[選択項目] 年度：1991〜2023 年　大学：大阪府立大

0.1 $x > 0$ のとき $x - \dfrac{x^3}{6} < \sin x < x$ が成り立つことを示せ．

（大阪府立大 2001）　(m20013601)

0.2 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1\ ,\ 0 \leq y \leq 1 - x\}$ とするとき，次の積分を求めよ．

$$\iint_D e^{(x+y)^2} dxdy$$

（大阪府立大 2001）　(m20013602)

0.3 $y = y(x)$ は

$$y''(x) - (x^2 - 1)y(x) = 0\ ,\quad y(0) = 1\ ,\ y'(0) = 0$$

を満たすとする．

(1) $z(x) = y'(x) + xy(x)$ とおく．z が満たす微分方程式と $z(0)$ を求めよ．

(2) $z(x)$ を求めよ．

(3) 問い (2) を利用して，$y(x)$ を求めよ．

（大阪府立大 2001）　(m20013603)

0.4 次の行列 A に対して，以下の問いに答えよ．

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -3 & -7 \\ -1 & 2 & 1 \\ 5 & -3 & -6 \end{bmatrix}$$

(1) A の固有値を求めよ．

(2) A の各固有値に対する固有ベクトルを求めよ．

(3) A を対角化する行列 P を求めよ．

（大阪府立大 2001）　(m20013604)

0.5 V を n 次元実ベクトル空間とする．以下の問いに答えよ．

(1) V のすべてのベクトルが，$\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \cdots, \mathbf{a}_n$ の 1 次結合で表せるならば，$\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \cdots, \mathbf{a}_n$ は 1 次独立であることを示せ．

(2) f を V 上の 1 次変換とする．f が 1 次独立なベクトルの組を 1 次独立なベクトルの組に移すならば，f は同型写像であることを示せ．

（大阪府立大 2001）　(m20013605)

0.6 確率変数 X の確率密度関数が　$f(x) = \begin{cases} c(x^2 - 2x) & ,\quad 0 \leq x \leq 2 \text{ のとき} \\ 0 & ,\quad \text{それ以外のとき} \end{cases}$

であるとする．以下の問いに答えよ．

(1) 定数 c の値を求めよ．　(2) 期待値 $E(X)$ を求めよ．

(2) 分散 $V(X)$ を求めよ．

（大阪府立大 2001）　(m20013606)

0.7 次の微分方程式の一般解を定数変化法で求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx} + 4y = \cos(x)$　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + y = \cos(x)$

（大阪府立大 2003）　(m20033601)

0.8 $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & -3 & -6 & -3 \\ -2 & -2 & -2 & -4 & 4 \\ 5 & -6 & -3 & -6 & 9 \end{pmatrix}$ であるとき，以下の問いに答えよ．

(1) 行列式 $\begin{vmatrix} 3 & 6 & -3 \\ -2 & -2 & -2 \\ 5 & -6 & -3 \end{vmatrix}$ の値を求めよ．

(2) 行列 A の階数 (rank) を求めよ．

(大阪府立大 2003) (m20033602)

0.9 (1) 次の値をそれぞれ $re^{i\theta}$ の形で表せ．

(a) $\dfrac{5 - i\sqrt{3}}{2\sqrt{3} + i3}$ (b) $\sqrt[3]{1-i}$

(2) 次の積分の値を求めよ． $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{2}{5 + 4\cos\theta} d\theta$

(大阪府立大 2003) (m20033603)

0.10 次のような行列 A について, 以下の問に答えよ．

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

(1) 行列 A の固有値と固有ベクトルを求めよ．

(2) $(aI - A)$ が正則でないための必要条件を求めよ．ここで, a はスカラー数, I は 3×3 の単位行列とする．

(大阪府立大 2005) (m20053601)

0.11 次の微分方程式を解きなさい．

(1) $\dfrac{5xy + 4}{y} dx = \dfrac{3y + 4x}{y^2} dy$ (2) $\dfrac{d^3y}{dx^3} + 2\dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx} - 2y = e^{2x}$

(大阪府立大 2005) (m20053602)

0.12 (1) $z = (1+i)^n - (1-i)^n$ とするとき, $|z|$ を求めよ．ただし, i を虚数単位 $(i^2 = -1)$, n は自然数とする．

(2) i を虚数単位 $(i^2 = -1)$, $z_m = e^{-imx}$ とするとき $\displaystyle\left|\sum_{m=0}^{n-1} z_m\right|^2 = \frac{\sin^2 \frac{nx}{2}}{\sin^2 \frac{x}{2}}$ となることを示せ．

ただし, m, n は整数, x は実数である．

(大阪府立大 2005) (m20053603)

0.13 次の連立方程式について，以下の問に答えよ。 $\begin{cases} x + 2y + 3z = a \\ 2x + 3y + 4z = b \\ 3x + 4y + 5z = c \end{cases}$

(1) 係数行列の階数 (rank) を求めよ．

(2) この連立一次方程式が解をもつための必要十分条件を求めよ。

(3) 解があるときそれを求めよ．

(大阪府立大 2006) (m20063601)

