[選択項目] 年度：1991〜2023 年　大学：宮崎大

0.1 $f(x,y,z)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ $\quad((x,y,z)\neq(0,0,0))$ において，$\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}+\dfrac{\partial^2 f}{\partial z^2}$ を計算せよ．

(宮崎大 2001)　　(m20015301)

0.2 関数 $f(x,y)=x^3-12xy+6y^2$ の極値を求めよ．

(宮崎大 2001)　　(m20015302)

0.3 重積分 $I=\displaystyle\iint_D \frac{x}{(x^2+y)^2}dxdy$ に対して，次の各問に答えよ．
ただし，$D=\{(x,y)|\max(1,x^2)\leqq\ y\leqq\ 4, x\leqq\ 0\}$ とする．

(1) D を図示せよ．　　(2) I の値を求めよ．

(宮崎大 2001)　　(m20015303)

0.4 (1) 次の微分方程式の一般解を求めよ．　$\dfrac{dx}{dt}+t^2x=0$

(2) 次の微分方程式を解け．　$\dfrac{dx}{dt}+t^2x=t^2\ ,\ x(0)=a$

(宮崎大 2001)　　(m20015304)

0.5 3 点 $O(0,0,0), A(1,2,1), B(2,0,-1)$ がある．2 つのベクトル $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}$ で張られる平面上の点で点 $C(6,1,5)$ までの距離を最小にする点 X の座標を求めよ．

(宮崎大 2001)　　(m20015305)

0.6 2 変数関数 $z=f(x,y)=e^{-x}\sin y$ について, 次の各問に答えよ.

(1) $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ を求めよ.

(2) 曲面 $z=f(x,y)$ の上の点 $P\left(0,\dfrac{\pi}{2},1\right)$ における接平面の方程式を求めよ.

（宮崎大 2004）　　(m20045301)

0.7 2 変数関数 $f(x,y)=3x^2+2y^3-6xy$ について, 次の各問に答えよ.

(1) $f_x(x,y)=f_y(x,y)=0$ を満たす点 (x,y) を全て求めよ.

(2) (1) で求めた点について極大・極小の判定を行ない，$f(x,y)$ の極値を求めよ.

（宮崎大 2004）　　(m20045302)

0.8 重積分 $\displaystyle\iint_D \frac{dxdy}{x^2+y^2}$ ，$D\ :\ 1\leqq\ x^2+y^2\leqq\ 2$ 　の値を，次の指示に従って求めよ.

(1) 積分領域 D を xy 平面上に図示せよ.

(2) (x,y) を極座標 (r,θ) で表し，積分領域 D に対する (r,θ) の範囲を求めよ.

(3) ヤコビアン $\left|\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)}\right|$ を求めよ.

(4) (3) で求めたヤコビアンを用いて，重積分の値を求めよ.

(宮崎大 2004)　　(m20045303)

0.9 次の各問に答えよ.

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{dy}{dx}+2xy=0$$

(2) 次の微分方程式を解け.

$$\frac{dy}{dx} + 2xy = xe^{-x^2} \quad , \quad y(0) = 1$$

(宮崎大 2004)　　(m20045304)

0.10 行列 $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ について, 次の各問に答えよ.

(1) 行列 $\boldsymbol{A}$ の固有値と固有ベクトルを求めよ.

(2) ベクトル $\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ を 2 つの固有ベクトルの和で表せ.

(3) (2) の結果と固有ベクトルの性質を用いて, $\boldsymbol{A}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix}$ を示せ.

(宮崎大 2004)　　(m20045305)

0.11 次の各問に答えよ.

(1) 平面上の点 $P(2,3)$ および点 $Q(1,4)$ を点 $P'(8,3)$ および点 $Q'(9,4)$ にそれぞれ移す 1 次変換を表す行列 A を求めよ.

(2) (1) で求めた行列 A の固有値と固有ベクトルをそれぞれ求めよ.

(宮崎大 2005)　　(m20055301)

0.12 2 変数関数 $f(x,y) = x^2 + 2\alpha xy + y^2$ について, 次の各問に答えよ. ただし, α は $\alpha^2 \neq 1$ を満たす定数とする.

(1) $f(x,y)$ の 2 階までの偏導関数 $\dfrac{\partial f}{\partial x}$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ を全て求めよ.

(2) $f(x,y)$ に極値があれば, 全て求めよ.

(宮崎大 2005)　　(m20055302)

0.13 変数 x, y, z から, 変数 u, v, w への変数変換を

$$u = x\cos z - y\sin z\ , \qquad v = x\sin z + y\cos z\ , \qquad w = z$$

と定めたとき, 以下の各問に答えよ.

(1) 次の恒等式が成立することを示せ.

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right) - \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) = 1$$

(2) 関数 $f = e^{-\sqrt{u^2+v^2}}\cos w$ に対して, $\dfrac{\partial f}{\partial z}$ を x, y, z の関数として求めよ.

(宮崎大 2005)　　(m20055303)

0.14 以下の各問に答えよ.

(1) 平面内の集合 D を

$$D = \left\{ (x,y) \;\middle|\; 1 \leq x \leq e\,,\ 0 \leq y \leq \frac{1}{x} \right\}$$

と定義する. 集合 D を xy 座標平面上に図示せよ. ただし, e は自然対数の底である.

(2) (1) の集合 D 上で次の重積分の値を求めよ.

$$\iint_D xy\,dxdy$$

(宮崎大 2005)　　(m20055304)

0.15 次の連立微分方程式は, 騎馬数 100 騎の X チームと騎馬数 60 騎の Y チームが, 騎馬戦を行ったときの双方の騎馬数の変化を,「自軍の騎馬数の減少速度はその時点での敵の騎馬数に比例し, その比例定数は 1/10 である」との仮定のもとでモデル化したものである.

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -\dfrac{1}{10}y \quad , \qquad x(0) = 100 \, , \\[2ex] \dfrac{dy}{dt} = -\dfrac{1}{10}x \quad , \qquad y(0) = 60 \, , \end{cases}$$

ここで, $x = x(t)$, および $y = y(t)$ は, それぞれ X チーム, および Y チームの時刻 $t \geq 0$ における騎馬数を表す. 以下の問に答えよ.

