

[選択項目] 年度：1991～2023 年 大学：佐賀大

- 0.1** 次の極限值を求めなさい.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{x}$  (佐賀大 1999) (m19994901)
- 0.2** 次の関数の 1 次微分を求めなさい.  
 (1)  $y = e^{2x}(x^2 + 1)$  (2)  $y = \sqrt{x/(x^2 + 1)}$  (佐賀大 1999) (m19994902)
- 0.3** 次の不定積分を求めなさい.  
 (1)  $\int \frac{dx}{1 - 4x^2}$  (2)  $\int e^x \sin 2x dx$  (3)  $\int \sin^2 x dx$  (佐賀大 1999) (m19994903)
- 0.4**  $z = x^2 y^2$  において  $\frac{\partial z}{\partial x}$  および  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$  を求めなさい. (佐賀大 1999) (m19994904)
- 0.5**  $x^2 + y^2 = 4$  について,  $x = 1$  における接線の式を求めなさい. (佐賀大 1999) (m19994905)
- 0.6** 次の微分方程式を解きなさい.  
 (1)  $\frac{dy}{dx} - 2x = 3e^x$  (2)  $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{x^2}$  (佐賀大 1999) (m19994906)
- 0.7** 以下の極限值を求めなさい.  
 (1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$  (2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$  (佐賀大 2000) (m20004901)
- 0.8** 以下の関数の 1 次微分を求めなさい.  
 (1)  $y = e^x \sin x$  (2)  $y = \frac{\sin x}{e^x}$  (3)  $y = \frac{\log x}{x}$  (4)  $y = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$  (佐賀大 2000) (m20004902)
- 0.9** 次の関数の増減の状態を調べて,  $0 \leq x \leq 180^\circ$  の範囲でグラフを書きなさい.  
 $f(x) = \sin x(1 + \cos x)$  (佐賀大 2000) (m20004903)
- 0.10** 以下の不定積分を求めなさい.  
 (1)  $\int \sin(3x + 3) dx$  (2)  $\int \frac{dx}{3x + 3}$  (3)  $\int \frac{dx}{4 + x^2}$   
 (4)  $\int x \log x dx$  (5)  $\int e^x \sin 2x dx$  (佐賀大 2000) (m20004904)
- 0.11** 球の内部の微小部分での密度が, 中心からの距離に反比例するとき, 球全体の平均密度は表面の密度の  $3/2$  倍であることを示しなさい. (佐賀大 2000) (m20004905)

0.12 以下の関数の極限値を求めなさい.

(1)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{\sqrt{1+x^2}}$       (2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$

(佐賀大 2001) (m20014901)

0.13 以下の関数の 1 次常微分を求めなさい.

(1)  $y = (2-x^2)^3$       (2)  $y = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$       (3)  $y = \frac{1}{\log x}$       (4)  $y = \log |\sin x|$

(佐賀大 2001) (m20014902)

0.14 以下の不定積分を求めなさい.

(1)  $\int \sin(2x+1)dx$       (2)  $\int e^{2x} \sin(3x)dx$       (3)  $\int \frac{dx}{x^2-5x+6}$

(4)  $\iint e^{(3x+2)} dx dx$       (5)  $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3+1}} dx$       (6)  $\int \frac{\log x}{x} dx$

(佐賀大 2001) (m20014903)

0.15  $x$  と  $y$  の関数  $z = e^{(x^2+y^2)}$  について偏微分  $\frac{\partial z}{\partial x}$  および  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$  を求めなさい.

(佐賀大 2001) (m20014904)

0.16 以下の常微分方程式を解きなさい.

(1)  $\frac{dy}{dx} = x^2 y^2$       (2)  $\frac{dy}{dx} - 2y = 3e^{5x}$

(佐賀大 2001) (m20014905)

0.17 1 辺の長さが  $a$  の正方形がある. その 4 隅から正方形を切り取って, その残りで箱を作る. 箱の容積が最大になるときの切り取るべき 4 隅の正方形の 1 辺の長さを求めよ.

(佐賀大 2003) (m20034901)

0.18 曲線  $y = 2 \sin x$  において,

(1)  $x = \pi/3$  [rad] の点における接線の傾きを求め, この接線と直交する直線が曲線  $y$  と接する点  $(x, y)$  の値を求めなさい. ただし,  $0 \leq x \leq 2\pi$  とする.

(2) 接線と直交する直線が曲線と接点を持たない  $x$  の範囲を式および図で示しなさい.

(佐賀大 2003) (m20034902)

0.19 関数  $f(x) = x^3$  が  $x = 1$  で連続であることを  $\varepsilon - \delta$  論法を用いて証明せよ.

(佐賀大 2003) (m20034903)

0.20  $x > 0$  の範囲で定義された関数  $f(x) = x^x$  について, 次の問いに答えよ. ただし, 計算の際は  $x^x = e^{x \log x}$  と変形せよ. また,  $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = 1$  は既知としてよい.

(1) 導関数  $f'(x)$  を計算し,  $f(x)$  の最小値を求めよ.

(2)  $y = f(x)$  のグラフの概形を図示せよ.

(佐賀大 2003) (m20034904)

0.21 以下の関数の 1 次微分を求めなさい.

(1)  $y = (x^2 - 1)/(3x^2 + 1)$       (2)  $y = (2x + 3/x)^2$

(3)  $y = e^{3x-2} \sin(3x - 2)$       (4)  $y = x/(x^2 + 1)^{1/2}$

(佐賀大 2003) (m20034905)

0.22 次の極限を求めよ.

$$(1) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + 3})$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - 5 \sin 2x}{x \cos x}$$

(佐賀大 2003) (m20034906)

0.23 次の関数の 2 次導関数を求めよ.

$$(1) x^3 e^x \quad (2) e^{-x} \sin x$$

(佐賀大 2003) (m20034907)

0.24 次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int x \log x dx \quad (2) \int \frac{1}{\cos x} dx$$

(佐賀大 2003) (m20034908)

0.25  $y = ax^2$  ( $a > 0, x \geq 0, y \geq 0$ ) 上に点  $P(x_p, y_p)$  がある. また, 点  $P$  の接線と  $x$  軸との交点を点  $A$  とする.

(1) 点  $P$  を中心点として  $x$  軸に接する円を描く. この円に対して, 原点  $(0, 0)$  を通る接線 ( $y = kx$ ) を求めよ.

(2) 交点  $A$  の  $x$  座標値を求めよ.

(3)  $y = ax^2$ , 点  $P$  の接線,  $x$  軸で囲まれる面積  $S$  を求めよ.

(4) 点  $P$  と  $x$  軸の両方に接する円の中心点  $Q(x_q, y_q)$  の座標値  $x_q$  を求めよ.

(佐賀大 2003) (m20034909)

0.26 二次曲線  $y = ax^2 + b$  と直線  $x = -1, x = 1$  および  $y = 0$  とで囲まれる部分を面  $D$  とする. このとき, 以下の各問に答えなさい. ただし,  $a, b$  は定数であり,  $a > 0, b \geq 0$  とする.

(1) 面  $D$  の部分に斜線を施して図示しなさい.

(2) 二次曲線の  $-1 \leq x \leq 1$  の部分を, 曲線が  $x$  軸に接するまで  $y$  軸と平行に移動したとき, この曲線の移動部分がつくる面の面積  $S$  を求めなさい.

(3) 面  $D$  を  $y$  軸を中心に回転させたときの回転体の体積  $V_y$ , および  $x$  軸を中心に回転させたときの体積  $V_x$  を求めなさい. ただし,  $a = b = 1$  とする.

(4)  $b = 0$  のとき,  $V_y = V_x$  が成り立つ  $a$  の値を求めなさい.

(佐賀大 2003) (m20034910)

0.27 広義積分  $\int_1^{\infty} e^{-x^2} dx$  が収束することを示せ.

(佐賀大 2003) (m20034911)

0.28 不定積分  $\int \frac{x-2}{x^3+x} dx$  を計算せよ.

(佐賀大 2003) (m20034912)

0.29 置換積分法を用いて, 次の定積分を計算せよ. ただし, 逆三角関数  $\tan^{-1} x = \arctan x$  について,  $(\tan^{-1} x)' = 1/(1+x^2)$  となることに注意する.

$$(1) \int_{2/\pi}^{6/\pi} \frac{\cos(1/x)}{x^2} dx$$

$$(2) \int_0^1 \frac{2x}{1+x^4} dx$$

(佐賀大 2003) (m20034913)

0.30 以下の関数の不定積分を求めなさい.

$$(1) 1/(9x^2 - 4)$$

$$(2) 1/(4x^2 + 1)$$

(2)  $x \cos(3x - 1)$                       (4)  $\sin^2(3x + 2)$

(佐賀大 2003)                      (m20034914)

**0.31** 直線上を時刻  $t$  における速度が  $v = \sin 2\pi t$  で与えられる点  $P$  が動く.  $t = 0$  から  $t = 5$  までに点  $P$  が移動する距離を求めよ. また実際に動いた道のりを求めよ.

(佐賀大 2003)                      (m20034915)

**0.32** 2変数関数  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$  について

(1) 偏導関数  $f_x, f_y$  を計算せよ.                      (2)  $f_{xy} = f_{yx}$  を示せ.

(佐賀大 2003)                      (m20034916)

**0.33** 以下に示す  $x$  と  $y$  の関数である  $z$  の偏微分を求めなさい.

(1)  $z = y/x + x/y$  であるとき,  $\partial z / \partial x$

(2)  $z = y \sin(2x + 3y)$  であるとき,  $\partial z / \partial y$

(佐賀大 2003)                      (m20034917)

**0.34** 関数  $f(x, y) = 1 - 2x^2 - xy - y^2 + 2x - 3y$  の極値を求めよ.

(佐賀大 2003)                      (m20034918)

**0.35** 次の2重積分を求めよ.                       $I = \iint_D y \, dx \, dy$                        $D = \{(x, y) : y^2 \leq x \leq y + 2\}$

(佐賀大 2003)                      (m20034919)

**0.36** 重積分  $\iint_{\{-1 \leq x+y \leq 1, -1 \leq x-y \leq 1\}} (x^2 - y^2)e^{-(x+y)} \, dx \, dy$  を計算せよ.

(佐賀大 2003)                      (m20034920)

**0.37** 次の微分方程式を解け.                       $\frac{dy}{dx} = \frac{x-y}{x+y}$

(佐賀大 2003)                      (m20034921)

**0.38** 以下の微分方程式を解き, 一般解を求めなさい.

(1)  $(1-x)y + (1-y)x(dy/dx) = 0$                       (2)  $dy/dx - 3y = e^{-x}$

(佐賀大 2003)                      (m20034922)

**0.39** 次の微分方程式を解け.

(1)  $\frac{dy}{dx} = y^2 - 4$                       (2)  $y^2 + (x^2 - xy)\frac{dy}{dx} = 0$

(佐賀大 2003)                      (m20034923)

**0.40**  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$                        $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$  とする. このとき, 次のものを計算せよ.

(1)  $A + B$                       (2)  $B {}^t A$

(佐賀大 2003)                      (m20034924)

**0.41** 次の行列  $A = (0, 1)$ ,  $B = (2, 3)$ ,  $C = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$  に関して, 行列の計算を行え.

ただし,  ${}^t$  は転置,  $C^{-1}$  は逆行列を表す.

また, 行列の演算が約束されていないものについては '不能' とかくこと.

- (1)  $A+B$       (2)  $AB$       (3)  $(A^t)B$       (4)  $A(B^t)$       (5)  $C^{-1}$   
 (佐賀大 2003)      (m20034925)

0.42 次の行列の行列式を求めよ.

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad E = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 7 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

(佐賀大 2003)      (m20034926)

0.43 次の行列  $B$  について, 以下の問いに答えよ.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -2 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & 9 \end{pmatrix}$$

- (1) 行列式  $|B|$  を計算せよ.  
 (2) 2つのベクトル  $(1, -2, 4), (-2, 4, -3)$  が 1 次独立であることを示せ.  
 (3)  $B$  の階数  $\text{rank}B$  を求めよ.

(佐賀大 2003)      (m20034927)

0.44 次の行列  $A$  について, 以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- (1)  $A^2$  および  $A^3$  を計算せよ.  
 (2) 上の計算結果より, 逆行列  $A^{-1}$  を求めよ.  
 (3) 次の連立方程式を解け.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(佐賀大 2003)      (m20034928)

0.45 次の連立方程式を逆行列を用いて解け.

$$\begin{cases} 2x + 2y + z = 3 \\ 3x - 2y + 2z = -1 \\ -x + 2y = 4 \end{cases}$$

(佐賀大 2003)      (m20034929)

0.46  $F$  の直交行列  $P$  を求めて,  $P^{-1}FP$  を対角行列にする.

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$$

以下の手順に従って求めよ.

- (1)  $F$  の固有値を求め,  
 (2) 長さ 1 の固有ベクトルを求め,  
 (3) 直交行列  $P$  を求め,  
 (4) 対角行列  $P^{-1}FP$  を求めよ.

(佐賀大 2003)      (m20034930)

0.47 次の問いに答えよ.

- (1)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$  のすべての固有値と, 各固有値に対する固有空間の基底を求めよ.
- (2) 複素数  $\lambda$  が実正方行列 (すなわち実数を成分とする正方行列)  $A$  の固有値ならば,  $\lambda$  の共役複素数  $\bar{\lambda}$  も  $A$  の固有値になることを証明せよ.
- (3) 実対称行列のすべての固有値は実数になることを証明せよ.
- (4)  $n$  を偶数とするとき, すべての固有値が 0 でない純虚数になるような  $n$  次実正方行列の例を与えよ. また  $n$  が奇数ならばそのような例が存在しないことを証明せよ.

(佐賀大 2003) (m20034931)

0.48 実数を成分とする  $n$  次縦ベクトルのなす線形空間を  $\mathbf{R}^n$  とし,  $\mathbf{R}^4$  から  $\mathbf{R}^3$  への写像  $f$  を

$$f\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 \\ -3x_1 - x_2 + x_3 - x_4 \\ 11x_1 + 5x_2 - 5x_3 + 5x_4 \end{pmatrix}$$

で定義するとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $\mathbf{R}^4$  の任意のベクトル  $x$  に対して  $f(x) = Ax$  を満たす行列  $A$  を求めよ.
- (2) 写像  $f$  が線形写像になることを証明せよ.
- (3)  $\text{Ker}(f) = \{x \in \mathbf{R}^4 \mid f(x) = \mathbf{0}\},$   
 $\text{Im}(f) = \{f(x) \mid x \in \mathbf{R}^4\}$

がそれぞれ  $\mathbf{R}^4, \mathbf{R}^3$  の線形部分空間になることを証明せよ. ただし,  $\mathbf{0}$  は  $\mathbf{R}^3$  の零ベクトルを表す.

- (4)  $\text{Ker}(f)$  と  $\text{Im}(f)$  の次元と基底をそれぞれ求めよ.

(佐賀大 2003) (m20034932)

0.49 極座標  $(r, \theta, \phi)$  における「面積素」および「体積素」を求め, これらの結果を用いて, 半径  $a$  の球の面積  $S$ , および体積  $V$  を計算しなさい.

(佐賀大 2003) (m20034933)

0.50 関数  $f(x) = \frac{1}{x}$  は半开区間  $(0, 1]$  で一様連続でないことを次の手順で示せ.

- (1) 一様連続であることを  $\varepsilon - \delta$  法を用いて書け.
- (2) (1) の否定命題を作れ.
- (3) (2) が成り立つことを示せ.

(佐賀大 2004) (m20044901)

0.51 次の問いに答えよ.

- (1)  $\sqrt{1 + 2\log x}$  を  $x$  について微分せよ.
- (2) 極限值  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2} - 0} \left( \tan x - \frac{1}{\cos x} \right)$  を求めよ.

(佐賀大 2004) (m20044902)

0.52 次の関数の 1 次微分を求めなさい.

- (1)  $y = (2x^3 + 5x^2)^2$   
 (2)  $y = e^{2x} \sin(x)$   
 (3)  $y = (x^2 - 3x^3)/(1 - x)$

(佐賀大 2004) (m20044903)

0.53 次の極限值を求めよ.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2}$$

(佐賀大 2004) (m20044904)

0.54 関数  $f(x)$  の導関数  $f'(x)$  について以下の問に答えよ.

- (1) 導関数  $f'(x)$  の定義を示せ.  
 (2) 定義に基づいて  $f(x) = x^n$  ( $n$ : 自然数) の導関数  $f'(x)$  を求めよ.  
 (3)  $f(x) = x^x$  ( $x > 0$ ) の導関数  $f'(x)$  を求めよ.

(佐賀大 2004) (m20044905)

0.55  $f(x), g(x)$  がいずれも  $n$  回微分可能とするととき,

$$\{f(x)g(x)\}^{(n)} = \sum_{r=0}^n {}_n C_r f^{(n-r)}(x)g^{(r)}(x) \text{ を証明せよ.}$$

(佐賀大 2004) (m20044906)

0.56 次の各問に答えよ.

- (1)  $x > 0$  のとき次の不等式が成り立つことを示せ.

$$e^x > 1 + x + \frac{x^2}{2}$$

- (2)  $y = \log |x + \sqrt{x^2 + a}|$  ( $a \neq 0$ ) を微分せよ.  
 (3)  $y = x \sin x$  ( $-\pi \leq x \leq \pi$ ) のグラフの概形を描け.

(佐賀大 2004) (m20044907)

0.57 以下の積分を計算せよ.

$$(1) \int x^4 e^{3x} dx \quad (2) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1}} \quad (3) \int 2^x dx \quad (4) \int_1^e 4x \log x dx$$

(佐賀大 2004) (m20044908)

0.58  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin x dx$  を計算せよ.

(佐賀大 2004) (m20044909)

0.59 次の不定積分を求めなさい. ただし,  $\exp(z)$  は  $\exp(z) = e^z$  を意味する.

- (1)  $\int (3x^2 + 5x + 2) dx$   
 (2)  $\int 2/(1 - 2x) dx$   
 (3)  $\int x \exp(-x^2) dx$

(佐賀大 2004) (m20044910)

0.60 次の積分を計算せよ.

(1)  $\int \frac{1}{\sin x} dx$  (ヒント :  $\tan \frac{x}{2} = t$  とおく)

(2)  $\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx$  ( $a > 0$ )

(3)  $\int_{-\pi}^{\pi} \cos mx \cos nx dx$  ( $m, n$  : 0 以上の整数)

(佐賀大 2004) (m20044911)

0.61  $I = \int \frac{x}{(x+1)(x+2)} dx$  を求めよ.

(佐賀大 2004) (m20044912)

0.62  $f(x) = x^3 - 2x^2$  を  $x = 1$  のまわりでテイラー展開し, 最初の第 2 項まで用いて,  $x$  についての線形式を求めよ.

(佐賀大 2004) (m20044913)

0.63  $f(x) = \cos x$  を  $x = a$  のまわりで Taylor 展開せよ.

(佐賀大 2004) (m20044914)

0.64 以下の 2 変数関数に極値があるかどうか調べ, 極値がある場合はそれを求めよ.

(1)  $f(x, y) = 3xy(3 - x - y)$

(2)  $f(x, y) = 2x^2 - 6x^2y + 2y^3$

(佐賀大 2004) (m20044915)

0.65  $z = f(x, y)$  は全微分可能とし,  $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$  とするとき,  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$  ならば,  $f(x, y)$  は  $\theta$  だけの関数であることを示せ.

(佐賀大 2004) (m20044916)

0.66  $f(x, y) = x \exp(8xy)$  について, 次の 1 次偏微分及び 2 次偏微分を求めなさい. ただし,  $\exp(z)$  は  $\exp(z) = e^z$  を意味する.

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \qquad \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \right)$$

(佐賀大 2004) (m20044917)

0.67 関数  $f(x, y) = \tan^{-1} \left( \frac{x}{y} \right)$  を  $x$  と  $y$  でそれぞれ偏微分せよ.

(佐賀大 2004) (m20044918)

0.68 以下の重積分を計算せよ.

$$\iint_D 3x dx dy \quad D = \{x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0\}$$

(佐賀大 2004) (m20044919)

0.69  $\iint_D (x+y)e^{x-y} dx dy$ ,  $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x+y \leq 1, 0 \leq x-y \leq 1\}$  を計算せよ.

(佐賀大 2004) (m20044920)



0.70 次の2重積分を求めよ.

$$I = \iint_D (px^2 + qy^2) dx dy \quad D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq a^2\} \quad (p, q \text{ は定数})$$

(佐賀大 2004) (m20044921)

0.71 次の微分方程式の特殊解を ( ) 内の形で求め, さらに一般解を求めよ.

$$y'' + 2y' + y = e^{-x} \quad (y = Ax^2 e^{-x})$$

(佐賀大 2004) (m20044922)

0.72 直線上を運動する質点が, 原点から変位に比例する力で引っ張られるとき, 運動方程式はどのように表せるか, また時刻  $t = 0$  において, 原点を速度  $v_0$  で正の向きに物体が通過したとすると, 任意の時刻  $t$  における質点の位置を求めよ.

