m20073404)

0.88 (1) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = 0$ の一般解を求めよ．

(2) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = 1$ の解で，初期条件 $y(0) = 1 \, , \ y'(0) = 0$ を満たすものを求めよ．

(京都工芸繊維大 2007)　　(m20073405)

0.89 行列 $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ について, 以下の問いに答えよ．

(1) A の固有値をすべて求めよ.

(2) A の固有方程式の重解を λ_0 とする. 固有値 λ_0 に対応する 2 つの固有ベクトルで, 正規直交系をなすものを 1 組求めよ.

(京都工芸繊維大 2008) (m20083401)

0.90 (1) α を正の定数とするとき, $\displaystyle\lim_{x\to+0} x^\alpha \log x = 0$ を示せ.

(2) 広義積分 $\displaystyle\int_0^1 \frac{\log x}{\sqrt{x}}\,dx$ の値を求めよ.

(京都工芸繊維大 2008) (m20083402)

0.91 関数 $f(x,y) = x^y \ \ (x>0,\ y>0)$ について次の問いに答えよ.

(1) $f(x,y)$ の 1 階および 2 階の偏導関数をすべて求めよ.

(2) 曲面 $z = f(x,y)$ の点 $(e, 1, f(e,1))$ における接平面の方程式と法線の方程式を求めよ.

(京都工芸繊維大 2008) (m20083403)

0.92 重積分 $\displaystyle\iint_D \frac{xy^2}{1+x^2+y^2}\,dxdy$ の値を求めよ.
ただし, $D = \{(x,y) \mid x \geqq\ 0,\ y \geqq\ 0,\ x^2+y^2 \leqq\ 1\}$ とする.

(京都工芸繊維大 2008) (m20083404)

0.93 連続時間信号 $f(t)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ を

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j\omega t}\,dt$$

で定義する. ただし, t は時間を表す実数, ω は角周波数を表す実数であり, $j = \sqrt{-1}$ とおいている.
このとき,

$$f(t) = \begin{cases} e^{-t} & (t \geq 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases}$$

で与えられる連続時間信号 $f(t)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ と振幅スペクトル $|F(\omega)|$ を求めなさい.

(京都工芸繊維大 2008) (m20083405)

0.94 インパルス応答が

$$h(n) = \begin{cases} 1 & (n = 0, 1) \\ 0 & (n \leq -1 \text{ または } n \geq 2) \end{cases}$$

であたえられる線形時不変な離散時間システムに対して,

$$u(n) = \begin{cases} 1 & (n = 0, 1) \\ 0 & (n \leq -1 \text{ または } n \geq 2) \end{cases}$$

となる離散時間信号 $u(n)$ を入力したときの出力を $y(n)$ とする. ただし, n は離散時刻を表す整数とする. このとき, $n = 1$ および $n = 3$ におけるシステムの出力 $y(1)$ と $y(3)$ の値を求めなさい.

(京都工芸繊維大 2008) (m20083406)

0.95 実数 x が $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ を満たすとする. 行列式

$$\begin{vmatrix} 0 & \sin x & \cos x & \tan x \\ -\sin x & 0 & 0 & \cos x \\ -\cos x & 0 & 0 & \sin x \\ -\tan x & -\cos x & -\sin x & 0 \end{vmatrix}$$

の値が $\dfrac{1}{4}$ となるような x をすべて求めよ.

(京都工芸繊維大 2009)　　(m20093401)

0.96 (1) 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x+\cos x-e^x}{x\sin x}$ を求めよ.

(2) 定積分 $\displaystyle\int_1^3 \frac{x^3-3x+1}{\sqrt{x-1}}\,dx$ の値を求めよ.

(京都工芸繊維大 2009)　　(m20093402)

0.97 関数 $f(x,y)=x^4+y^4-4(x-y)^2$ の極値を求めよ.