(1) 上の連立微分方程式を解け.

(2) Y チームが全滅したときに生き残っている X チームの騎馬数を求めよ.

(宮崎大 2005)　　(m20055305)

0.16 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ について次の問いに答えよ.

(1) A の固有値 λ_1 と λ_2 を求めよ.

(2) λ_1 と λ_2 に対応する固有ベクトル $\boldsymbol{x}_1$ と $\boldsymbol{x}_2$ をそれぞれ求めよ.

(宮崎大 2006)　　(m20065301)

0.17 $x > 0,\ y > 0$ に対して $u(x,y) = x^y$, $v(x,y) = x^2 + y^2$ とおく.

このとき, ヤコビ行列 $J = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial x} & \dfrac{\partial u}{\partial y} \\ \dfrac{\partial v}{\partial x} & \dfrac{\partial v}{\partial y} \end{pmatrix}$ とその行列式 $|J|$ の値を求めよ.

(宮崎大 2006)　　(m20065302)

0.18 (1) $y = |x-1|$ のグラフを描け.

(2) $f(s,t) = |s-1| + |t+1|$ の最小値が存在すれば、それを求めよ.

(宮崎大 2006)　　(m20065303)

0.19 平面内の集合 D を $D = \{(x,y) \mid x-1 \leqq\ y \leqq\ x+1 ,\ -1 \leqq\ x \leqq\ 1\}$ と定義する.

(1) D を xy 座標平面上に図示せよ.　　(2) 次の重積分の値を求めよ. $\displaystyle\iint_D (x^2+y^2)dxdy$

(宮崎大 2006)　　(m20065304)

0.20 (1) 次の微分方程式の一般解を求めよ. $(x+1)\dfrac{dy}{dx} + y = 0$

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ. $(x+1)\dfrac{dy}{dx} + y = (x+1)\sin x$

(宮崎大 2006)　　(m20065305)

0.21 空間内の集合 $W = \left\{ \begin{pmatrix} -a+b \\ -a \\ 2b \end{pmatrix} \middle|\ a, b \text{ は実数} \right\}$ と点 $P \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ について, 次の各問いに答えよ.

(1) 点 P が W 内の点でないことを示せ.

(2) W 内の点の中で点 P との距離が最短であるような点 Q を求めよ.

(宮崎大 2007)　　(m20075301)

0.22 2 変数関数 $f(x,y)=\log(1+x^2+2y^2)$ について，次の各問いに答えよ．

(1) $f(x,y)$ の偏導関数 $\dfrac{\partial f}{\partial x},\ \dfrac{\partial f}{\partial y}$ を求めよ．

(2) $x=r\cos\theta,\ y=r\sin\theta$ $(r>0,\ 0\leqq\theta<2\pi)$ とおくとき，関数 f の $r,\ \theta$ に関する偏導関数 $\dfrac{\partial f}{\partial r},\ \dfrac{\partial f}{\partial \theta}$ を $x,\ y$ のみを用いて表せ．

(宮崎大 2007)　　(m20075302)

0.23 関数 $f(x,y)=(x+y)^3-12xy$ の極値および極値を与える点を求めよ．また，その極値が，極大値，極小値のどちらであるのか答えよ．

(宮崎大 2007)　　(m20075303)

0.24 (1) 平面内の集合 D を，$D=\{(x,y)\mid 0\leqq y\leqq 1,\ y^2\leqq x\leqq y\}$ と定義する．
集合 D を座標平面上に図示せよ．

(2) (1) の集合 D 上での次の重積分の値を求めよ．　$\displaystyle\iint_D \sqrt{xy}\,dxdy$

(宮崎大 2007)　　(m20075304)

0.25 次の微分方程式を解け．　$\dfrac{dx}{dt}+x+\sin t=0$　　(宮崎大 2007)　　(m20075305)

0.26 行列　$A=\begin{pmatrix}2&3\\3&2\end{pmatrix}$　について，次の各問に答えよ．

(1) 行列 A の固有値を全て求めよ．　　(2) 行列 A の固有ベクトルを全て求めよ．

(宮崎大 2008)　　(m20085301)

0.27 $z^2=-xy+x-5y+18$ を満たす実数の組 (x,y,z) によって定まる空間内の曲面を S とする，このとき，次の各問いに答えよ．

(1) 原点と曲面 S 上の点 (x,y,z) との距離を r とするとき，r^2 を x,y で表した式 $f(x,y)$ を求めよ．

(2) (1) で得られた式 $f(x,y)$ の極値を求めよ．

(宮崎大 2008)　　(m20085302)

0.28 (1) 平面内の領域　$D=\left\{(x,y)\ \middle|\ \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}\leqq 1,\ x\geqq 0,\ y\geqq 0\right\}$
を xy 平面上に図示せよ．ただし，a,b は正の定数とする．

(2) $x=ar\cos\theta,\ y=br\sin\theta$ $(r\geqq 0,\ 0\leqq\theta<2\pi)$ と変換したとき，領域 D に対応する $r\theta$ 平面上の領域 E を不等式で表し，またそれを図示せよ．

(3) ヤコビアン $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)}$ を求めよ．

(4) (3) で求めたヤコビアンを用いて，重積分 $\displaystyle\iint_D x\,dxdy$ の値を求めよ．

(宮崎大 2008)　　(m20085303)

0.29 (1) 次の微分方程式を，$y(0)=2,\ \dfrac{dy}{dx}(0)=6$ という条件の下で解け．　$\dfrac{d^2y}{dx^2}-3\dfrac{dy}{dx}+2y=0$

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ．　$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{xy}{x^2+y^2}$

(宮崎大 2008)　　(m20085304)

0.30 次の各問いに答えよ．ただし，i を虚数単位とする．

(1) 次の複素数を計算せよ．

$$\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$$

(2) 次の式を満足する A および θ の値を求めよ．ただし，$A>0,\ 0 \leqq \theta < 2\pi$ とする．

$$1+\sqrt{3}\,i = Ae^{i\theta}$$

(宮崎大 2008)　(m20085305)

0.31 3 次元数ベクトル空間 $\mathbb{R}^3$ の部分空間 W を

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} 2a-2b \\ a+b \\ 3a+b \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, a, b \in \mathbb{R} \right\}$$