(佐賀大 2004) (m20044923)

0.73 次の微分方程式を解け.

$$y''(x) + 2ay'(x) + y(x) = 0 \quad (a \text{ は正の定数とする})$$

( $a$  の値によって場合分けすること)

(佐賀大 2004) (m20044924)

0.74 ある年  $t$  の人口  $N$  の増加率  $dN/dt$  は, 次の (i)(ii) の2ケースがそれぞれ成り立つものと仮定する.

(i) その年  $t$  の人口  $N$  に比例する. (ii) 人口の上限を  $N_{max}$  とすると  $N(1 - N/N_{max})$  に比例する.

各ケースともに, その比例定数を  $k$ , また基準となる年を  $t = 0$  とし, その時の人口を  $N_0$  とする.

2ケース (i)(ii) の場合の微分方程式を立て, 人口と時間 (年) の関係をそれぞれ求めよ.

(佐賀大 2004) (m20044925)

0.75 次に示す3つのベクトル  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$  について各問に答えよ.

$$\mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(1)  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$  のベクトルの一次結合により零ベクトルをつくり, これらのベクトルが一次従属であることを示しなさい.

(2)  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$  の各ベクトルを他の2つのベクトルの一次結合で表しなさい. また, この3つのベクトル系の階数が2であることを説明しなさい.

(佐賀大 2004) (m20044926)

0.76 正則行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

の逆行列を  $A^{-1}$  とするとき,  $A$  と  $A^{-1}$  の関係式を書け. また  $A^{-1}$  を求めよ.

(佐賀大 2004) (m20044927)

0.77 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$  の逆行列を  $A^{-1}$  を求めよ.

(佐賀大 2004) (m20044928)

**0.78** 以下の各問に答えよ. ただし,  $\text{adj } A$  は行列  $A$  の余因子行列,  $E$  は単位行列,  $\det A$  は行列  $A$  の行列式を表すものとする.

(1)  $n$  次行列  $A$  について

$$(\text{adj } A)A = A(\text{adj } A) = (\det A)E$$

となることを利用して

$$\det(\text{adj } A) = (\det A)^{n-1}$$

が成り立つことを示しなさい.

(2) 次の 3 次行列

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

について,  $\det A$ ,  $\text{adj } A$ ,  $\det(\text{adj } A)$ ,  $A^{-1}$  を求めなさい.

(佐賀大 2004) (m20044929)

**0.79** 次の問に答えよ.

(1) 行列  $A = \begin{pmatrix} a+2 & 1 \\ 3 & a \end{pmatrix}$  が正則であるための条件を求めよ.

(2)  $a$  は  $|A|$  を満たす整数であるとき, 次の連立方程式を逆行列を用いて解け.

$$\begin{cases} (a+2)x + y = 1 \\ 3x + ay = -3 \end{cases}$$

(佐賀大 2004) (m20044930)

**0.80** 次の連立方程式をクラームルの解法で解け.

$$\begin{cases} 4x - 3y = 1 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$$

(佐賀大 2004) (m20044931)

**0.81** 次の対称行列の階数および行列式を求め, この行列が正則であるかどうか判断せよ. 正則な場合は, 逆行列を求めよ. さらに, 固有値と対応する固有ベクトルを求めて, この行列を対角化せよ.

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

(佐賀大 2004) (m20044932)

**0.82**  $R^3$  を実の 3 次列ベクトル全体のなすベクトル空間とする. 3 次正方実行列  $A$  と 3 次列ベクトル  $\mathbf{a} \in R^3$  を

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \\ 1 & -3 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

とする. さらに,  $f : R^3 \rightarrow R^3$  を  $f(x) = Ax$  ( $x \in R^3$ ) で定義された  $R^3$  の線形変換とする.

(1)  $A^2$  および逆行列  $A^{-1}$  を計算せよ.

(2) ベクトル  $f(f(\mathbf{a}))$  を計算せよ.

(3)  $f(\mathbf{u}) = \mathbf{a}$  となるベクトル  $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \in R^3$  を求めよ.

(4)  $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}$  となるベクトル  $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in R^3$  を求めよ.

(5)  $A$  の固有値とそれぞれの固有値に属する固有ベクトルを求めよ.

(佐賀大 2004) (m20044933)

**0.83** 実数体  $R$  上の線形空間  $V$  の空でない部分集合  $S$  が  $V$  の部分空間であるとは, 任意のベクトル  $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in S$  と任意のスカラー  $\alpha \in R$  に対して,

$$(イ) \mathbf{x} + \mathbf{y} \in S, \quad (ロ) \alpha \mathbf{x} \in S$$

を満たすことである. 次の  $V = R^3$  の部分集合が部分空間になるかどうかを調べ, 部分空間になるものについては, その次元と基底 1 組を求めよ.

$$S_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in R^3; x + y - z = 0 \right\},$$

$$S_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in R^3; x + y - z \text{ は整数} \right\},$$

$$S_3 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in R^3; x^2 + y^2 - z^2 = 0 \right\}.$$

(佐賀大 2004) (m20044934)

**0.84** 何回でも微分できる関数  $f(x), g(x)$  をそれぞれ  $f, g$  と書く. 次の等式がすべての自然数  $n$  に対して成り立つことを証明せよ.

$$(fg)^{(n)} = \sum_{k=0}^n \frac{n!}{k!(n-k)!} f^{(k)} g^{(n-k)}$$

ただし, 一般に, 関数  $h$  の第  $n$  次導関数を  $h^{(n)}$  と書き,  $h^{(0)} = h$  とする.

(佐賀大 2005) (m20054901)

**0.85** 次の (1), (2) に答えよ.

(1) 2つのベクトル  $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$  のなす角は鋭角であるか鈍角であるかを判定せよ.

(2) 2つのベクトル

$$\mathbf{c} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & -2 \\ 0 & 7 & 1 \\ -1 & 4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -2x \\ 0 \\ x \\ -1 \end{pmatrix}$$

が直交するときの  $x$  の値を求めよ.

0.86 行列の基本変形（掃き出し法）を用いて、連立方程式

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -5 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -6 \end{pmatrix}$$

を解け.

(佐賀大 2005) (m20054903)

0.87 辺の長さの総和が 1 の直方体のうち、体積が最大になるものを求めよ.

(佐賀大 2005) (m20054904)

0.88 球  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$  と円柱  $x^2 + y^2 \leq x$  の共通部分の体積を求めよ.

(佐賀大 2005) (m20054905)

0.89 次の行列式に関する等式を示せ.

$$\begin{vmatrix} a^2 + b^2 & bc & ac \\ bc & a^2 + c^2 & ab \\ ac & ab & b^2 + c^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & a & b \\ a & 0 & c \\ b & c & 0 \end{vmatrix}^2$$

(佐賀大 2005) (m20054906)

0.90 行列  $A = \begin{pmatrix} a & 0 & c \\ 0 & b & 0 \\ a & 0 & c \end{pmatrix}$  について、次の (1),(2),(3) に答えよ. ただし、 $a \neq 0$  または  $c \neq 0$  とする.

(1)  $A$  の固有値を求めよ.

(2) ベクトル

$$\mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_3 = \begin{pmatrix} c \\ 0 \\ -a \end{pmatrix}$$

は  $A$  の固有ベクトルであることを示し、それぞれのベクトルに対する固有値を答えよ.

(3)  $a + c \neq 0$  のとき、 $A$  は対角化可能であることを示せ.

(佐賀大 2005) (m20054907)

0.91 次の等式を証明せよ. 但し、 $A(x) = (A_x(x, y, z), A_y(x, y, z), A_z(x, y, z))$  は 3次元空間のベクトル場である.

$$(1) \nabla \cdot (\nabla \times A(x)) = 0 \quad (2) \nabla \times (\nabla \times A(x)) = \nabla(\nabla \cdot A(x)) - \nabla^2 A(x)$$

(佐賀大 2005) (m20054908)

0.92 次の間に答えよ.

(1) 行列  $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  の逆行列を求めよ.

(2) 行列  $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  の固有値と固有ベクトルを求めよ.

(3) (2) の行列を直交行列によって対角化せよ.

(佐賀大 2005) (m20054909)

**0.93** 次の定積分を求めよ,  $a$  は正の定数である.

(1)  $\int_1^2 dx \log x$       (2)  $\int_{-a}^a \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$       (3)  $\int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-ax^2}$       (4)  $\int_0^{\infty} dx \frac{\sin x}{x}$

(佐賀大 2005) (m20054910)

**0.94** 次の定積分を求めよ.

$$\iint_D dx dy x^2 y \quad D = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$$

(佐賀大 2005) (m20054911)

**0.95** 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1)  $x^2 y'(x) + y(x)^2 = 0$

(2)  $y''(x) + 4y(x) = 0$

(佐賀大 2005) (m20054912)

**0.96** 次の問に答えよ.

(1) 極限值  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \sin x}{x^3 - x}$  を求めよ.

(2) 逆三角関数  $\cos^{-1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$  ( $x > 0$ ) の導関数を求めよ.

(佐賀大 2005) (m20054913)

**0.97**  $\int_0^1 x \log x dx$  を計算せよ.

(佐賀大 2005) (m20054914)

**0.98**  $z = x^y$  ( $x > 0$ ) の偏導関数  $z_x, z_y$  を求めよ.

(佐賀大 2005) (m20054915)

**0.99** 重積分  $\iint_D y dx dy$ ,  $D = \{(x, y) \mid y^2 \leq x \leq y + 2\}$  を計算せよ.

(佐賀大 2005) (m20054916)

**0.100** 微分方程式

$$xy' + y = x \log x \quad (x > 0)$$

を解け. ただし, 解は陽形式  $y = f(x)$  の形で求めること.

(佐賀大 2005) (m20054917)

**0.101** 以下の問に答えよ.

(1) 次の行列の逆行列を求めよ.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(2) 次の行列式を計算せよ. 答えはなるべく簡単に因数分解した形で書け.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix}$$

(佐賀大 2005) (m20054918)

**0.102** 平面上の直線  $l$  を  $l : y = (\tan \theta)x$  ( $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) とし,  $f$  を平面上の与えられたベクトル  $\mathbf{a}$  を  $l$  と線対称な位置に移すという線形写像とする. このとき以下の問に答えよ.

(1)  $\mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  とするとき,  $f(\mathbf{e}_1)$ ,  $f(\mathbf{e}_2)$  を求めよ.

(2) 線形写像  $f$  を表す行列を求めよ.

(佐賀大 2005) (m20054919)

**0.103** 次の関数の 1 次微分を求めなさい.

(1)  $y = \sqrt{2x^2 + 3}$       (2)  $y = \frac{1}{\cos x}$       (3)  $y = e^{-x} \sin(5x + 2)$       (4)  $y = \log \frac{x-1}{x+1}$

(佐賀大 2005) (m20054920)

**0.104**  $x$  と  $y$  の関数  $z = \log x - 3x^2y + 6$  について, 1 次偏微分  $\frac{\partial z}{\partial x}$  と  $\frac{\partial z}{\partial y}$  および 2 次偏微分  $\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)$  と  $\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right)$  を求めよ.

(佐賀大 2005) (m20054921)

**0.105** 次の不定積分を求めなさい.

(1)  $\int (3x^2 + \frac{1}{x}) dx$       (2)  $\int x \cos(x^2 + 1) dx$       (3)  $\int 10^x dx$   
 (4)  $\int \log x dx$       (5)  $\int x \sin(2x + 1) dx$       (6)  $\int \frac{1}{1 + e^x} dx$

(佐賀大 2005) (m20054922)

**0.106** 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

(1)  $-\frac{dy}{dx} = 3y$       (2)  $-\frac{dy}{dx} = 5y - 2e^{-2x}$

(佐賀大 2005) (m20054923)

**0.107** 次の問に答えよ.

(1) 三角関数の加法定理より

$$\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) \}$$

を導出せよ.

(2) 導関数の定義

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

を利用して  $(\sin x)' = \cos x$  であることを示せ.

(佐賀大 2005) (m20054924)

**0.108** 次の問に答えよ.

- (1)  $r$  を中心からの距離,  $\theta$  を  $x$  軸とのなす角とする. いま曲線が極座標  $r = f(\theta)$  で与えられる場合, 曲線と直線  $\theta = \theta_1$  および  $\theta = \theta_2$  とで囲まれる図形の面積  $S$  が次式で与えられることを証明せよ.

$$S = \frac{1}{2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \{f(\theta)\}^2 d\theta$$

- (2) 曲線  $r = a(1 + \cos \theta)$ ,  $a > 0$  の囲む面積を求めよ. ただし  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  とする.  
 (3) 極座標  $r$  の直角座標の微分量 (変分) について, その二乗和の平方根を考慮することにより  $r = a(1 + \cos \theta)$ ,  $a > 0$  の境界線の全長を求めよ. ただし  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  とする.

(佐賀大 2005) (m20054925)

**0.109** 次の間に答えよ.

- (1) 行列  $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$  の固有値, 固有ベクトルを求めよ.  
 (2) 行列  $A$  を対角化せよ.  
 (3) (2) で得られた対角行列を  $B$  とすると  $P^{-1}AP = B$  (ただし  $P$  は正則行列) の関係が成り立つ. この関係を利用して  $A^n$  を求めよ.

(佐賀大 2005) (m20054926)

**0.110** 微分方程式  $m \frac{d^2x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + kx = 0$  を条件  $r^2 - 4mk = 0$  および 初期条件 ( $t = 0$ )

$$x = -1, \quad \frac{dx}{dt} = 1 \quad \text{のもとで解け.}$$

(佐賀大 2005) (m20054927)

**0.111** 行列  $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$  について以下の間に答えよ.

- (1)  $A$  の行列式を求めよ.  
 (2)  $A$  の逆行列  $A^{-1}$  を求めよ.  
 (3)  $A$  の固有多項式  $g_A(t)$  を求めよ.  
 (4)  $A$  の固有値  $\lambda$  を求めよ.  
 (5)  $A$  の各固有値の固有ベクトル  $\mathbf{p}$  を求めよ.

(佐賀大 2005) (m20054928)

**0.112**  $\boldsymbol{\nu}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\boldsymbol{\nu}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $\boldsymbol{\nu}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$  のときに以下の間に答えよ.

- (1) 内積  $(\boldsymbol{\nu}_1, \boldsymbol{\nu}_2)$  を計算せよ.  
 (2) ベクトルの長さ  $\|\boldsymbol{\nu}_2\|$  を計算せよ.  
 (3) ベクトル  $\boldsymbol{\nu}_1$  と  $\boldsymbol{\nu}_3$  のなす角を求めよ.

(佐賀大 2005) (m20054929)

**0.113** (1) 関数  $f(x) = \sin^2 x$  を微分せよ.

- (2)  $y = e^{-t}$ ,  $t = x^2$  のとき,  $\frac{dy}{dx}$  を求めよ.

(佐賀大 2005) (m20054930)

0.114 (1) 不定積分  $\int \sin^2 x dx$  を求めよ.

(2) 定積分  $\int_0^1 xe^x dx$  を計算せよ.

(佐賀大 2005) (m20054931)

0.115  $\tan \frac{x}{2} = t$  とおく. 以下の問に答えよ.

(1)  $\frac{dx}{dt}$  を求めよ. ただし, 答えは  $t$  の関数として表せ.

(2)  $\cos x$  を  $t$  で表せ.

(3) 変数変換  $\tan \frac{x}{2} = t$  を行って, 積分  $\int \frac{1}{\cos x} dx$  を求めよ.

(4) 曲線  $y = -\log |\cos x|$ ,  $(0 \leq x \leq \frac{\pi}{3})$  の長さを求めよ.

(佐賀大 2005) (m20054932)

0.116 以下の各問に答えよ.

(1) 極限值  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2}$  を求めよ.

(2)  $\int_{-a}^a \sqrt{a^2 - x^2} dx$  ( $a > 0$ ) を計算せよ.

(3) 微分方程式  $\frac{d^2y}{dx^2} + y = -30 \sin 4x$  の一般解を求めよ.

(4)  $y = 2Cx - C^2$  が解となるような微分方程式を作れ. ただし,  $C$  は任意の定数とする.

(佐賀大 2005) (m20054933)

0.117 放物面  $z = x^2 + y^2$  と平面  $z = 2x$  で囲まれた立体の体積を求めよ.

(佐賀大 2005) (m20054934)

0.118  $x = 0$  を含む開区間で無限回微分可能な関数  $f(x)$  のマクローリン展開は以下のようになる.

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \cdots$$

これを用いて, ネイピアの数  $e$  を小数点以下第 3 位まで計算せよ.

(佐賀大 2005) (m20054935)

0.119 ニュートンの冷却法則によれば, 室温  $X^\circ C$  の室内にある物体の時間  $t$  における温度を  $x^\circ C$  とすれば, 冷却速度  $\frac{dx}{dt}$  は, 温度差  $x - X$  に比例する.

いま, 入れたときに  $73^\circ C$  だったコーヒーが 30 分後には  $37^\circ C$  になったとする. 入れてから 1 時間後にはコーヒーは何  $^\circ C$  になっているか. なお, 室温は常時  $25^\circ C$  であるとする.

(佐賀大 2005) (m20054936)

0.120  $A = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$  とするとき, 以下の問に答えよ.

(1)  $AB$  および  $B^T B$  を求めよ.

(2) 行列  $A$  の固有値と固有ベクトルを求めよ.

(佐賀大 2005) (m20054937)

0.121 (1) 不定積分  $\int (\log x)^2 dx$  を求めよ.



(2) 広義積分  $\int_0^1 (\log x)^2 dx = \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_{\varepsilon}^1 (\log x)^2 dx$  の値を求めよ.

(佐賀大 2006) (m20064901)

**0.122** 実数を成分とする 4 次縦 (列) ベクトル全体のなす線形空間を  $\mathbf{R}^4$  とし, 4 つのベクトル

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

で生成される  $\mathbf{R}^4$  の部分空間を  $V$  とするとき, 次の問に答えよ.

(1)  $V$  の次元と (1 組の) 基底を求めよ.

(2) 次のベクトル  $\begin{pmatrix} 1 \\ -6 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$  が  $V$  に属するかどうかをそれぞれ判定せよ.

(3)  $\mathbf{R}^4$  の 2 つの部分空間の共通部分は,  $\mathbf{R}^4$  の部分空間になることを証明せよ.

(4)  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$  で生成される  $\mathbf{R}^4$  の部分空間と,  $\mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4$  で生成される  $\mathbf{R}^4$  の部分空間との共通部分の次元と基底を求めよ.

(佐賀大 2006) (m20064902)

**0.123**  $f(x), g(x)$  は無限回微分可能な実数値関数で,  $g(x) \geq 0$  とする.

$D = \{(x, y); 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq g(x)\}$  とするとき, 次の重積分の値を求めよ.

$$\iint_D \frac{dg(x)}{dx} \frac{d^2f(y)}{dy^2} dx dy$$

ただし,  $f'(0) = 0, f(g(1)) = 3, f(g(0)) = 0$  である.

(佐賀大 2006) (m20064903)

**0.124** 行列  $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{pmatrix}$  について, 次の問いに答えよ.

(1)  $A$  の固有値を  $a, b, c$  を用いて表せ.

(2)  $a, b, c$  が実数のとき,  $A$  の固有値も実数になることを証明せよ. また,  $A$  が対角化できることを証明せよ.

(3)  $a = 1 + i, b = 1 - i, c = 0$  のとき,  $A$  を対角化せよ. ただし,  $i$  は虚数単位とする.

(4)  $a = 1, b = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}, c = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$  のとき,  $A$  の固有値がすべて 0 になること, および  $A$  は対角化できないことを証明せよ. ただし,  $i$  は虚数単位とする.