0.14 次の形に書ける微分方程式を同次形という． $\dfrac{dy}{dx} = f\left(\dfrac{y}{x}\right)$

(1) 同次形の微分方程式は，変数分離型に変換して解くことができる．この変換を示して，解を得るプロセスについて説明せよ．

(2) (1) を利用して $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x^2+y^2}{2xy}$ の一般解を求めよ．

(大阪府立大 2006)　　(m20063602)

0.15 (1) -1 の 5 乗根を求めよ．

(2) 次の積分を留数を用いて求めよ． $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+9)(x^2+4)}$

(大阪府立大 2006)　　(m20063603)

0.16 (1) z を複素数とするとき，$e^z = 3i$ を満たす z を求めよ．ただし，i は虚数単位である．

(2) $a > 0$ の時，以下の積分値を留数解析を用いて求めよ． $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{x^4+a^4}\,dx$

(大阪府立大 2007)　　(m20073601)

0.17 次の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \left(\dfrac{a}{x+y}\right)^2 \quad (a > 0)$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 4\dfrac{dy}{dx} + 4y = 6e^{2x}$

(大阪府立大 2007)　　(m20073602)

0.18 次の実二次形式について，以下の問いに答えよ． $2{x_1}^2 + 3{x_2}^2 + 3{x_3}^2 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3$

(1) この二次形式の係数を要素とする対称行列を A とするとき，行列 A の固有値を求めよ．

(2) 直交行列 T を選んで，$T'AT$ が対角行列となるような T を定めよ．ただし，T' は T の転置行列である．

(3) この二次形式を直交変換により標準形にせよ．

(大阪府立大 2007)　　(m20073603)

0.19 (1) 次の方程式を解け．なお，$|\cdot|$ は行列式を表す． $\begin{vmatrix} x+1 & x+2 & -2 & x+3 \\ 3 & x+4 & x-4 & x+5 \\ 0 & x+1 & 0 & 5 \\ 0 & -4 & 0 & x-8 \end{vmatrix} = 0$

(2) 以下の行列 A が逆行列を持つ条件を示せ．また，行列 A の逆行列を求めよ．なお，a は実数とする． $A = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 1 & a & 0 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$

(大阪府立大 2008)　　(m20083601)

0.20 次の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x+3y}{x}$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + y = \dfrac{1}{2}x^2 + x + e^x$

(大阪府立大 2008)　　(m20083602)

0.21 (1) $8i$ の 3 乗根をすべて求めよ．ただし，i は虚数単位である．

(2) 複素積分を用いて，次の積分の値を求めよ．

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2-\cos\theta}$$

(大阪府立大 2008)　　　(m20083603)

0.22 3 次元空間の原点 O と 3 点 A, B, C を，$(0,0,0)$, $(a_1,\ a_2,\ a_3)$, $(b_1,\ b_2,\ b_3)$, $(c_1,\ c_2,\ c_3)$, とする．以下の問いに答えよ．

(1) 線分 OA と線分 OB を 2 辺とする平行四辺形の面積を $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix}$ を用いて示せ．

(2) 線分 OA, OB, OC を 3 辺とする平行六面体の体積を $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3$ を用いて示せ．

(大阪府立大 2008)　　　(m20083604)

0.23 累次積分

$$I = \int_0^1 \left(\int_y^1 y^2 e^{x^4} dx \right) dy$$

の計算を実行しよう．このとき，次の問いに答えよ．

(1) I を二重積分とみたとき，積分する領域（ただし，境界を含む）を xy 平面上に図示せよ．

(2) 積分順序を交換することにより，I の値を求めよ．

(大阪府立大 2010)　　　(m20103601)

0.24 n を 0 以上の整数とし，

$$J_n = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x^2+y^2)^{n/2} e^{-(x^2+y^2)} dxdy$$

とおく．このとき，次の問いに答えよ．ただし．任意の自然数 ℓ に対して，$\lim_{t\to\infty} t^\ell e^{-t^2} = 0$ となることは証明なしに用いてもよい．

(1) 極座標への変換 $x = r\cos\theta,\ y = r\sin\theta$ を用いて，J_n を r に関する積分のみで表示せよ．

(2) J_0 の値を求めよ．

(3) n を 2 以上の自然数とするとき，J_n と J_{n-2} の関係式を求め，さらに J_{10} の値を求めよ．

(大阪府立大 2010)　　　(m20103602)

0.25 有限次元の実ベクトル空間について，つぎの各問いに答えよ．

(1) ベクトル空間の次元の定義を述べよ．

(2) V をベクトル空間，W を V の部分空間とする．V と W の次元が等しいならば，$W = V$ であることを証明せよ．

(大阪府立大 2010)　　　(m20103603)

0.26 行列 A をつぎのように定義する：

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

このとき，つぎの各問いに答えよ．

(1) 行列 A の固有値を求めよ．

(2) 問い (1) で求めた固有値に対応する行列 A の長さ 1 の固有ベクトルを, それぞれ求めよ.

(3) 問い (1) と問い (2) の結果を使って, 行列 A を対角化せよ.

(4) 行列 A の n 乗, A^n を求めよ. ただし n は自然数とする.

(大阪府立大 2010) (m20103604)

0.27 行列 A, B を $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ とする. ここで, a, b, c, d は実数である.

