[選択項目] 年度：1991〜2023 年　大学：室蘭工業大

0.1 $y = \sin x \ \ (0 \leq x \leq \pi)$ を x 軸のまわりに回転してできる立体の体積を求めよ.

(室蘭工業大 2005)　(m20055501)

0.2 微分方程式 $(xy^2 + 2y^2)dx + (3x^2 + x^2y)dy = 0$ の一般解を求めよ.

(室蘭工業大 2005)　(m20055502)

0.3 次の関数を微分せよ.

$$y = \sin^4 3x$$

(室蘭工業大 2005)　(m20055503)

0.4 次の不定積分を求めよ.

$$\int x \sin x dx$$

(室蘭工業大 2005)　(m20055504)

0.5 $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 9 & 14 \\ 8 & 16 & 33 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 92 \\ 209 \\ 449 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$,

$L = \begin{pmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{pmatrix}$,　$U = \begin{pmatrix} 1 & u_{12} & u_{13} \\ 0 & 1 & u_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　とする.

方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ を次の手順に従って解け.

(1) $A = LU$ を満たすような行列 L および U を求めよ.

(2) $L\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$ を満たすような $\boldsymbol{y}$ を求めよ.

(3) $U\boldsymbol{x} = \boldsymbol{y}$ を満たすような $\boldsymbol{x}$ を求めよ.

(室蘭工業大 2005)　(m20055505)

0.6 次式で定義される双曲線関数 :

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}\ , \qquad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

について, 以下を示しなさい.

(1) $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$

(2) $\sinh(x + y) = \sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y$

(室蘭工業大 2005)　(m20055506)

0.7 以下の微分方程式 :

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} + \frac{5}{2}\frac{df(x)}{dx} - \frac{3}{2}f(x) = 0$$

を, 初期条件 :

$$f(0) = 1\ , \qquad f'(0) = 1$$

のもとで解きなさい.

(室蘭工業大 2005)　(m20055507)

0.8 ベクトル場 $\boldsymbol{A} = x^2y^3\boldsymbol{i} + 2xy^2z^4\boldsymbol{j} - y^3z^5\boldsymbol{k}$ について,

$$\mathrm{grad}(\mathrm{div}\ \boldsymbol{A})$$

を求めなさい. ここで, $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ は直交座標系の x 軸, y 軸, z 軸上で正の向きを持つ単位ベクトルである.

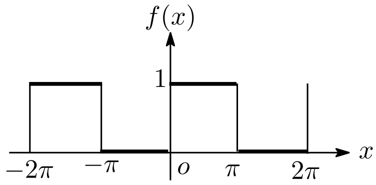
(室蘭工業大 2005) (m20055508)

0.9 以下の不定積分を求めなさい.

(1) $I = \displaystyle\int e^{\alpha x} \cos \beta x dx$ (2) $\displaystyle\int \frac{1}{\cos x} dx$

(室蘭工業大 2005) (m20055509)

0.10 右図のような周期が 2π の関数 $f(x)$ をフーリエ級数展開しなさい.



(室蘭工業大 2005) (m20055510)

0.11 行列 E および J を以下のように定義する.

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad J = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

このとき, 行列 $A = \begin{pmatrix} a_1 & -a_2 \\ a_2 & a_1 \end{pmatrix}$ および $B = \begin{pmatrix} b_1 & -b_2 \\ b_2 & b_1 \end{pmatrix}$ として, 以下が成り立つことを示しなさい.

(1) $J^2 = -E$

(2) $AB = (a_1b_1 - a_2b_2)E + (a_1b_2 + a_2b_1)J$

(3) $A^tA = \left({a_1}^2 + {a_2}^2\right)E$ （ただし, A^t は, A の転置行列を表す）

(室蘭工業大 2005) (m20055511)

0.12 関数 $y = \log(x^2+3)$ について次の問いに答えよ. ただし, $\log$ は e を底とする自然対数である.

(1) 関数 y の導関数を求めよ.

(2) 関数 y の第 2 次導関数を求めよ.

(室蘭工業大 2005) (m20055512)

0.13 $x > 0$ で α が実数のとき, 公式 $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$ を証明せよ.

(室蘭工業大 2005) (m20055513)

0.14 次の定積分の値を求めよ.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(2e^x + \cos x\right) dx$$

(室蘭工業大 2005) (m20055514)

0.15 行列 $C = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 10 & a \end{pmatrix}$ について次の問いに答えよ.

(1) C が正則であるための条件を求めよ.

(2) C が正則のとき C の逆行列を求めよ.

(室蘭工業大 2005)　　(m20055515)

0.16 $A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$， $B = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}$ のとき AB，BA を求めよ．

(室蘭工業大 2005)　　(m20055516)

0.17 行列式を利用して，次の連立方程式を解け． $\begin{cases} 3x + y + 5z = 5 \\ x + y + 3z = 2 \\ 2x - y - z = 3 \end{cases}$

(室蘭工業大 2006)　　(m20065501)

0.18 微分方程式 $(2+x)y + (2+y)x\dfrac{dy}{dx} = 0$ の一般解を求めよ．

(室蘭工業大 2006)　　(m20065502)

0.19 以下のような行列 A, B が与えられている．AA^t および BB^t を求めなさい．

ただし，A^t は行列 A の転置行列，B^t は行列 B の転置行列を表す．

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

(室蘭工業大 2006)　　(m20065503)

0.20 行列 C の固有値とその固有ベクトルを求めなさい． $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

(室蘭工業大 2006)　　(m20065504)

0.21 次の式が与えられている． $f(x) = \dfrac{\sin 2x - \cos 2x}{\sin 2x + \cos 2x}$ 　導関数 $\dfrac{df}{dx}$ を求めなさい．

(室蘭工業大 2006)　　(m20065505)

0.22 次の不定積分を求めなさい． $\displaystyle\int x(ax^2+1)^n dx$ 　(ただし，$a \neq 0$，$n \neq -1$)

(室蘭工業大 2006)　　(m20065506)

0.23 次の式が与えられている． $f(x, y) = x^2 y + y^2 \cos x + y^3$

偏導関数 $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ および $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ を求めなさい．

(室蘭工業大 2006)　　(m20065507)

0.24 オイラーの公式：$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ に関する以下の問に答えよ．

(1) オイラーの公式を用いて，つぎの公式を証明せよ．

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$$

(2) $e^{i(\theta+\varphi)} = e^{i\theta}e^{i\varphi}$ という式に，オイラーの公式を適用し，両辺の実部と虚部を比較して，余弦関数および正弦関数の加法公式

$$\cos(\theta+\varphi) = \cos\theta\cos\varphi - \sin\theta\sin\varphi$$
$$\sin(\theta+\varphi) = \sin\theta\cos\varphi + \cos\theta\sin\varphi$$