(京都工芸繊維大 2009)　　(m20093403)

0.98 次の微分方程式を考える.

$$(*) \qquad \frac{dy}{dx}=\frac{y^2}{x^2}-2$$

(1) $\dfrac{y}{x}=u$ とおいて, $(*)$ を u に関する微分方程式に書き換えよ.

(2) 初期条件 $y(1)=3$ を満たす $(*)$ の解を求めよ.

(京都工芸繊維大 2009)　　(m20093404)

0.99 行列 $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ について, 次の問いに答えよ.

(1) 行列 A の固有値をすべて求めよ.

(2) 行列 A の逆行列 A^{-1} を求めよ.

(京都工芸繊維大 2010)　　(m20103401)

0.100 正数 R について, $I(R)=\displaystyle\int_0^R x^3e^{-x^2}dx$ とおく.

(1) 積分 $I(R)$ の値を求めよ.

(2) 極限 $\displaystyle\lim_{R\to\infty} I(R)$ を求めよ.

(京都工芸繊維大 2010)　　(m20103402)

0.101 xy 平面上で定義された関数

$$f(x,y)=\begin{cases} x^2\mathrm{Tan}^{-1}\dfrac{y}{x} & (x\neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$$

がある. ここで, $\mathrm{Tan}^{-1}x$ は逆正接関数の主値を表す.

(1) $x\neq 0$ のとき, 偏導関数 $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y)$ および $\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y)$ を求めよ.

(2) $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,y)$ および $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,y)$ を定義に基づいて求めよ.

(3) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(0,0)$ および $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(0,0)$ の値を求めよ.

(京都工芸繊維大 2010)　　(m20103403)

0.102 xy 平面の領域

$$D=\left\{(x,y)\ \middle|\ \frac{\pi}{2}\leqq x\leqq\pi,\ 0\leqq y\leqq x^2\right\}$$

に対して, 重積分 $\displaystyle\iint_D \sin\left(\frac{y}{x}\right)dxdy$ の値を求めよ.

(京都工芸繊維大 2010)　　(m20103404)

0.103 a を実数とする．x, y, z, w に関する連立 1 次方程式

$$(*) \quad \begin{cases} x + 2y + z + 4w = 1 \\ x + y + 3w = a \\ x - y - 2z + w = a^2 \end{cases}$$

について次の問いに答えよ．

(1) $(*)$ が解を持つような a の値をすべて求めよ．

(2) (1) で求めた a の値それぞれについて $(*)$ の解を求めよ．

(京都工芸繊維大 2011)　　(m20113401)

0.104 (1) 極限 $\displaystyle\lim_{x\to\infty} x\log\left(1+\frac{3}{x}\right)$ および $\displaystyle\lim_{x\to\infty} x\log\left(1+\frac{3}{x^2}\right)$ を求めよ．

(2) 積分 $\displaystyle\int_1^\infty \log\left(1+\frac{3}{x^2}\right)dx$ の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2011)　　(m20113402)

0.105 関数 $f(x,y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2$ について次の問いに答えよ．

(1) 曲面 $z = f(x,y)$ の点 $(1,2,2)$ における接平面を求めよ．

(2) $f(x,y)$ の極値をすべて求めよ．

(京都工芸繊維大 2011)　　(m20113403)

0.106 微分方程式 $y' = \dfrac{y(y-1)}{x}$ を解け．

(京都工芸繊維大 2011)　　(m20113404)

0.107 E を 3 次の単位行列とし，$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 6 \\ 3 & -1 & 4 \\ -3 & 0 & -5 \end{pmatrix}$ とおく．

(1) A の固有値をすべて求めよ．

(2) A の実固有値のうちで最小のものを λ とする．λ に対する固有ベクトル $\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ を 1 つ求めよ．

(3) $B = A^7 + 5A^4 + E$ とおく．(2) で求めたベクトル $\vec{v}$ が B の固有ベクトルになることを示し，$\vec{v}$ に対する B の固有値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2012)　　(m20123401)

0.108 関数 $F(x,y) = x^3 + 3xy + y^3$ について次の問に答えよ．

(1) xyz 空間の曲面 $z = f(x,y)$ の点 $(1,1,5)$ における接平面の方程式を求めよ．

(2) 微分可能な関数 $y = y(x)$ が $f(x, y(x)) = 5$ を満たすとき，導関数 $y'(x)$ を x と $y(x)$ を用いて表せ．

(3) 関数 $f(x,y)$ の極値をすべて求めよ．

(京都工芸繊維大 2012)　　(m20123402)

0.109 (1) 極限 $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0} (\cos x)\log(\cos x)$ を求めよ．

(2) 広義積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x)\log(\cos x)dx$ を求めよ.