とする．このとき，$\mathbb{R}^3$ のベクトル $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ c \end{pmatrix}$ が W の要素にならないための，c が満たすべき条件を求めよ．

(宮崎大 2009)　(m20095301)

0.32 次の各問に答えよ．ただし，i を虚数単位とする．

(1) 複素数 $-1+\sqrt{3}i$ を極形式 $re^{i\theta}$ で表せ．ただし，$0 \leqq \theta < 2\pi$ とせよ．

(2) 複素数 z についての方程式

$$e^{2z} + (1-\sqrt{3}i)e^z = 0$$

の解 z を求めよ．答えは，$z = x+iy$ の形で表せ．

(宮崎大 2009)　(m20095302)

0.33 x と y の 2 変数関数

$$f(x,y) = x^3 - 3x^2 - y^2$$

について，次の各問に答えよ．

(1) 関数 $f(x,y)$ の 2 階までの偏導関数

$$\frac{\partial f}{\partial x},\ \frac{\partial f}{\partial y},\ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2},\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2},\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y},\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$$

をすべて求めよ．

(2) 関数 $f(x,y)$ の極値があれば，すべて求めよ．

(宮崎大 2009)　(m20095303)

0.34 重積分

$$I = \iint_D (1+xy)dxdy\ , \quad D = \{(x,y) \mid y^2 \leqq\ x \leqq\ 2y\}$$

について，次の各問に答えよ．

(1) 集合 D を xy 座標平面上に図示せよ．

(2) 重積分 I の値を求めよ．

(宮崎大 2009)　　(m20095304)

0.35 (1) 次の微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

(2) 次の微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = \cos x$$

(宮崎大 2009)　　(m20095305)

0.36 次の連立一次方程式について, 次の各問に答えよ.

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ -x_1 - 2x_3 = 2 \\ x_2 + 3x_3 = -7 \end{cases}$$

(1) この連立一次方程式を, 行列 A とベクトル $\boldsymbol{b}$ を用いて $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ とあらわしたときの, 係数行列 A を記せ. ただし, $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ とする.

(2) 係数行列 A の逆行列 A^{-1} を求めよ.

(3) 上の連立一次方程式を解け.

(宮崎大 2010)　　(m20105301)

0.37 次の各問に答えよ. ただし, i を虚数単位とする.

(1) 複素数 $\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ を極形式 $re^{i\theta}$ で表せ. ただし, $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする.

(2) 複素数

$$\left(\frac{\sqrt{2} + i\sqrt{2}}{\sqrt{3} + i}\right)^{12}$$

を計算せよ. ただし, $x + iy$（$x,\ y$ は実数）という形で答えよ.

(宮崎大 2010)　　(m20105302)

0.38 x と y の 2 変数関数

$$f(x, y) = \alpha x^2 + 2xy + 2y^2 + 2x + 4y$$

について, 次の問に答えよ. ただし, α は定数で $\alpha \neq \frac{1}{2}$ とする.

(1) 関数 $f(x, y)$ の 2 階までの偏導関数

$$\frac{\partial f}{\partial x},\ \frac{\partial f}{\partial y},\ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2},\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2},\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y},\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$$

をすべて求めよ.

(2) 関数 $f(x, y)$ が極値を持つための α の条件を示し, その場合の極値と, その極値が極大値あるいは極小値のどちらであるか答えよ.

(宮崎大 2010)　　(m20105303)

0.39 xy 平面上で $x = 2,\ y = 1,\ y = x^2$ によって囲まれた領域を D とするとき, 次の各問に答えよ.

(1) 領域 D を xy 座標平面上に図示せよ.

(2) 重積分 $I = \iint_D (x+y)\,dxdy$ の値を求めよ．

(宮崎大 2010)　　(m20105304)

0.40 (1) 次の微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ．

$$\frac{dy}{dx} + y = x$$

(2) 次の微分方程式を, $y(0) = \dfrac{dy}{dx}(0) = 0$ という条件のもとで解け．

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = x$$

(宮崎大 2010)　　(m20105305)

0.41 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ について，次の各問に答えよ．

(1) $A\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ を満たす列ベクトル $\boldsymbol{x}$ を求めよ．

(2) 行列 A の固有値の 1 つは 0 である．この固有値に対応する固有ベクトルを求めよ．

(宮崎大 2011)　　(m20115301)

0.42 次の各問に答えよ．ただし，答えは，$x + yi$ の形（x, y は実数，i は虚数単位）で表せ．

(1) $\left(1 + \sqrt{3}\,i\right)^3$ を計算せよ．

(2) 次の方程式を満たす複素数 z をすべて求めよ．

$$z^2 + i = 0$$

(宮崎大 2011)　　(m20115302)

0.43 実数 x, y の 2 変数関数 $f(x,y) = x^3 + 3xy + y^3$ について，次の各問いに答えよ．

(1) $\dfrac{\partial f}{\partial x}$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\,\partial y}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\,\partial x}$ を求めよ．

(2) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 0$ および $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 0$ となる $(x,\ y)$ をすべて求めよ．

(3) $f(x,y)$ の極値があれば，それらをすべて求めよ．

(宮崎大 2011)　　(m20115303)

0.44 重積分

$$I = \iint_D \frac{1}{\sqrt{1+x^2+y^2}}\,dxdy\ , \quad D = \{(x,y)\,|\,x^2+y^2 \leqq 1\}$$

について，次の各問いに答えよ．

(1) $x = r\cos\theta,\ y = r\sin\theta$ とおいたときのヤコビアン $\begin{vmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial r} & \dfrac{\partial x}{\partial \theta} \\ \dfrac{\partial y}{\partial r} & \dfrac{\partial y}{\partial \theta} \end{vmatrix}$ を求めよ．

(2) 重積分 I の値を求めよ．

(宮崎大 2011)　　(m20115304)

0.45 変数 t の関数 $x = x(t)$, $y = y(t)$ が次の連立微分方程式の初期値問題を満たしているとする.

$$(*)\cdots\cdots \begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x - y \\ \dfrac{dy}{dt} = x + 2y \\ x(0) = 1\ , \qquad y(0) = 0 \end{cases}$$

このとき, 次の各問に答えよ.