を導出せよ．

(室蘭工業大 2006)　　(m20065508)

0.25 区間 2π で定義された関数 $f(t) = \pi - |t|\ ;\ -\pi \leq t \leq \pi$ を $f(t+2\pi) = f(t)$ の関係によって周期関数に拡張した関数を考える．

(1) この関数の概形を $-2\pi \leq t \leq 2\pi$ の範囲で図に示せ．縦軸，横軸に適切な数値を入れること．

(2) この周期関数をフーリエ級数で表せ．

(室蘭工業大 2006) (m20065509)

0.26 次の微分を計算せよ． $\dfrac{d}{dx}\left[\tan^{-1}\left(\dfrac{1}{2-3x}\right)\right]$

(室蘭工業大 2006) (m20065510)

0.27 次の定積分を計算せよ． $\displaystyle\int_0^1 \frac{2x}{x^4+1}dx$

(室蘭工業大 2006) (m20065511)

0.28 つぎの行列 A に関し，以下の問に答えよ． $A = \begin{pmatrix} b^2+c^2 & ab & ca \\ ab & c^2+a^2 & bc \\ ca & bc & a^2+b^2 \end{pmatrix}$

(1) 次式が成り立つことを示せ． $\begin{pmatrix} 0 & c & b \\ c & 0 & a \\ b & a & 0 \end{pmatrix}^2 = A$

(2) A の行列式を求めよ．

(室蘭工業大 2006) (m20065512)

0.29 以下の関数の導関数を求めよ．

(1) $(ax+b)^n$ (2) $\sqrt{1-x}$ (3) $\log(ax+b)$ (4) $e^{\frac{1}{x}}$

(室蘭工業大 2006) (m20065513)

0.30 以下の定積分の値を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_0^1 x^n(1-x)dx$ (2) $\displaystyle\int_a^b (x-a)(b-x)dx$

(室蘭工業大 2006) (m20065514)

0.31 次の行列式の値を求めなさい． $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}$

(室蘭工業大 2006) (m20065515)

0.32 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$， $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$ について，以下の問いに答えよ．

(1) $2A+3B$ を計算しなさい． (2) AB, BA を求めなさい．

(室蘭工業大 2006) (m20065516)

0.33 行列 $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ の固有値を求めよ $(a > 1)$ ．

(室蘭工業大 2007) (m20075501)

0.34 微分方程式 $\dfrac{d^2u}{dx^2}-\dfrac{du}{dx}-2u=x+\dfrac{5}{2}$ を初期条件 $u(0)=0,\ u''(0)=1$ のもとで解き，解の関数 $u=u(x)$ の概形を $x \geqq\ 0$ の範囲でグラフに描け．ただし，x の増加にしたがって $u=u(x)$ が漸近する関数も式とともに図中に記すこと．

(室蘭工業大 2007)　　(m20075502)

0.35 (1) $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & k \end{pmatrix}$ のとき，BA を求めなさい．

(2) $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ のとき，　$AX=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ 　を満たす行列 X を求めなさい．

(室蘭工業大 2007)　　(m20075503)

0.36 2 つのベクトル $\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} x \\ 3 \end{pmatrix}$ について，次の問いに答えよ．

(1) $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ が直交するように x を求めなさい．

(2) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ と $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ が直交するように x を求めなさい．

(室蘭工業大 2007)　　(m20075504)

0.37 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ の固有値 $\lambda_1,\ \lambda_2$ と固有ベクトル $u_1,\ u_2$ を求めなさい．

(室蘭工業大 2007)　　(m20075505)

0.38 $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ が直交行列であることを示しなさい．

(室蘭工業大 2007)　　(m20075506)

0.39 関数 $f(x)$ のマクローリン展開は，　$f(x)=\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$ 　で与えられる．ただし，$f^{(n)}(0)$ は $x=0$ における $f(x)$ の n 階導関数である．$x\to 0$ のとき，$e^x\sin x$ の漸近展開を x^3 の項まで求めよ．

(室蘭工業大 2007)　　(m20075507)

0.40 $yz+zx+xy=1$ で与えられる $z(x,y)$ の 2 次偏導関数を求めよ．

(室蘭工業大 2007)　　(m20075508)

0.41 次の複素数を実部と虚部に分け，$a+jb$（a,b は実数）の形で表せ．ただし，$j=\sqrt{-1}$ である．

(1) $\dfrac{5(1-j2)}{(1+j2)(1+j3)(2+j)}$　　　(2) $2\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+j\dfrac{1}{2}\right)^8$

(室蘭工業大 2007)　　(m20075509)

0.42 微分方程式 $x\dfrac{dy}{dx}-3y+x=0$ について，以下の問いに答えよ．

(1) $u(x)=\dfrac{y(x)}{x}$ とおくと，与えられた微分方程式が $x\dfrac{du}{dx}=2u-1$ と書けることを示せ．

(2) 初期条件 $x=1$ のとき $y(1)=2$ のもとで，与えられた微分方程式を解け．

(室蘭工業大 2007)　　(m20075510)

0.43 (1) $\cos^2\theta\sin(2\theta)-\cos\theta\sin(3\theta)=A\sin(4\theta)$ と表したとき，係数 A を求めよ．

(2) $\cos^5\theta=B\cos\theta+C\cos(3\theta)+D\cos(5\theta)$ と表したとき，係数 $B,\ C,\ D$ を求めよ．

(室蘭工業大 2007)　　(m20075511)

0.44 行列 A および I を，$A = \begin{bmatrix} a & 2a \\ b & b+1 \end{bmatrix}$，$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ とするとき，$A^2 - 5A - 2I = 0$ を満足する実数 a および b の組み合わせを求めよ．

(室蘭工業大 2007) (m20075512)

0.45 x, y, z がいずれも 0 ではないとき，次の等式

$$\frac{-(x+7y)}{2z} = \frac{x+2z}{-y} = \frac{2z-y}{x} = t$$

が成り立つための t の値を求めよ．

(室蘭工業大 2008) (m20085501)

0.46 次の微分方程式の一般解を求めよ． $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = 3e^{-x}$

(室蘭工業大 2008) (m20085502)

0.47 次の関数の導関数を求めなさい．

$$f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

(室蘭工業大 2008) (m20085503)

0.48 次の関数の導関数を求めなさい．

$$f(x) = e^x \cos x$$

(室蘭工業大 2008) (m20085504)

0.49 次の定積分の値 I を求めなさい． $I = \displaystyle\int_0^t e^x \sin \omega x \, dx \quad (t > 0)$

(室蘭工業大 2008) (m20085505)

0.50 行列 $\boldsymbol{A}$ が $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ と与えられているものとする．このとき，以下の問題に答えなさい．