(京都工芸繊維大 2012)　　(m20123403)

0.110 次の微分方程式を考える.

$$(*) \qquad \frac{dy}{dx} = 2x(y^2+1)$$

(1) $(*)$ の一般解を求めよ.

(2) 初期条件 $y(0)=1$ を満たす $(*)$ の解を求めよ.

(京都工芸繊維大 2012)　　(m20123404)

0.111 一般に 3 次正方行列 $X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix}$ に対して $\mathrm{tr}(X) = x_{11}+x_{22}+x_{33}$ とおく.

$\mathrm{tr}(X)$ を X のトレースという. $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 6 \\ -3 & -1 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ とするとき, 次の問いに答えよ.

(1) $\mathrm{tr}(X)$ の値を求めよ.

(2) 任意の 3 次正方行列 X のたいして, $\mathrm{tr}(XA) = \mathrm{tr}(AX)$ となることを証明せよ.

(3) $AX - XA = A$ となる 3 次正方行列 X は存在しないことを証明せよ.

(京都工芸繊維大 2013)　　(m20133401)

0.112 xy 平面上の関数 $f(x,y) = x^3+2xy-x+2y$ を考える. 実数 a, b は $\dfrac{\partial f}{\partial x}(a,b)=0$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}(a,b)=0$ を満たしている. 実数 t の関数

$$g(t) = \lim_{h\to 0}\frac{f(a+h\cos t\,,\ b+h\sin t)-f(a,b)}{h^2}$$

を考える.

(1) a, b の値を求めよ.

(2) 次の等式を証明せよ.

$$g(t) = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(a,b)\cos^2 t + \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(a,b)\sin t\,\cos t + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(a,b)\sin^2 t$$

(3) t が実数全体を動くとき, $g(t)$ の最大値を求めよ.

(京都工芸繊維大 2013)　　(m20133402)

0.113 (1) 定積分 $\displaystyle\int_0^1 \frac{t^2}{(1+t^2)^2}dx$ の値を求めよ.

(2) 定積分 $\displaystyle\int_0^1 \frac{dt}{(1+t^2)^2}$ の値を求めよ.

(3) 広義積分 $\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}(2-x^2)^2}dx$ の値を求めよ.

(京都工芸繊維大 2013)　　(m20133403)

0.114 xy 平面上の図形 D : $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$ $\quad (0 \leqq \theta \leqq \pi,\ 0 \leqq r \leqq e^{\theta})$ に対して,

重積分 $\displaystyle\iint_D 1dxdy$ の値を求めよ.

(京都工芸繊維大 2013)　　(m20133404)

0.115 (1) a を実数とする．行列 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ a & 3 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ の階数を求めよ

(2) 整数を成分とする 3 次正方行列 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ がある．

(a) A の固有多項式の 1 次の項の係数を求めよ．

(b) A が複素数の範囲でただ一つの固有値 α をもつとき，$3\alpha^2$ は整数であることを示せ．

(京都工芸繊維大 2014)　　(m20143401)

0.116 実数 $a,\ b$ に対して関数 $f(x) = e^{-x}\cos x + ax + b$ を考える．$f(x)$ は $f(0) = 0,\ f'(0) = 0$ を満たすとする．

(1) $a,\ b$ の値を求めよ．

(2) 極限 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^m}$ が存在し，その極限値が 0 とは異なるような正の整数 m のうち最小のものを求めよ．