このとき, 実数 a, b, c, d がどのような条件を満たせば, $AB = BA$ が成立するか.

(大阪府立大 2010) (m20103605)

0.28 3 次元実数空間 $\boldsymbol{R}^3$ の部分集合 U が, 実数 a, b を用いて以下のように与えられているとする. このとき, 実数 a, b がどのような条件を満たせば, U は $\boldsymbol{R}^3$ の部分空間になるか.

$$U = \left\{ \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \middle| \, ax_1 + x_2 + x_3 = b \right\}$$

(大阪府立大 2010) (m20103606)

0.29 次の定係数 2 階線形常微分方程式の一般解を求めよ.

$a\dfrac{d^2x}{dt^2} + b\dfrac{dx}{dt} + cx = 0$

ただし, $a > 0, c > 0$ とする.

(大阪府立大 2010) (m20103607)

0.30 次の条件を満たす点 $z = x + iy$ の存在範囲を図示せよ.

$\boldsymbol{Re}\left(z^2\right) < 1$

(大阪府立大 2010) (m20103608)

0.31 留数解析を用いて, 次の積分値を求めよ.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^4}{1+x^6}dx = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^4}{(x^2+1)(x^4-x^2+1)}dx$$

(大阪府立大 2010) (m20103609)

0.32 次の各行列が逆行列をもつかどうかを判定しなさい. また, 逆行列をもつ場合, それを求めなさい.

(1) $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

(大阪府立大 2010) (m20103610)

0.33 次の関数の導関数を求めなさい.

(1) $\tanh x$ (2) $\sqrt{\dfrac{1+x^2}{1-x^2}}$ $(-1 < x < 1)$ (3) $\log_e(\cos x)$ $\left(-\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}\right)$

(大阪府立大 2010) (m20103611)

0.34 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{dy}{dx} = 4x^3 y$$

(大阪府立大 2010) (m20103612)

0.35 $x,\ y$ は次のような変数 θ の関数である.

$$x = a(\theta - \sin\theta),\ y = a(1 - \cos\theta) \qquad (a > 0,\ 0 \leqq \theta \leqq\ 2\pi)$$

2 次元直交座標系 $(x,\ y)$ において, $x,\ y$ が表す曲線（サイクロイド）と x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めなさい.

(大阪府立大 2010) (m20103613)

0.36 次の問いに答えよ.

(1) 次の等式が任意の実数 t に対して成立することを示せ.

$$\int_0^t (s^2+1)^{-\frac{3}{2}} ds = \frac{t}{\sqrt{t^2+1}}$$

(2) 積分 $\displaystyle\int_0^\infty (s^2+1)^{-\frac{3}{2}} ds$ の値を求めよ.

(大阪府立大 2011) (m20113601)

0.37 関数 $X(r,\theta) = r\cos\theta\,,\ Y(r,\theta) = r\sin\theta$ の定義域はいずれも $D = (0,\infty) \times\ (-\pi,\pi)$ とする．次の問いに答えよ.

(1) 2つの集合

$$A = \big\{\big(X(r,\theta_0), Y(r,\theta_0)\big) \,|\, r \in (0,\infty)\big\},\ B = \big\{\big(X(r_0,\theta), Y(r_0,\theta)\big) \,|\, \theta \in (-\pi,\pi)\big\}$$

を 1 つの座標平面上に図示せよ．ただし, $\theta_0 \in (-\pi,\pi),\ r_0 \in (0,\infty)$ は定数である.

(2) 行列 $J(r,\theta) = \begin{pmatrix} X_r(r,\theta) & Y_r(r,\theta) \\ X_\theta(r,\theta) & Y_\theta(r,\theta) \end{pmatrix}$ とその行列式 $|J(r,\theta)|$ を求めよ．ただし,

$$X_r = \frac{\partial X}{\partial r},\ Y_r = \frac{\partial Y}{\partial r},\ X_\theta = \frac{\partial X}{\partial \theta},\ Y_\theta = \frac{\partial X}{\partial \theta}$$

である.

(3) 2つのベクトル $\big(X_r(r,\theta), Y_r(r,\theta)\big),\ \big(X_\theta(r,\theta), Y_\theta(r,\theta)\big)$ が直交することを示せ.

(大阪府立大 2011) (m20113602)

0.38 次の積分 (1),(2) の値を求めよ．ただし，集合 D, E を正の実定数 $R,\ a,\ b,\ c$ により

$$D = \big\{(x,y) \in R^2 \,|\, x^2+y^2 \leq R^2\big\}\,, \quad E = \big\{(x,y,z) \in R^3 \,|\, ax^2+by^2+cz^2 \leq 1\big\}$$

と定める.