(1) 行列 $\boldsymbol{A}$ の 2 つの固有値とそれらに対応する固有ベクトルを求めなさい．

(2) 行列 $\boldsymbol{A}$ を対角化しなさい．すなわち，下の関係を満たす正則行列 P と対角行列 $\boldsymbol{\Lambda}$ を求めなさい．もし，対角化が不可能な場合はその理由を述べなさい．

$$\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{P} = \boldsymbol{\Lambda}$$

(3) $\boldsymbol{A}^{10}$（すなわち $\boldsymbol{A}$ の 10 乗）を求めなさい．

(室蘭工業大 2008) (m20085506)

0.51 ベクトル場 $\boldsymbol{A} = (\alpha xy - z^3)\boldsymbol{i} + (\alpha - 2)x^2\boldsymbol{j} + (1-\alpha)xz^2\boldsymbol{k}$ について，以下の問いに答えなさい．なお，α は実数であり，$\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$ は直交座標系の x 軸，y 軸，z 軸上で正の向きを持つ単位ベクトルである．

(1) ベクトル場 $\boldsymbol{A}$ が，$x = 1$，$y = 1$，$z = 1$ においてベクトル $\boldsymbol{B} = 2\beta\boldsymbol{i} + \beta\boldsymbol{j} - 4\boldsymbol{k}$ と直交するとき，実数 β を α を用いて表しなさい．

(2) ベクトル場 $\boldsymbol{A}$ の回転 $(\mathrm{rot}\boldsymbol{A})$ の値が任意の場所で $\vec{0}$ となるときの，α の値を求めなさい．

(室蘭工業大 2008) (m20085507)

0.52 (1) $a > 0$ のとき，$\displaystyle\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2}\, dx = \pi$ を満たす a の値を求めよ．

(2) 関数 $g(x)$ は，関数 $f(x)$ に対して，　$g(x) = f(0) + \displaystyle\sum_{n=1}^{m} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$　，　$(m = 1, 2, 3, \cdots)$

と定義される．ここで，$f^{(n)}(x)$ は $f(x)$ の n 階の導関数を表す．$f(x) = e^{2x}$ とするとき，$g(x)$ を，$m = 3$ として求めなさい．

(室蘭工業大 2008)　　(m20085508)

0.53 (1) 行列 $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ の固有値と各々の固有値に対応する固有ベクトルを求めなさい．

(2) $\boldsymbol{P}$ を正則な正方行列として $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}$ のときに $\boldsymbol{A}$ の固有値と $\boldsymbol{B}$ の固有値は一致することを示しなさい．

(3) $\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ のとき $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}$ として $\boldsymbol{B}$ の固有値と各々の固有値に対応する固有ベクトルを求めなさい．

(室蘭工業大 2008)　　(m20085509)

0.54 (1) 微分方程式 $\dfrac{dy(x)}{dx} - 3y(x) = 0$ を初期条件 $y(0) = 1$ として解きなさい．

(2) (1) の解を $f(x)$ として $y(x) = u(x)f(x)$ とおく．このとき常微分方程式 $\dfrac{dy(x)}{dx} - 3y(x) = e^x$ を x と $u(x)$ の常微分方程式として表しなさい．

(3) 常微分方程式 $\dfrac{dy(x)}{dx} - 3y(x) = e^x$ を解きなさい．

(室蘭工業大 2008)　　(m20085510)

0.55 括弧の中を埋めよ．全部で 8 箇所ある．

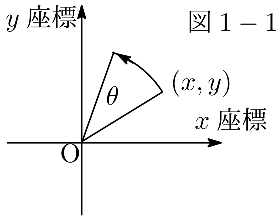


図 1 − 1

2 次元平面上の任意の点を $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ で表す（図 1-1 を参照する事）．

点 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ を原点 O の周りに角度 θ だけ回転（反時計回りを正とする，図 1-2 を参照）した点は $\begin{pmatrix} [\text{ア}\quad] \\ [\text{イ}\quad] \end{pmatrix}$ となる．

同様に考えると，点 $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ はは $\begin{pmatrix} [\text{ウ}\quad] \\ [\text{エ}\quad] \end{pmatrix}$ に移る．

よって任意の点 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ を原点の周りに角度 θ だけ回転した点は，

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + y\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ なので，

$\begin{pmatrix} [\text{オ}\quad] & [\text{キ}\quad] \\ [\text{カ}\quad] & [\text{ク}\quad] \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ で与えられる．

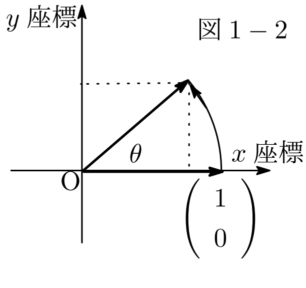


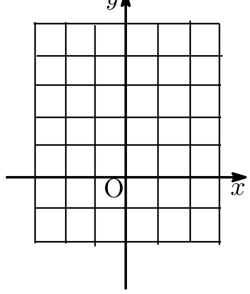
図 1 − 2

(室蘭工業大 2008)　　(m20085511)

0.56 定積分 $\displaystyle\int_0^a |x^2 - 1|\,dx$, $(a > 0)$ を以下の手順で求めよ．

(1) 関数 $f(x) = |x^2 - 1|$ の，$x = -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$ における値を求めよ．

$f(-2) =$　　$f(-1) =$　　$f(0) =$　　$f(1) =$　　$f(2) =$



(2) 関数 $f(x) = |x^2 - 1|$ を $-2 \leq x \leq 2$ の範囲で，右のグラフにかけ．
$x = -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$ の時の $f(x)$ の値がわかるように書く事．

(3) 積分 $\displaystyle\int_0^1 |x^2 - 1|\,dx$ を求めよ．

(4) $a > 1$ のときの定積分の値を求めよ．

(室蘭工業大 2008)　　(m20085512)

0.57 方程式 $f(x) = 1 + \displaystyle\int_0^x f(t)dt$ を満たす微分可能な関数 $f(x)$ を，以下の手順で求めよ．

(1) $f(0)$ の値を求めよ．

(2) 上の方程式の両辺を x で微分し，$f(x)$ に関する微分方程式を求めよ．

(3) $A,\ k$ を定数として，x の関数 Ae^{kx} を x で微分せよ．ただし $e = 2.718\cdots$ である．

(4) (1), (2), (3) の結果を用い，$f(x)$ を求めよ．

(室蘭工業大 2008)　　(m20085513)

0.58 次の微分，不定積分を計算せよ．

(1) $\dfrac{d}{dx}\left(xe^{-2x}\right)$

(2) $\displaystyle\int (\log x)^2\,dx$

(3) $\displaystyle\int \frac{x(x^2+12)}{x^4-16}\,dx$

(室蘭工業大 2009)　　(m20095501)

0.59 行列に関する以下の問いに答えよ．

(1) 行列 $A,\ B,\ C,\ D$ を，

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix},\ D = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