(京都工芸繊維大 2014)　　(m20143402)

0.117 関数 $f(x,y) = e^{x+2y} + e^{-x-2y} + \dfrac{2}{3}x^3 - x^2 - 4x$ を考える．

(1) 偏導関数 $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y),\ \dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y),\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y),\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(x,y),\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y),$ を求めよ．

(2) 関数 $f(x,y)$ の極値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2014)　　(m20143403)

0.118 関数 $y = y(x)$ は $\begin{cases} yy'' + (y')^2 + yy' = x \\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0 \end{cases}$ を満たしている．関数 $z = z(x)$ を $z = yy'$ で定める．

(1) $(e^x z)'$ を x の式で表せ．

(2) z を x の式で表せ．

(3) y を x の式で表せ．

(京都工芸繊維大 2014)　　(m20143404)

0.119 (1) 3 次正方行列 $A = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ の固有値と固有ベクトルをすべて求めよ．

(2) n を自然数とする．3 次正方行列 $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ に対して，B^n を求めよ．

(京都工芸繊維大 2015)　　(m20153401)

0.120 関数 $f(x,y) = (2x+1)e^{-(x^2+y^2)}$ について，次の問いに答えよ．

(1) xyz 空間の曲面 $z = f(x,y)$ の，点 $(0,0,1)$ における接平面の方程式を求めよ．

(2) 関数 $f(x,y)$ の極値をすべて求めよ．

(京都工芸繊維大 2015)　　(m20153402)

0.121 xy 平面の領域

$$D = \left\{ (x,y) \;\middle|\; 0 \leqq x \leqq 2,\ 0 \leqq y \leqq x^2 \right\}$$

に対して．重積分

$$I = \iint_D \sqrt{x^3+1}\, dxdy$$

の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2015)　　(m20153403)

0.122 微分方程式

$$y'' + 4y' + 4y = 0$$

の解 $y = y(x)$ のうちで，$y(0) = 0$ を満たし，かつ x が実数全体を動くときの最大値が 2 であるものを求めよ．

(京都工芸繊維大 2015)　　(m20153404)

0.123 a を定数とする．x, y, z に関する連立 1 次方程式

$$(*) \qquad \begin{cases} x - y + az = 1 \\ ax - ay + 4z = -2 \\ (a+1)x - 3y + (a+4)z = -1 \end{cases}$$

の解が 2 組以上存在するような a の値を求め，さらにその a の値に対して $(*)$ の解を求めよ．

(京都工芸繊維大 2016)　　(m20163401)

0.124 (1) 不定積分 $\displaystyle\int \frac{dx}{x^3+1}$ を求めよ．　　(2) 広義積分 $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{dx}{x^3+1}$ を求めよ．

(京都工芸繊維大 2016)　　(m20163402)

0.125 xy 平面上の関数 $f(x,y) = x^3 + 2xy - y^2 - 3x - 2y$ の極値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2016)　　(m20163403)

0.126 a を正の定数とする．2 階の微分方程式　$y'' + ay = 0$　の解のうち，
2 条件　$y'(0) = 0,\quad y'(1) = 0$　を満たすものをすべて求めよ．

(京都工芸繊維大 2016)　　(m20163404)

0.127 実数 a, b, c に対して 4 次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & c & -b \\ 1 & -c & 0 & a \\ 1 & b & -a & 0 \end{pmatrix}$$

を考える．

(1) $a + b + c \neq 0$ のとき，A が正則行列であることを示せ．

(2) $a + b + c = 0$ のとき，4 次の列ベクトル $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}$ で，$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ を満たすものをすべて求めよ．

(京都工芸繊維大 2017)　　(m20173401)

0.128 極限 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\log(\cos x)}{x^2}$ および $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\cos\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^n$ を求めよ．

(京都工芸繊維大 2017) (m20173402)

0.129 定積分 $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{x+\left(\sqrt[3]{x}\right)^2+\sqrt[3]{x}}$ を求めよ．