(1) 新しい関数 $r = r(t)$ と $\theta = \theta(t)$ を用いて, 関数 x, y を $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$, とおく（ただし, $r > 0$）. このとき, r, θ はそれぞれ

$$\frac{dr}{dt} = 2r\ , \quad \frac{d\theta}{dt} = 1$$

を満たすことを示せ.

(2) 連立微分方程式の初期値問題 $(*)$ を解け.

(宮崎大 2011) (m20115305)

0.46 次の各問に答えよ. ただし, i は虚数単位とする.

(1) オイラーの公式 $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ を用いて, $\sin\theta = \dfrac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$ を導け.

(2) (1) の結果を用いて, 以下の等式がすべての実数 θ に対して成立するように, 定数 a と b を定めよ.

$$\sin^3\theta = a\sin\theta + b\sin 3\theta$$

(宮崎大 2012) (m20125301)

0.47 次の 2 重積分 I の値を求めよ.

$$I = \iint_D (x^3 + y^3)dxdy\ , \quad \text{ただし, } D = \left\{(x, y)\ \middle|\ -1 \leqq x \leqq 1\ , -1 \leqq y \leqq 1\right\}$$

(宮崎大 2012) (m20125302)

0.48 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ について, 次の各問に答えよ.

(1) 行列 A の固有値を求めよ.

(2) (1) で求めた固有値に対応する固有ベクトルをすべて求めよ.

(宮崎大 2012) (m20125303)

0.49 u, v に関する 2 変数関数 $z = \dfrac{e^{-u}}{v}$ と, x, y に関する 2 変数関数 $u = \dfrac{y}{x}$, $v = x^2 + y^2$ について, 次の各問に答えよ.

(1) $\dfrac{\partial z}{\partial u}$ を u と v で表せ.

(2) $\dfrac{\partial u}{\partial x}$ を x と y で表せ.

(3) $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ を x と y で表せ.

(宮崎大 2012) (m20125304)

0.50 次の微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ．

$$x \tan \frac{y}{x} - y + x\frac{dy}{dx} = 0$$

(宮崎大 2012)　　(m20125305)

0.51 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$ について，次の問いに答えよ．

(1) 行列 A の固有値をすべて求めよ．

(2) 行列 A の固有ベクトルをすべて求めよ．

(宮崎大 2013)　　(m20135301)

0.52 次の各問に答えよ．

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{dy}{dx} - y = x$$

(2) 次の微分方程式を，$y(0) = 1$，$\dfrac{dy}{dx}(0) = -1$ という条件の下で解け．

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 6y = 0$$

(宮崎大 2013)　　(m20135302)

0.53 重積分

$$I = \iint_D (x + y^2)dxdy\ , \qquad D = \left\{(x, y)\ \middle|\ y \geqq\ x^2,\ x - y \geqq\ 0\right\}$$

について，次の各問に答えよ．

(1) 領域 D を xy 平面上に図示せよ．

(2) 重積分 I の値を求めよ．

(宮崎大 2013)　　(m20135303)

0.54 複素数 $z_1 = 1 + i$，$z_2 = -1 + \sqrt{3}i$ について，次の各問に答えよ．ただし，i は虚数単位とする．以下では，$z = re^{i\theta}$ $(r \geqq\ 0,\ 0 \leqq \theta < 2\pi)$ を複素数 z の極形式という．

(1) z_1，z_2 を極形式で表せ．

(2) $z_1 z_2$，$\dfrac{z_1}{z_2}$ を極形式で表せ．

(宮崎大 2013)　　(m20135304)

0.55 x と y の 2 変数関数

$$f(x, y) = e^{-ax^2 - by^2}$$

について，次の問に答えよ．ただし，a，b は定数で，$a > 0$，$b > 0$ とする．

(1) 関数 $f(x, y)$ の 2 階までの偏導関数

$$\frac{\partial f}{\partial x},\ \frac{\partial f}{\partial y},\ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2},\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2},\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y},\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$$

をすべて求めよ．

(2) 関数 $f(x, y)$ の極値を求めよ．

(宮崎大 2013)　　(m20135305)

0.56 次の微分方程式の一般解を求めよ

$$\frac{d^2y}{dx^2}+4\frac{dy}{dx}+3y=0 \qquad \frac{d^2y}{dx^2}+4\frac{dy}{dx}+3y=2e^{2x}$$

(宮崎大 2014)　　(m20145301)

0.57 重積分

$$I=\iint_D \frac{1}{x^2+y^2}dxdy\ , \quad D=\left\{(x,y)\mid 1\leqq\ x^2+y^2\leqq\ 4,\ y\geqq\ x\right\}$$

について，次の問いに答えよ．

(1) 領域 D を xy 平面上に図示せよ．

(2) 重積分 I の値を求めよ．

(宮崎大 2014)　　(m20145302)

0.58 連立一次方程式 $\begin{cases} x_1 & +x_2 & -x_3 & = & 4 \\ 2x_1 & +3x_2 & +2x_3 & = & 6 \\ x_1 & & +x_3 & = & 0 \end{cases}$ について，次の各問に答えよ．

(1) この連立一次方程式を，行列 A を用いて $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$ と表したときの A を求めよ．ただし，$\boldsymbol{x}$ と $\boldsymbol{b}$ はベクトルであり，$\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ とする．

(2) A の逆行列 A^{-1} を求めよ．

(3) 連立一次方程式を解け．

(宮崎大 2014)　　(m20145303)

0.59 方程式 $z+\dfrac{1}{z}=1$ を満たす複素数 z について，次の各問いに答えよ．ただし，答えは $x+yi$ の形（x,y は実数，i は虚数単位）で表せ．

(1) z をすべて求めよ．

(2) (1) で求めた z に対して，z^6 を求めよ．

(宮崎大 2014)　　(m20145304)

0.60 x と y について何回でも偏微分可能な 2 変数関数 $f(x,y)$ に対し，

$$x=x(u,v)=u\cos\alpha-y\sin\alpha\ , \quad y=y(u,v)=u\sin\alpha+v\cos\alpha$$

を代入して，合成関数 $g(u,v)=f\big(x(u,v),y(u,v)\big)$ を作る．ここで，α は実数の定数とする．これについて，次の各問に答えよ．ただし，以下では関数の引数を省略しており，例えば $\dfrac{\partial g}{\partial u}$, $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ は，それぞれ $\dfrac{\partial g}{\partial u}(u,v)$, $\dfrac{\partial f}{\partial x}\big(x(u,v),y(u,v)\big)$ の意味である．