として，行列の積 $AB,\ CD,\ DC$ を計算せよ．

(2) 行列 X を，

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix}$$

として，その転置行列 ${}^tX$，および，固有和（トレース）$\mathrm{tr}(X)$ を，

$${}^tX = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{21} \\ x_{12} & x_{22} \end{pmatrix}, \qquad \mathrm{tr}(X) = x_{11} + x_{22}$$

と定義する．このとき，$\mathrm{tr}({}^tXX)$ を求めよ．

(室蘭工業大 2009)　　(m20095502)

0.60 3 行 3 列の正方行列 A を以下のように定める．

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ a & b & 3 \end{pmatrix} \tag{1}$$

(1) 以下の 3 つの基本変形に関連して，行列式は以下の性質をもつ．

(a) 2つの行を入れ換えると，行列式の値は -1 倍される．

(b) ある行の定数倍をほかの行に加えても，行列式の値は変わらない．

(c) ある行を c 倍すると，行列式の値も c 倍される．

上記の基本変形を利用して，A を上三角行列に変形せよ．ここで，上三角行列とは，行列の i 行 j 列成分（ただし，$i > j$）がゼロである行列のことである．

(2) A の行列式を求めよ．

(室蘭工業大 2009)　　(m20095503)

0.61 2つの関数

$$f(x) = \frac{1}{1+x} \tag{2}$$

$$g(x) = e^{-\alpha x} \quad (\alpha > 0) \tag{3}$$

とする．

(1) 合成関数 $h(x) = f(g(x))$ を求めよ．

(2) 関数 $h(x)$ の1階の導関数 $h'(x)$ と，2階の導関数 $h''(x)$ を求めよ．

(3) $\alpha = 1$ の場合の $h(x)$ のグラフを図示せよ．

(4) $h'(x)$ を α の関数とみなした場合の，α に関する偏導関数 $\dfrac{\partial h'}{\partial \alpha}$ を求めよ．

(5) $h'(0)$ を α の関数として，そのグラフを図示せよ．

(室蘭工業大 2009)　　(m20095504)

0.62 次の等式が成り立つような k の値を求めよ．

(1) $\begin{vmatrix} k+1 & 6 \\ 2 & k-3 \end{vmatrix} = 0$

(2) $\begin{vmatrix} k+3 & -1 & 1 \\ 7 & k-5 & 1 \\ 6 & -6 & k+2 \end{vmatrix} = 0$

(室蘭工業大 2009)　　(m20095505)

0.63 次の微分方程式の特殊解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx} = -y$,　初期条件 $x = 0$ のとき $y = 5$

(2) $\dfrac{dy}{dx} = 3x^2 - e^x + \cos(x)$,　初期条件 $x = 0$ のとき $y = 2$

(室蘭工業大 2009)　　(m20095506)

0.64 (1) 次の微分を計算せよ．

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)$$

(2) $f(x) = \sin(\sqrt{x})$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ．

(3) $f(x) = 3x^3 + 1$, $g(x) = x^4 - 5$ に対する合成関数 $h(x) = f(g(x))$ および $k(x) = g(f(x))$ の導関数 $h'(x), k'(x)$ をそれぞれ求めよ．

(室蘭工業大 2010)　　(m20105501)

0.65 行列 A を $A = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ としたとき, 次の問いに答えよ．

(1) 行列式 $|A|$ の値を求めよ.

(2) 逆行列 A^{-1} を求めよ.

(3) 行列 A の 2 乗 A^2 を求めよ.

(4) 行列 A の N 乗 A^N を求めよ.

(室蘭工業大 2010) (m20105502)

0.66 直交座標の点 $P(x, y, z)$ の位置ベクトル $\boldsymbol{r}$ を

$$\boldsymbol{r} = (x, y, z)$$

とする. また, スカラー関数 $f(x, y, z)$ を

$$f(x, y, z) = 2x + y + 3z$$

とする. このとき以下の問の答えよ. ただし, ∇ は次のベクトル演算子を表す.

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

(1) ベクトル $\boldsymbol{n}$ を $\boldsymbol{n} = \nabla f$ で定義するとき, $\boldsymbol{n} = (n_x,\ x_y,\ n_z)$ の形で表せ.

(2) 関数 $f(x, y, z)$ をベクトル $\boldsymbol{n}$ と $\boldsymbol{r}$ を用いて表せ.

(3) $f(x, y, z) = 2x + y + 3z = 5$ は平面を表す方程式である. この平面上にある 2 点 $P_1(x_1,\ y_1,\ z_1)$, $P_2(x_2,\ y_2,\ z_2)$ における位置ベクトルを $\boldsymbol{r}_1 = (x_1,\ y_1,\ z_1)$, $\boldsymbol{r}_2 = (x_2,\ y_2,\ z_2)$ とするとき, ベクトル $\boldsymbol{n}$ と $\boldsymbol{r}_1$, $\boldsymbol{r}_2$ の内積が $\boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{r}_1 = \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{r}_2$ となることを示せ.

(4) ベクトル $\boldsymbol{n}$ が平面 $f(x, y, z) = 2x + y + 3z = 5$ と垂直になることを示せ.

(室蘭工業大 2010) (m20105503)

0.67 次の微分方程式の解を求めよ。

(1) $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{x}{y} = 0$ (2) $\dfrac{dy}{dx} + y + 3 = 0$

(室蘭工業大 2010) (m20105504)

0.68 (1) 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ について, $A^2 - (a+d)A + (ad - bc)E = O$ が成り立つことを証明しなさい. ただし, a, b, c, d は実数であり, E を 2 次単位行列, O を 2 次零行列とする.

(2) 行列 $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ に対して B^5 を求めよ.

(3) 実数 x の n 次式を $x^n = (x^2 - x - 2)Q(x) + ax + b$ と表したときの係数 a および b を求めよ。ただし, $Q(x)$ は多項式であり, n は自然数とする.

(4) 行列 $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ に対して B^n を求めよ. なお, (1) の証明および (3) の答えを利用すること.

(室蘭工業大 2010) (m20105505)

0.69 (1) 次の不定積分を計算せよ.

$$\int 2x \ln(x)\, dx$$

(2) 次の定積分を計算せよ.

$$\int_1^2 \frac{x}{\sqrt{5 - x^2}}\, dx$$

(室蘭工業大 2010) (m20105506)

0.70 3 つのベクトル, $\boldsymbol{a} = (2, 1, 3)$, $\boldsymbol{b} = (1, -2, -1)$, $\boldsymbol{c} = (0, k, 1)$ （ただし k はある実数）について以下の問いに答えよ.

(1) $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ の外積 $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ を求めよ.

(2) $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ が一次従属となる k の値を求めよ.

(室蘭工業大 2010) (m20105507)

0.71 次の関数を x で微分せよ.