(1) $\displaystyle\iint_D \sqrt{R^2-x^2-y^2}\,dxdy$ (2) $\displaystyle\iiint_E dxdydz$

(大阪府立大 2011) (m20113603)

0.39 R^4 の部分空間 $W_1,\ W_2$ を

$$W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \in R^4 \;\middle|\; b+c+d=0 \right\}$$

$$W_2 = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \in R^4 \;\middle|\; a+b=0,\ c=2d \right\}$$

とする．このとき，W_1, W_2 のそれぞれの次元と一組の基底を求めよ．また，

$$W_1 \cap W_2\ , \quad W_1 + W_2$$

のそれぞれの次元と一組の基底を求めよ．

(大阪府立大 2011)　　(m20113604)

0.40 次の問いに答えよ．

(1) 行列式

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

を求めよ．

(2) $A = (a_{ij})$ を $n \times\ n$ 行列とし，

$$a_{ij} = |i-j| \quad (i, j = 1, 2, \cdots, n)$$

とする．このとき，A の行列式 $|A|$ を求めよ．

(大阪府立大 2011)　　(m20113605)

0.41 次の問いに答えよ．

(1) ある実対称行列は異なる固有値をもつとする．このとき，異なる固有値に対する固有ベクトルは互いに直交することを示せ．

(2) 行列 A を

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

とする．このとき，A の固有値，固有ベクトルを求め，A を対角化せよ．

(大阪府立大 2011)　　(m20113606)

0.42 3 次元空間内の点 A, B の位置ベクトルを $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ とする．

(1) 行列

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

の固有値を求めよ．

(2) (1) の行列 C を用いて，

$$\boldsymbol{y} = C\boldsymbol{x}\ , \quad ||\boldsymbol{x}|| \leqq\ 1$$

とするとき，点 B 全体のなす図形の体積を示せ．ただし，$||\boldsymbol{x}||$ はベクトル $\boldsymbol{x}$ の大きさを表す．

(大阪府立大 2011)　　(m20113607)

0.43 次の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $(x+1)\dfrac{dy}{dx} - xy = 0$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 5\dfrac{dy}{dx} + 6y = e^x$

(大阪府立大 2011) (m20113608)

0.44 (1) $\omega = \exp z$ により，z 平面の直線 $x = A$（定数）が ω 平面で描く図形を説明せよ．

(2) 次の定積分の値を求めよ．ただし，$|a| \neq 1$ とする．

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{1}{1 - 2a\,\cos\theta + a^2}\,d\theta$$

(大阪府立大 2011) (m20113609)

0.45 (1) $y = \{\log(\log x)\}^3$ の一次導関数を求めよ．

(2) $y = \cos 2x$ の二次導関数を求めよ．

(3) $y = \sqrt[3]{x^2 - 2x + 3}$ の一次導関数を求めよ．

(大阪府立大 2011) (m20113610)

0.46 次の行列が逆行列を持つ場合は，逆行列を求めよ．

(1) $\begin{bmatrix} -2 & 4 & 3 \\ 1 & -2 & -2 \\ -3 & 5 & 3 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & a+1 & a \\ b & b+c & b+1 \end{bmatrix}$

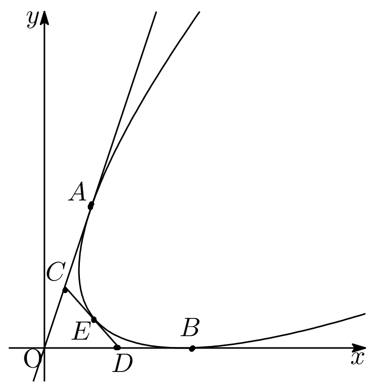
(大阪府立大 2011) (m20113611)

0.47 O を原点とする直交座標上の 2 点 $A(a_x,\ a_y)$ と $B(b_x,\ 0)$ を通る曲線が媒介変数 t を用いて次式のように定義されている．$a_y > 0,\ b_x > 0$ として以下の問に答えよ．

$$x = (1-t)^2 a_x + t^2 b_x$$
$$y = (1-t)^2 a_y$$

(1) この曲線が点 A において直線 $\overline{AO}$ に接することを示せ．

(2) この曲線が線分 $\overline{AO}$ の中点 C と線分 $\overline{BO}$ の中点 D を結ぶ線分の中点 E で接することを示せ．



(大阪府立大 2011) (m20113612)

0.48 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

(1) $\dfrac{dy}{dx} + xy = x$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{dy}{dx} = 0$

(大阪府立大 2013) (m20133601)

0.49 次の値を求めなさい．

(1) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}dx$ (2) $\displaystyle\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2}dx$

(大阪府立大 2013) (m20133602)

0.50 3 行 3 列の行列

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -4 \\ -8 & 0 & -10 \\ 4 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

に関して以下の問いに答えなさい.

(1) 行列 A の固有値と固有ベクトルを求めなさい.

(2) 行列 A に関する方程式
$A^3 + aA^2 + bA + cE = O$
の係数 a, b, c を求めなさい．ただし，E は 3 行 3 列の単位行列，O は零行列である.

(3) (2) の結果を用いて，下記の式で表される行列
$A^5 - 5A^4 + 6A^3 - A^2 + 8A - 8E$
を計算しなさい.

(大阪府立大 2013)　　(m20133603)

0.51 2× 2 の行列 A をつぎのように定義する：

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

このとき，つぎの各問いに答えよ.

(1) 行列 A の固有値を求めよ.

(2) 問い (1) で求めた固有値に対応する行列 A の長さ 1 の固有ベクトルを求めよ.