(1) 等式 $\dfrac{\partial g}{\partial u}=a_1\dfrac{\partial f}{\partial x}+a_2\dfrac{\partial f}{\partial y}$ を満たす定数 a_1，a_2 を求めよ．

(2) 等式 $\dfrac{\partial^2 g}{\partial u^2}=b_1\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}+b_2\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}+b_3\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ を満たす定数 b_1，b_2，b_3 を求めよ．

(3) 等式 $\dfrac{\partial^2 g}{\partial u^2}+\dfrac{\partial^2 g}{\partial v^2}=c_1\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}+c_2\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}+c_3\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ を満たす定数 c_1，c_2，c_3 を求めよ．

(宮崎大 2014)　　(m20145305)

0.61 次の各問いに答えよ．ただし，i は虚数単位とする．

(1) 2 つの複素数 $1-i$ と $(1-i)^2$ を複素数平面上に図示せよ．

(2) $(1-i)^5$ を計算し，$x+yi$ の形（x, y は実数）で表せ．

(宮崎大 2015)　　(m20155301)

0.62 連立一次方程式

$$\begin{cases} x_1 \qquad\;\; + 2x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$$

について，次の各問いに答えよ．

(1) この連立一次方程式を，行列 A を用いて $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ と表したときの A を求めよ．ただし，$\boldsymbol{x}$ と $\boldsymbol{b}$ はベクトルであり，$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ とする．

(2) この連立一次方程式を解け．

(宮崎大 2015)　　(m20155302)

0.63 2 つの 2 変数関数

$$f(x,y) = x^3 + 2x^2y - 4x + y \quad ,$$

$$g(x,y) = e^{-x^2-y^1}$$

について，次の各問いに答えよ．

(1) 偏導関数 $f_x(x,y)$，$f_y(x,y)$，$g_x(x,y)$，$g_y(x,y)$ と $(x,y)=(0,0)$ における値 $f(0,0)$，$g(0,0)$，そして $(x,y)=(0,0)$ における偏微分係数 $f_x(0,0)$，$f_y(0,0)$，$g_x(0,0)$，$g_y(0,0)$ を求めよ．

(2) $z = f(x,y)$，$z = g(x,y)$ で定義される空間内の 2 つの曲面上の点 $(x,y,z) = \big(0,0,f(0,0)\big)$，$\big(0,0,g(0,0)\big)$ における接平面の方程式をそれぞれ求めよ．
ただし，曲面 $z = h(x,y)$ 上の点 $(x,y,z) = \big(a,b,h(a,b)\big)$ における接平面の方程式は

$$z - h(a,b) = h_x(a,b)(x-a) + h_y(a,b)(y-b)$$

である．

(3) (2) で得られた 2 つの接平面が交わるならば，交わりの図形を表す方程式を求めよ．交わらないならばその理由を書け．

(宮崎大 2015)　　(m20155303)

0.64 重積分

$$I = \iint_D xy\,dxdy\,, \quad D = \left\{ (x,y) \,|\, x \geqq\ 0,\ y \geqq\ 0,\ x^2 + \frac{y^2}{4} \leqq\ 1 \right\}$$

について，次の各問に答えよ．

(1) 値域 D を xy 平面上に図示せよ．

(2) 重積分 I の値を求めよ．

(宮崎大 2015)　　(m20155304)

0.65 $y = y(x)$ に関する微分方程式

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x+3y}{3x-y} \qquad \cdots\cdots (*)$$

について，次の各問に答えよ．

(1) $y = xu$ とおいて，$(*)$ を $u = u(x)$ についての微分方程式に書き直せ.

(2) $(*)$ の一般解を求めよ．ただし，$\displaystyle\int \frac{1}{1+u^2}du = \tan^{-1} u + C$ （C は積分定数）を用いてもよい.

(宮崎大 2015)　　(m20155305)

0.66 関数 $f(x,y) = x^2 - xy + y^2 + x - 8y - 2$ について．次の各問に答えよ.

(1) 2 階までの偏導関数 $f_x(x,y)$，$f_y(x,y)$，$f_{xx}(x,y)$，$f_{xy}(x,y)$，$f_{yx}(x,y)$，$f_{yy}(x,y)$ をすべて求めよ.

(2) $f_x(x,y) = f_y(x,y) = 0$ を満たす点 (x,y) をすべて求めよ.

(3) 関数 $f(x,y)$ の極値をすべて求め，それらが極大値であるのか，極小値であるのか，答えよ.

(宮崎大 2016)　　(m20165301)

0.67 複素数 $z = 2 + 2\sqrt{3}i$ について，次の各問に答えよ．ただし，i は虚数単位とする.

(1) z を複素平面上に図示せよ.

(2) 絶対値 $|z|$ と偏角 $\arg z$ の値を，それぞれ求めよ．ただし，$0 \leqq \arg z < 2\pi$ とする.

(3) z を極形式で表せ.

(宮崎大 2016)　　(m20165302)

0.68 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ について，次の各問に答えよ.

(1) A の固有値をすべて求めよ.

(2) A の固有ベクトルをすべて求めよ.

(3) A^{99} を求めよ.

(宮崎大 2016)　　(m20165303)

0.69 次の微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ

(1) $\displaystyle\frac{d^2y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0$　　　　(2) $\displaystyle\frac{dy}{dx} - 2y = e^{3x}$

(宮崎大 2016)　　(m20165304)

0.70 重積分

$$I = \iint_D \sin\frac{2x+y}{9}dxdy\ , \qquad D = \left\{(x,y)\ \middle|\ 0 \leqq\ y \leqq\ x,\ x + \frac{y}{2} \leqq\ 3\pi\right\}$$

について，次の各問に答えよ.

(1) 領域 D を xy 平面上に図示せよ.

(2) 等式 $I = \displaystyle\int_{\boxed{\text{ア}}}^{\boxed{\text{イ}}}\left(\int_{\boxed{\text{ウ}}}^{\boxed{\text{エ}}} \sin\frac{2x+y}{9}dx\right)dy$ の空欄 $\boxed{\text{ア}}$～$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまる数値あるいは数式を答えよ.