(京都工芸繊維大 2017) (m20173403)

0.130 関数 $F(x,y)=x^3+2y^3-7xy+4$ を考える．関数 $y=f(x)$ は，$x=2$ を含むある開区間 I 上で微分可能であり，次の条件 $(*)$ および $(**)$ を満たしているとする．

$(*)$ $F(x,f(x))=0 \quad (x\in I)$

$(**)$ $f'(2)<0$

このとき，$f(2)$ の値および $f'(2)$ の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2017) (m20173404)

0.131 (1) 2 回微分可能な関数 $F(x)$ に対し，不定積分に関する関係式

$$\int (F''(x)+F(x))\sin x dx = F'(x)\sin x - F(x)\cos x + C$$

を示せ．ただし，C は任意定数とする．

(2) n を 3 以上の自然数とする．微分方程式

$$y'+y=e^{-x}\left\{x^n+n(n-1)x^{n-2}\right\}\sin x$$

の解 $y=y(x)$ で条件 $y(0)=0$ を満たすものを求めよ．

(京都工芸繊維大 2017) (m20173405)

0.132 a を実数とする．行列式 $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & a \\ a & 0 & 0 & 1 \\ 1 & a & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \end{vmatrix}$ の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2018) (m20183401)

0.133 $\boldsymbol{R}^4$ の 3 つのベクトル

$$\boldsymbol{v}_1=\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{v}_2=\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{v}_3=\begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

が 1 次独立であるかどうかを調べよ．

(京都工芸繊維大 2018) (m20183402)

0.134 a を実数とする．実数全体で定義された関数 $f(x)$ が

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1-\cos x}{x^2} & (x\neq 0) \\ a & (x=0) \end{cases}$$

を満たし，$x=0$ で連続であるとする．

(1) a の値を求めよ．

(2) 関数 $f(x)$ は $x=0$ で微分可能であることを示せ．さらに，$f'(0)$ の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2018)　　(m20183403)

0.135 xy 平面上の関数 $f(x,y)=\dfrac{x(y^2-1)}{x^2+1}$ について，次の問いに答えよ．

(1) xyz 空間の曲面 $z=f(x,y)$ の，点 $(1,1,0)$ における接平面の方程式を求めよ．

(2) 関数 $f(x,y)$ の極値をすべて求めよ．

(京都工芸繊維大 2018)　　(m20183404)

0.136 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}=e^{2x-y}$ の解 $y=y(x)$ で，$y(0)=1$ を満たすものを求めよ．さらに，極限 $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{y(x)}{x}$ を求めよ．

(京都工芸繊維大 2018)　　(m20183405)

0.137 a,b を実数とし，行列 $A=\begin{pmatrix} a & 2 & 2 \\ 2 & -1 & b \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ は固有ベクトル $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ を持つとする．

(1) a,b を求めよ．

(2) A の固有値をすべて求めよ．

(3) 行列式 $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ a & 2 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & b & 0 \\ 2 & 0 & -3 & 0 \end{vmatrix}$ を求めよ．

(京都工芸繊維大 2019)　　(m20193401)

0.138 (1) 積分 $\displaystyle\int_0^T \frac{\sqrt{1+\sin x}}{\sqrt{1-\sin x}}dx \qquad \left(0 \leqq T < \frac{\pi}{2}\right)$ を求めよ．

(2) a を正の実数とする．広義積分 $\displaystyle\int_o^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{1+\sin x}}{(1-\sin x)^a}dx$ が収束するような a の範囲．および a がその範囲にあるときの，この広義積分を求めよ．

(京都工芸繊維大 2019)　　(m20193402)

0.139 関数 $z=f(x,y)$ は C^2 級であるとする．x,y が別の 2 変数 s,t の関数であり，

$$x=2\cos s+3\sin t\,, \qquad y=4\sin s+5\cos t$$

と表されているとする．$(s,t)=\left(\dfrac{\pi}{3},\ \dfrac{\pi}{2}\right)$ のときの x,y の値をそれぞれ p,q とする．ただし，関数 $f(x,y)$ が C^2 級であるとは，$f(x,y)$ の 2 階までのすべての偏導関数が存在して, それらが連続であることである．