(佐賀大 2006) (m20064904)

**0.125** 次の関数を微分せよ.

(1)  $\tan x$

(2)  $x^x$

(佐賀大 2006) (m20064905)

- 0.126 次の曲線の概形をかけ.  $y = \frac{1-x}{1+x}$  (佐賀大 2006) (m20064906)
- 0.127 次の極限値を求めよ.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin^{-1} x}{x^3}$  (佐賀大 2006) (m20064907)
- 0.128  $x$  が小さいとき, 次の式を  $x$  の 3 次まで展開せよ.  $e^x + \log(1-x)$  (佐賀大 2006) (m20064908)
- 0.129 次の積分を求めよ.  $\int_1^e x \log x dx$  (佐賀大 2006) (m20064909)
- 0.130 次の積分を求めよ.  $\iint_D \log(x^2 + y^2) dx dy$  ( $D : x^2 + y^2 \leq 1$ ) (佐賀大 2006) (m20064910)
- 0.131 クラメル公式を用いて, 次の連立 1 次方程式を満たす  $y$  を求めよ. 
$$\begin{cases} 2x + 2y + z = 2 \\ 2x + y + 4z = 1 \\ 3x + 2y + 2z = 3 \end{cases}$$
 (佐賀大 2006) (m20064911)
- 0.132 次の行列の固有値と固有ベクトルを求めよ.  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ -4 & -4 & -2 \end{pmatrix}$  (佐賀大 2006) (m20064912)
- 0.133  $x = \cos^4 t, y = \sin^4 t$  とするとき, 導関数  $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$  を求めよ. ただし, 結果は  $t$  の関数のままでよい. (佐賀大 2006) (m20064913)
- 0.134  $x^2 \cos 3x$  の  $n$  次導関数を求めよ. ただし,  $g(x) = \cos ax$  ( $a > 0$ ) のとき,  $g^{(n)}(x) = a^n \cos\left(ax + \frac{n}{2}\pi\right)$  となることを証明せずに使用してもよい. (佐賀大 2006) (m20064914)
- 0.135  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + \cos x} dx$  を計算せよ. (佐賀大 2006) (m20064915)
- 0.136  $z = \tan^{-1}(u+v), u = 2x^2 - y^2, v = x^2y$  とするとき, 偏導関数  $z_x, z_y$  を求めよ. ただし, 必ず答えは  $x, y$  の関数として書くこと. (佐賀大 2006) (m20064916)
- 0.137 次の条件  $g(x, y) = 0$  のもとで関数  $f(x, y)$  の極値を求めよ. 
$$g(x, y) = x + y - 1, \quad f(x, y) = x^2 + y^2$$
 (佐賀大 2006) (m20064917)
- 0.138  $\iint_D \frac{1}{\sqrt{x-y}} dx dy$ ,  $D = \{(x, y) \mid 0 \leq y < x \leq 1\}$  を計算せよ. (佐賀大 2006) (m20064918)

0.139  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  とする. 積  $AB, BA$  が定義できるならば, それを計算せよ.

(佐賀大 2006) (m20064919)

0.140  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}$  のランク  $\text{rank}(A)$  を求めよ.

(佐賀大 2006) (m20064920)

0.141  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$  の行列式  $\det A$  および逆行列  $A^{-1}$  を求めよ.

(佐賀大 2006) (m20064921)

0.142  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_r$  ( $r \leq n$ ) が  $\mathbb{R}^n$  の 0 でないベクトルのとき, このどの 2 つも互いに直交すると仮定すると,  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_r$  は一次独立であることを示せ.

(佐賀大 2006) (m20064922)

0.143  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  とするとき, 次の問いに答えよ.

(1)  $A$  の固有値, 固有ベクトルを求めよ.      (2) 適当な直交行列  $P$  を求め,  $A$  を対角化せよ.

(佐賀大 2006) (m20064923)

0.144 次の関数の導関数  $dy/dx$  を求めなさい.

(1)  $y = 3x^2 + 4x$       (2)  $y = 1/x$       (3)  $y = x^2 \ln x$       (4)  $y = \sin(3x)$       (5)  $y = x/e^{2x}$

(佐賀大 2006) (m20064924)

0.145 ある気体の温度  $T$ , 圧力  $P$ , 体積  $V$  が次の関係式で表せるとき, 以下の (1),(2) の偏導関数を求めなさい. ただし,  $a, b, R$  は定数である.  $(P + a/V^2)(V - b) = RT$

(1)  $(\partial P/\partial T)_V$       (2)  $(\partial^2 P/\partial V^2)_T$

(佐賀大 2006) (m20064925)

0.146 以下の関数の不定積分を求めなさい. ただし, 記号  $\exp$  は  $\exp(x) = e^x$  を意味する.

(1)  $x^2 + 4x + 1$       (2)  $\cos(2x)$       (3)  $4x \exp(x^2)$       (4)  $1/(x^2 - 9)$       (5)  $x \ln x$

(佐賀大 2006) (m20064926)

0.147 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

(1)  $(dy/dx) + xy^2 = 0$       (2)  $(dy/dx) + y = x$

(佐賀大 2006) (m20064927)

0.148 一つの質点が  $x$  軸上を加速度  $a$  で運動する. 時刻  $t$  における加速度が  $a = 2\pi \cos 2\pi t$  で与えられるとき, 時刻  $t$  における点の位置  $x$  を求めよ. ただし,  $t = 0$  における位置および速度は 0 とする.

(佐賀大 2006) (m20064928)

0.149 次の行列の固有値, 固有ベクトルを求めよ. ただし,  $i$  は虚数単位である.

$$\begin{bmatrix} 2 & -i \\ i & 2 \end{bmatrix}$$

(佐賀大 2006) (m20064929)

- 0.150** (1)  $f(x)$  を  $x = 0$  の近傍で  $x^2$  の項までテーラー展開せよ.  $f(x) = e^{x^2} - 1$   
 (2)  $g(x)$  を  $x = 0$  の近傍で  $x^2$  の項までテーラー展開せよ.  $g(x) = x^2$   
 (3) 次の極限值を求めよ.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)}$   
 (佐賀大 2006) (m20064930)

- 0.151** 次の微分方程式を解け. ただし,  $y' = \frac{dy}{dx}$ ,  $y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$  である.  
 (1)  $y'' - 4y' - 12y = 0$  (2)  $y'' - 4y' - 12y = 12x - 8$  (3)  $\frac{dy}{dx} + y = y^2(\cos x - \sin x)$   
 (佐賀大 2006) (m20064931)

- 0.152** 行列  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  のとき  
 (1)  $2A - B$  の値を求めよ.  
 (2)  ${}^tA {}^tB$  の値を求めよ.  
 (3) 行列  $A$  の逆行列  $A^{-1}$  の値を求めよ.  
 (4)  ${}^tB$  の行列式  $\det({}^tB)$  の値を求めよ.  
 ${}^tA, {}^tB$  はそれぞれ行列  $A$  の転置行列, 行列  $B$  の転置行列を表す.  
 (佐賀大 2006) (m20064932)

- 0.153** 次の連立一次方程式の解を求めよ.  $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + px_2 + x_3 = 0 \\ px_1 + x_2 = 0 \end{cases}$  ( $p$  は実数)  
 (佐賀大 2006) (m20064933)

- 0.154** 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  について,  
 (1) 行列  $A$  の固有値  $\lambda_1, \lambda_2$  を求めよ.  
 (2) 固有値  $\lambda_1, \lambda_2$  に対応する大きさ 1 の固有ベクトルを求めよ.  
 (3) 行列  $A$  を対角化する行列を示し, 対角化せよ.  
 (佐賀大 2006) (m20064934)

- 0.155** 次の極限值を求めよ.  
 (1)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{5}}{x-3}$  (2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + x}{5x^2 - 4x + 7}$   
 (佐賀大 2006) (m20064935)

- 0.156** 次の関数を微分せよ.  
 (1)  $y = (x^2 - 3x + 1)^3$  (2)  $y = (\sin 4x) \log(x - 3)$   
 (佐賀大 2006) (m20064936)

- 0.157** 次の不定積分を求めよ. ただし積分定数は  $C$  とする.  
 (1)  $\int (3x + 2) \sin x \, dx$  (2)  $\int \sin^2 x \cos^3 x \, dx$  ( $t = \sin x$  と置いて考えよ)  
 (佐賀大 2006) (m20064937)

- 0.158 以下の関数に対して，区間  $I$  における関数の増減表を作成し，その区間における最大値と最小値を求めよ．

$$y = x^3 - 2x^2 + 1, \quad I = [1, 3]$$

(佐賀大 2006) (m20064938)

- 0.159 極限值  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$  を求めよ．

(佐賀大 2006) (m20064939)

- 0.160 重積分  $\iint_D \frac{1}{x^2 + y^2} dx dy$ ， $D : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$  を計算せよ．

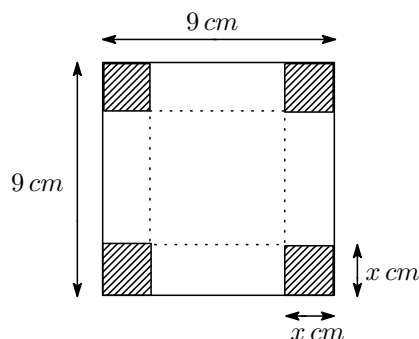
(佐賀大 2006) (m20064940)

- 0.161 (1) 微分方程式  $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x-y}$  の一般解を求めよ．

- (2) 微分方程式  $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 13y = 0$  の一般解を求めよ．

(佐賀大 2006) (m20064941)

- 0.162 一辺の長さが 9 cm の正方形の厚紙の四隅から，一辺  $x$  cm の合同な 4 つの正方形 ( $0 \leq 2x \leq 9$ ) を切り取り，その残りの部分を折り上げて柶 (ます) を作る．この柶の容積を最大にする  $x$  を求めよ．



(佐賀大 2006) (m20064942)

- 0.163 球  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$  を  $z = 2$  で切り取ったとき， $z \geq 2$  の部分の体積を求めよ．

(佐賀大 2006) (m20064943)

- 0.164 連立一次方程式 
$$\begin{cases} 9x + 4y + 3z = -1 \\ 5x + y + 2z = 1 \\ 7x + 3y + 4z = 1 \end{cases}$$
 を解け．

(佐賀大 2006) (m20064944)

- 0.165 平面内に点  $P$  があり，これを  $x - y$  座標系で表示すればその座標値は  $(1, 1)$  である．いま， $x - y$  座標系を反時計回りに 75 度回転させたものを  $x' - y'$  座標系とするとき，点  $P$  の座標値を  $x' - y'$  座標系で表示せよ．(ヒント :  $75 = 30 + 45$ )

(佐賀大 2006) (m20064945)

- 0.166 次の関数の一次導関数  $dy/dx$  を求めなさい．

(1)  $y = 2x^3 + 3x + 5$                       (2)  $y = \sin^2 x$                       (3)  $y = (2x + 1)^3$   
 (4)  $y = x \cdot \log x$                       (5)  $y = \exp(x)/x$

(佐賀大 2007) (m20074901)

- 0.167 (1)  $f(x) = \exp(x)$  のとき， $f'(x)$  と  $f''(x)$  はどのように表されますか．

- (2)  $f(x) = \exp(x)$  のとき， $f(0)$ ， $f'(0)$ ， $f''(0)$  はどうなりますか．

(3) マクローリンの定理は次式で表される.

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \cdots \\ \cdots + \frac{f^{(n-1)}(0)}{(n-1)!}x^{n-1} + \frac{f^{(n)}(\theta x)}{n!}x^n \quad (0 < \theta < 1)$$

$f(x) = \exp(x)$  をマクローリンの定理を用いて第 4 項まで示しなさい.

(マクローリン展開) ただし,  $\exp(x) = e^x$  である.

(4) 上記のマクローリン展開を第 4 項まで計算して,  $\exp(1)$  を小数点以下 2 桁まで求めなさい.

(佐賀大 2007) (m20074902)

**0.168** 次の不定積分を求めなさい.

(1)  $\int x^{-3/7} dx$                       (2)  $\int \cos(3x) dx$                       (3)  $\int \tan x dx$

(4)  $\int 2x \cdot \log x dx$                       (5)  $\int \frac{1}{1-4x^2} dx$

(佐賀大 2007) (m20074903)

**0.169**  $y = x^2 - 1$  と  $y = -2x + 2$  に囲まれた部分の面積を求めなさい.

(佐賀大 2007) (m20074904)

**0.170** (1) 行列  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  の固有値と固有ベクトルを求めよ.

(2) (1) の行列を対角化する直交行列を求め, 対角化せよ.

(佐賀大 2007) (m20074905)

**0.171** (1) 関数  $\frac{1}{\sqrt{1-x}}$  を  $x = 0$  の周りでテイラー展開し,  $x^3$  の項まで書け.

(2) 微分方程式  $y''(x) + 9y(x) = 0$  の一般解を求めよ.

(3) 関数  $f(x) = x$  (定義域を  $-\pi \leq x \leq \pi$  とする) を  $f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)]$  と書くとき,  $a_0, a_n, b_n$  を求めよ.

(佐賀大 2007) (m20074906)

**0.172** 次の積分を求めよ.

(1)  $\int x \log x dx$  (不定積分. 積分定数を  $C$  とせよ.)

(2)  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-3x^2} dx$                       (3)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$

(4)  $\iint_D x^2 y dx dy$  (但し,  $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, x \leq y \leq \sqrt{x}\}$ )

(佐賀大 2007) (m20074907)

**0.173** 3次元空間のベクトル場  $\mathbf{A}(x) = (A_x(x, y, z), A_y(x, y, z), A_z(x, y, z))$  について次の等式を証明せよ.

$$\mathbf{A}(x) \times (\nabla \times \mathbf{A}(x)) = \frac{1}{2} \nabla (\mathbf{A}(x)^2) - (\mathbf{A}(x) \cdot \nabla) \mathbf{A}(x)$$

(佐賀大 2007) (m20074908)

**0.174** 次の関数の極限を求めよ. ただし,  $\log$  は自然対数とする.

(1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$                       (2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \log \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^x$

(佐賀大 2007) (m20074909)

0.175 2変数関数  $f(x, y) = xy(3 - x - y)$  の極値を求めよ.

(佐賀大 2007) (m20074910)

0.176  $f(x) = e^{-x} \sin x$  について, 次の問いに答えよ.

(1) 定数  $a > 0$  に対して, 定積分  $I_a = \int_0^a f(x) dx$  を部分積分法で求めよ.

(2) 広義積分  $\int_0^\infty f(x) dx$  を求めよ.

(佐賀大 2007) (m20074911)

0.177 3次正方行列  $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 8 \\ 4 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  の行列式  $|A|$  と逆行列  $A^{-1}$  を求めよ.

(佐賀大 2007) (m20074912)

0.178 3次元ベクトル  $\mathbf{a} = (3, 1, -2)$ ,  $\mathbf{b} = (4, 2, 1)$ ,  $\mathbf{c} = (0, 3, -1) \in \mathbf{R}^3$  について, 次の問いに答えよ.

(1)  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  は1次独立であることを示せ.

(2)  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  から生成される部分空間  $W = \langle \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \rangle$  の次元  $\dim W$  は何か.

(佐賀大 2007) (m20074913)

0.179 3次正方行列  $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  の固有値と, それぞれの固有値に属する固有ベクトルを求めよ.

(佐賀大 2007) (m20074914)

0.180 次の関数の極限值を求めよ.

(1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x}}{x}$       (2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$

(佐賀大 2007) (m20074915)

0.181 半径  $R$  の円に内接する長方形のうち, 面積が最大なものを求めよ.

(佐賀大 2007) (m20074916)

0.182 次の関数の不定積分を求めよ.

(1)  $\frac{x}{(x+1)(x+2)^2}$       (2)  $e^{-x} \cos^2 x$

(佐賀大 2007) (m20074917)

0.183 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1)  $x \frac{dy}{dx} + y = x^3 y^3$       (2)  $y'' - 2y' + 10y = 0$       (3)  $y'' - 2y' + 10y = 2 \cos 2x + 10 \sin 2x$

(佐賀大 2007) (m20074918)

0.184 2つのベクトルを  $\mathbf{e}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  と  $\mathbf{e}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  とする. 2次元列ベクトル空間  $V^2$  から  $V^2$  への線形写

像  $y = f(x)$  が  $f(\mathbf{e}_1) = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$  と  $f(\mathbf{e}_2) = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$  を満たすとき, 任意のベクトル  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$  はど

のようなベクトルへ写像されるか  $f(\mathbf{x})$  の形を行列・ベクトル表示で求めよ.

(佐賀大 2007) (m20074919)

0.185 行列  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  について,

(1)  $\mathbf{A}^2 + 2\mathbf{A} - 8\mathbf{E} = \mathbf{O}$  を示せ. (2) (1) を利用して,  $\mathbf{A}^{-1}$  および  $\mathbf{A}^{-2}$  を求めよ.

ここで,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{O}$ ,  $\mathbf{A}^{-1}$  は, それぞれ単位行列, 零行列,  $\mathbf{A}$  の逆行列である. また,  $\mathbf{A}^{-2} = (\mathbf{A}^{-1})^2$  である.

(佐賀大 2007) (m20074920)

0.186 次の連立一次方程式が解を持つように  $\alpha$  の値を決定し, その連立一次方程式を解け.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 - x_4 = 7 \\ x_1 + x_2 + x_4 = 4 \\ x_1 - 3x_2 - x_3 - 10x_4 = \alpha \end{cases}$$

(佐賀大 2007) (m20074921)

0.187 次の関数を  $x$  について, 微分せよ. 但し,  $\log$  の底は  $e$  とする.

(1)  $y = \sin 3x \cos 3x$       (2)  $y = (x \sin x)^3$       (3)  $y = (\log x)^2$       (4)  $y = 10^x$

(佐賀大 2007) (m20074922)

0.188 次の関数の第  $n$  次導関数  $y^{(n)}$  を求めよ.

(1)  $y = \sin ax$       (2)  $y = e^{-ax} \sin bx$

(佐賀大 2007) (m20074923)

0.189 次の不定積分を求めよ. 但し, 積分定数は  $C$  とする.

(1)  $\int x\sqrt{x+1} dx$       (2)  $\int \frac{dx}{x^2+a^2}$

(佐賀大 2007) (m20074924)

0.190  $\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$  を  $x$  軸の周りで回転させてできる体積  $V$  を求めよ. ただし,  $a, b$  は, 正の定数である.

(佐賀大 2007) (m20074925)

0.191 (1) 極限值  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 + 3x - 7}{2x^2 - 5x + 3}$  を求めよ.

(2)  $y = \log \left| \frac{1+x}{1-x} \right|$  を微分せよ.

(3) 不定積分  $\int x^2 e^{2x} dx$  を計算せよ.

(4) 二変数関数  $f(x, y) = x^2 - 5xy^2 + 3y^2$  に関して,  $\frac{\partial f}{\partial x}$  および  $\frac{\partial f}{\partial y}$  を求めよ. また, 点  $(3, 2)$  における  $x$  方向,  $y$  方向の偏微分係数を求めよ.

(佐賀大 2007) (m20074926)

0.192 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1)  $\frac{dy}{dx} = 2x(1-y)$       (2)  $\frac{d^2y}{dt^2} - 2\frac{dy}{dt} - 3t = 5 \sin t$

(佐賀大 2007) (m20074927)

0.193 次の連立一次方程式を解け. 
$$\begin{cases} x + 2y - z = -1 \\ 3x + y + z = 7 \\ 2x - 2y + z = 1 \end{cases}$$

(佐賀大 2007) (m20074928)

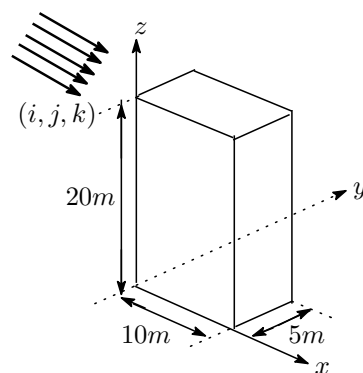


0.194 直方体のビルに太陽光があたっている。

ビルに対して、右図のように  $x-y-z$  座標系を設定したときに、太陽光はベクトル  $(i, j, k)$  と平行な方向に進行するものとする。ただし、

$$i^2 + j^2 + k^2 = 1$$

であるとする。このビルにできる影の面積を  $i, j, k$  により表せ。なお、地表面は完全な平面になっているものとする、また、 $i > 0, j > 0, k < 0$  とする。



(佐賀大 2007) (m20074929)

0.195 次の不定積分を行え。

$$(1) \int \frac{x}{\cos^2 x} dx \quad (2) \int \frac{1}{e^x - e^{-x}} dx$$

(佐賀大 2008) (m20084901)

0.196 (1)  $x-y$  平面上の直線  $x+y-1=0$  は次の行列  $A$  で表される 1 次変換によってどのように移されるか。

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

(2)  $x-y$  平面上のすべての点は次の行列  $B$  で表される 1 次変換によってどのように移されるか。

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(3) 一般に、平面上のすべての点は 1 次変換によって平面内の別の点に移される。しかし (2) の場合はそうはならない。この理由を一つ示せ。

(4) 次の行列  $C$  が対角化できない場合の  $t$  の値を求めよ。ただし  $t$  は実数とする。

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & t \end{pmatrix}$$

(佐賀大 2008) (m20084902)

0.197 次の微分方程式を解け。ただし、 $y' = \frac{dy}{dx}$ ,  $y'' = \frac{dy'}{dx}$  とする。

$$(1) y'' = ax \quad (2) y'' + 2y' + y = e^{-x} \cos x$$

(佐賀大 2008) (m20084903)

0.198  $x-y$  平面において、 $y$  軸上を等速運動する点  $P$  があり、その座標を  $(0, y)$  とする。 $x$  軸上の定点を  $A$  とし、その座標を  $(a, 0)$  とすると、 $x$  軸と直線  $AP$  とのなす角  $\theta$  の角速度は直線  $AP$  の長さの 2 乗に反比例することを次の手順により示せ。ただし、各変数の時間微分を  $y' = \frac{dy}{dt}$ ,  $\theta' = \frac{d\theta}{dt}$  とする。

(1) 問題の関係を図で示せ。

(2) 点  $P$  が等速運動する関係式を示せ。ただしその速度を  $v_0$  (一定値) とする。

(3)  $\tan \theta$  がどのように表されるかを示し、その両辺を時間  $t$  で微分し、題意を示せ。

(佐賀大 2008) (m20084904)

0.199  $a, b$  を実数とし、次の問いに答えよ。

(1) 次の等式を証明せよ。

$$\int_0^{2\pi} f(a \sin x + b \cos x) dx = \int_0^{2\pi} f(\sqrt{a^2 + b^2} \sin x) dx$$

(2) 前問の結果を用いて、次の定積分を求めよ.

$$\int_0^{2\pi} (a \sin x + b \cos x)^2 dx$$

(佐賀大 2009) (m20094901)

**0.200**  $0 < a < b$  とするとき、次の問いに答えよ.

(1) 区間  $[a, b]$  で連続な実関数  $f(x), g(x)$  について以下の不等式を証明せよ.

$$\left\{ \int_a^b f(x)g(x)dx \right\}^2 \leq \int_a^b f(x)^2 dx \cdot \int_a^b g(x)^2 dx$$

(2) 前問の結果を用いて、次の不等式を証明せよ.

$$\left( \log \frac{b}{a} \right)^2 \leq \frac{(a-b)^2}{ab}$$

(佐賀大 2009) (m20094902)

**0.201**  $x > 0$  で次の定積分で定義された関数  $f(x)$  について、以下の問いに答えよ.

$$f(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$$

(1) 次の等式を証明せよ. ただし,  $x > 1$  とする.

$$f(x) = (x-1)f(x-1)$$

(2)  $x$  が自然数  $n$  のとき、次式を示せ.

$$f(n) = (n-1)!$$

(3) 定積分  $\int_{-\infty}^\infty e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$  を示し,  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  を求めよ.