(1) $x^2 \sin x$ (2) $\left(x - \dfrac{1}{x}\right)^3$

(室蘭工業大 2010) (m20105508)

0.72 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} + 2x + y = 0$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = 0$

(室蘭工業大 2010) (m20105509)

0.73 次の行列 A の固有値と固有ベクトルを求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

(室蘭工業大 2011) (m20115501)

0.74 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 6y = 4e^{-x}$$

(室蘭工業大 2011) (m20115502)

0.75 次の関数を微分せよ.

(1) $y = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + 2}}$ (2) $y = \dfrac{\cos x}{x}$

(室蘭工業大 2011) (m20115503)

0.76 正の整数 N が 1 に較べて充分大きいとき，$N!$ は $(N \ln N - N)$ と近似できることを示せ．ただし，$\ln N = \log_e N$ である.

(室蘭工業大 2011) (m20115504)

0.77 3 つのベクトル $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ についてのスカラー 3 重積 $\boldsymbol{A} \cdot (\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{C})$ は，ベクトル $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ で形成される平行六面体の体積に等しいことを示せ．ただし，$\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ はすべてが同一平面上にないものとする.

(室蘭工業大 2011) (m20115505)

0.78 次の不定積分を計算せよ.

$$\int \frac{1}{x^2 - 3x - 10}\, dx$$

(室蘭工業大 2011) (m20115506)

0.79 次の微分を計算しなさい.

$$\frac{d}{dx}\left(\sin^{-1} x - x\sqrt{1 - x^2}\right) \quad \left(\text{ただし，} -\frac{\pi}{2} < \sin^{-1} x < \frac{\pi}{2} \text{とする}\right)$$

(室蘭工業大 2011) (m20115507)

0.80 以下の問いに答えよ.

(1) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ の固有値と各々の固有値に対応する固有ベクトルを求めよ.

(2) $P^{-1}AP$ が対角行列となるような, 正則な正方行列 P を求めよ. ただし, 行列 P は直交行列（逆行列と転置行列が等しい行列）とする.

(室蘭工業大 2011)　　(m20115508)

0.81 3 つの異なるベクトル $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ を 3 辺にもつ平行六面体の体積 V が

$$V = |\boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{b} \times \ \boldsymbol{c})|$$

と表されることを示せ.

(室蘭工業大 2011)　　(m20115509)

0.82 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $(1+x)\dfrac{d\,y(x)}{dx} - y(x) = 0$　　(2) $\dfrac{d\,y(x)}{dx} + y(x) = 2e^{-x}$

(室蘭工業大 2011)　　(m20115510)

0.83 以下の (1),(2),(3) に答えよ.

(1) 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$,　$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ としたとき, 行列の積 AB を求めなさい.

(2) 行列 $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 & -2 \\ 1 & 7 & 8 & -1 \\ 2 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ の階数を求めなさい.

(3) 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & -x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -x & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -x \\ 1 & -6 & 11 & 6 \end{vmatrix}$ が正となる実数 x の条件を求めなさい.

(室蘭工業大 2011)　　(m20115511)

0.84 関数 $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x}}$ （ただし, $x < 1$）の x^3 までのマクローリン展開を求めなさい.

(室蘭工業大 2011)　　(m20115512)

0.85 置換積分法を用いて, 関数 $f(x) = x^3\sqrt{1+x^2}$ の不定積分 $\displaystyle\int f(x)dx$ を求めなさい.

(室蘭工業大 2011)　　(m20115513)

0.86 微分方程式 $y' = x(1-y)$ の一般解を求めなさい.

(室蘭工業大 2011)　　(m20115514)

0.87 行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ について, 以下の問いに答えよ.

(1) A の固有値を求めよ.

(2) A の固有ベクトルを求めよ.

(3) A を対角化せよ.

(室蘭工業大 2014)　　(m20145501)

0.88 初期値 $y(0)=3,\ y'(0)=-4$ を満足する次の常微分方程式の解を求めよ．

$$y''+y'-6y=0$$

ただし，$y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$，$y'=\dfrac{dy}{dx}$ の意味である．

(室蘭工業大 2014)　　(m20145502)

0.89 次の不定積分を求めよ．

$$\int x^2\cos x dx$$

(室蘭工業大 2014)　　(m20145503)

0.90 行列 $\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$ の固有値を求めよ．

(室蘭工業大 2015)　　(m20155501)

0.91 $y=e^{-5x}\cos 5x$ を x で微分せよ．e は自然対数の底である．

(室蘭工業大 2015)　　(m20155502)

0.92 $y=\cos x \quad \left(0\leq x\leq \dfrac{\pi}{2}\right)$ を x 軸のまわりに回転してできる立体の体積を求めよ．

(室蘭工業大 2015)　　(m20155503)

0.93 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{3x(y^2+3)}{5y(x^2+2)}$ の一般解を求めよ．

(室蘭工業大 2015)　　(m20155504)

0.94 $x^2-2x+2y^2-3=0$ を xy 平面へ図示せよ．

(室蘭工業大 2015)　　(m20155505)

0.95 不定積分 $I=\displaystyle\int e^{-px}\cos(kx)dx$ を求めよ．ただし，p と k はゼロでない定数とする．

(室蘭工業大 2015)　　(m20155506)

0.96 (1) から (3) の関数をそれぞれ微分せよ．

(1) $y=-\cos(2x)$　　(2) $y=e^{-3x^2}$　　(3) $y=\log(2x^2+1)$

(室蘭工業大 2015)　　(m20155507)

0.97 3 つの行列が，以下のように与えられているとする．

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & -2 & 1 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad C=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

このとき，次の行列積をそれぞれ求めよ．

$$AB, \qquad CAB, \qquad BC$$

(室蘭工業大 2015)　　(m20155508)

0.98 3 つのベクトルが，以下のように与えられているとする．

$$\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{c}=\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

このとき，$\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c})$ を求めよ．さらに，次の行列式を計算せよ．

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

(室蘭工業大 2015)　　(m20155509)

0.99　次の微分を求めよ．　$\dfrac{de^{x\ln x}}{dx}$　　(室蘭工業大 2015)　　(m20155510)

0.100　以下の不定積分を求めよ．ただし，不定積分では積分定数は省略してよい．

(1) $\displaystyle\int \frac{3x+3}{x^2+x-2}$　　(2) $\displaystyle\int xe^{2x}dx$

(室蘭工業大 2015)　　(m20155511)

0.101　2 変数関数 $z = z(x, y)$,　$x(r, \theta) = r\cos\theta$,　$y(r, \theta) = r\sin\theta$ の偏微分に関する以下の問いに答えよ．ただし，以下では，$r = 0$ の場合は除いて考える．

(1)　偏微分 $\dfrac{\partial z}{\partial r}$, $\dfrac{\partial z}{\partial \theta}$ を，$\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ を用いて表せ．