(3) 重積分 I の値を求めよ.

(宮崎大 2016)　　(m20165305)

0.71 次の各問に答えよ．ただし，i は虚数単位とする.

(1) 絶対値 2，偏角 $\dfrac{5}{3}\pi$ の複素数を，$x + yi$ (x, y は実数) の形で表し，複素数平面上に図示せよ.

(2) 複素数 z についての方程式 $z^3 = -i$ のすべての解を，$x + yi$ (x, y は実数) の形で求めよ.

(宮崎大 2017)　　(m20175301)

0.72 ベクトル

$$\boldsymbol{u_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}. \qquad \boldsymbol{u_2} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{u_3} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

について，次の各問に答えよ．

(1) ベクトル $\boldsymbol{u}$ と $\boldsymbol{v}$ の内積を $(\boldsymbol{u},\ \boldsymbol{v})$ と表現する．このとき，$(\boldsymbol{u}_1,\ \boldsymbol{u}_2)$，$(\boldsymbol{u}_1,\ \boldsymbol{u}_3)$，$(\boldsymbol{u}_2,\ \boldsymbol{u}_3)$ の値をそれぞれ求めよ．

(2) $\boldsymbol{u}_1$，$\boldsymbol{u}_2$，$\boldsymbol{u}_3$ の長さをそれぞれ求めよ．

(3) $\boldsymbol{u}_1$，$\boldsymbol{u}_2$，$\boldsymbol{u}_3$ と向きが同じで，長さ 1 のベクトルをそれぞれ $\boldsymbol{w}_1$，$\boldsymbol{w}_2$，$\boldsymbol{w}_3$ とする．このとき，

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = a\boldsymbol{w}_1 + b\boldsymbol{w}_2 + c\boldsymbol{w}_3$$

を満たす実数 a，b，c をそれぞれ求めよ．

(宮崎大 2017)　　(m20175302)

0.73 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = 2xy$ の一般解 $y = y(x)$ を求めよ．

(宮崎大 2017)　　(m20175303)

0.74 関数

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2} & ((x,y) \neq (0,0) \text{ のとき}) \\ 0 & ((x,y) = (0,0) \text{ のとき}) \end{cases}$$

について，次の各問に答えよ．

(1) $(x,y) \neq (0,0)$ のとき，$f_x(x,y)$ を求めよ．

(2) $f_x(0,0) = \displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{f(h,0)-f(0,0)}{h} = 0$ を示せ．

(3) $f_{xy}(0,0) = \displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{f_x(0,k)-f_x(0,0)}{k} = 0$ を求めよ．

(宮崎大 2017)　　(m20175304)

0.75 重積分

$$I = \iint_D x\,dxdy\ , \qquad D = \left\{(x,y) \;\middle|\; \frac{1}{4}x^2 \leqq y \leqq \frac{1}{2}x\right\}$$

について，次の各問に答えよ．

(1) 領域 D を xy 平面上に図示せよ．

(2) 重積分 I の値を求めよ．

(宮崎大 2017)　　(m20175305)

0.76 次の微分方程式を，$y(0) = 2$，$\dfrac{dy}{dx}(0) = -2$ という条件の下で解け．

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} - 3y = 0$$

(宮崎大 2018)　　(m20185301)

0.77 次の複素数を，極形式を用いて計算し，その答を $x + yi$ (x, y は実数) の形で表せ．ただし，n は整数とし，i は虚数単位とする．

(1) 1 の 3 乗根　　　　(2) $(1+\sqrt{3}i)^n$

(宮崎大 2018)　　(m20185302)

0.78 連立一次方程式 $\begin{cases} x_1 - 2x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ -5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = -2 \end{cases}$ について，次の各問に答えよ．

(1) この連立一次方程式を，行列 A を用いて $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ と表したときの A を求めよ．ただし，$\boldsymbol{x}$ と $\boldsymbol{b}$ はベクトルであり，$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ とする．

(2) A の逆行列 A^{-1} を求めよ．

(3) 連立一次方程式を解け．

(宮崎大 2018)　　(m20185303)

0.79 関数 $f(x,\ y) = \sqrt{x^2+y^2}$ について，次の各問に答えよ．

(1) $(x,\ y) \neq (0,\ 0)$ のとき，$f_x(x,\ y)$ と $f_{xx}(x,\ y)$ をそれぞれ求めよ．

(2) 次のそれぞれの極限について，存在する場合はその値を求め，存在しない場合はその理由を述べよ．

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\lim_{y\to 0} f_{xx}(x,\ y)\right)$　　(b) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\lim_{y\to 0} f_x(x,\ y)\right)$

(宮崎大 2018)　　(m20185304)

0.80 座標空間において，原点を中心とした半径 a の球 B の体積 V を，以下の手順で求める．

球 B を xy 平面で切ったときの断面のうち，$x \geqq 0$ かつ $y \geqq 0$ を満たす部分を D と表す．

また，球 B の表面（球面）のうち $z \geqq 0$ を満たす部分を表す方程式を $z = f(x,\ y)$ とする．

さらに，D を xy 平面内の領域とみなし，重積分 $I = \displaystyle\iint_D f(x,\ y)dxdy$ を考える．

このとき，次の各問に答えよ．

(1) 方程式 $z = f(x,\ y)$ を具体的に書き下せ．

(2) 領域 D を xy 平面に図示せよ．

(3) 領域 D を極座標 $(r,\ \theta)$ を用いて表すと，I は

$$I = \int_{\boxed{\text{ア}}}^{\boxed{\text{イ}}} \left(\int_{\boxed{\text{ウ}}}^{\boxed{\text{エ}}} \boxed{\quad\text{オ}\quad}\, d\theta \right) dr$$

と書き直せる．空欄 $\boxed{\text{ア}}$〜$\boxed{\text{オ}}$ に当てはまる数または式を答えよ．

(4) I を計算することによって，$V = \dfrac{4}{3}\pi a^3$ であることを示せ．

(宮崎大 2018)　　(m20185305)