(3) 問い (1) で求めた固有値を λ，対応する長さ 1 の固有ベクトルを $\boldsymbol{x}$ と置く．次の等式を満たすベクトル $\boldsymbol{y}$ を求めよ.

$$(A - \lambda E)\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x}$$

ただし E は 2× 2 の単位行列であるとする.

(4) ベクトル $\boldsymbol{x}$ とベクトル $\boldsymbol{y}$ が次のように成分表示されるとする.

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

このとき 2× 2 の行列 B を次のように定義する：

$$B = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{pmatrix}$$

次の等式を満たす 2× 2 の行列 C を求めよ：

$$AB = BC$$

(大阪府立大 2013)　　(m20133604)

0.52 実変数 t の十分滑らかな関数 $z = z(t)$ が，任意の $t \geq 0$ に対して次の不等式を満たすとする.

$$\frac{dz(t)}{dt} \leq -2z(t)$$

このとき，任意の $t \geq 0$ に対して次の不等式が成り立つことを示せ.

$$z(t) \leq e^{-2t}z(0)$$

(大阪府立大 2013)　　(m20133605)

0.53 つぎの各問いに答えよ.

(1) 3 変数の関数 $f(x,y,z) = 2x^2z - y^2z^2 + 3x^2y + 4xy$ を考える．このとき，Δf を求めよ．ただし，Δ はラプラス作要素

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

とする.

(2) $g(x,y,z) = x^2 - axy^2 + bz^2 + 2xz^2$ とする．$\Delta g = 0$ であるような，a, b の値を求めよ.

(大阪府立大 2013)　　(m20133606)

0.54 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = y^2 - y$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 4\dfrac{dy}{dx} + 4y = \sin x$

(大阪府立大 2013)　　(m20133607)

0.55 (1) ベクトル $\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ のいずれにも直交する単位ベクトル $\boldsymbol{c}$ を求めよ.

(2) 3 次元実数空間 $\boldsymbol{R}^3$ の基底 $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$，$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$，$\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ におけるベクトル $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ の座標ベクトルを求めよ.

(大阪府立大 2013)　　(m20133608)

0.56 以下の問いに答えよ.

(1) $z = x + iy$ とするとき，実部が $u(x,y) = x^2 - y^2$ で与えられる正則関数 $f(z)$ の虚部を求めよ．また，$f(z)$ を z の関数として表せ.

(2) 次の定積分値を求めよ.

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{1}{4\cos\theta + 5} d\theta$$

(大阪府立大 2013)　　(m20133609)

0.57 (1) 次の方程式において，z についてすべての解を極形式で表せ．また，それを複素平面上に図示せよ．ただし，i は虚数単位である.　　$z^3 = -2 + 2i$

(2) 留数定理を用いて，次の積分値を求めよ.　　$I = \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x^4 + 1} dx$

(大阪府立大 2016)　　(m20163601)

0.58 次の微分方程式を解け.

(1) $(1 + x^2)dy + (1 + y^2)dx = 0$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 2\dfrac{dy}{dx} - 8y = e^{3x}$

(大阪府立大 2016)　　(m20163602)

0.59 4 次の正方行列 A を $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ により定める.

(1) 行列 A の階数を求めよ.

(2) 行列 A の固有値をすべて求めよ．さらに，そのうちで絶対値が最小の固有値に対する固有ベクトルを 1 つ求めよ．

(大阪府立大 2016)　　(m20163603)

0.60 実ベクトル空間 V とそのベクトル $\boldsymbol{x}_1,\ \boldsymbol{x}_2,\ \cdots,\ \boldsymbol{x}_n$ について，次の問いに答えよ．

(1) $\boldsymbol{x}_1,\ \boldsymbol{x}_2,\ \cdots,\ \boldsymbol{x}_n$ が一次独立であるとはどういうことか，その定義を述べよ．

(2) $\boldsymbol{x}_1,\ \boldsymbol{x}_2,\ \cdots,\ \boldsymbol{x}_n$ が V を生成するとはどういうことか，その定義を述べよ．

(3) $V = R^4$ で

$$\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{x}_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

のとき，$\boldsymbol{x}_1,\ \boldsymbol{x}_2,\ \boldsymbol{x}_3,\ \boldsymbol{x}_4,\ \boldsymbol{x}_5$ が V を生成するかどうかを， (2) で述べた定義にしたがって調べよ．

(大阪府立大 2016)　　(m20163604)

0.61 行列 A を

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

とするとき，次の問いに答えよ．

(1) A の固有値，固有ベクトルを求めよ．

(2) A を直交行列を用いて対角化せよ．

(大阪府立大 2016)　　(m20163605)

0.62 A を n 次の複素正方行列とする．ある自然数 m について，$A^m = O$ が成り立つならば，$A^n = O$ が成り立つことを示そう．

証明は背理法により行う．すなわち，$A^n \neq O$ と仮定して矛盾を導く．$A^n \neq O$ より，ある n 次元複素数ベクトル $\boldsymbol{x}$ をとると，$A^n\boldsymbol{x} \neq \boldsymbol{0}$ となる． このとき，次の問いに答えよ．

(1) $\boldsymbol{x},\ A\boldsymbol{x},\ \cdots,\ A^n\boldsymbol{x}$ は一次独立であることを示せ．