(2)　$\left(\dfrac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\dfrac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = \left(\dfrac{\partial z}{\partial r}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial z}{\partial \theta}\right)^2$ となることを示せ．

(室蘭工業大 2015)　　(m20155512)

0.102　次の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $(x+1)^2\dfrac{dy(x)}{dx} = y(x)$　　(2) $\dfrac{d^2y(x)}{dx^2} + \dfrac{dy(x)}{dx} - 2y(x) = -2x^2$

(室蘭工業大 2015)　　(m20155513)

0.103　次の関数を微分せよ．

(1) $y = x^3\cos 3x$　　(2) $y = \log\left(\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)\right)$　　(3) $y = \left(\dfrac{x}{x-1}\right)^3$

(室蘭工業大 2015)　　(m20155514)

0.104　行列に関する設問に答えよ．

(1)　下記に示す行列 A の固有値，固有ベクトルを全て求めよ．

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

(2)　下記に示す行列 B の固有値，固有ベクトルを全て求めよ．

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

(室蘭工業大 2015)　　(m20155515)

0.105　定積分 $\displaystyle\int_0^\infty e^{-x}\sin x dx$ を計算しなさい．

(室蘭工業大 2016)　　(m20165501)

0.106　関数 $f(x) = \sin 2x - \cos 3x$ について，x^3 までのマクローリン展開を求めなさい．

(室蘭工業大 2016)　　(m20165502)

0.107　3 つのベクトル $\boldsymbol{u} = (1, 0, -1)$, $\boldsymbol{v} = (1, 2, 1)$, $\boldsymbol{r} = (0, -3, 2)$ がある．$\boldsymbol{p} = (1, 1, 1)$ としたとき，関係式 $\boldsymbol{p} = \alpha\boldsymbol{u} + \beta\boldsymbol{v} + \gamma\boldsymbol{r}$ を満たす係数 α, β, γ を求めなさい．

(室蘭工業大 2016)　　(m20165503)

0.108 以下の行列 A の行列式を求めなさい.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \\ 3 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(室蘭工業大 2016)　　(m20165504)

0.109 定積分 $\displaystyle\int_0^\infty \frac{1}{(2x+1)(x+1)}dx$ を計算しなさい.

(室蘭工業大 2016)　　(m20165505)

0.110 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = -y$ を解きなさい.

(室蘭工業大 2016)　　(m20165506)

0.111 行列に関する以下の問いに答えよ.

(1) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix}$ の逆行列を計算せよ.

(2) (1) で求めた逆行列を利用して,

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix}$$

の $x,\ y,\ z$ を求めよ.

(室蘭工業大 2016)　　(m20165507)

0.112 直交座標系の任意の点 $P(x, y, z)$ において，ベクトル場 $\boldsymbol{A}$ を考える.

$\boldsymbol{A}$ を $\boldsymbol{A} = (A_x,\ A_y,\ A_z) = (x, y, z)$ とし，原点を中心として半径 a の球面を閉曲面 S とした時，以下の問いに答えよ.

(1) 閉曲面 S 上の任意の点における法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ ($|\boldsymbol{n}| = 1$) を求めよ.

(2) 閉曲面 S 上全体にわたる面積分 $\displaystyle\iint_S \boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{n}\,dS$ を求めよ.

(3) 閉曲面 S 内全体にわたる体積分 $\displaystyle\iiint \mathrm{div}\,\boldsymbol{A}\,dV = \iiint \nabla\cdot\boldsymbol{A}\,dV$ を求めよ.

(室蘭工業大 2016)　　(m20165508)

0.113 以下の微分を計算せよ.

$$\frac{d\sin^3 x}{dx}$$

(室蘭工業大 2016)　　(m20165509)

0.114 以下の不定積分を計算せよ．なお，積分定数は省略してよい.

$$\int \frac{-x^2+2x+1}{x^3-x^2+x-1}dx$$

(室蘭工業大 2016)　　(m20165510)

0.115 以下の不定積分を計算せよ．なお，積分定数は省略してよい.

$$\int xe^{-jx}dx$$　　(j は虚数単位を表す)

(室蘭工業大 2016)　　(m20165511)

0.116 微分方程式に関する以下の問いに答えよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} - 2e^{x+y} = 0$ の一般解を求めよ.

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 4\dfrac{dy}{dx} + 3y = 4e^x$ の一般解を求めよ.

(室蘭工業大 2016) (m20165512)

0.117 次の行列 A の固有値と固有ベクトルを求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

(室蘭工業大 2016) (m20165513)

0.118 以下の 3 つのベクトル $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c}$ が一次独立であるとき，実数 x が満たす条件を求めよ.

$$\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ x \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ x \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ 1 \end{pmatrix}$$

(室蘭工業大 2016) (m20165514)

0.119 $D\ :\ 0 \leqq y \leqq x \leqq 1$ により定義される領域を D として，次の重積分を計算せよ.

$$I = \iint_D \left(2x + 3y^2\right) dxdy$$

(室蘭工業大 2016) (m20165515)

0.120 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} - 3y = 5e^{2x}$$

(室蘭工業大 2016) (m20165516)

0.121 $\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ の両方に直交する単位ベクトルを求めなさい.

(室蘭工業大 2017) (m20175501)

0.122 $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$, $\cdots$, $\boldsymbol{a}_r$ が互いに直交するとき，これらのベクトルは 1 次独立であることを示しなさい．ただし，$\boldsymbol{a}_1 \neq 0$, $\boldsymbol{a}_2 \neq 0$, $\cdots$, $\boldsymbol{a}_r \neq 0$ とします.

(室蘭工業大 2017) (m20175502)

0.123 関数 $f(x) = x^{40} - x^{20}$ の $x = 1$ における 2 次のテイラー近似を求めなさい.

さらに，その結果を使って，$f(1.002)$ の近似値を計算しなさい.

(室蘭工業大 2017) (m20175503)

0.124 $\displaystyle\int_0^T e^{i\frac{2\pi mt}{T}} e^{-i\frac{2\pi nt}{T}}\, dt$ を計算しなさい.

ただし，i は虚数単位，m と n は正の整数，T は正の実数とする.