0.81 次の各問いに答えよ．ただし，i は虚数単位とする．

(1) 複素数 $1-\sqrt{3}i$ を，複素数平面上に図示せよ．

(2) 複素数 z についての方程式 $z^2 = 1-\sqrt{3}i$ のすべての解を，$x+yi$ (x, y は実数) の形で求めよ．

(宮崎大 2019)　　(m20195301)

0.82 k を実数の定数とする．連立一次方程式

$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ -2x + 3y - z = 0 \quad \cdots\cdots\cdots (*) \\ -x + ky + z = 0 \end{cases}$$

について，次の各問いに答えよ．

(1) $(*)$ を，行列 A を用いて $A\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$ と表したときの A を求めよ. ただし，$\boldsymbol{x}$ と $\mathbf{0}$ はベクトルであり，$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$，$\mathbf{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ とする．

(2) (1) で求めた行列 A に対して，行列式 $|A|$ の値を求めよ．

(3) $(*)$ が自明解 $x = y = z = 0$ 以外の解ももつような k の値を求めよ．

(4) (3) で求めた k の値に対する $(*)$ の解を，すべて求めよ．

(宮崎大 2019)　　(m20195302)

0.83 2 変数関数 $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy$ について，次の各問に答えよ．

(1) $f_x(x, y) = f_y(x, y) = 0$ を満たす点 (x, y) をすべて求めよ．

(2) (1) で求めたすべての (x, y) について，極値を与える点であるか，答えよ．極値を与える点であるときは，極大値を与えるのか極小値をあたえるのかについても答えよ．

(宮崎大 2019)　　(m20195303)

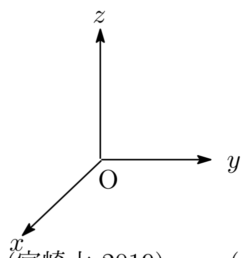
0.84 空間において，方程式 $2x + y + 2z - 2 = 0$ で表される平面を α とする．これについて，次の各問に答えよ．

(1) 平面 α を，右図のような座標空間の中に図示せよ．

(2) 平面 α，および，次の 3 つの平面

$x = 0,\ y = 0,\ z = 0$

で囲まれた部分の体積を，重積分を用いて求めよ．



(宮崎大 2019)　　(m20195304)

0.85 (1) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} + y \sin x = 0$ の一般解 $y = y(x)$ を求めよ．

(2) 関数 $y = a \cos x + b$ が微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} + y \sin x = \sin 2x$ の特殊解となるように，定数 a，b の値を定めよ．

(3) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} + y \sin x = \sin 2x$ を，$y(0) = 5$ という条件の下で解け．

(宮崎大 2019)　　(m20195305)

0.86 次の各問に答えよ．ただし，i は虚数単位とする．

(1) 2 つの複素数 $\sqrt{3} - i$ と $(\sqrt{3} - i)^{-1}$ を，複素平面上に図示せよ．

(2) $(\sqrt{3} - i)^{-6}$ を計算し，$x + yi$（x, y は実数）の形で求めよ．

(宮崎大 2020)　　(m20205301)

0.87 2 変数関数 $f(x, y) = e^{x^2 - y^2}$ について，次の各問に答えよ．

(1) 2 階までの偏導関数 $f_x(x, y)$，$f_y(x, y)$，$f_{xx}(x, y)$，$f_{xy}(x, y)$，$f_{yx}(x, y)$，$f_{yy}(x, y)$ をすべて求めよ．

(2) $f_x(x,y) = f_y(x,y) = 0$ を満たす点 (x,y) をすべて求めよ．

(3) (2) で求めたすべての (x,y) について，極値を与える点であるか，答えよ．極値を与える点であるときは，極大値を与えるのか極小値を与えるのかについても答えよ．

(宮崎大 2020)　　(m20205302)

0.88 次の微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ．

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 7\dfrac{dy}{dx} + 12y = 0$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 7\dfrac{dy}{dx} + 12y = e^{-2x}$

(宮崎大 2020)　　(m20205303)

0.89 重積分

$$I = \iint_D e^{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy, \qquad D = \left\{(x,y) \;\middle|\; x^2+y^2 \leqq 2\right\}$$

について，次の各問に答えよ．

(1) 領域 D を，xy 平面上に図示せよ．

(2) 重積分 I の値を求めよ．

(宮崎大 2020)　　(m20205304)

0.90 連立一次方程式 $\begin{cases} 2x & -\,y & -3z & = & 2 \\ x & -3y & -2z & = & 5 \\ -x & +\,y & +\,z & = & -3 \end{cases}$ について，次の各問に答えよ．

(1) この連立一次方程式を，行列 A を用いて $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ と表したときの A を求めよ．ただし，$\boldsymbol{x}$ と $\boldsymbol{b}$ はベクトルであり，$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$ とする．

(2) A の逆行列 A^{-1} を求めよ．

(3) この連立一次方程式を解け．

(宮崎大 2020)　　(m20205305)

0.91 以下は数え上げの問題である．(1) から (5) の各問いに答えよ．ただし，同じ数字を繰り返し使用してはいけないものとする．

(1) 5 つの数字 $1,2,3,4,5$ から作ることができる 3 桁の数はいくつあるか.

(2) (1) のうち 500 よりも小さい数はいくつあるか.

(3) (1) のうち偶数はいくつあるか.

(4) (1) のうち奇数はいくつあるか.

(5) (1) のうち 5 の倍数はいくつあるか.

(宮崎大 2020)　　(m20205306)

0.92 全体集合 U を $U = \{a,b,c,d,e,f,g,h,i\}$ とし，部分集合 A,B,C を $A = \{a,b,c,d\}$，$B = \{b,d,f,h\}$，$C = \{c,d,e,f\}$ とする．この時以下の (1) から (5) の各問いに答えよ．

(1) A の捕集合

(2) 積集合 $A \cap C$ の補集合

(3) 和集合 $A \cup B$ の補集合

(4) 差集合 $B - C$

(5) 集合 U, A, B, C の関係を各要素も書き入れてベン図で示せ.