(2) 複素 n 次元数ベクトル空間 C^n の $n+1$ 個のベクトルは必ず一次従属であることを示せ．

(3) 上記の (1), (2) を用いて証明を完成せよ．

(大阪府立大 2016)　　(m20163606)

0.63 a を実数の定数とする．関数 $f(x)$ を

$$f(x) = 1 + a\sqrt{x} - \log x$$

とするとき，次の問いに答えよ．

(1) 方程式 $f(x) = 0$ の異なる実数解の個数を調べよ．

(2) $F(x, y) = f(x^y)\ (x > 0)$ とおくとき，$(\log x)\dfrac{\partial F}{\partial x} - \dfrac{y}{x}\dfrac{\partial F}{\partial y}$ を計算せよ．

(大阪府立大 2016)　　(m20163607)

0.64　自然数 n に対して，I_n を　$I_n = \displaystyle\int_0^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{(1+x^2)^{n+1}}dx$　とおくとき，次の問いに答えよ．

(1) I_1 の値を求めよ．

(2) I_{n+1} を I_n と n を用いて表せ．

(3) I_n の値を求めよ．

(4) 極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}(I_{n+1}+I_{n+2}+\cdots+I_{2n})$ を求めよ．

(大阪府立大 2016)　　(m20163608)

0.65　領域 D を　$D = \left\{(x,y) \in R^2 \;\middle|\; \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4} \leqq 1\right\}$　とするとき，次の問いに答えよ．

(1) D を図示せよ．　　(2) 二重積分 $\displaystyle\iint_D (x^2+y^2)dxdy$ の値を求めよ．

(大阪府立大 2016)　　(m20163609)

0.66　3 次元の実数ベクトル $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ を

$$\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 2r-3 \\ -r+6 \\ r-1 \end{pmatrix}$$

により定める．ただし，r は実数とする．

(1) $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ は一次独立（線形独立）であることを示せ．

(2) $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ が 3 次元実数ベクトル空間 $\mathbb{R}^3$ の基底でないとき，$\boldsymbol{c}$ は $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ の一次結合（線形結合）で表せるか．表せるなら，$\boldsymbol{c}$ を $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ の一次結合で表せ．そうでないなら，理由を述べ，$\boldsymbol{c}$ が $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ の一次結合で表せないことを説明せよ．

(大阪府立大 2017)　　(m20173601)

0.67　次の微分方程式を解け．

(1) $\dfrac{dy}{dx} = x + y$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 2\dfrac{dy}{dx} - 3y = e^{2x}$

(大阪府立大 2017)　　(m20173602)

0.68　(1) z を複素数とする．複素平面上において，原点を中心として半径 a の円 L を積分路とするとき，

$$\int_L \frac{dz}{z}$$

を計算せよ．

(2) 複素積分を用いて，次の定積分の値を求めよ．

$$\int_0^{2\pi} \frac{3}{4-\sin\theta}d\theta$$

(大阪府立大 2017)　　(m20173603)

0.69　4 次の正方行列 A と 4 次の実数ベクトル $\boldsymbol{b}$ を

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

により定める．

(1) 行列 A の階数を求めよ.

(2) $A\boldsymbol{v}=\boldsymbol{0}$ を満たす 4 次の実数ベクトル $\boldsymbol{v}$ のうち，$||\boldsymbol{b}+\boldsymbol{v}||$ を最小にする $\boldsymbol{v}$ を求めよ．ただし，$\boldsymbol{0}$ は 4 次の零ベクトルとし，$||\boldsymbol{b}+\boldsymbol{v}||$ はベクトル $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{v}$ の大きさ（ノルム）を表すとする.

(大阪府立大 2018)　　(m20183601)

0.70　次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{x^2+2y^2}{xy}$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-2\dfrac{dy}{dx}=6$

(大阪府立大 2018)　　(m20183602)

0.71　(1) z 平面上に領域 $0<y<2$ が $w=1/z$ により写像される w 平面上の領域を示せ.

(2) 複素積分を用いて，次の定積分の値を求めよ.

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{x^4+16}dx$$

(大阪府立大 2018)　　(m20183603)

0.72　非負の整数 n に対して

$$S_n=\int_0^{\pi/2}\cos^n x\,dx$$

とおく．このとき，各問に答えよ.

(1) $n\geqq 2$ に対して等式 $S_n=\dfrac{n-1}{n}S_{n-2}$ を示し，n の偶奇で場合分けをして，S_n の値を求めよ.

(2) 比 $\dfrac{S_{2n}}{S_{2n-1}}$ を考え，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\dfrac{S_{2n}}{S_{2n-1}}$ の値を求めることで，次を示せ.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{2^{2n}(n!)^2}{(2n)!\sqrt{n}}=\sqrt{\pi}$$

(大阪府立大 2018)　　(m20183604)

0.73　2 変数関数

$$f(x,y)=x^3+y^3-x^2+xy-y^2$$

について各問に答えよ.

(1) $f(x,y)$ の停留点をすべて求めよ.

(2) 各停留点は，極値となっているかどうかを判定せよ.