(佐賀大 2009) (m20094903)

**0.202**  $N$  次元複素数ベクトルと  $N$  次元複素数正方行列  $A$  を考える. 今,  $A$  の行列要素  $a_{kl}$  が

$$a_{kl} = e^{\frac{2\pi}{N}(k-1)(l-1)i}$$

で与えられるとき、次の問いに答えよ. ただし,  $i$  は虚数を表す.

(1)  $N = 4$  のとき、行列  $A$  を書き下せ.

(2) 4次元ベクトル  $\mathbf{x}$  が

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

であるとき、 $\mathbf{x}$  に前問の行列  $A$  をかけて作られるベクトル  $\mathbf{y}$  を求めよ. また,

$$(\mathbf{y}, \mathbf{y}) = 4(\mathbf{x}, \mathbf{x})$$

であることを示せ. ここで,  $(\ , \ )$  は複素数ベクトルの内積を表す.

(3) 行列  $A$  の随伴行列 (共役転置行列) を  $B$  とするとき、その行列要素  $b_{kl}$  を書き下し,

$$A \cdot B = B \cdot A = NE$$

であることを示せ. ここで行列  $E$  は  $N$  次元単位行列である.

(4)  $\mathbf{y} = A\mathbf{x}$  のとき,

$$(\mathbf{y}, \mathbf{y}) = N(\mathbf{x}, \mathbf{x})$$

が成立することを示せ. ただし,  $\mathbf{x}$  は任意の  $N$  次元複素数ベクトルとする.

(佐賀大 2009) (m20094904)

**0.203** 関数  $f(x) = (1+x)\log(1+x)$  について, 次の問いに答えよ.

(1) 自然数  $n \geq 2$  について,  $n$  次導関数  $f^{(n)}(x)$  を求めよ.

(2)  $f(x)$  のマクローリン展開を

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_nx^n + \cdots$$

とすると,  $a_0, a_1, a_2, a_3$  および  $a_n$  は何か. ただし,  $-1 < x < 1$  とする.

(佐賀大 2009) (m20094905)

**0.204** 全微分可能な 2 変数関数  $z = f(x, y)$  が,  $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$  を満たすとする.

$x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$  のとき,  $\frac{\partial z}{\partial r}, \frac{\partial z}{\partial \theta}$  を求めよ.

(佐賀大 2009) (m20094906)

**0.205**  $f(x) = -\frac{2 \tan^{-1} x}{x^3}$  とおく. ただし,  $\tan^{-1} x$  は  $\tan x$  の逆関数である.

(1)  $\int f(x)dx = \frac{\tan^{-1} x}{x^2} + \frac{1}{x} + \tan^{-1} x + C$  を示せ. ただし,  $C$  は積分定数である.

(2) 広義積分  $\int_1^\infty f(x)dx$  を求めよ.

(佐賀大 2009) (m20094907)

**0.206** 3次元ベクトル  $\mathbf{a} = (1, 1, 2), \mathbf{b} = (2, 1, 3) \in \mathbf{R}^3$  について, 次の問いに答えよ.

(1)  $\mathbf{c} = (1, -2, -1)$  について,  $\mathbf{c} = p\mathbf{a} + q\mathbf{b}$  となる実数  $p, q$  を求めよ.

(2)  $\mathbf{d} = (1, 2, 2)$  が  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  で生成される部分空間  $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$  に含まれないことを示せ.

(3)  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}$  で生成される部分空間  $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d} \rangle$  の次元は何か.

(佐賀大 2009) (m20094908)

**0.207** 3次正方行列  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  について, 次の問いに答えよ.

(1)  $PAP^{-1} = B$  となる 3次正則行列  $P$  を求めよ.

(2)  $A$  の固有値を求めよ,

(3) 自然数  $n \geq 1$  について,  $B^n$  を求めよ.

(4) 自然数  $n \geq 1$  について,  $A^n$  を求めよ.

(佐賀大 2009) (m20094909)

**0.208** (1) 導関数の定義  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  を利用して  $(\sqrt{2x})' = \frac{1}{\sqrt{2x}}$  であることを示せ.

(2)  $x = 3 \sin t$  として  $\int_0^3 \sqrt{9 - x^2} dx$  を計算せよ.

(佐賀大 2009) (m20094910)

0.209 行列  $A = \begin{bmatrix} 3 & m \\ m & 3 \end{bmatrix}$  で表される 1 次変換  $f$  について、次の問いに答えよ。ただし、 $m > 0$  とする。

- (1)  $y = ax + 3$  で表される直線  $l$  が 1 次変換  $f$  によってそれ自身に写されるとき、 $a$  と  $m$  の値を求めよ。
- (2) 直線  $l$  上において 1 次変換  $f$  で不変な点を (1) の結果を使って求めよ。
- (3) 平面上のすべての点が 1 次変換  $f$  によって原点を通るある直線に写されるとき、 $m$  の値を求め、なぜそうなるのかを説明せよ。

(佐賀大 2009) (m20094911)

0.210 次の微分方程式を解け。ただし、 $y' = \frac{dy}{dx}$ ,  $y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$  とする。

- (1)  $y'' = e^{3x}$
- (2)  $y'' + 3y' + 2y = e^{2x}$

(佐賀大 2009) (m20094912)

0.211 天井からバネが吊り下げられ (バネの一方の先は天井に固定されている)、質量  $m$  のおもりがバネのもう一方の先についている。おもりがつり合った位置から距離  $y$  (下の方向が正) にあるとき、 $-ky$  の力をうけ、さらに摩擦の力  $-c\frac{dy}{dt}$  をうけて運動の方程式

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = -ky - c \frac{dy}{dt}$$

が成り立っている (ただし、 $4mk - c^2 > 0$ )。このとき  $y$  は  $t$  の関数として

$$y = e^{At}(\cos Bt + \sin Bt)$$

のかたちに見える。ただし、 $A, B$  は定数で  $B > 0$ 。このときの  $A$  と  $B$  を求めよ。

(佐賀大 2009) (m20094913)

0.212 次の関数の  $x$  に対する導関数を求めよ。

- (1)  $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-2x}}$
- (2)  $f(x) = \cos(2x + 3\sin(3x))$

(佐賀大 2009) (m20094914)

0.213 次の関数の  $x$  に関する偏微分を求めよ。

- (1)  $f(x, y) = x \cos(2y) + y \sin(2x) + x \cos(3x) + y \sin(2y)$
- (2)  $f(x, y) = (\ln(xy))^2$  ( $x > 0, y > 0$ ) (ただし  $\ln(x)$  は底を  $e$  とする自然対数)

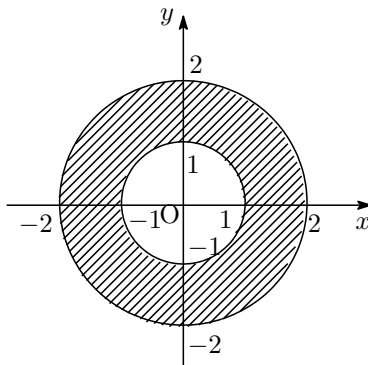
(佐賀大 2009) (m20094915)

0.214 次の定積分を計算せよ。

- (1)  $\int_0^\pi \sin^2(2x) dx$
- (2)  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx$

(佐賀大 2009) (m20094916)

- 0.215 図(a)に示すような原点を中心とし、半径1から半径2までを領域とするドーナツ状の平面  $S$  が存在し、面密度が  $\rho = \frac{1}{x^2 + y^2} = \frac{1}{r^2}$  (ただし  $r$  は原点から  $(x, y)$  までの距離) で与えられるとき、この平面全体の質量を求めよ。



図(a)

(佐賀大 2009) (m20094917)

- 0.216 次の行列式の値を求めよ。

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & -1 & 4 \end{vmatrix}$$

(佐賀大 2009) (m20094918)

- 0.217 行列  $A = \begin{pmatrix} 13 & -30 \\ 5 & -12 \end{pmatrix}$  に対して、 $A^n$  を計算せよ。

(佐賀大 2009) (m20094919)

- 0.218 連立一次方程式

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_3 - 6x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 - 7x_4 = 0 \end{cases}$$

の解  $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_4 \end{pmatrix}$  の全体を  $W$  で表す。以下の問いに答えよ。

- (1)  $W$  の次元と  $W$  の一組の正規直交基  $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2\}$  を求めよ。

(2) ベクトル  $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  は、 $W$  に含まれないことを示せ。

- (3)  $\mathbf{a}$  との距離  $\|\mathbf{x} - \mathbf{a}\|$  がもっとも近い  $W$  のベクトル  $\mathbf{x}$  は、

$$\mathbf{x} = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{u}_1)\mathbf{u}_1 + (\mathbf{a} \cdot \mathbf{u}_2)\mathbf{u}_2$$

で与えられることを示せ。ただし、一般に4次ベクトル  $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_4 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_4 \end{pmatrix}$  に対して

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \sum_{i=1}^4 x_i y_i \quad \|\mathbf{x}\| = \sqrt{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}}$$

である.

(佐賀大 2009) (m20094920)

0.219 (1) 極限值  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh x}{x}$  を求めよ.

(2)  $y = \sqrt{1 + 2 \log x}$  の導関数を求めよ.

(佐賀大 2009) (m20094921)

0.220 不定積分  $\int e^{ax} \cos bx \, dx$  ( $a, b$  は定数) を計算せよ.

(佐賀大 2009) (m20094922)

0.221  $\int_1^2 dy \int_0^{5-\frac{1}{2}y} f(x, y) dx$  の積分領域を示し, 積分順序を変更せよ.

(佐賀大 2009) (m20094923)

0.222  $x = 0$  を含む開区間で無限回微分可能な関数  $f(x)$  のマクローリン展開は以下のようになる.

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \cdots$$

これを参考に  $e^{0.2}$  の値を小数点以下第 4 位まで計算せよ.

(佐賀大 2009) (m20094924)

0.223 空間内で  $x^2 + y^2 = a^2$  ( $a > 0$ ) と表示される円柱の  $xy$  平面 ( $z = 0$ ) より上, かつ, 平面  $z = x$  より下にある部分の体積を求めよ.

(佐賀大 2009) (m20094925)

0.224  $A = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 5 \end{bmatrix}$  とするとき,  $AB$  および  $B^T B$  を求めよ.

(佐賀大 2009) (m20094926)

0.225  $C = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$  の固有値と固有ベクトルを全て求めよ.

(佐賀大 2009) (m20094927)

0.226 (1) 微分方程式  $\frac{dx}{dy} = 2x(1 - y)$  の一般解を求めよ.

(2) 微分方程式  $\frac{d^2 y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = 8x$  の一般解を求めよ.

(佐賀大 2009) (m20094928)

0.227 (1) 次の関数を微分しなさい.

$$y = \frac{2x + 1}{x^2 + 1}$$

(2) 次の関数を合成関数の微分法で微分しなさい.

(a)  $y = \sqrt{x^2 + 4}$

(b)  $y = e^{2x+1}$

(3) 不定形の極限値を求めなさい.

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 2 \cos x}{x^3}$  ( $x \cong 0$  のとき  $x = \sin x$  となる関係を利用して解答しなさい)

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log x}{x^2}$

(佐賀大 2009) (m20094929)

0.228 次の関数の増減・凸凹について (1)~(3) の問いに答えなさい.

$$y = x^3 - 6x^2 + 9x - 8$$

- (1) 関数の極小あるいは極大をとる  $x$  を 2 つ ( $x_1$  および  $x_2$ ) 求めなさい.
- (2) 上記の 2 つの  $x$  に対してそれぞれ極小あるいは極大を与えるか理由を説明して区別しなさい.
- (3) 変曲点を与える座標を求めなさい.

(佐賀大 2009) (m20094930)

0.229 (1) 次の関数を積分しなさい.

(a)  $\frac{1}{16x^2 - 9}$

(b)  $\frac{1}{(5x + 7)^5}$

(2) 次の関数を置換積分法で積分しなさい.

$$-\tan x$$

(3) 次の定積分を求めなさい.

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx$$

(佐賀大 2009) (m20094931)

0.230 曲線  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$  と両軸座標で囲まれた部分の面積を求めなさい.

(佐賀大 2009) (m20094932)

0.231 次の関数を微分せよ.

(1)  $\frac{1}{\tan x}$

(2)  $e^{\sqrt{x}}$

(佐賀大 2010) (m20104901)

0.232 次の曲線の概形をかけ.

$$y = x\sqrt{1-x^2}$$

(佐賀大 2010) (m20104902)

0.233 次の積分を求めよ.

(1)  $\int_1^2 x^3 \log x \, dx$

(2)  $\int_0^1 (2+x)\sqrt{1-x^2} \, dx$

(佐賀大 2010) (m20104903)

0.234 次の積分を求めよ.

$$\iint_D x \, dx \, dy \quad (D : x^2 + y^2 \leq 4, x + y \geq 2)$$

(佐賀大 2010) (m20104904)

0.235 次の行列の逆行列を求めよ.

(1)  $A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

(2)  $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -4 \\ -6 & -2 & 5 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

**0.236** 次の行列は対角化可能か. 対角化が可能ならば対角化し, 不可能ならばその理由を述べよ.

$$(1) A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (a \neq 0)$$

$$(2) A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ -6 & -2 & 6 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

(佐賀大 2010) (m20104906)

**0.237** 次の極限值を求めよ.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log x}{1-x}$$

(佐賀大 2010) (m20104907)

**0.238** 次の関数の極限を求めよ. ただし,  $a > 0$  とし,  $\log$  は自然対数とする.

$$(1) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{a}} \quad (2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{\sin x} \quad (3) \lim_{x \rightarrow \infty} x \log \left( 1 + \frac{2}{x} \right)$$

(佐賀大 2010) (m20104908)

**0.239** 次のそれぞれの関数  $f(x, y)$  について, 以下の問いに答えよ. ただし,  $\log$  は自然対数とする.

$$(1) f(x, y) = \log(1 - xy) \quad (2) f(x, y) = x^3 + 6xy + y^3$$

(a)  $f_x, f_y, f_{xx}, f_{yy}$  および  $f_{xy}$  を求めよ.

(b)  $f_x = f_y = 0$  を満たす  $(x, y)$  を求めよ.

(c) (b) で求めた  $(x, y)$  について,  $f(x, y)$  が極大値か, 極小値か, あるいは極値でないか判定せよ.

(佐賀大 2010) (m20104909)

**0.240** 積分に関する, 以下の問いに答えよ. ただし,  $\sin^{-1} x$  は  $\sin x$  の逆関数とする.

$$(1) (x\sqrt{1-x^2} + \sin^{-1} x)' = 2\sqrt{1-x^2} \text{ を示せ.}$$

$$(2) f(x) = x^2 \sin^{-1} x \text{ の導関数 } f'(x) \text{ を求めよ.}$$

$$(3) \text{不定積分 } \int x \sin^{-1} x dx \text{ を求めよ.}$$

$$(4) \text{定積分 } \int_0^{1/2} x \sin^{-1} x dx \text{ を計算せよ.}$$

(佐賀大 2010) (m20104910)

**0.241** 次の行列  $M$  と列ベクトル  $\mathbf{x}, \mathbf{0}$  について, 以下の問いに答えよ.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -2 \\ 3 & 5 & -2 & 4 \\ 1 & 1 & -2 & 8 \\ -2 & -3 & 2 & -6 \end{bmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ u \end{bmatrix} \quad \mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(1) 行列  $M$  の階数を求めよ.

(2) 連立方程式  $M\mathbf{x} = \mathbf{0}$  の一般解を求めよ.

(佐賀大 2010) (m20104911)



0.242 行列  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -4 \\ -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $P = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ -1 & -2 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$  について, 次の問いに答えよ.

- (1) 行列  $P$  の行列式  $\det P$  を求めよ.
- (2) 行列  $P$  の逆行列  $P^{-1}$  を求めよ.
- (3)  $PAP^{-1}$  を計算せよ.
- (4) 行列  $A$  の固有値を求めよ.
- (5) 行列  $A$  が対角化可能かどうか理由を述べて答えよ.

(佐賀大 2010) (m20104912)

0.243 (1) 次の極限を求めよ.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

(2) (1) の結果を利用して次の極限を求めよ.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(\theta + h) - \cos(\theta)}{h}$$

(佐賀大 2010) (m20104913)

0.244 次の積分を計算せよ.

$$(1) \int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 4x} dx$$

$$(2) \int_0^a x^2 \sqrt{a^2 - x^2} dx \quad (a > 0)$$

(佐賀大 2010) (m20104914)

0.245 次の微分方程式

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

を条件

$$m > 0, r > 0, k > 0, r^2 - 4mk > 0$$

および初期条件 ( $t = 0$ )

$$x = 0, \quad \frac{dx}{dt} = 1$$

のもとで解け.

(佐賀大 2010) (m20104915)

0.246  $O$  を原点とする座標空間内に 2 点  $A, B$  があり,  $O, A, B$  は同一直線上にないとする. 点  $B$  から直線  $OA$  におろした垂線の足を  $H$  として,

$$\mathbf{a} = \overrightarrow{OA} \quad \mathbf{b} = \overrightarrow{OB}$$

とするとき, 以下の問いに答えよ.

- (1)  $\overrightarrow{OH}$  と  $\overrightarrow{HB}$  を  $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  を用いて表せ.
- (2) 点  $A, B$  の座標を  $(-1, 2, 5), (-3, 11, 13)$  とおくととき, 点  $H$  の座標を求めよ.

(佐賀大 2010) (m20104916)

0.247 次の極限值を求めよ.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - x - 10}{x - 2}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x)$$

(佐賀大 2010) (m20104917)

**0.248** 初項  $a$ , 公比  $r$  の無限等比級数は,  $|r| < 1$  のとき収束し, その収束値は  $\frac{a}{1-r}$  で求められる. これを利用して循環小数  $0.2\bar{3}9$  を分数で表せ.

(佐賀大 2010) (m20104918)

**0.249**  $f(x) = \cos 3x$  を, マクローリン展開の公式

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \cdots$$

を用いて  $x$  の 2 次式  $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$  ( $a_0 \sim a_2$  は係数) で近似することを考える.

(1) 2 次式中の係数  $a_0, a_1, a_2$  を求めよ.

(2) 近似式を利用して  $\cos 0.6$  の近似値を計算せよ.

(佐賀大 2010) (m20104919)

**0.250** 次の不定積分を求めよ. ただし積分定数は  $C$  とする.

(1)  $\int (x+4) \cos x \, dx$

(2)  $\int \cos^5 x \, dx$  ( $t = \sin x$  と置いて考えよ)

(佐賀大 2010) (m20104920)

**0.251** 行列  $A = \begin{bmatrix} 8 & -3 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$  について, 以下の問いに答えよ.

(1)  $A$  の固有方程式を求めよ.