(室蘭工業大 2017) (m20175504)

0.125 次の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $(x^2-4)\dfrac{dy}{dx}=y$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+4\dfrac{dy}{dx}+4y=8\sin(2x)$

(室蘭工業大 2017)　(m20175505)

0.126 行列 $A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 1 & 4\end{pmatrix}$ ， $B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$ に関する以下の問いに答えよ．

(1) 行列 A の固有値を求め，各固有値に対応する固有ベクトルを求めよ．

(2) $AX=BA$ を満足する行列 X を求めよ．

(室蘭工業大 2017)　(m20175506)

0.127 以下の微分を計算せよ．

$$\frac{d}{dx}\left\{\sin^{-1}\left(x^2-1\right)\right\}\qquad \left(0<x<\sqrt{2}\right)$$

(室蘭工業大 2017)　(m20175507)

0.128 以下の不定積分を計算せよ．なお，積分定数は省略してよい．

(1) $\displaystyle\int e^{-3x}\cos(4x)dx$　　(2) $\displaystyle\int \frac{1}{e^{2x}+1}dx$

(室蘭工業大 2017)　(m20175508)

0.129 直交座標系において，スカラー関数 $f=yz^2$ とベクトル関数 $\boldsymbol{A}=(A_x,\ A_y,\ A_z)=(-y,\ x,\ 1)$ が与えられているとき，以下の問いに答えよ．

(1) $\mathrm{rot}\ \boldsymbol{A}$ を求めよ．

(2) $\mathrm{div}(f\boldsymbol{A})$ を求めよ．

(3) 4 点 $P(1,1,0)$, $Q(-1,1,0)$, $R(-1,-1,0)$, $S(1,-1,0)$ を頂点とする四角形の辺に沿って $P\to Q\to R\to S\to P$ の順に一周する線積分 $\displaystyle\oint \boldsymbol{A}\cdot d\boldsymbol{r}$ を求めよ．ただし，$d\boldsymbol{r}$ は線積分における微小線素ベクトルを表す．

(室蘭工業大 2017)　(m20175509)

0.130 下に示す関数 $f(x,y)$ について以下の問に答えよ．

$$f(x,y)=x^2+y^2-6x-2y+xy+11$$

(1) $f(x,y)$ を x で偏微分せよ．

(2) $f(x,y)$ を y で偏微分せよ．

(3) $f(x,y)$ の極小値を求めよ．

(室蘭工業大 2017)　(m20175510)

0.131 次の微分方程式の解を求めよ．

$$2x-2xy+y'=0$$

(室蘭工業大 2017)　(m20175511)

0.132 積分せよ．

$$\iint_D 2ydxdy \quad ,\quad D\ :\ 1\leqq x\leqq 2,\ x\leqq y\leqq 2x^2$$

(室蘭工業大 2017)　(m20175512)

0.133 2 次正方行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ について以下を答えよ.

(1) A の固有多項式と固有値を求めよ.

(2) A の各々の固有値に対する固有ベクトルを求めよ.

(室蘭工業大 2018) (m20185501)

0.134 次の不定積分を求めよ.

$$\int (\log x)^2 dx$$

(室蘭工業大 2018) (m20185502)

0.135 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$y'' + 3y' + 2y = \cos x$$

(室蘭工業大 2018) (m20185503)

0.136 次の連立方程式 (1) を解け.

$$\left.\begin{aligned} -x + 2y \phantom{{}+z} &= 1 \\ -x + 3y + z &= 2 \\ x - y + 2z &= -2 \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

(室蘭工業大 2018) (m20185504)

0.137 関数 (1) と (2) を x で微分せよ.

(1) $y = \log\left(x^3 + 4x^2 + 5x + 2\right)$ (2) $y = \cos\left(x^2 + \dfrac{2}{x}\right) e^{-x}$

(室蘭工業大 2018) (m20185505)

0.138 次の積分の値を求めよ.

$$I = \iint_D \frac{1 - 3y^2}{x^2} dydx \qquad D = \{1 \leqq x \leqq 2,\ 0 \leqq y \leqq x\}$$

(室蘭工業大 2018) (m20185506)

0.139 $\dfrac{d^2}{dx^2}\left(\dfrac{1}{2x-1}\right)$ を計算せよ. ただし, $x \neq \dfrac{1}{2}$ とする.

(室蘭工業大 2018) (m20185507)

0.140 積分に関する以下の問いに答えよ. ただし, 不定積分では積分定数は省略してよい.

(1) 不定積分 $\displaystyle\int \frac{x}{x^2 - 2x - 8} dx$ を計算せよ.

(2) 定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 4x dx$ を計算せよ.

(室蘭工業大 2018) (m20185508)

0.141 行列 $A = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ に関する以下の問いに答えよ.

(1) $A^2 = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & -\sin 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ が成り立つことを示せ.

(2) 行列式 $|A|$ を計算せよ．

(室蘭工業大 2018)　　(m20185509)

0.142 常微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+4\dfrac{dy}{dx}+3y=13\sin 2x$ に関する以下の問いに答えよ．

(1) この方程式の右辺がゼロの場合の解（同次解）y_0 を求めよ．

(2) 特解 y_1 を $y_1=A\sin 2x+B\cos 2x$ の形を仮定して求めよ．ただし，A, B は定数とする．

(3) 初期条件を，$x=0$ で，$y=0$, $\dfrac{dy}{dx}=2$ として，解 y を求めよ．

(室蘭工業大 2018)　　(m20185510)

0.143 ベクトル解析に関する以下の問いに答えよ．

(1) $f(\boldsymbol{r})=f(x,y,z)$ を任意のスカラー場として，$\nabla\times(\nabla f(\boldsymbol{r}))=0$ が成り立つことを示せ．
ここに，$\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$ をそれぞれ x, y, z 方向の単位ベクトルとして，$\nabla\equiv\dfrac{\partial}{\partial x}\boldsymbol{i}+\dfrac{\partial}{\partial y}\boldsymbol{j}+\dfrac{\partial}{\partial z}\boldsymbol{k}$ である．

(2) $f(\boldsymbol{r})=|\boldsymbol{r}|$ のとき，$\nabla f(\boldsymbol{r})$ を計算せよ．ただし，$|\boldsymbol{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ とする．

(室蘭工業大 2018)　　(m20185511)

0.144 以下の行列式の値を求めなさい．

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 4 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

(室蘭工業大 2018)　　(m20185512)

0.145 $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ のとき，以下の行列

$$2A^3-9A^2+10A+8E$$

を求めなさい．ただし，E は単位行列とする．

(室蘭工業大 2018)　　(m20185513)

0.146 以下の積分の値を求めなさい．ただし，$\mathbb{R}$ はすべての実数の集合とする．

$$\iint_A xy\,dx\,dy,\qquad \text{ただし，}A=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\ :\ x\geq 0,\ y\geq 0,\ 2x+y\leq 2\right\}$$

(室蘭工業大 2018)　　(m20185514)

0.147 関数 $e^x\sin x$ に関するマクローリン展開について，x^3 の項まで書きなさい．e は自然対数の底とする．

(室蘭工業大 2018)　　(m20185515)

0.148 以下の微分方程式を解きなさい．

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{x}{y}$$

(室蘭工業大 2018)　　(m20185516)

0.149 つぎの微分，積分を計算せよ．なお，不定積分では積分定数を省略してよい．

(1) $\dfrac{d(e^{-2x^2})}{dx}$　　(2) $\displaystyle\int\frac{2x^2-4}{x^3-2x^2}\,dx$　　(3) $\displaystyle\int_2^3\frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$