(大阪府立大 2018)　　(m20183605)

0.74　2 次元平面での領域 D を

$$D=\{(x,y)\mid x\geqq 0,\ y\geqq 0,\ 0\leqq x+y\leqq 1\}$$

とおく．このとき，各問に答えよ

(1) $x=u(1-v)$, $y=uv$ とおく．点 (x,y) が領域 D 上を動くとき，この変換により点 (u,v) はどのような領域を動くか．uv 平面上で動きうる範囲を図示せよ.

(2) (1) の変換のヤコビ行列式の値を求めよ.

(3) 積分 $\displaystyle\iint_D (x+y)^{10}dxdy$ の値を求めよ.

(大阪府立大 2018)　　(m20183606)

0.75 A を n 次正方行列，E を n 次単位行列，O を n 次零行列とする（n は 2 以上の整数）．

(1) $A^2-2A+E=O$ のとき，$A-E$ は正則でないことを示せ．

(2) $A^2-2A+E=O$ のとき，$A-2E$ は正則であることを示せ．

(3) $A^3-3A^2+A+E=O$ のとき，$A-2E$ の逆行列を A^2, A, E の式として表せ．

(大阪府立大 2018)　　(m20183607)

0.76 線形写像 $f\ :\ \boldsymbol{R}^4 \to \boldsymbol{R}^3$ を，$\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^4$ に対して

$$f(\boldsymbol{x})=\begin{pmatrix} x_1 & & +2x_3 & \\ 2x_1 & +x_2 & +7x_3 & +x_4 \\ x_1 & & +2x_3 & +x_4 \end{pmatrix}$$

と定める．ただし，$\boldsymbol{R}^n$ は実数を成分とする n 次元列ベクトルの全体を表す．

(1) $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}^4$ に対して，$f(\boldsymbol{x})=A\boldsymbol{x}$ を満たす行列 A の第 j 列ベクトルを $\boldsymbol{a}_j$ とする．$\{\boldsymbol{a}_1,\ \boldsymbol{a}_2,\ \boldsymbol{a}_3,\ \boldsymbol{a}_4\}$ は 1 次従属であることを示せ．

(2) f の像 $\mathrm{Im}\, f=\{f(\boldsymbol{x}) \mid \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}^4\}$ の次元と 1 組の基底を求めよ．

(3) f の核 $\mathrm{Ker}\, f=\{\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}^4 \mid f(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{0}\}$ の次元と 1 組の基底を求めよ．

(4) f は全射か単射か示せ．
注意：「全射」は「上への写像」，「単射」は「1 対 1 写像」とも呼ばれる．

(大阪府立大 2018)　　(m20183608)

0.77 行列 A を

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

とする．

(1) A のすべての固有値を求めよ．

(2) A の各固有値に対する固有空間の基底を 1 組ずつ求めよ．

(3) 行列 A を対角化する直交行列 P を 1 つ求め，対角行列 $P^{-1}AP$ を求めよ．

(大阪府立大 2018)　　(m20183609)

0.78 2 次正方行列 A を $A=\begin{pmatrix} -7 & 1 \\ -5 & -1 \end{pmatrix}$ により定める．また，E を 2 次の単位行列とする．

(1) 行列 A の固有値をすべて求めよ．

(2) 行列 A を対角化せよ．

(3) 一般に，B を 2 次正方行列とし，P を 2 次の正則行列とする．さらに，$C=P^{-1}BP$ とおく．
このとき，$k=1,2,\cdots$ に対し，

$$(B+uE)^k=P(C+uE)^kP^{-1}$$

が成り立つことを示せ．ただし，u は実数とする．

(4) $k = 1, 2, \cdots$ に対し，$(A + 7E)^k (A + 2E)^3$ を計算せよ．

(大阪府立大 2019)　　(m20193601)

0.79 次の微分方程式を解け．

(1) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{x + y + 1}{2x + 2y - 1}$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = \cos x$

(大阪府立大 2019)　　(m20193602)

0.80 留数を用いて，次の定積分の値を求めよ．　$\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{1}{5 - 3\sin\theta} d\theta$

(大阪府立大 2019)　　(m20193603)

0.81 周期 2π の関数 $f(x) = x \quad (-\pi < x \leq \pi)$ のフーリエ級数を求めよ．

(大阪府立大 2019)　　(m20193604)

0.82 ℓ, m, n を自然数として，次の極限を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{\ell \to \infty} \left(1 - \frac{1}{\ell}\right)^{2\ell}$

(2) x が有理数であるとき，$\displaystyle\lim_{n \to \infty} \left[\lim_{m \to \infty} \{\cos(m!\pi x)\}^{2n}\right]$

(3) x が無理数であるとき，$\displaystyle\lim_{m \to \infty} \left[\lim_{n \to \infty} \{\cos(m!\pi x)\}^{2n}\right]$

(大阪府立大 2019)　　(m20193605)

0.83 次の関数の極大値，極小値が存在するならばその値を求め，存在しないなら，存在しないことを示せ．

(1) $f(x, y) = e^{x^2 - y^2}$

(2) $g(x, y) = x^2 + xy + ay^2 - 4x - 2y$　（ただし，a は実数で $a \neq 1/4$ ）

(大阪府立大 2019)　　(m20193606)