(2)  $A$  の固有値  $\lambda_1, \lambda_2$  を求めよ.

(3)  $A$  の固有値  $\lambda_1, \lambda_2$  に対する各々の固有ベクトル  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$  を求めよ.

(4)  $A$  を対角化したときの対角行列  $B (= P^{-1}AP)$  および正則行列  $P$  を求めよ.

(5)  $A^n$  ( $n$ : 自然数) を求めよ.

(佐賀大 2010) (m20104921)

**0.252** 行列  $A = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 & \mathbf{a}_2 & \mathbf{a}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$  について以下の問いに答えよ.

(1)  $|A|$  ( $A$  の行列式) を求めよ.

(2)  $A^{-1}$  ( $A$  の逆行列) を求めよ.

(3)  $\mathbf{a}_1$  と  $\mathbf{a}_3$  の内積を求めよ.

(4)  $\mathbf{a}_2$  と  $\mathbf{a}_3$  のなす角  $\theta$  の余弦  $\cos \theta$  を求めよ.

(5)  $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$  を  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$  を用いて表せ.

(佐賀大 2010) (m20104922)

0.253 次の関数  $y$  の導関数  $dy/dx$  を求めなさい.

$$(1) y = (ax + b)/(cx + d) \quad (2) y = x^{-n} \quad (3) y = (x^2 + 1)^{1/2} \quad (4) y = \tan x$$

(佐賀大 2010) (m20104923)

0.254 次の不定積分を求めなさい.

$$(1) \int (x + 1/x) dx \quad (2) \int \sin x dx \quad (3) \int xe^x dx \quad (4) \int x \log x dx$$

(佐賀大 2010) (m20104924)

0.255 3次関数  $f(x)$  が次の条件を満たすとき,  $f(x)$  を求めなさい. ただし,  $f'(x)$  は  $f(x)$  の導関数である.

$$f(-2) = 0, \quad f(0) = 0, \quad f'(1) = -5, \quad f'(-1) = -1.$$

(佐賀大 2010) (m20104925)

0.256 次の曲線と  $x$  軸によって囲まれた部分の面積を求めなさい.

$$y = -x^2 + 3x$$

(佐賀大 2010) (m20104926)

0.257 次の関数の導関数  $dy/dx$  を求めなさい.

$$(1) y = x \sin x \quad (2) y = (ax + b)^n$$
$$(3) y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad (4) y = \log \frac{2x}{1 + \sin x}$$

(佐賀大 2011) (m20114901)

0.258 下式で表される Leibniz の公式を使って,  $y = x^3 \sin x$  の第  $n$  次導関数を求めなさい.

$$\text{Leibniz の公式 : } (uv)^{(n)} = u^{(n)}v + \binom{n}{1} u^{(n-1)}v' + \binom{n}{2} u^{(n-2)}v'' + \dots + \binom{n}{n} uv^{(n)}$$

ここで,  $(uv)^{(n)}$  : 関数  $uv$  の第  $n$  次導関数,  $\binom{n}{r} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)}{r!}$

(佐賀大 2011) (m20114902)

0.259 次の不定積分または定積分を求めなさい.

$$(1) \int \left(2x - \frac{1}{x}\right)^2 dx \quad (2) \int x \sec^2 x dx \quad (\sec^2 x = 1/\cos^2 x)$$
$$(3) \int_0^1 (1-x^2)^{7/2} dx \quad (4) \int_0^{\pi/2} (x \cos x) dx$$

(佐賀大 2011) (m20114903)

0.260 時刻  $t$  における, ある放射性元素の量を  $y$  とすれば次式が成り立つ.

$$\frac{dy}{dt} = -\lambda y \quad (\lambda \text{ は正の定数})$$

$t = 0$  のとき  $y = y_0$  として, この放射性元素の半減期 ( $y = y_0/2$  になるまでの時間) を求めなさい.

(佐賀大 2011) (m20114904)

0.261 方程式  $x^3 + 3px + q = 0$  が相異なる 3 実数解をもつための条件を求めよ.

(佐賀大 2011) (m20114905)

0.262  $\int 2x \sin x \cos x dx$  を求めよ.

(佐賀大 2011) (m20114906)

0.263 次の定積分を求めよ.

(1)  $\int_3^4 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx$

(2)  $\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx$  ただし,  $a > 0$  とする.

(佐賀大 2011) (m20114907)

0.264 つぎの微分方程式を解け.

(1)  $\frac{dy}{dx} - y = e^{-x}$

(2)  $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 3y = x$

(佐賀大 2011) (m20114908)

0.265  $\frac{(x+y)^2}{18} + \frac{(x-y)^2}{8} = 1$

で与えられる楕円について, 次の問いに答えよ.

- (1) 与式を満足する点の集合を図示せよ.
- (2) 与えられた楕円を回転させ, 長軸を  $x$  軸に一致させるために必要な回転行列を求めよ.
- (3) 与えられた楕円を半径 1 の円に変換する行列を求めよ.

(佐賀大 2011) (m20114909)

0.266 次の関数を微分せよ.

(1)  $10^x$

(2)  $\frac{1}{\sin^2 x}$

(3)  $\cosh^{-1} x$

(佐賀大 2011) (m20114910)

0.267 次の不定積分を計算せよ.

(1)  $\int \left( \frac{3x+5}{x^2+4x+3} \right) dx$

(2)  $\int (x^3 e^{-x^2}) dx$

(3)  $\int (\sin 2x \cos 3x) dx$

(佐賀大 2011) (m20114911)

0.268 2変数関数  $f(x, y) = \cos(x^2y)$  の偏導関数  $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$  を, それぞれ求めよ.

(佐賀大 2011) (m20114912)

0.269 図1に示す三角形の面密度が  $\rho(x, y) = \frac{y}{x+1}$  で与えられるとき, この三角形の質量  $M$  と重心の座標

$(g_x, g_y)$  を求めよ. ただし, 重心の座標は, 三角形の領域を  $S$  としたとき,

$$g_x = \frac{\iint_S x\rho(x, y) dx}{M}, \quad g_y = \frac{\iint_S y\rho(x, y) dx}{M}$$

で与えられる.

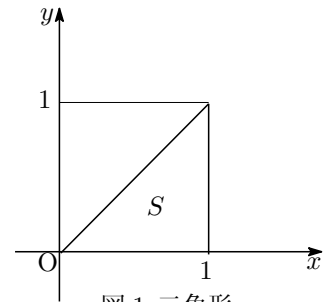


図1 三角形

(佐賀大 2011) (m20114913)

0.270 3つのベクトル

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ -1 \end{pmatrix}$$

が一次従属になるような  $x$  を求めよ. さらに, その  $x$  に対するベクトル  $\mathbf{c}$  をベクトル  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  の一次結合で表せ.

(佐賀大 2011) (m20114914)

0.271 次の連立一次方程式を解け.

$$(1) \begin{cases} x + 4y + 7z = 1 \\ 2x + 5y + 8z = 3 \\ 3x + 6y + 9z = -2 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 5x + 2y + 5z = -2 \\ x + 3y + z = -3 \\ 3x - 2y + 3z = 2 \end{cases}$$

(佐賀大 2011) (m20114915)

0.272 次の対称行列を対角化せよ. 対角化するための直交行列も求めよ.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

(佐賀大 2011) (m20114916)

0.273 2変数関数  $f(x, y) = (xy + 2)e^{x-y}$  について, 次の問いに答えよ.

(1)  $f_x, f_y, f_{xy}, f_{xx}, f_{yy}$  を求めよ.

(2)  $f_x = f_y = 0$  を満たす  $(x, y)$  を求めよ.

(3)  $f(x, y)$  の極値を求めよ.

(佐賀大 2012) (m20124901)

0.274 (1)  $t = \sin^{-1} x$  とおいて, 置換積分法で不定積分  $\int \frac{1}{(\sin^{-1} x)^2 \sqrt{1-x^2}} dx$  を求めよ.

(2) 定積分  $\int_{1/2}^1 \frac{1}{(\sin^{-1} x)^2 \sqrt{1-x^2}} dx$  を求めよ.

(佐賀大 2012) (m20124902)

0.275  $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$  のとき, 重積分  $\iint_D \log(x+y+1) dx dy$  を求めよ.

(佐賀大 2012) (m20124903)

0.276  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 3 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  とする.

(1) 行列  $A$  の階数を求めよ.

(2) 連立方程式  $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$  の一般解を求めよ.

(佐賀大 2012) (m20124904)

0.277 3次元ベクトル  $\mathbf{a} = (2, 2, 3)$ ,  $\mathbf{b} = (2, 1, 2) \in \mathbf{R}^3$  について, 次の問いに答えよ.

(1)  $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  ととも直交する長さ 3 の 3次元ベクトル  $\mathbf{c}$  を求めよ.

(2)  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  が 1次独立であることを示せ.

(佐賀大 2012) (m20124905)

0.278 3次正方行列  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  について, 次の問いに答えよ.

(1)  $B$  の固有値と、それぞれの固有値に属する固有ベクトルを求めよ。

(2)  $PBP^{-1}$  が対角行列となるような 3 次正則行列  $P$  を求めよ。

(佐賀大 2012) (m20124906)

**0.279** 次の関数  $y$  の導関数  $dy/dx$  を求めなさい。

(1)  $y = x^2 + \sqrt{x}$

(2)  $y = e^{2x^2}$

(3)  $y = \sin(3x) \cos x$

(4)  $y = x \log x$

(佐賀大 2012) (m20124907)

**0.280** 次の不定積分を求めなさい。

(1)  $\int \left( x^2 + \frac{2}{x} \right) dx$

(2)  $\int (\log x) dx$

(3)  $\int \frac{1}{x-1} dx$

(4)  $\int \frac{1}{(3-x)(3-2x)} dx$

(佐賀大 2012) (m20124908)

**0.281** 次の関数  $y$  について答えなさい。ただし、 $a$  および  $b$  は正の定数である。

$$y = 4a \left\{ \left( \frac{b}{x} \right)^{12} - \left( \frac{b}{x} \right)^6 \right\}$$

(1)  $y = 0$  となるときの  $x$  の値を求めなさい。

(2)  $y < 0$  となるときの  $x$  の値の範囲を求めなさい。

(3) 関数  $y$  が極値をとるときの  $x$  を求めなさい。

(佐賀大 2012) (m20124909)

**0.282** 次の微分方程式を解きなさい。ただし、 $a$  は定数であり、 $x = x_0$  のとき  $y = y_0$  とする。

$$\frac{dy}{dx} = \frac{ay}{x^2}$$

(佐賀大 2012) (m20124910)

**0.283** 次の関数  $f(x)$  の微分  $f'(x)$  を計算せよ。

(1)  $f(x) = \frac{x^4 + x^2 + 1}{x + 1}$

(2)  $f(x) = e^{\sin x} \cos(2x)$

(佐賀大 2012) (m20124911)

**0.284** 次の定積分を計算せよ。

(1)  $\int_0^1 \frac{x^3 + x^2 - 1}{x + 1} dx$

(2)  $\int_0^1 e^{-x} \sin(\pi x) dx$

(佐賀大 2012) (m20124912)

**0.285**  $f(x, y) = \sin(3xy)$  について、偏微分  $\frac{\partial f}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$  を計算せよ。

(佐賀大 2012) (m20124913)

**0.286** 次の重積分を計算せよ。

$$\int_0^2 \left\{ \int_0^4 (4 - x^2 - y) dy \right\} dx$$

(佐賀大 2012) (m20124914)

0.287  $A(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$  のとき、次の等式が成り立つことを示しなさい。

(1)  $A(\theta)^{-1} = A(-\theta)$

(2)  $A(\alpha + \beta) = A(\alpha)A(\beta)$

(佐賀大 2012) (m20124915)

0.288 次の連立 1 次方程式を掃き出し法 (消去法) で解きなさい。

$$\begin{cases} x + 2y - 2z = 2 \\ 2x + 5y - z = 8 \\ -2x - y + 11z = 18 \end{cases}$$

(佐賀大 2012) (m20124916)

0.289  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$  は正則であるか確かめ、正則であれば逆行列を求めなさい。

(佐賀大 2012) (m20124917)

0.290 次の行列式の値を求めなさい。

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 5 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 13 \\ -2 & 2 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

(佐賀大 2012) (m20124918)

0.291 次の関数を微分せよ。

(1)  $y = \log_{10} 3x$

(2)  $y = \left( \frac{x}{x^2 + 1} \right)^3$

(佐賀大 2013) (m20134901)

0.292 曲線  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  で囲まれる領域の面積が  $\pi ab$  で与えられることを定積分を用いて示せ。

(佐賀大 2013) (m20134902)

0.293 次の問いに答えよ。

(1) 平面上の点の  $x$  軸への正射影となる線形変換  $f_A$  を定める行列  $A$  を示せ。

(2) 原点の周りに  $\theta = 45^\circ$  回転する線形変換  $f_B$  を定める行列  $B$  を示せ。

(3)  $f_A, f_B$  の順番で変換する合成変換を求め、その変換により直線  $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$  が移された後の直線を求めよ。

(佐賀大 2013) (m20134903)

0.294 距離  $x$  と時間  $t$  に関する関数  $J(x, t)$  が距離  $x$  に関する関数  $X(x)$ , 時間  $t$  に関する関数  $T(t)$  を用いて

$$J(x, t) = X(x)T(t)$$

で表される場合を想定する。いま、これらの関数が次の微分方程式を満たすものとする。

$$T(t) \frac{d^2 X(x)}{dx^2} - X(x) \frac{1}{c^2} \frac{d^2 T(t)}{dt^2} = 0$$

時刻  $t = 0$  において  $J(x, 0)$  が

$$J(x, 0) = \cos 3x$$

で与えられた場合、任意の時刻  $t > 0$  における  $J(x, t)$  を求めよ。

(佐賀大 2013) (m20134904)

0.295  $x, y, z$  軸からなる 3 次元空間内の平面  $lx + my + nz = 1$  への原点  $(0, 0, 0)$  からの最短距離を求めよ.  
(佐賀大 2013) (m20134905)

0.296 次の 2 重積分を変数変換を用いて求めよ.

$$\iint_{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4} \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^3}$$

(佐賀大 2013) (m20134906)

0.297 2 つの直交する大きさ 1 のベクトル  $i, j$  が次のように与えられているとき、以下の問いに答えよ.

$$i = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad j = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

(1)  $i, j$  と直交する単位ベクトル  $k$  を 2 つ求めよ.

(2) (1) で求めた  $k$  のいずれかを用いて、次のベクトル  $x$  を  $i, j, k$  の一次結合で表せ.

$$x = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

(佐賀大 2013) (m20134907)

0.298 次の行列の逆行列を求めよ.

(1)  $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

(2)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

(佐賀大 2013) (m20134908)

0.299 次の行列  $A$  について、以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(1)  $A$  の固有値と固有ベクトルを求めよ.

(2)  $A$  に対して、 $P^{-1}AP$  が対角行列になるような直交行列  $P$  を求めよ.

(3)  $A^n = PXP^{-1}$  となるような行列  $X$  を求めよ. ただし、 $n$  は自然数とする.

(佐賀大 2013) (m20134909)

0.300 次の関数の極限を求めよ. ただし、 $a > 0$  とする.

(1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$

(2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \sin 2x}{x^3}$

(3)  $\lim_{x \rightarrow a-0} \frac{|x - a|}{x^2 - a^2}$

(佐賀大 2013) (m20134910)

0.301 次の 2 変数関数  $f(x, y)$  について、 $f_{xx} + f_{yy} = 0$  が成り立つかどうか確かめよ. ただし、 $\log$  は自然対数とする.

(1)  $f(x, y) = e^{-x} \sin y$

(2)  $f(x, y) = \log(x^2 + y^2)$

(3)  $f(x, y) = \log(e^x + e^y)$

(佐賀大 2013) (m20134911)



**0.302** 次の定積分を求めよ; ただし,  $\sin^{-1} x$  は  $\sin x$  の逆関数である. また, (2) は  $t = \cos x$  とする置換積分法を用いよ.

$$(1) \int_{1/2}^1 \sin^{-1} x \, dx$$

$$(2) \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{2 - \sin^2 x} \, dx$$

(佐賀大 2013) (m20134912)

**0.303** 3次元正方行列  $A$  を  $A = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  とする.

(1)  $A^2, A^3$  を計算し, 一般に  $n \geq 1$  について  $A^n$  の形を推定せよ.

(2)  $A$  の逆行列  $A^{-1}$  を求めよ.

(佐賀大 2013) (m20134913)

**0.304** 3次元ベクトル  $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in R^3$  を  $\mathbf{a} = (1, 2, 3)$ ,  $\mathbf{b} = (2, -1, 1)$  とする.

(1)  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  および  $\mathbf{c} = (1, 3, 2)$  が 1 次独立であることを示せ.

(2)  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  および  $\mathbf{d} = (4, t, -3)$  が 1 次従属であるような定数  $t$  を求めよ.

(佐賀大 2013) (m20134914)

**0.305** 3次正方行列  $B = \begin{bmatrix} 1 & c & -c \\ 0 & c & 1-c \\ c & 0 & -c \end{bmatrix}$  の固有値と, それぞれの固有値に属する固有ベクトルを求めよ.

ただし,  $c$  は定数とする.

(佐賀大 2013) (m20134915)

**0.306** 極限值  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{\log x}$  を求めよ.

(佐賀大 2013) (m20134916)

**0.307**  $y = \sqrt{1 + \sin x}$  の導関数を求めよ.

(佐賀大 2013) (m20134917)

**0.308**  $\int_0^4 dx \int_{\sqrt{x}}^2 \frac{dy}{\sqrt{y^3+1}}$  の積分順序を変更して計算せよ.

(佐賀大 2013) (m20134918)

**0.309** 二変数関数  $f(x, y) = 3x^2 - 7xy^2 + y^2$  に関して,  $\frac{\partial f}{\partial x}$  および  $\frac{\partial f}{\partial y}$  を求めよ. また, 点  $(1, 2)$  における  $\frac{\partial f}{\partial x}$  および  $\frac{\partial f}{\partial y}$  を求めよ.

(佐賀大 2013) (m20134919)

**0.310**  $x = 0$  を含む開区間で無限回微分可能な関数  $f(x)$  のマクローリン展開は以下のようになる.

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \cdots$$

これを参考に  $e^{0.1}$  の値を小数点以下第 4 位まで計算せよ.