(1) x,y の s,t に関する 1 階偏導関数をすべて求めよ．

(2) z を s,t の関数と見なしたとき，$\dfrac{\partial z}{\partial s}\left(\dfrac{\pi}{3},\ \dfrac{\pi}{2}\right)$ を $f_x(p,q)$ および $f_y(p,q)$ を用いて表せ．

(3) z を s,t の関数と見なしたとき，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial t\partial s}\left(\dfrac{\pi}{3},\ \dfrac{\pi}{2}\right)$ を $f_{xx}(p,q)$，$f_{xy}(p,q)$ および $f_{yy}(p,q)$ を用いて表せ．

(京都工芸繊維大 2019)　　(m20193403)

0.140 $x>0$ の範囲において，関数 $y=y(x)$ に関する微分方程式

$$(*)\qquad \frac{d^2y}{dx^2}-4\frac{dy}{dx}+3y=\frac{8}{x^3}+\frac{13}{x^2}+9\log x$$

を考える．

(1) $(*)$ の解のうち，定数 a,b を用いて $y=\dfrac{a}{x}+b\log x$ と書けるものを 1 つ求めよ．

(2) $(*)$ の解のうち，条件

$$y(1)=0 \quad \text{かつ} \quad \frac{dy}{dx}(1)=0$$

を満たすものを求めよ．

(京都工芸繊維大 2019)　　(m20193404)

0.141 a を実数とする．3 次正方行列 $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ を考える．E は 3 次の単位行列を表す．

(1) 行列 $aE+A$ の固有値と固有ベクトルをすべて求めよ．

(2) 行列 $aE+A$ の階数を求めよ．

(3) 3 次正則行列 P で

$$P^{-1}(aE+A)P=aE+A^2$$

を満たすものは存在しないことを示せ．

(京都工芸繊維大 2020)　　(m20203401)

0.142 極限 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{Tan}^{-1}(x^3+x)-x}{x^3}$ を求めよ．

(京都工芸繊維大 2020)　　(m20203402)

0.143 広義積分 $\displaystyle\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x-1}+\sqrt[3]{x-1}}$ を求めよ．

(京都工芸繊維大 2020)　　(m20203403)

0.144 xy 平面の領域 $D=\{(x,y)\mid 0<x<\infty,\ -\infty<y<\infty\}$ で定義される関数

$$f(x,y)=\log x+\frac{2y^2+2y+1}{2x^2}$$

を考える．

(1) 関数 $f(x,y)$ の 1 次および 2 次の偏導関数をすべて求めよ．

(2) 関数 $f(x,y)$ の極値をすべて求めよ．

(京都工芸繊維大 2020)　　(m20203404)

0.145 (1) 関数 $z=z(t)$ $(-\infty<t<\infty)$ に関する微分方程式

$$(*)\qquad \frac{d^2z}{dt^2}+\frac{dz}{dt}-6z=4e^t$$

を考える．

(a) 微分方程式 $\dfrac{d^2z}{dt^2}+\dfrac{dz}{dt}-6z=0$ の一般解を求めよ．

(b) $(*)$ の一般解を求めよ．

(2) 関数 $y=y(x)$ $(x>1)$ に関する微分方程式

$$(**)\qquad (x-1)^2\frac{d^2y}{dx^2}+2(x-1)\frac{dy}{dx}-6y=4x-4$$

を考える．変数変換 $x(t)=e^t+1$ $(-\infty<t<\infty)$ により，$z(t)=y\,(x(t))$ とおく．

(a) $\dfrac{dz}{dt}$ および $\dfrac{d^2z}{dt^2}$ を $\dfrac{dy}{dx}$, $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ および x を用いて表せ.