(室蘭工業大 2021)　　(m20215501)

0.150 つぎの微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 2\dfrac{dy}{dx} - 3y = 0$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 2\dfrac{dy}{dx} - 3y = 5e^{2x}$　　(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 2\dfrac{dy}{dx} - 3y = 8e^{x}$

(室蘭工業大 2021)　　(m20215502)

0.151 2 次元直交座標系における任意の点 $P(x,y)$ の座標を変換する行列について，以下の問いに答えよ．

(1) 点 P を x 軸に対称な座標に変換する行列 A を示せ．

(2) 点 P を，原点を中心として反時計回りに $\dfrac{\pi}{6}$ だけ回転させる行列 B を示せ．

(3) 点 P を直線 $y = \dfrac{1}{\sqrt{3}}x$ に対して対称な座標に変換する行列 C を求めよ．

(室蘭工業大 2021)　　(m20215503)

0.152 直交座標系において，ベクトル関数 $\boldsymbol{A} = (A_x, A_y, A_z) = (2y, -2x, z)$ が与えられているとき，以下の問いに答えよ．ただし，$\nabla = \left(\dfrac{\partial}{\partial x}, \dfrac{\partial}{\partial y}, \dfrac{\partial}{\partial z}\right)$ である．

(1) $\nabla(A \cdot A)$　$(= \mathrm{grad}(A \cdot A))$ を求めよ．

(2) $\nabla \cdot (xyzA)$　$(= \mathrm{div}(xyzA))$ を求めよ．

(3) $\nabla \times A$　$(= \mathrm{rot}A)$ を求めよ．

(4) 4 点 $P(1,1,0)$, $Q(-1,1,0)$, $R(-1,-1,0)$, $S(1,-1,0)$ を頂点とする四角形の辺に沿って $P \to Q \to R \to S \to P$ の順に一周する線積分 $\displaystyle\oint \boldsymbol{A} \cdot d\boldsymbol{r}$ を求めよ．
ただし，$d\boldsymbol{r}$ は線積分における線素ベクトルを表す．

(室蘭工業大 2021)　　(m20215504)

0.153 2 次正方行列 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ について以下を答えよ．

(1) A が正則であるための条件を示せ．

(2) またそのときの逆行列を求めよ．

(室蘭工業大 2021)　　(m20215505)

0.154 次の不定積分を求めよ．

$$\int x \cos(4x) dx$$

(室蘭工業大 2021)　　(m20215506)

0.155 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$y'' - 3y' - 4y = \cos x$$

ただし，$y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$,　$y' = \dfrac{dy}{dx}$ の意味である．

(室蘭工業大 2021)　　(m20215507)

0.156 次の微分方程式の一般解を求めよ．なお，任意の定数は C_1, C_2 を用いること．

$y'' + 2y' + y = x^2$

ただし，$y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$,　$y' = \dfrac{dy}{dx}$ の意味である．

(室蘭工業大 2022)　　(m20225501)

0.157　次の不定積分を求めよ．

$$\int xe^x dx$$

(室蘭工業大 2022)　　(m20225502)

0.158　次の行列 A の固有値及び固有ベクトルを求めよ．

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$$

(室蘭工業大 2022)　　(m20225503)

0.159　(1)　関数 $f(x) = \cos 2x + \sin(-3x)$ に対して，1 次から 3 次までの導関数を求めなさい．

(2)　(1) で求めた導関数を用いて，関数 $f(x) = \cos 2x + \sin(-3x)$ について　x^3 までのマクローリン展開を求めなさい．

(室蘭工業大 2022)　　(m20225504)

0.160　不定積分 $\displaystyle\int x^2 e^{\frac{x}{2}} dx$ を計算しなさい．積分定数は省略してよい．

(室蘭工業大 2022)　　(m20225505)

0.161　2 つのベクトル $\boldsymbol{u} = (1,\ 2,\ 3)$, $\boldsymbol{v} = (3,\ 2,\ 1)$ と直交する単位ベクトルを求めなさい．

(室蘭工業大 2022)　　(m20225506)

0.162　以下の行列 A の固有値と固有ベクトルを求めなさい．

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(室蘭工業大 2022)　　(m20225507)

0.163　つぎの微分を計算せよ．$\dfrac{d\ (5^{2x})}{dx}$

(室蘭工業大 2022)　　(m20225508)

0.164　つぎの積分を計算せよ．なお，不定積分では積分定数を省略してよい．

(1)　$\displaystyle\int \sin^3 x\ dx$

(2)　$\displaystyle\int_0^1 x\sqrt{1-x}\ dx$

(室蘭工業大 2022)　　(m20225509)

0.165　つぎの微分方程式の一般解を求めよ．

(1)　$\dfrac{dy}{dx} - 2y = 2$

(2)　$\dfrac{d^2y}{dx^2} + 5\dfrac{dy}{dx} + 6y = 0$

(3)　$\dfrac{d^2y}{dx^2} + 5\dfrac{dy}{dx} + 6y = 4e^{-2x}$

(室蘭工業大 2022)　　(m20225510)

0.166　行列 $A = \begin{pmatrix} a^5 & 0 & a^5 & a^5 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ a^5 & 1 & a^5 & 2a^5 \\ a^5 & 1 & 2a^5 & a^5 \end{pmatrix}$ について，以下の問いに答えよ．

(1) A の行列式を求めよ．

(2) $a = -\dfrac{1}{2} - j\,\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ のとき，A の行列式の値を示せ．ただし，$j = \sqrt{-1}$ である．

(室蘭工業大 2022)　　(m20225511)

0.167 直角座標系 (x, y, z) において，スカラー関数 $f = x^2 + y^2 + 2z$ が与えられているとき，

以下の問いに答えよ．ただし，$\nabla = \left(\dfrac{\partial}{\partial x}, \dfrac{\partial}{\partial y}, \dfrac{\partial}{\partial z}\right)$ である．

(1) $\nabla f \ \big(= \mathrm{grad}(f)\big)$ を求めよ．

(2) $\nabla \cdot (\nabla f) \ \big(= \mathrm{div}(\mathrm{grad}(f))\big)$ を求めよ．

(3) $\nabla \times (\nabla f) \ \big(= \mathrm{rot}(\mathrm{grad}(f))\big)$ を求めよ．

(4) 点 $A(1, 0, 0)$ から点 $B(0, 1, 0)$ に向かう経路 C 上の線積分 $\displaystyle\int_C (\nabla f) \cdot d\boldsymbol{r}$ を求めよ．

ただし，$d\boldsymbol{r}$ は線積分における線素ベクトルを表す．また，経路 C は任意に設定してよい．

(室蘭工業大 2022)　　(m20225512)