(佐賀大 2013) (m20134920)

**0.311**  $A = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  とするとき  $AB$  および  $B^T B$  を求めよ.  
(佐賀大 2013) (m20134921)

**0.312**  $C = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$  の固有値と固有ベクトルを求めよ.  
(佐賀大 2013) (m20134922)

**0.313** 微分方程式  $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = -3\sin x$  の一般解を求めよ.  
(佐賀大 2013) (m20134923)

**0.314** 次の関数  $y$  の導関数  $dy/dx$  を求めなさい.  
 (1)  $y = x \log_e x - x$       (2)  $y = \frac{1}{3}(x^2 + 1)^{3/2}$       (3)  $y = \frac{a \sin bx - b \cos bx}{a^2 + b^2} e^{ax}$   
 (4)  $y = 3^{-x}$       (5)  $y = \log_e \left| \tan \frac{x}{2} \right|$   
 (佐賀大 2013) (m20134924)

**0.315** 次の不定積分を求めなさい.  
 (1)  $\int (3x + 1)^{1/3} dx$       (2)  $\int x^2 \sqrt{1 - x} dx$       (3)  $\int \frac{x^3}{x^4 + 2} dx$   
 (4)  $\int x^2 \sin x dx$       (5)  $\int x e^{3x} dx$   
 (佐賀大 2013) (m20134925)

**0.316** 次の微分方程式の一般解を求めなさい.  
 (1)  $\frac{dy}{dx} = 2xy$       (2)  $\frac{dy}{dx} = -\frac{2x + xy^2}{2y + x^2y}$   
 (佐賀大 2013) (m20134926)

**0.317** 次の図形の面積を求めなさい.  
 (1)  $y = 2x^2$  と  $y = 2x + 4$  で囲まれた部分  
 (2)  $y = (4 - x)\sqrt{x}$  と  $x$  軸で囲まれた部分  
 (佐賀大 2013) (m20134927)

**0.318** 次の関数  $f(x)$  の微分  $f'(x)$  を計算せよ.  
 (1)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4 - x^2}}$       (2)  $f(x) = x \log_{10} x$   
 (佐賀大 2014) (m20144901)

**0.319**  $f(t) = Ae^{-\lambda t} \sin(\omega t + \theta)$  が解となるような,  $t$  を独立変数とする  $f$  の 2 階微分方程式を一つ書け. ここで  $A, \lambda, \omega, \theta$  は定数とする.  
 (佐賀大 2014) (m20144902)

**0.320** 次の不定積分を求めよ. ただし, 積分定数は  $C$  とする.  
 (1)  $\int e^{ax} dx$  ( $a \neq 0$ )      (2)  $\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx$  ( $a \neq 0$ )  
 (佐賀大 2014) (m20144903)

0.321 次の  $v(t)$  で表される正弦波交流

$$v(t) = V_m \sin \omega t$$

の実効値  $|V|$

$$|V| = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} v(t)^2 dt}$$

を求めよ。ここで  $\omega T = 2\pi$  とする。

(佐賀大 2014) (m20144904)

0.322 次の行列式の値を計算せよ

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 3 & 1 \\ -3 & 1 & 1 & 6 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

(佐賀大 2014) (m20144905)

0.323 次の方程式が解を持つような  $a, b$  の値を求めよ。また、そのときの解を求めよ。

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ 2a-1 \\ 2a+4 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \\ 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ -3 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

(佐賀大 2014) (m20144906)

0.324 次のベクトルの組は 1 次独立であるかを調べよ。

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -7 \\ -13 \end{pmatrix}$$

(佐賀大 2014) (m20144907)

0.325 行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

に対して、 $P^{-1}AP$  が対角行列になるような正則行列  $P$  を一つ求めよ。さらに、対角行列  $P^{-1}AP$  も書け。

(佐賀大 2014) (m20144908)

0.326 次の関数の増減、極値、変曲点を調べてグラフを描け。

$$y = \frac{x}{x^2 + 1}$$

(佐賀大 2014) (m20144909)

0.327 (1) 曲線  $xy = 3$  と直線  $x + y = 4$  の交点の座標をすべて求めよ。

(2) 曲線  $xy = 3$  と直線  $x + y = 4$  で囲まれる図形を、 $x$  軸まわりに回転した回転体の体積  $V_x$  と  $y$  軸まわりに回転した回転体の体積  $V_y$  を求めよ。

(佐賀大 2014) (m20144910)

0.328  $n$  次の正方行列  $A$  について、以下の問いに答えよ。

- (1)  $A$  が次のように与えられたとき, すべての固有値と対応する大きさ 1 となる固有ベクトルをすべて求めよ.

$$A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$$

- (2) (1) で求めた固有ベクトルを列ベクトルとして並べて作られる行列を  $P$  とするとき, 行列  $P$  の転置行列  $P^T$  と逆行列  $P^{-1}$  をそれぞれ求めよ. また, 求めた  $P^T$  と  $P^{-1}$  の関係を満足する  $n$  次正方行列の名称を答えよ.

(佐賀大 2014) (m20144911)

- 0.329** いま  $N$  人からなるコミュニティの中で, 流行が伝播する状況を考える. 時刻  $t$  において, 流行に染まった人数を  $x(t)$  人とする. このときまだ流行に染まっていない一人の人に対する影響力を, 係数  $a$  を用いて  $ax(t)$  と表現する. さらにコミュニティ全体で考えたとき, 影響力の大きさは, 流行に染まっていない人数  $N - x(t)$  に比例する. これを微分方程式で表現すると次のとおりである. 以下の微分方程式を満たす関数  $x(t)$  を求めよ.

$$\frac{dx}{dt} = ax(N - x)$$

ただし  $t = 0$  のとき,  $x = 1$  である.

(佐賀大 2014) (m20144912)

- 0.330** 全微分可能な 2 変数関数  $z = f(x, y)$  が  $\frac{\partial z}{\partial x} = x\sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y} = y\sqrt{x^2 + y^2}$  を満たすとする.  $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$  のとき,  $\frac{\partial z}{\partial r}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial \theta}$  を求めよ.

(佐賀大 2014) (m20144913)

- 0.331**  $n \geq 1$  について  $I_n = \int_1^e x(\log x)^n dx$  とおく. ただし,  $\log x$  は自然対数とする.

- (1) 部分積分法で  $I_1$  を求めよ.
- (2) 部分積分法で  $I_{n+1}$  と  $I_n$  の関係式を求めよ.
- (3)  $I_2, I_3$  の値を求めよ.

(佐賀大 2014) (m20144914)

- 0.332**  $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$  のとき, 重積分  $\iint_D \frac{y(e^x - 1)}{x} dx dy$  を求めよ.

(佐賀大 2014) (m20144915)

- 0.333** 3 次正方行列  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$  の逆行列  $A^{-1}$  を求め,  $A^3, A^4$  を計算せよ.

(佐賀大 2014) (m20144916)

- 0.334** ベクトル  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d} \in \mathbf{R}^3$  を次のようにおく.

$$\mathbf{a} = (1, 2, -1), \mathbf{b} = (3, 2, 1), \mathbf{c} = (2, 0, p), \mathbf{d} = (2, q, -2)$$

- (1)  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  が 1 次従属になるように  $p$  を定めよ.
- (2)  $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{d}$  が直交するように  $q$  を定めよ.
- (3) (1),(2) で定めた  $p, q$  の値について,  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}$  から生成される部分空間  $W = \langle \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d} \rangle$  の次元  $\dim W$  は何か.

(佐賀大 2014) (m20144917)

**0.335** 3次正方行列  $B = \begin{bmatrix} 0 & -3 & -1 \\ 2 & -1 & -2 \\ -4 & 0 & 3 \end{bmatrix}$  の固有値と それぞれの固有値に属する固有ベクトルを求めよ.  
(佐賀大 2014) (m20144918)

**0.336** 次の関数を微分せよ.

(1)  $\ln \frac{1}{x^4 + 1}$

(2)  $y = e^{x^3} \cos x$

(佐賀大 2015) (m20154901)

**0.337**  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$  について、以下の積分を計算せよ。ただし、 $\lambda > 0$ ,  $x > 0$  である。

(1)  $\int_0^{\infty} x f(x) dx$

(2)  $\int_0^{\infty} x^2 f(x) dx$

(佐賀大 2015) (m20154902)

**0.338** 次の行列について、問いに答えよ。ただし  $E$  は単位行列、 $O$  はゼロ行列である。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(1) 行列  $A$  の固有値と固有ベクトルを求めよ。

(2) 行列  $A$  が  $A^2 - 2A - 3E = O$  を満たすことを示せ。

(3) (2) で求めた結果を使って ( $A^4 = A^2 A^2$  の計算を行うことなく)  $A^4$ ,  $A^{-1}$  を求めよ。

(佐賀大 2015) (m20154903)

**0.339** 次の関数  $y$  の導関数  $dy/dx$  を求めなさい。

(1)  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$  ( $ad - bc \neq 0$ )

(2)  $y = \log_e(x + \sqrt{x^2 + 1})$

(3)  $y = e^x(x^2 + 1)$

(4)  $y = 2^{\sin x}$

(佐賀大 2015) (m20154904)

**0.340** 次の関数  $z$  の偏導関数  $\partial z / \partial x$  を求めなさい。

(1)  $z = \sin xy$

(2)  $z = x^y + y^x$

(佐賀大 2015) (m20154905)

**0.341** 次の不定積分を求めなさい。

(1)  $\int \frac{x}{\sqrt{1-x}} dx$

(2)  $\int x \log_e x dx$

(3)  $\int \frac{e^x - 1}{e^x + 1} dx$

(4)  $\int \sin^3 x dx$

(佐賀大 2015) (m20154906)

**0.342** 次の無限級数の和を求めなさい。

(1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

(2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+3^n}{5^n}$

(佐賀大 2015) (m20154907)

**0.343** 次の微分方程式の一般解を求めなさい。

(1)  $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{2y}$

(2)  $x \frac{dy}{dx} = y(1 + xy)$

(佐賀大 2015) (m20154908)

0.344 次の関数をマクローリン展開して係数  $a_n$  を求めよ.

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

(佐賀大 2015) (m20154909)

0.345 次の関数について答えよ.  $f(x) = x - 1 - \log x \quad (x > 0)$

- (1) 関数の増減, 凹凸, 極値などを調べ, グラフの概形を描け.
- (2) 極値をとる点の回りでテイラー展開をし, ゼロでない最低次の項を求めよ.
- (3) 次の広義の積分を求めよ.  $\int_0^1 f(x) dx$

(佐賀大 2015) (m20154910)

0.346 次の行列  $A$  について以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- (1)  $A$  のすべての固有値を求めよ.
- (2) 3つの固有値に対応する規格化された (長さが1の) 固有ベクトルをそれぞれ求めよ.
- (3) 行列  $A$  を対角化した行列  $A_d$  を求めよ.
- (4) 次の関係式を満たす直交行列  $O$  を求めよ. ここで,  $O^T$  は  $O$  の転置行列である.

$$A_d = O^T A O$$

(佐賀大 2015) (m20154911)

0.347  $n$  行  $n$  列の直交行列の行列式は  $\pm 1$  となることを示せ.

(佐賀大 2015) (m20154912)

0.348 2次元  $xy$  平面を考える. 以下の問いに答えよ.

- (1) 点  $(x, y) = (r \cos \theta, r \sin \theta)$  を原点の回りに角  $\phi$  だけ回転して  $(x', y') = (r \cos(\theta + \phi), r \sin(\theta + \phi))$  に移すときの回転行列  $R(\phi)$  を求めよ.
- (2)  $\Delta\phi$  が十分小さいとき,  $R(\phi)$  が次のように表されることを示せ.

$$R(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & -\Delta\phi \\ \Delta\phi & 1 \end{pmatrix}$$

(佐賀大 2015) (m20154913)

0.349 次の2重積分を2つの方法を使って計算せよ.

$$\iint_D y dx dy, \quad D = \{x^2 + y^2 \leq a^2, y \geq 0 \quad (a > 0)\}$$

- (1) 逐次積分 (累次積分) を使って計算せよ.
- (2) 2次元極座標に変換して計算せよ.

(佐賀大 2015) (m20154914)

0.350 関数  $f(x, y) = x^3 - 6xy + y^3$  について, 以下の問いに答えよ.

- (1) 偏導関数  $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$  および  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$  を求めよ.
- (2)  $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial y} = 0$  を満たす  $(x, y)$  を求めよ.
- (3) (2) で求めた  $(x, y)$  について,  $f(x, y)$  が極大値か, 極小値か, あるいは極値ではないか示せ.  
また, 極値である場合はその値を求めよ.

(佐賀大 2015) (m20154915)

**0.351** 関数  $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2(x^2+x+1)}$  について, 以下の問いに答えよ.

- (1)  $f(x) = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{Cx+D}{x^2+x+1}$  を満たす係数  $A, B, C, D$  を求めよ.
- (2) 不定積分  $\int f(x)dx$  を求めよ.
- (3) 広義積分  $\int_0^\infty f(x)dx$  を求めよ.

(佐賀大 2015) (m20154916)

**0.352** 次の行列  $M$  と列ベクトル  $\mathbf{x}, \mathbf{b}$  について, 以下の問いに答えよ.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & 4 \\ 3 & 7 & -3 & 15 \\ 2 & -4 & 11 & 8 \\ 1 & 7 & -8 & 4 \end{bmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ 10 \\ 0 \\ a \end{bmatrix}$$

- (1) 行列  $M$  の階数を求めよ.
- (2) 連立方程式  $M\mathbf{x} = \mathbf{b}$  が解をもつように  $a$  の値を定めよ.
- (3) (2) の条件のもとで, 連立方程式  $M\mathbf{x} = \mathbf{b}$  の解を求めよ.

(佐賀大 2015) (m20154917)

**0.353** 行列  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 \\ -5 & -4 & 2 \\ -3 & -3 & 4 \end{bmatrix}$  について, 以下の問いに答えよ.

- (1) 行列式  $\det A$  を求めよ.
- (2) 逆行列  $A^{-1}$  を求めよ.
- (3) 行列  $A$  の固有値と固有ベクトルを求めよ.
- (4) 行列  $A$  は対角化可能かどうか理由を述べて答えよ.

(佐賀大 2015) (m20154918)

**0.354** 次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int \frac{1}{\sqrt{1-3x}} dx \qquad (2) \int \frac{1}{1+\sin x} dx$$

(佐賀大 2015) (m20154919)

**0.355** ある町の人口  $x$  の増加率が, 各時刻  $t$  での人口  $x$  に比例し, さらに, 人口の飽和数を  $A$  として, 各時点での人口との差  $A - x$  にも比例するものとする. 以下の問いに答えよ.

- (1) 人口  $x$  を微分方程式で表せ.
- (2) 上記の微分方程式を解け. ただし, 人口の初期値を  $x_0$  とする.

(佐賀大 2015) (m20154920)

0.356  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$  とするとき、以下の問いに答えよ

- (1)  $AX = 0$  を満たす 2 次正方行列  $X$  をすべて求めよ.
- (2)  $AX = XA = 0$  を満たす  $X$  をすべて求めよ.

(佐賀大 2015) (m20154921)

0.357 次の行列式の値を計算せよ.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 5 & 4 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & -3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

(佐賀大 2015) (m20154922)

0.358  $xy$  平面上の原点回りの回転角  $-45^\circ, 60^\circ$  の 1 次変換を  $f, g$  とする. 次の問いに答えよ.

- (1) 合成関数  $g \circ f$  の行列を求めよ.
- (2) 点  $(1, 1)$  を合成関数  $g \circ f$  で写像した点を求めよ.

(佐賀大 2015) (m20154923)

0.359 次の行列が直交行列となるように,  $a, b, c$  を決めよ.

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & a \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & b & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ c & \frac{-2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$$

(佐賀大 2015) (m20154924)

0.360 次の関数の極限を求めよ.

$$(1) \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - 3ax + 2a^2}{x^2 - a^2}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

(佐賀大 2016) (m20164901)

0.361 次式で定義される関数について、以下の問いに答えよ.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \text{ のとき} \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \text{ のとき} \end{cases}$$

- (1) 偏導関数  $f_x, f_y, f_{xy}, f_{yx}$  を求めよ.
- (2)  $f(x, y)$  が原点  $(0, 0)$  で連続であることを示せ.
- (3)  $f_x(x, y)$  および  $f_y(x, y)$  が原点  $(0, 0)$  で連続であることを示せ.
- (4)  $f_{xy}(x, y)$  および  $f_{yx}(x, y)$  が原点  $(0, 0)$  で不連続であることを示せ.

(佐賀大 2016) (m20164902)

0.362 次の積分について、問いに答えよ. ただし,  $\log$  は自然対数である.

$$(1) \text{不定積分 } \int \frac{x^4 + x^2 + x + 1}{x^3 - x^2 + x - 1} dx \text{ を求めよ.}$$



(2) 定積分  $\int_1^2 x^2 \log x dx$  を求めよ.

(3)  $D = \left\{ (x, y) : 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2} \right\}$  として, 2重積分  $\iint_D \cos(x+y) dx dy$  を求めよ.

(佐賀大 2016) (m20164903)

**0.363** 次式は変数  $x, y, z$  に関する連立方程式であり,  $k$  は定数である. 以下の問いに答えよ.

$$\begin{cases} 2x + 2y + z = k \\ 5x + 3y - z = 7 \\ x - y - 3z = 3 \end{cases}$$

(1) 連立方程式が解をもつように  $k$  の値を定めよ.

(2) (1) の条件のもとで, 連立方程式の解を求めよ.

(佐賀大 2016) (m20164904)

**0.364** 行列  $A = \begin{bmatrix} 3 & -7 & 3 \\ 3 & -5 & 1 \\ 4 & -5 & 0 \end{bmatrix}$  について, 次の問いに答えよ.

(1)  $A$  の行列式を求めよ.

(2)  $A$  の逆行列を求めよ.

(3)  $A$  の固有値と固有ベクトルを求めよ.

(佐賀大 2016) (m20164905)

**0.365** 次の関数を微分しなさい.

(1)  $-3x^2 + x + \frac{1}{x^2}$

(2)  $x^3 e^{-x}$

(3)  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^3$

(4)  $\frac{x^2}{\log x}$

(佐賀大 2016) (m20164906)

**0.366** 次の関数の  $n$  次導関数を求めなさい.

(1)  $\sin x$

(2)  $\frac{1}{x^2 - 1}$

(佐賀大 2016) (m20164907)

**0.367** 次の不定積分を求めなさい.

(1)  $\int (x^5 - 3x^2 + 2x) dx$

(2)  $\int \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx$

(3)  $\int \sin^3 x dx$

(4)  $\int \frac{\log x}{x} dx$

(佐賀大 2016) (m20164908)

**0.368** 点  $(1, 4)$  を通る関数  $y = x^2 + 2x$  の接線は存在しないことを証明しなさい.

(佐賀大 2016) (m20164909)

**0.369** 次の微分方程式を解きなさい.

(1)  $x \frac{dy}{dx} = y^2 - 1$

(2)  $\frac{dy}{dx} = \frac{2xy}{x^2 - y^2}$

(佐賀大 2016) (m20164910)

**0.370** 次の微分を求めよ. ただし,  $e$  は自然対数の底である.

(1)  $y = \frac{x}{x^2 + 1}$

(2)  $y = e^{-x} \sin x$

(3)  $y = \frac{\log x}{x}$

(佐賀大 2016) (m20164911)

0.371 次の積分を求めよ.

$$(1) \int \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx$$

$$(2) \int \frac{2x^2-6}{(x-1)^2(x+1)} dx$$

$$(3) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$$

(佐賀大 2016) (m20164912)

0.372 行列  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ \alpha & 2 \end{bmatrix}$  について, 固有値の 1 つが  $\lambda = 1$  であるとき, 次の問いに答えよ.

(1)  $\alpha$  の値を求めよ.

(2) 残りの固有値を求めよ.

(3)  $P^{-1}AP$  が対角行列となるように, 行列  $P$  とその逆行列  $P^{-1}$  をそれぞれ求めよ.

(佐賀大 2016) (m20164913)

0.373 次の微分方程式を解け. ただし  $e$  は自然対数の底である.

$$(1) y'' + 3y' + 2y = 2e^{2x}$$

$$(2) 4x - 3y + 2 = (2x - y - 1)y'$$

(佐賀大 2016) (m20164914)

0.374 次の二重積分について以下の問いに答えよ.

ただし,  $D = \{(x, y) \mid 1 \leq x - 2y \leq 3, 0 \leq x + y \leq 1\}$  とする.

$$\iint_D (x - 2y)e^{x+y} dx dy$$

(1) 積分領域  $D$  を図示せよ.

(2) 二重積分を求めよ.

(佐賀大 2016) (m20164915)

0.375  $u = \frac{y}{x}$  と置くことによって, 次の 1 階微分方程式の一般解を求めよ.  $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 2y^2}{2xy}$

(佐賀大 2016) (m20164916)

0.376 次のベクトル  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  について以下の問いに答えよ.

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(1)  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$  を求めよ.

(2)  $\mathbf{c}$  に垂直で大きさが  $\sqrt{5}$  であるベクトル  $\mathbf{p}$  を求めよ.

(佐賀大 2016) (m20164917)

0.377 次の行列  $A$ ,  $B$  について以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

(1) 行列  $A$  の逆行列を求めよ.

(2) 行列  $AB$  の積を求めよ.

(佐賀大 2016) (m20164918)

0.378 次の行列式の値を求めよ.

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

(佐賀大 2016) (m20164919)

0.379 次の行列  $P$  について以下の問いに答えよ.

$$P = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & -4 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix}$$

- (1) 行列  $P$  の固有値を求めよ.  
 (2) 行列  $P$  の固有ベクトルを求めよ.

(佐賀大 2016) (m20164920)

0.380 次の関数を微分せよ.

(1)  $e^{3x}$                       (2)  $\log_a x$  (ヒント:  $\log_a x = \frac{\log x}{\log a}$ )                      (3)  $\log_{10}(\log_{10} x)$

(佐賀大 2016) (m20164921)

0.381 次の積分をせよ. ただし,  $\lambda > 0$  である.

(1)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda}{2} e^{-\lambda|x|} dx$                       (2)  $\int_{-\infty}^{\infty} x \frac{\lambda}{2} e^{-\lambda|x|} dx$                       (3)  $\int_{-\infty}^{\infty} x^2 \frac{\lambda}{2} e^{-\lambda|x|} dx$

(佐賀大 2016) (m20164922)

0.382 行列  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & a & 1 \\ a & 5 & 1 \end{bmatrix}$  について, 次の問いに答えよ. ただし  $a > 0$  とする.

- (1) 行列  $A$  の行列式が 0 となる  $a$  の値を求めよ.  
 (2) (1) で求めた  $a$  を用いて行列  $A$  のランク (階数) を求めよ.  
 (3)  $a = 2$  のとき, 連立 1 次方程式  $Ax = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 8 \end{bmatrix}$  の解をはき出し法 (ガウスの消去法) を用いて求めよ.