(b) $(x-1)^2\dfrac{d^2y}{dx^2}+2(x-1)\dfrac{dy}{dx}-6y=\dfrac{d^2z}{dt^2}+\dfrac{dz}{dt}-6z$ が成り立つことを示せ.

(c) $(**)$ の一般解を求めよ.

(京都工芸繊維大 2020)　　(m20203405)

0.146　4 次正方行列 $A=\begin{pmatrix}4&0&2&0\\0&2&0&-1\\2&0&1&0\\0&-1&0&2\end{pmatrix}$ について, 以下の問に答えよ.

(1)　A の固有値をすべて求めよ.

(2)　A の固有ベクトルのみから成る $\mathbb{R}^4$ の正規直交基底を 1 組求めよ.

(京都工芸繊維大 2021)　　(m20213401)

0.147　極限 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x-2\sin x}{x^3}$ を求めよ.

(京都工芸繊維大 2021)　　(m20213402)

0.148　広義積分 $\displaystyle\int_3^{\infty}\frac{6x-4}{x^3-4x}dx$ を求めよ.

(京都工芸繊維大 2021)　　(m20213403)

0.149　$\mathbf{R}^2$ 上の関数 $f(x,y)=xy(x^2+y-1)$ について, 以下の問に答えよ.

(1)　$f_x(x,y)=0$ かつ $f_y(x,y)=0$ を満たす点 (x,y) をすべて求めよ.
ただし, $f_x(x,y)$, $f_y(x,y)$ はそれぞれ x, y に関する $f(x,y)$ の偏導関数を表す.

(2)　領域 $\left\{(x,y)\in\mathbf{R}^2 \;\middle|\; y>0\right\}$ における, 関数 $f(x,y)$ の極大値および極小値をすべて求めよ.

(京都工芸繊維大 2021)　　(m20213404)

0.150　関数 $y=y(x)$ $(x>0)$ に関する次の微分方程式 $(*)$ を考える.

$$(*)\qquad x^2\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}-y=x$$

(1)　関数 $z=z(x)$ $(x>0)$ を $y=xz$ により定める. $(*)$ と同値な, z に関する微分方程式を導け.

(2)　$(*)$ の一般解 $y(x)$ $(x>0)$ を求めよ.

(京都工芸繊維大 2021)　　(m20213405)

0.151　a,b を実数とする. x,y,z に関する連立 1 次方程式

$$(*)\begin{cases}ax+ay+2bz=3\\2x+3y+3z=4\\3x+5y+2z=5\end{cases}$$

を考える. $(x,y,z)=(-4,3,1)$ は $(*)$ の解であり, かつ $(*)$ はそれ以外の解ももつとする. このとき, a,b の値を求めよ. また, $(*)$ の解を求めよ.

(京都工芸繊維大 2022)　　(m20223401)

0.152　x の関数 $f(x)=2\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$ $(x\geqq 0)$ を考える.

(1)　$f(x)$ の増減を調べ, 極値を求めよ.

(2) 極限 $\lim_{x\to\infty} f(x)$ を求めよ．

(3) 関数 $y = \mathrm{Tan}^{-1}\left(\dfrac{1}{f(x)}\right)$ $(x \geqq 0)$ の値域を求めよ．

(京都工芸繊維大 2022)　　　(m20223402)

0.153 xy 平面上の関数 $f(x,y) = x^3 + 6xy + 3xy^2$ について，次の問いに答えよ．

(1) 重積分

$$\iint_D f(x,y)dxdy$$

の値を求めよ．ただし，$D = \{(x,y) \mid 0 \leqq y \leqq x,\ 0 \leqq x \leqq 1\}$ とする．

(2) 関数 $f(x,y)$ の極値をすべて求めよ．

(京都工芸繊維大 2022)　　　(m20223403)

0.154 (1) $x > 0$ における微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{2}{x}y = 0$ の一般解を求めよ．

(2) $x > 0$ における微分方程式の初期値問題

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} + \dfrac{2}{x}y = e^{2x} \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

の解を求めよ．

(京都工芸繊維大 2022)　　　(m20223404)