0.84 3 次元空間内の単位球を B とおく．すなわち，

$$B = \left\{(x, y, z) \;\middle|\; x^2 + y^2 + z^2 \leqq 1\right\}$$

とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) $x = r\sin\theta\cos\varphi,\ y = r\sin\theta\sin\varphi,\ z = r\cos\theta$ とおく．この変数変換のヤコビ行列式を計算せよ．

(2) 定積分

$$\iiint_B (x^2 + y^2) e^{-(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} dxdydz$$

の値を求めよ．

(大阪府立大 2019)　　(m20193607)

0.85 $A = (\boldsymbol{a}_1,\ \boldsymbol{a}_2,\ \boldsymbol{a}_3)$ と $B = (\boldsymbol{b}_1,\ \boldsymbol{b}_2,\ \boldsymbol{b}_3) = (\boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{e}_2 + \boldsymbol{e}_3,\ 2\boldsymbol{e}_1 + 3\boldsymbol{e}_3)$ は 3 次正方行列（$\boldsymbol{a}_j,\ \boldsymbol{b}_j$ はそれぞれ行列 $A,\ B$ の第 j 列，$\boldsymbol{e}_j$ は 3 次単位行列の第 j 列 ）とし，写像 $f : \boldsymbol{R}^3 \to \boldsymbol{R}^3$ を $f(\boldsymbol{x}) = A\boldsymbol{x}$ と定める．

(1) $\{\boldsymbol{b}_1,\ \boldsymbol{b}_2,\ \boldsymbol{b}_3\}$ は 1 次独立であることを示せ．

(2) $f(\boldsymbol{b}_1),\ f(\boldsymbol{b}_2),\ f(\boldsymbol{b}_3)$ をそれぞれ $\boldsymbol{a}_1,\ \boldsymbol{a}_2,\ \boldsymbol{a}_3$ の式として表せ．

(3) $\boldsymbol{a}_1 + \boldsymbol{a}_3 = \boldsymbol{a}_2$ ならば $\{f(\boldsymbol{b}_1),\ f(\boldsymbol{b}_2),\ f(\boldsymbol{b}_3)\}$ は 1 次従属であることを示せ．

(大阪府立大 2019)　　(m20193608)

0.86　$\boldsymbol{R}^3$ 上の 1 次変換 f を

$$f\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x_1 + 2x_2 + 4x_3 \\ 2x_1 + 4x_2 + 9x_3 \\ x_1 + 2x_2 - 8x_3 \end{pmatrix}$$

と定め，$\boldsymbol{R}^3$ の部分空間 W_1 を $W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \mid x_1 - x_3 = 0 \right\}$ とする．

(1)　$\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}^3$ に対して，$f(\boldsymbol{x}) = A\boldsymbol{x}$ をみたす行列 A を求めよ．

(2)　f の像 $\mathrm{Im}\, f = \left\{ f(\boldsymbol{x}) \mid \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}^3 \right\}$ の次元と 1 組の基底を求めよ．

(3)　f の核 $\mathrm{Ker}\, f = \left\{ \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}^3 \mid f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0} \right\}$ の次元と 1 組の基底を求めよ．

(4)　$W_2 = W_1 \cap (\mathrm{Im}\, f)$ の次元と 1 組の基底を求めよ．

(大阪府立大 2019)　　(m20193609)

0.87　行列 A を

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

とし，内積は標準内積とする．

(1)　A のすべての固有値を求めよ．

(2)　固有値 0 に対する A の固有空間の正規直交基底を求めよ．

(3)　行列 A を対角化する直交行列 P を 1 つ求め，対角行列 $P^{-1}AP$ を求めよ．

(大阪府立大 2019)　　(m20193610)

0.88　$c,\ w,\ x,\ y,\ z$ を実数とし, 4 次正方行列 A と 4 次元ベクトル $\boldsymbol{x}$ を

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -c+1 & -1 & -2c+1 \\ -1 & 2c+1 & 2 & 3c-1 \\ 2 & -c+4 & 0 & -3c+2 \\ 0 & 0 & 1 & c^2 - c \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} w \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

により定める．

(1)　A の行列式を求めよ．

(2)　A が正則にならない c の値をすべて求めよ．

(3)　c を，(2) で求めた値のうち最大のものとする．このとき，$A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$ を満たす $\boldsymbol{0}$ でない $\boldsymbol{x}$ を 1 つ求めよ．ただし，$\boldsymbol{0}$ は 4 次元零ベクトルとする．

(大阪府立大 2020)　　(m20203601)

0.89　次の微分方程式を解け．

(1)　$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{(1+y^2)x}{(1+x^2)y}$　　　　(2)　$\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} = x^2$

(大阪府立大 2020)　　(m20203602)

0.90 (1) 次の関数の逆ラプラス変換を求めよ． $\dfrac{s}{(s^2+3)^2}$

(2) 次の複素積分の値を求めよ．ただし，積分路 C は $|z+i|=3$ で表される円周上を反時計回りに回るものとする． $\displaystyle\int_C \frac{z^2-4z}{(z+1)^2(z^2+9)}dz$

(大阪府立大 2020) (m20203603)