(佐賀大 2016) (m20164923)

0.383 次の微分方程式を解け.  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = -x^3 y^3$

(佐賀大 2016) (m20164924)

0.384 次の関数の極限を求めよ. ただし,  $a > 0$  とする.

(1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x$                       (2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2 - 1)}{x - 1}$                       (3)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{a}}{\sqrt{x} - \sqrt{a}}$

(佐賀大 2016) (m20164925)

0.385 関数  $f(x, y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{xy}{8}$  の極値を求めよ.

(佐賀大 2016) (m20164926)

0.386 (1) 不定積分  $\int \frac{dx}{x^2(x^2+4)}$  を求めよ.                      (2) 定積分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1 + \sin x} dx$  を求めよ.

(3)  $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^2\}$  として, 2重積分  $\iint_D xy dx dy$  を求めよ.  
(佐賀大 2016) (m20164927)

**0.387**  $R$  を実数全体の集合とする.  $R^3$  のベクトル  $\mathbf{a} = (2, 1, 3)$ ,  $\mathbf{b} = (1, -1, 2)$ ,  $\mathbf{c} = (0, 3, -1)$  について, 次の問いに答えよ.

- (1) 1次独立なベクトルの最大個数  $r$  を求めよ.
- (2)  $r$  個の1次独立なベクトルを1組答えよ. また, その組に含まれるベクトルの1次結合によって, 他のベクトルを表せ.
- (3)  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  によって生成される部分空間を  $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \rangle$  とする.  $R^3$  のベクトル  $\mathbf{v}$  が  $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \rangle$  に属するための  $\mathbf{v}$  の成分に関する条件を求めよ.

(佐賀大 2016) (m20164928)

**0.388** 行列  $A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 1 & -3 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$  について, 次の問いに答えよ.

- (1) 行列式  $\det A$  を求めよ.
- (2) 逆行列  $A^{-1}$  を求めよ.
- (3) 行列  $A$  の固有値と固有ベクトルを求めよ.
- (4) 行列  $A$  を対角化して得られる行列  $B$  を求めよ. また,  $B = PAP^{-1}$  を満たす正則行列  $P$  とその逆行列  $P^{-1}$  を求めよ.

(佐賀大 2016) (m20164929)

**0.389** 次の関数  $y$  の導関数  $dy/dx$  を求めなさい.

(1)  $y = \sqrt[3]{x^2+1}$       (2)  $y = \{1 - (1-x^2)^2\}^2$       (3)  $y = \tan 4x$       (4)  $y = x^{\sin x}$

(佐賀大 2016) (m20164930)

**0.390** 次の関数  $z$  の偏導関数  $\partial z/\partial x, \partial z/\partial y$  を求めなさい.

(1)  $z = \frac{x-y}{x+y}$       (2)  $z = \sin x \cos y$

(佐賀大 2016) (m20164931)

**0.391** 次の不定積分を求めなさい.

(1)  $\int \frac{x^3 + x^2 + 3x + 1}{x^2 + 1} dx$       (2)  $\int \log(x + \sqrt{x^2 + 1}) dx$   
 (3)  $\int \cos^4 x \sin x dx$       (4)  $\int xe^{x^2} dx$

(佐賀大 2016) (m20164932)

**0.392** 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

(1)  $x \frac{dy}{dx} = y^2 - 1$       (2)  $(x^2 - y^2)dy = 2xy dx$

(佐賀大 2016) (m20164933)

**0.393** 大気中に置かれた物体が冷却する速さは, その物体の温度と周囲の温度の差に比例する. 次の設問に答えなさい.

- (1) 周囲温度 (一定) を  $\theta_{at}$ , 比例定数を  $k$  とおき, 時刻  $t$  における物体の温度  $\theta$  を表す微分方程式を答えなさい.

- (2)  $\theta$  の一般解を答えなさい.  
 (3) 初期条件  $t = 0$  のとき  $\theta = \theta_0$  として,  $\theta$  の特殊解を答えなさい.  
 (4)  $\lim_{t \rightarrow \infty} \theta$  を答えなさい.

(佐賀大 2016) (m20164934)

**0.394** 次の定積分の値を求めよ.  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (1 + \sin^2 x) \cos x \, dx$

(佐賀大 2017) (m20174901)

**0.395** 次の重積分の値を求めよ.

$$\iint_D \frac{1}{2 + x^2 + y^2} dx dy \quad (\text{ただし, } D \text{ は } 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4 \text{ で表される領域とする.})$$

(佐賀大 2017) (m20174902)

**0.396** 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1)  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \sin 2x$                       (2)  $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 6y = e^{-3x}$

(佐賀大 2017) (m20174903)

**0.397** 次の行列  $A, B, C$  について以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ -3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

- (1)  $A + B$  を求めよ.  
 (2)  $A^T B$  を求めよ.  
 (3)  $C$  の逆行列を求めよ.

(佐賀大 2017) (m20174904)

**0.398** 次の行列式の値を求めよ.

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -3 \\ -4 & -1 & 2 & 4 \end{vmatrix}$$

(佐賀大 2017) (m20174905)

**0.399** 次の行列  $A$  の固有値と固有ベクトルを求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & -3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

(佐賀大 2017) (m20174906)

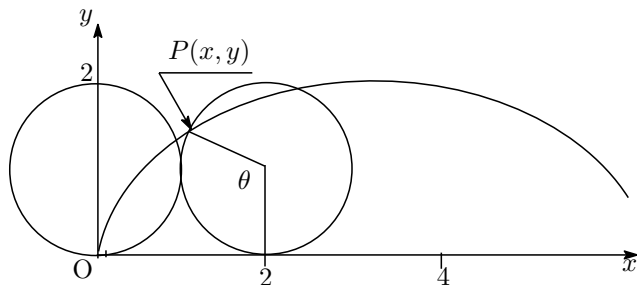
**0.400** 次の関数を微分せよ.

(1)  $y = \log_{10} 5x$                       (1)  $y = \left(\frac{x}{x^2 + 1}\right)^4$

(佐賀大 2017) (m20174907)

**0.401** 半径 1 の円板が  $x$  軸上をすべることなくころがったとき, 円周上にある一点  $P$  の軌跡に着目する. 円板の回転角を  $\theta$  とし,  $\theta = 0$  のとき, 点  $P$  は原点に位置したとする.

- (1) 回転角が  $\theta$  で与えられるとき、点  $P$  の  $x$  座標と  $y$  座標を求めよ。
- (2) さらに微小な角  $\Delta\theta$  回転したときの、 $x$  座標と  $y$  座標の変化量を求めよ。
- (3) また、このときの、点  $P$  が移動した弧の長さを求めよ。
- (4) 回転角が  $0$  から  $2\pi$  まで変化したときの、点  $P$  が移動した弧の長さを求めよ。
- (5) 回転角が  $0$  から  $2\pi$  まで変化したときの、点  $P$  の軌跡と  $x$  軸で囲まれる部分の面積を求めよ。



(佐賀大 2017) (m20174908)

**0.402** 行列  $A = \begin{bmatrix} k & 6 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  について、次の問いに答えよ。

- (1) 行列  $A$  の行列式の値が  $0$  になる  $k$  を求めよ。
- (2)  $k = 4$  であるとき、行列  $A$  の逆行列  $A^{-1}$  を求めよ。
- (3)  $k = -3$  であるとき、行列  $A$  の固有値と固有ベクトルを求めよ。
- (4) (3) の条件において、行列  $A$  を対角化せよ。

(佐賀大 2017) (m20174909)

**0.403** 次の微分方程式を解け。

(1)  $\frac{dy}{dx} + y \tan x = \sin 2x$

(2)  $\frac{dy}{dx} = x(1 + y^2)$

(佐賀大 2017) (m20174910)

**0.404** 次の関数を微分しなさい。

(1)  $y = \frac{4}{3}x^6$

(2)  $y = (x^2 + 1)^3$

(3)  $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$

(4)  $y = 2e^{5x}$

(5)  $y = \sin^2 x$

(6)  $y = \ln(x^2 + x)$

(佐賀大 2017) (m20174911)

**0.405** 次の関数  $z$  の偏導関数  $\partial z / \partial x$ ,  $\partial z / \partial y$  を求めなさい。

(1)  $z = 3x^2 - 5xy + 3y^2 - 2x + 4y + 10$

(2)  $z = e^{2x} \cos 2y$

(佐賀大 2017) (m20174912)

**0.406** 次の不定積分を求めなさい。

(1)  $y = x^3 - 3x^2 + 4$

(2)  $y = \frac{1}{x} \quad (x > 0)$

(3)  $y = e^x$

(4)  $y = x\sqrt{x^2 + 1}$

(佐賀大 2017) (m20174913)

**0.407** 次の微分方程式の一般解を求めなさい。

(1)  $\frac{d^2y}{dx^2} + 6x = 0$

(2)  $\frac{dy}{dx} = \frac{x - y + 3}{x - y}$

(佐賀大 2017) (m20174914)

**0.408** ある反応の反応速度が反応物の濃度  $C$  の二乗に比例し、比例定数は  $k$  であった。以下の問いに答えなさい。

- (1) 時間を  $t$  として,  $C$  の時間変化を表す微分方程式を答えなさい.
- (2)  $C$  の一般解を答えなさい.
- (3) 初期条件  $t = 0$  のとき  $C = C_0$  として,  $C$  の特殊解を答えなさい.
- (4)  $C = (1/2)C_0$  となる時間  $t_{1/2}$  を答えなさい.

(佐賀大 2017) (m20174915)

**0.409** 関数  $f(x) = e^{-x^2}$  の増減, 凹凸を調べ, 曲線  $y = f(x)$  の概形を描け. ただし,  $e$  は自然対数の底である.

(佐賀大 2017) (m20174916)

**0.410** 関数  $f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{x-y}$  について, 次の問いに答えよ. ただし,  $e$  は自然対数の底である.

- (1) 偏導関数  $f_x, f_y, f_{xx}, f_{xy}, f_{yy}$  を求めよ.
- (2)  $f(x, y)$  の極値を求めよ.

(佐賀大 2017) (m20174917)

**0.411** 広義積分  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \log(\sin x) dx$  について, 次の問いに答えよ. ただし,  $\log$  は自然対数である.

- (1) この広義積分が収束することを示せ.
- (2)  $I = -\frac{\pi}{2} \log 2$  であることを示せ.

(佐賀大 2017) (m20174918)

**0.412**  $\mathbf{R}$  を実数全体の集合とする. 次の  $\mathbf{R}^4$  のベクトルについて, 以下の問いに答えよ.

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{d} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ k \end{bmatrix}$$

- (1)  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  が一次独立であることを示せ.
- (2)  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{d}$  が一次従属となるように  $k$  の値を定めよ.

(佐賀大 2017) (m20174919)

**0.413** 行列  $A = \begin{bmatrix} 3 & -6 & -2 \\ 1 & -2 & -1 \\ -2 & 6 & 3 \end{bmatrix}$  について, 次の問いに答えよ.

- (1) 行列式  $\det A$  を求めよ.
- (2) 逆行列  $A^{-1}$  を求めよ.
- (3) 行列  $A$  の固有値と固有ベクトルを求めよ.
- (4) 行列  $A$  を対角化して得られる行列  $B$  を求めよ. また,  $B = PAP^{-1}$  を満たす正則行列  $P$  とその逆行列  $P^{-1}$  を求めよ.

(佐賀大 2017) (m20174920)

**0.414** 次の極限值を求めなさい..

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2x^2 - 1}{x^2(x^2 - 1)} - \frac{x}{x^2 - 1} \right)$$

- (2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \arcsin \frac{x}{5}}{x}$   
 (3)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \{ \log(3x+1) - \log 3x \}$

(佐賀大 2018) (m20184901)

**0.415** 関数  $(1-x)e^x$  のマクローリン展開 ( $x=0$  を中心とするテイラー展開) を 3 次の項まで求めなさい.

(佐賀大 2018) (m20184902)

**0.416**  $xy$  平面上の集合  $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 < R^2\}$  で定義された関数  $f(x, y) = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$  について、下記の問いに答えなさい. ただし、定数  $R$  は  $R > 2$  を満たすとする.

- (1)  $\sqrt{1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$  を求めなさい.  
 (2) 集合  $D$  を  $D = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$  とし、極座標を利用して、  
 重積分  $I = \iint_D \sqrt{1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2} dx dy$  を求めなさい.

(佐賀大 2018) (m20184903)

**0.417** 一次連立方程式

$$\begin{cases} x - 2y + 2z = 3 \\ x - y + cz = 2 \\ 2x + cy - z = 1 \end{cases}$$

について、以下の問いに答えなさい.

- (1) 方程式が解を持たない場合について、 $c$  の値を求めなさい.  
 (2) 方程式が解が無数に解を持つ場合について、 $c$  の値を求めなさい.

(佐賀大 2018) (m20184904)

**0.418**  $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  であるとき、以下の問いに答えなさい.

- (1)  $A$  の行列式を求めなさい.  
 (2)  $A$  の逆行列  $A^{-1}$  の  $(4, 4)$  成分を求めなさい.

(佐賀大 2018) (m20184905)

**0.419** (1) 2 次式  $5x^2 + 4xy + 5y^2$  を対称行列  $A$  を用いて、以下のように表す. 行列  $A$  を求めなさい.

$$5x^2 + 4xy + 5y^2 = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

- (2) 行列  $A$  の固有値を求めなさい.  
 (3) 固有値に対する大きさ 1 の固有ベクトルを求めなさい.  
 (4) 固有値の小さい順に、その固有ベクトルを第 1 列、第 2 列とする正方行列を  $P$  とおく. 変換

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$$

により、方程式  $5x^2 + 4xy + 5y^2 - 1 = 0$  を  $X, Y$  を用いて表すとともに、この図形がどんな図形を表すか答えなさい.

(佐賀大 2018) (m20184906)



- 0.420 (1) 微分方程式  $y' = -\frac{y}{x^2}$  の一般解を求めなさい.  
 (2) 微分方程式  $2y'' + y' - y = 5x - 3$  の一般解を求めなさい.

(佐賀大 2018) (m20184907)

- 0.421 ある物質の質量  $m(t)$  は、時刻  $t$  の関数として微分方程式

$$\frac{dm}{dt} = -km + 1 \quad (k \text{ は正の定数})$$

にしたがって変化するとする.

- (1) この微分方程式の一般解を求めなさい.  
 (2) 十分時間が経ったとき、 $m(t)$  は、定数  $a$  に近づく. 定数  $a$  を求めなさい.  
 (3)  $m(t)$  について  $m(0) \neq a$  で

$$|m(0) - a| = 8|m(4) - a|$$

が成り立つときの  $k$  の値を求めなさい.

(佐賀大 2018) (m20184908)

- 0.422 次の関数を微分せよ.

(1)  $\frac{\sqrt{x+2}}{x+1}$                       (2)  $\log \frac{\cos x}{x}$

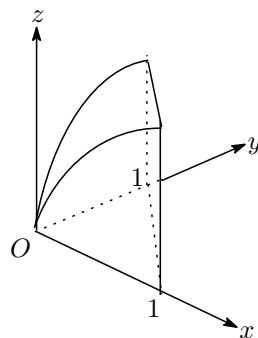
(佐賀大 2018) (m20184909)

- 0.423 次の定積分の値を求めよ.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$$

(佐賀大 2018) (m20184910)

- 0.424 図に示されている、曲線  $z = \sqrt{x+y}$  と平面  $x+y=1$  および三つの座標平面で囲まれた立体の体積を求めよ.



(佐賀大 2018) (m20184911)

- 0.425 次の微分方程式について、括弧内の条件を満たす解を求めよ.

- (1)  $\frac{dx}{dt} = \frac{4x}{t}$  ( $t=1$  のとき  $x=3$ )  
 (2)  $\frac{d^2x}{dt^2} - 3\frac{dx}{dt} + 2x = 0$  ( $t=0$  のとき  $x=3$  かつ  $\frac{dx}{dt} = 4$ )

(佐賀大 2018) (m20184912)

- 0.426 次のベクトル  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  について以下の問いに答えよ.

- (1)  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$  を求めよ.

(2) ベクトル  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  のなす角  $\theta$  を求めよ.

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

(佐賀大 2018) (m20184913)

**0.427** 次の行列  $A$  について以下の問いに答えよ.

- (1)  $AA$  を求めよ.
- (2)  $A$  の逆行列を求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

(佐賀大 2018) (m20184914)

**0.428** 次の行列  $A$  について以下の問いに答えよ.

- (1) 固有値と固有ベクトルを求めよ.
- (2) 正則行列  $P$  を求め、対角化せよ.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(佐賀大 2018) (m20184915)

**0.429** 関数  $f(x, y) = xy(2 - x - y)$  について、次の問いに答えよ.

- (1) 偏導関数  $f_x, f_y, f_{xx}, f_{xy}, f_{yy}$  を求めよ.
- (2)  $f(x, y)$  の極値を求めよ.

(佐賀大 2018) (m20184916)

**0.430** 次の問いに答えよ. ただし,  $\log$  は自然対数であり,  $e$  は自然対数の底である.

- (1) 次の不定積分を求めよ.

(a)  $\int \frac{dx}{3 + \cos x}$

(b)  $\int \frac{dx}{e^x + 1}$

- (2) 次の定積分を求めよ.

(a)  $\int_1^e x \log x dx$

(b)  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

(佐賀大 2018) (m20184917)

**0.431** 円柱面  $x^2 + y^2 = 1$  ( $z$  は任意) と 2 平面  $z = y$  および  $z = 0$  で囲まれた立体について考える. 次の問いに答えよ.

- (1) 円柱面と 2 平面で囲まれた領域  $D$  を式で表せ.
- (2) 円柱面と 2 平面で囲まれた立体の体積を求めるための積分の式を示せ.
- (3) (2) の積分を求めよ.

(佐賀大 2018) (m20184918)

**0.432** 次の行列  $A$  と列ベクトル  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{b}$  について, 以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 \\ -5 & -4 & 2 \\ -3 & -3 & 4 \end{bmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 10 \end{bmatrix}$$

- (1) 行列  $A$  の行列式を求めよ.
- (2) 行列  $A$  の逆行列を求めよ.
- (3) 連立方程式  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  の解を求めよ.
- (4) 行列  $A$  の固有値と固有ベクトルを求めよ.

(佐賀大 2018) (m20184919)

**0.433**  $R$  を実数全体の集合とする.  $\mathbf{R}^3$  のベクトル  $\mathbf{a} = (2, 1, 3)$ ,  $\mathbf{b} = (2, -2, 4)$ ,  $\mathbf{c} = (0, 3, -1)$  について, 以下の問いに答えよ.

- (1)  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  が一次独立であるか, または一次従属であるか, 理由を含めて答えよ.
- (2)  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  によって生成される部分空間を  $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \rangle$  とする.  $\mathbf{R}^3$  のベクトル  $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$  が  $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \rangle$  に属するための条件を答えよ.

(佐賀大 2018) (m20184920)

**0.434** 次の関数  $y$  の導関数  $dy/dx$  を求めよ.

$$(1) y = x^2 e^{-x} \quad (2) y = \tan x \quad (3) y = \frac{x^2}{\log x} \quad (4) y = \sqrt{\frac{(1-x)(x^2+3)}{(x-1)^2}}$$

(佐賀大 2018) (m20184921)

**0.435** 次の不定積分を求めなさい.

$$(1) \int \frac{1+x}{x^2} dx \quad (2) \int e^{-2x+2} dx \quad (3) \int (2x-5)^4 dx \quad (4) \int x e^x dx$$

(佐賀大 2018) (m20184922)

**0.436** 次の関数  $z$  の偏導関数  $\partial z/\partial x$ ,  $\partial z/\partial y$  を求めなさい.

$$(1) z = x \log \frac{y}{x} \quad (2) z = e^{3x} \sin 2y$$

(佐賀大 2018) (m20184923)

**0.437** 次の関数を  $x^3$  の項までマクローリン展開しなさい.

$$(1) e^x \quad (2) \sin x$$

(佐賀大 2018) (m20184924)

**0.438** 次の微分方程式を解きなさい.

$$(1) 2x \frac{dy}{dx} = y \quad (2) \frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{x^2 + xy}$$

(佐賀大 2018) (m20184925)

**0.439** つぎの関数の 3 階導関数を求めよ.

$$(1) x^3 \log x \quad (2) e^{ax} \sin bx$$

(佐賀大 2018) (m20184926)

**0.440** つぎの関係を示せ.

- (1)  $n$  が正の奇数  $n = 1, 3, 5, \dots$  のとき

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x dx = \frac{(n-1)!!}{n!!}$$

(2)  $n$  が正の偶数  $n = 2, 4, 6, \dots$  のとき

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x dx = \frac{\pi}{2} \frac{(n-1)!!}{n!!}$$

ここで  $!!$  は 1 つ飛ばしの階乗を表す. たとえば  $4!! = 4 \cdot 2 = 8$ ,  $5!! = 5 \cdot 3 \cdot 1 = 15$  である.