(宮崎大 2020) (m20205307)

0.93 命題 p を“ バナナは安い ”，命題 q を“ バナナは美味しい ”とする，この時，以下の (1) から (5) の各命題を命題 p, q を用いて示せ．ただし，“ かつ ”は記号“ $\wedge$ ”を，“ または ”は記号“ $\vee$ ”を，命題“ p ”の否定は記号“ $\neg p$ ”を，命題“ q ”の否定は記号“ $\neg q$ ”を用いよ.

(1) バナナは安く，かつ美味しい.

(2) バナナは安いが，美味しくない.

(3) “ バナナは高いか，または美味しい ”ということはない.

(4) バナナは安くもなく美味しくもない.

(5) バナナは安いか，またはバナナは高くて美味しい.

(宮崎大 2020) (m20205308)

0.94 n 個の中から r 個を取り出す組合せを ${}_n\mathrm{C}_r$ とする時，以下を証明せよ.

$$ {}_{n+1}\mathrm{C}_r = {}_n\mathrm{C}_{r-1} + {}_n\mathrm{C}_r $$

(宮崎大 2020) (m20205309)

0.95 次の微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ.

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx} - 2y = 0$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx} + y = 0$

(宮崎大 2021) (m20215301)

0.96 行列 $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ で表される 1 次変換 $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ について，次の各問に答えよ.

(1) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ と $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ を計算せよ.

(2) 1 次変換 f による，正方形 $\bigl\{(x, y) \bigm| 1 \leqq x \leqq 2,\ 1 \leqq y \leqq 2\bigr\}$ の像を座標平面上に図示せよ.

(3) 1 次変換 f による，直線 $x + y = 3$ の像を座標平面上に図示せよ.

(宮崎大 2021) (m20215302)

0.97 2 変数関数 $f(x, y) = \sqrt{x}\, y^2$ について，次の各問に答えよ.

(1) 2 階までの偏導関数 $f_x(x, y)$，$f_y(x, y)$，$f_{xx}(x, y)$，$f_{yy}(x, y)$，$f_{xy}(x, y)$ をすべて求めよ.

(2) 重積分 $\displaystyle\iint_D f(x, y)\, dxdy, \quad D = \bigl\{(x, y) \bigm| 0 \leqq x \leqq 1,\ 0 \leqq y \leqq 2x\bigr\}$ の値を求めよ.

(宮崎大 2021) (m20215303)

0.98 次の各問に答えよ．ただし，i は虚数単位とする.

(1) 2 つの虚数 $\alpha = 1 + 2i$，$\beta = 4 - 2i$ に対して，$\gamma = \dfrac{2\alpha\overline{\beta}}{2\alpha - 3\beta}$ とする．γ を $x + yi$（x, y は実数）の形で表し，複素平面上に図示せよ．ただし，$\overline{\beta}$ は β の共役複素数を表す.

(2) 複素数 z についての方程式 $z^{-4} = 16$ の解をすべて求め，それらを複素数平面上に図示せよ.

(宮崎大 2021) (m20215304)

0.99 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ について，次の各問に答えよ.

(1) A の固有値をすべて求めよ.

(2) (1) で求めたそれぞれの固有値に対応する固有ベクトルを求めよ.

(3) 適当な直交行列 P により，$P^{-1}AP$ は対角行列となる．そのような直交行列 P を 1 つ求めよ.

(宮崎大 2022)　　(m20225301)

0.100 2 変数関数 $f(x,y)=\sin(x^2y)$ の 2 階までの偏導関数 $f_x(x,y)$, $f_y(x,y)$, $f_{xx}(x,y)$, $f_{xy}(x,y)$, $f_{yy}(x,y)$ をすべて求めよ.

(宮崎大 2022)　　(m20225302)

0.101 重積分 $I=\displaystyle\iint_D e^{x^2}dxdy,\quad D=\left\{(x,y)\ \middle|\ y\leqq x\leqq 1,\ 0\leqq y\leqq 1\right\}$ の値を求めよ.

(宮崎大 2022)　　(m20225303)

0.102 次の各問に答えよ．ただし，i は虚数単位とする.

(1) 複素数 z についての方程式 $z^2=-i$ のすべての解を，$x+yi$（x,y は実数）の形で求めよ.

(2) 複素数 z は，等式 $z+\dfrac{1}{z}=\sqrt{2}$ を満たすとする．このとき，$z^8+\dfrac{1}{z^3}$ がとりうるすべての値を，$x+yi$（x,y は実数）の形で求めよ.

(宮崎大 2022)　　(m20225304)

0.103 次の連立の微分方程式について，$y(0)=1,\ z(0)=0$ という条件の下での解 $y=y(x),\ z=z(x)$ を求めよ.

$$\begin{cases}\dfrac{dy}{dx}=-y\\[2mm] \dfrac{dz}{dx}=y-2z\end{cases}$$

(宮崎大 2022)　　(m20225305)

0.104 (1) 10 進数の 147 を 2 進数，16 進数で表しなさい.

(2) 2 進数の 111100010100 を 16 進数で表しなさい.

(宮崎大 2022)　　(m20225306)

0.105 次のように定まるフィボナッチ数列 $f_0,\ f_1,\ f_2,\ \cdots$ について，設問に答えなさい.

$$f_n=\begin{cases}0 & (n=0)\\ 1 & (n=1)\\ f_{n-1}+f_{n-2} & (n\geq 2)\end{cases}$$

(1) $f_2,\ f_3,\ f_4$ の値を答えなさい.

(2) $f_0,\ f_1,\ f_2,\ \cdots$ は

$$f_0+f_1+f_2+\cdots+f_n=f_{n+2}-1\qquad n\in N\equiv\{0,1,2,\cdots\}$$

を満たすことを証明しなさい.

(宮崎大 2022)　　(m20225307)

0.106 (1) $\{1,2,\cdots,100\}$ から異なる 2 つの数字を選ぶとき，その和が偶数となる組合せの総数は何通りあるか答えなさい.

(2) $\{1,2,\cdots,100\}$ から異なる 2 つの数字を選ぶとき，その和が偶数となる組合せと奇数になる組合せはどちらがどれだけ多いか答えなさい.

(宮崎大 2022)　　(m20225308)

0.107　任意の命題 α に対して，命題論理式

$$\alpha \to (\beta \to \alpha)$$

は，トートロジー (恒真式) であることを証明しなさい．

(宮崎大 2022)　　　(m20225309)