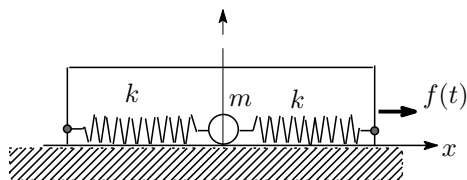
(佐賀大 2018) (m20184927)

0.441 つぎの連立一次方程式が成り立つベクトル  $\mathbf{x}$  を求めよ.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 5 & -5 \\ -2 & -3 & 4 \end{pmatrix} \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(佐賀大 2018) (m20184928)

0.442 図に示すように, 滑らかな台の上のせた, 軽い容器の中にバネ定数  $k$  の軽いバネで両側から支えられた質量  $m$  のおもりの運動を考える. なお, 「軽い」とは質量ゼロを意味し, おもりと容器, 容器と台の間の摩擦は無いものとする. いま, 容器に対して  $f(t) = \sin \omega t$  の外力が加えられたときの, おもりの中心位置  $x(t)$  を導出せよ. ただし,  $t = 0$  において  $x = 0$ ,  $\frac{dx}{dt} = 1$  とする.



(佐賀大 2018) (m20184929)

0.443 関数  $f(x, y) = 1 - x^2 - y^2$  について, 次の問いに答えよ.

- (1) 偏微分  $f_x, f_y, f_{xx}, f_{xy}, f_{yy}$  を計算せよ.
- (2) ヘッシアン  $H(x, y) = \begin{vmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{vmatrix}$  を計算せよ.
- (3) (1) と (2) を用いて,  $f(x, y)$  の極値を求めよ.

(佐賀大 2021) (m20214901)

0.444 次の重積分を計算せよ.

$$\iint_D x^2 dx dy, \quad D = \left\{ (x, y) \mid \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1, y \geq 0 \right\}$$

(佐賀大 2021) (m20214902)

0.445 次の常微分方程式の一般解を求めよ.

- (1)  $2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 7 \frac{dy}{dx} + 3y = 0$
- (2)  $\frac{d^2 y}{dx^2} + 4 \frac{dy}{dx} + 20y = 0$
- (3)  $\frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 2y = 2$

(佐賀大 2021) (m20214903)

0.446 次の 3 つのベクトル  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$  について, 以下の問いに答えよ.

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

- (1) ベクトル  $\mathbf{a}_1$  の長さを求めよ.
- (2) ベクトル  $\mathbf{a}_1$  とベクトル  $\mathbf{a}_2$  の内積を求めよ.
- (3) 3つのベクトル  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$  は1次独立なベクトルか1次従属なベクトルかを示せ.

(佐賀大 2021) (m20214904)

**0.447** 次の2次正方行列  $A$  について、以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$$

- (1) 行列  $A$  の行列式の値を求めよ.
- (2) 行列  $A$  の逆行列を求めよ.
- (3) 行列  $A$  の固有値をすべて求めよ.
- (4) (3) で求めた行列  $A$  の各固有値に属する固有ベクトルを求めよ.
- (5) 行列  $A$  が対角化可能か調べ、対角化可能であれば適当な正則行列  $P$  を求め、対角化せよ.

(佐賀大 2021) (m20214905)

**0.448** 次の関数を微分しなさい.

$$(1) y = \frac{1}{2}x^4 \quad (2) y = (2x^2 + 1)^2 \quad (3) y = \sqrt{x} \quad (4) y = 3e^{-4x}$$

(佐賀大 2021) (m20214906)

**0.449** 次の関数  $z$  の偏導関数  $\partial z / \partial x, \partial z / \partial y$  を求めなさい.

$$z = 2x^2 - 4xy + y^2 - x$$

(佐賀大 2021) (m20214907)

**0.450** 次の不定積分を求めなさい. ただし 積分定数を  $C$  としなさい.

$$(1) x^3 - 3x + 2 \quad (2) \frac{1}{x} \quad (x > 0) \quad (3) e^x \quad (4) \frac{1}{1-x}$$

(佐賀大 2021) (m20214908)

**0.451** 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y+2}{x+2}$$

(佐賀大 2021) (m20214909)

**0.452** ある反応の反応速度が反応物  $A$  の濃度  $[A]$  に比例した. 比例定数の絶対値が  $k$  で表されるとして、以下の問いに答えなさい.

- (1) 時間を  $t$  として,  $[A]$  の時間変化を表す微分方程式を答えなさい.
- (2)  $[A]$  の一般解を答えなさい.
- (3) 初期条件  $t = 0$  のとき  $[A] = C_0$  として,  $[A]$  の特殊解を答えなさい.
- (4)  $[A] = (1/2)C_0$  となる時間  $t_{1/2}$  を答えなさい.

(佐賀大 2021) (m20214910)

**0.453** 次の関数の増減, 極値, 変曲点を調べてグラフを描け.

$$y = \frac{x}{x^2 + 1}$$

(佐賀大 2021) (m20214911)

0.454 次の積分をせよ.

$$(1) \int_0^{\infty} \sin 2xe^{-x} dx \quad (2) \int_0^{\infty} \cos 2xe^{-x} dx \quad (3) \int_0^1 x(x^2+1)^5 dx$$

(佐賀大 2021) (m20214912)

0.455 次に示す行列

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

による一次変換を考える. 次の楕円  $C$

$$C : \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$$

が  $A$  による一次変換によって写った先の図形の方程式を求めよ. またその概形を  $-4 < x < 4$  の範囲で図示せよ.

(佐賀大 2021) (m20214913)

0.456 (1) 次の微分方程式を解け.

$$\frac{dy}{dx} = (1-y)y$$

ただし,  $t = 0$  のとき  $y = y_0$  とする.

(2)  $y_0 = 0.5$  の場合において,  $t$  が  $-10$  から  $10$  まで変化すると時の  $y$  の変化の概略をグラフにせよ.

(佐賀大 2021) (m20214914)

0.457 次の問いに答えよ. ただし,  $\log$  は自然対数であり,  $e$  は自然対数の底である.

(1) 次の極限を求めよ.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - 7x^2 + 2x + 3}{2x^3 - 7x^2 + 7x - 2} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$$

(2) 次の微分を求めよ.

$$(a) \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \quad (b) \tan^2(x)$$

(佐賀大 2021) (m20214915)

0.458 次の積分を求めよ. ただし,  $\log$  は自然対数であり,  $e$  は自然対数の底である.

$$(1) \int \frac{1}{x^2+1} dx \quad (2) \int_{-\infty}^0 xe^{2x} dx$$

(佐賀大 2021) (m20214916)

0.459  $f(x, y) = \sin^2(x) - \cos(y)$  ( $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ,  $0 \leq y \leq \pi$ ) の極値を求めよ.

(佐賀大 2021) (m20214917)

0.460  $D = \{(x, y) \mid 1 \geq x + y, x \geq 0, y \geq 0\}$  とするとき,  $\iint_D xy \, dx dy$  の値を求めよ.

(佐賀大 2021) (m20214918)

0.461 次の行列  $A$  と列ベクトル  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  について, 以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{bmatrix}$$

(1) 行列  $A$  の行列式  $\det(A)$  を求めよ.

(2) 方程式  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  の解  $\mathbf{x}$  を求めよ.

- (3) 行列  $A$  は固有値  $1$  をもつ.  $1$  以外の  $A$  の固有値をすべて求めよ. また, 求めた固有値に対応する固有ベクトルを  $1$  つ求めよ.
- (4)  $A$  が対角化可能か否かを示し, もし対角化可能であれば対角化せよ.
- (5) 外積  $\mathbf{b} \times \mathbf{c}$  と, その  $\mathbf{b}$  との内積  $\mathbf{b}^t(\mathbf{b} \times \mathbf{c})$  をそれぞれ求めよ. ただし  $\mathbf{b}^t$  は  $\mathbf{b}$  の転置を表す.

(佐賀大 2021) (m20214919)

**0.462** 次の極限值を求めなさい.

- (1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \cos x}{x}$   
 (2)  $\lim_{x \rightarrow +0} x^x$

(佐賀大 2021) (m20214920)

**0.463**  ${}^{20}\sqrt{e}$  の近似値を小数  $3$  桁まで求めなさい.

(佐賀大 2021) (m20214921)

**0.464** 連立一次方程式  $\begin{cases} 2x - y + 8z = 11 \\ x - y + 5z = 6 \\ -3x + 5y - 16z = -17 \end{cases}$  を解きなさい.

(佐賀大 2021) (m20214922)

**0.465** 関数  $f(x, y) = x^3 - 3xy + y^3$  の極値を求めよ.

(佐賀大 2021) (m20214923)

**0.466** 平行六面体  $ABCD - EFGH$  の体積を  $v$  とし, また, この六面体の各面の対角線の交点を  $PQRSTU$  とし, 平行六面体  $APQR - STGU$  の体積を  $v'$  とするとき, 以下の問に答えよ.

- (1)  $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AD} = \mathbf{b}, \overrightarrow{AE} = \mathbf{c}$  を用いて  $v$  を表しなさい.  
 (2)  $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AD} = \mathbf{b}, \overrightarrow{AE} = \mathbf{c}$  を用いて  $v'$  を表しなさい.  
 (3)  $v$  を用いて  $v'$  を表しなさい.

(佐賀大 2021) (m20214924)

**0.467**  $\begin{cases} x_n = 3x_{n-1} + 2y_{n-1} \\ y_n = x_{n-1} + 4y_{n-1} \end{cases}$  (ただし,  $\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ) で表される数列について,  $x_n, y_n$  を  $n$  で表しなさい.

(佐賀大 2021) (m20214925)

**0.468** 重積分  $\iint_D (x+y)^2 dx dy$   $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$  について  $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$  として計算せよ.

(佐賀大 2021) (m20214926)

**0.469** 以下の微分方程式の一般項を求めなさい.

- (1)  $x \frac{dy}{dx} = y + \sqrt{x^2 + y^2}$   
 (2)  $\frac{d^2 y}{dx^2} + 4 \frac{dy}{dx} + 3y = 2e^{2x}$

(佐賀大 2021) (m20214927)

**0.470** (1) つぎの式で与えられる  $x$  の関数  $y$  を  $x$  に関して微分せよ.

$$y = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

- (2)  $x$  および  $y$  が, 媒介変数  $t$  を用いて, つぎの 2 つの式で与えられる. ただし,  $t > 0$  とする. この  $y$  を  $x$  に関して微分し, その結果を  $t$  の関数で示せ.

$$x = \frac{1}{t^3 + t + 1} \quad y = \frac{2t}{t^3 + t + 1}$$

(佐賀大 2022) (m20224901)

- 0.471** つぎの積分をせよ.

$$(1) \int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$$

$$(2) \int_0^1 \log(x^2 + 1) dx$$

(佐賀大 2022) (m20224902)

- 0.472** (1) 平面上のベクトル  $a = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$  が作る平行四辺形の面積を求めよ.

- (2) 行列  $A$  を  $n$  次正方行列, 行列  $I$  を  $n$  次単位行列とすると, つぎを求めよ.

$$\begin{bmatrix} I - A & A \\ -A & I + A \end{bmatrix}^3$$

(佐賀大 2022) (m20224903)

- 0.473** (1) つぎの関係式

$$y = Ce^{-x^2}$$

について,  $C = 0$ ,  $C = 1$ ,  $C = -1$  が与えられた時の曲線をプロットせよ.

- (2) さらに  $C$  がいかなる実数であっても, それらの曲線群が共通に満たす微分方程式を導け. なお  $x$  は実数である.

(佐賀大 2022) (m20224904)

- 0.474** 次の関数を微分せよ.

$$(1) e^{5x} \sin 2x$$

$$(2) \log_e(\log_e x)$$

(佐賀大 2022) (m20224905)

- 0.475** 次の関数の偏微分  $f_x$ ,  $f_y$  を計算せよ.

$$f(x, y) = 2x^3 - x^2y + 5xy^2 + 3y^3$$

(佐賀大 2022) (m20224906)

- 0.476** 次の定積分を計算せよ.

$$(1) \int_{-2}^2 (3x^3 - 4x^2 + 2x - 5) dx$$

$$(2) \int_0^1 \frac{3x}{(1+3x)^3} dx$$

(佐賀大 2022) (m20224907)

- 0.477** 次の重積分を計算せよ.

$$\iint_D \left( x + \frac{2}{y} \right) dx dy \quad (D : 1 \leq x \leq 4, 1 \leq y \leq e^2)$$

(佐賀大 2022) (m20224908)

- 0.478** 次の常微分方程式を解け.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 8\frac{dy}{dx} + 15y = 0, \quad y(0) = 1, \quad \frac{dy}{dx}(0) = 7$$

(佐賀大 2022) (m20224909)



0.479 次の連立一次方程式を解け.

$$\begin{cases} -x - 3y + 2z - 2w = 3 \\ -2x - 6y + 4z - 5w = -1 \\ 3x + 9y - 6z + 7w = -2 \end{cases}$$

ただし, 答えは  $t, s$  を任意の実数として, 以下の  $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$  を求め

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} a_1 \\ 1 \\ 0 \\ a_2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} b_1 \\ 0 \\ 1 \\ b_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ 0 \\ 0 \\ c_2 \end{pmatrix}$$

の形に書くこと.

(佐賀大 2022) (m20224910)

0.480 4次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -8 & 8 \\ 0 & 6 & -9 & 8 \\ -9 & -1 & -4 & -6 \\ 6 & 8 & 7 & -5 \end{pmatrix}$$

の行列式に関する以下の問いに答えよ.

(1) 行列式  $|A|$  の変形と余因子展開を行って,

$$|A| = c|B|$$

となる3次正方行列  $B$  と実数  $c$  を一組求めよ.

(2) 行列式  $|B|$  の値を求めて, 行列式  $|A|$  の値を求めよ.

(佐賀大 2022) (m20224911)

0.481 次の2次正方行列に関する以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} -9 & 2 \\ 2 & -7 \end{pmatrix}$$

(1)  $A$  の固有値をすべて求めよ.

(2) ある直交行列  $P$  に対して  ${}^tPAP = B$  が対角行列になるとき, 対角行列  $B$  を求めよ.

ただし,  ${}^tP$  は  $P$  の転置行列である.

(3)  $\boldsymbol{x}$  を2次元実ベクトルとして,

$$\max_{\|\boldsymbol{x}\|=1} \|A\boldsymbol{x}\| = \max_{\|\boldsymbol{x}\|=1} \|B\boldsymbol{x}\|$$

を示し, その値を求めよ.

(佐賀大 2022) (m20224912)

0.482 極限值  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1} x + \tan^{-1}(2x)}{x}$  を求めよ.

ただし,  $\sin^{-1} x$  および  $\tan^{-1} x$  は, それぞれ  $\sin x$  および  $\tan x$  の逆関数である.

(佐賀大 2022) (m20224913)

0.483 関数  $f(x) = \log x$  の  $x = 1$  におけるテイラー級数を  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k(x-1)^k$  の形で求めよ.

(佐賀大 2022) (m20224914)

0.484  $\int_{-2}^2 \frac{1}{(x-1)^2} dx$  を求めよ. (佐賀大 2022) (m20224915)

0.485  $z = f(x, y)$ ,  $x = uv$ ,  $y = \frac{u}{v}$  のとき, 偏導関数  $z_u$  と  $z_v$  を  $z_x, z_y$  を用いて表せ. (佐賀大 2022) (m20224916)

0.486 (1)  $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq 1\}$  とするとき,  $\iint_D \frac{2x}{1+y^4} dx dy$  を求めよ.  
 (2)  $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$  とするとき,  $\iint_D (x^2 + y^2 + 1) dx dy$  を求めよ. (佐賀大 2022) (m20224917)

0.487 (1) 次の行列  $A$  と列ベクトル  $\mathbf{x}, \mathbf{b}$  について, 問いに答えよ.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \\ 6 \end{bmatrix}$$

- (a) 行列  $A$  の行列式  $\det(A)$  を求めよ.
  - (b) 行列  $A$  の逆行列  $A^{-1}$  を求めよ.
  - (c) 方程式  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  の解  $\mathbf{x}$  を求めよ.
  - (d) 行列  $A$  は固有値  $1$  をもつ.  $1$  以外の  $A$  の固有値をすべて求めよ. また,  $A$  の固有値を  $1$  つ選び, その固有値に対応する固有ベクトルを  $1$  つ求めよ.
  - (e) 行列  $A$  が対角化可能か否かを示し, もし対角化可能であれば  $P\Lambda = AP$  となる正則行列  $P$  と対角行列  $\Lambda$  の組を  $1$  つ求めよ.
- (2)  $A$  を  $n \times n$  実対称行列,  $\mathbf{x}$  を  $n$  次実ベクトルとする.  $\mathbf{x}^t$  は  $\mathbf{x}$  の転置を表すとする.  $A$  が相異なる  $n$  個の固有値を持ち, 全ての固有値が非負であるとき,  $\mathbf{x}^t A \mathbf{x} \geq 0$  を示せ. (佐賀大 2022) (m20224918)

0.488 次の関数  $y$  の導関数  $\frac{dy}{dx}$  を求めなさい.

(1)  $y = (x+3)^8$                       (2)  $y = \sin(2x)$                       (3)  $y = e^{\cos x}$   
 (4)  $y = \sqrt{x^3 + x^2 + 1}$               (5)  $y = \log(x^3 + 1)$                   (6)  $y = \frac{\log(x)}{x^2 + 3}$   
 (佐賀大 2022) (m20224919)

0.489 次の関数  $f$  の偏導関数  $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$  を求めなさい.

(1)  $f = 3xy + 2z$                       (2)  $f = \log x^y$   
 (佐賀大 2022) (m20224920)

0.490 次の不定積分を求めなさい. 積分定数を  $C$  とする. 必要な計算過程も記すこと.

(1)  $\int (\cos x + 3x^3) dx$                       (2)  $\int \sin^2(x) dx$   
 (3)  $\int \frac{1}{(x-3)(x+2)} dx$                       (4)  $\int x^3 \log(x) dx$   
 (佐賀大 2022) (m20224921)

0.491 次の微分方程式の一般解を求めなさい. 必要な計算過程も記すこと.

(1)  $x \frac{dy}{dx} = y^2 - y$                       (2)  $2xy \frac{dy}{dx} = y^2 - x^2$   
 (佐賀大 2022) (m20224922)

**0.492** 水中の砂糖は、そのとき残っている量に比例する速度で溶解する。50g の砂糖が 15g に減るのに 3 時間かかるとすれば、砂糖の 20 % が溶解するには何時間かかるか答えなさい。必要ならば  $\log(5)$ ,  $\sqrt{3}$  等の表記を用いて解答してよい。ただし、必要な計算過程を記すこと。

(佐賀大 2022) (m20224923)

**0.493** 下記の極限値を求めなさい。答えだけでなく途中経過も記載すること。

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{2x^3 - x^2 - 4x + 3}$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1+x}{1-x} \right)^{\frac{1}{x}}$$

(佐賀大 2022) (m20224924)

**0.494**  $\sin 12^\circ$  の近似値を小数 3 桁まで求めなさい。答えだけでなく途中経過も記載すること。

(佐賀大 2022) (m20224925)

**0.495** 連立一次方程式 
$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + y + 3z = 4 \\ -x + 2y - 4z = -2 \end{cases}$$
 を解きなさい。答えだけでなく途中経過も記載すること。

(佐賀大 2022) (m20224926)

**0.496** 関数  $f(x, y) = x^3 + x^2 + xy^2 - 8x - y^2$  の極値を求めよ。答えだけでなく途中経過も記載すること。

(佐賀大 2022) (m20224927)

**0.497** 行列  $A = \begin{bmatrix} 1 & a \\ -1 & b \end{bmatrix}$  について 以下の間に答えなさい。答えだけでなく途中経過も記載すること。

(1) 固有値が, 2, 3 のとき,  $a, b$  を求めなさい。

(2) (1) のとき, 固有ベクトルを全て求めなさい。

(3) (1) のとき,  $A^n$  を求めなさい。

(佐賀大 2022) (m20224928)

**0.498** 重積分  $\iint_D \sin 2x \, dx dy$   $D = \left\{ (x, y) \mid 0 \leq x + y \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq x - y \leq \frac{\pi}{2} \right\}$  を求めなさい。

答えだけでなく途中経過も記載すること。

(佐賀大 2022) (m20224929)

**0.499** 次の微分方程式の一般解を求めなさい。答えだけでなく途中経過も記載すること。

$$(1) x \cos \frac{y}{x} \frac{dy}{dx} = y \cos \frac{y}{x} - x$$

$$(2) \frac{d^2 y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx} + 2y = e^x + \cos x$$

(佐賀大 2022) (m20224930)