[選択項目] 年度：1991〜2023 年　大学：静岡大

**0.1** 広義積分 $\displaystyle\int_1^\infty \frac{1}{x^2(x^2+1)}dx$ を求めよ．

(静岡大 2004)　(m20042501)

**0.2** 関数 $f(x)=\log(2x+3)$ の第 $n$ 次導関数 $f^{(n)}(x)$ を求めよ．また，関数 $f(x)$ のマクローリン級数の最初から 5 項を求めよ．

(静岡大 2004)　(m20042502)

**0.3** 2 変数関数 $f(x,y)=\sin^{-1}\dfrac{y}{x}$ の第 2 次偏導関数 $\dfrac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y\partial x}$ を求めよ．ここで $\sin^{-1}$ は逆正弦関数であり，$x>0$ とする．

(静岡大 2004)　(m20042503)

**0.4** 2 変数関数 $f(x,y)=x^2-4x+y^4-8y^2$ の極値を求めよ．

(静岡大 2004)　(m20042504)

**0.5** 閉領域 $D=\{(x,y)|4\leqq x^2+y^2\leqq 9,\ y\leqq x\}$ を図示し，2 重積分 $\displaystyle\iint_D\sqrt{9-x^2-y^2}dxdy$ を求めよ．

(静岡大 2004)　(m20042505)

**0.6** 行列 $A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&1\\1&1&0\end{pmatrix}$ の固有値および対応する固有ベクトルを求めよ．また，直交行列を用いて $A$ を対角化せよ．

(静岡大 2004)　(m20042506)

**0.7** (1) 複素積分 $\displaystyle\int_C\frac{1}{z^2+4z+1}dz$ を求めよ．ここで，$C$ は複素数平面の原点を中心とする半径 1 の円周を正の向きに 1 周する積分路とする．

(2) 実定積分 $\displaystyle\int_0^{2\pi}\frac{1}{2+\cos\theta}d\theta$ を (1) を利用して求めよ．

(静岡大 2004)　(m20042507)

**0.8** (1) 関数 $f(x)=x\sin^{-1}x+\sqrt{1-x^2}$ を微分せよ．

(2) 2 変数関数 $f(x,y)=\dfrac{x}{x^2+y^2}$ に対して, $\dfrac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2}$ を計算せよ．

(3) 2 変数関数 $f(x,y)=e^x(x^2+y^2)$ の極値を求めよ．

(静岡大 2005)　(m20052501)

**0.9** (1) 有理関数 $\dfrac{1}{x^3+8}$ を部分分数に分解し, 不定積分 $\displaystyle\int\frac{1}{x^3+8}\,dx$ を求めよ．

(2) 2 重積分 $\displaystyle\iint_D(x+y)(2x-y)^2dxdy,\quad D=\{(x,y)\mid 1\leqq\ x+y\leqq\ 2,\ -1\leqq\ 2x-y\leqq\ 1\}$ の値を求めよ．

(静岡大 2005)　(m20052502)

**0.10** (1) ベクトルの組 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ が 1 次独立であることの定義を述べよ．

(2) 次のベクトルの中から 1 次独立なベクトルの組を選び, 残りをそれらの 1 次結合で表せ．

$$a_1=\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix},\ a_2=\begin{pmatrix}-4\\2\\-2\end{pmatrix},\ a_3=\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix},\ a_4=\begin{pmatrix}4\\-5\\7\end{pmatrix}$$

(3) 行列 $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ の固有値と対応する固有ベクトルを求めよ.

(静岡大 2005) (m20052503)

**0.11** 常微分方程式 $y' + \dfrac{1}{x}y = e^x$, $y(1) = 3$ $(x > 0)$ を解け.

(静岡大 2005) (m20052504)

**0.12** 複素積分 $\displaystyle\int_C \frac{\sin z}{(z-i)^3}\,dz$ の値を求めよ. ここで $i$ は虚数単位, $C$ は複素平面上の原点を中心とする半径 2 の円周で向きは反時計回りとする.

(静岡大 2005) (m20052505)

**0.13** 次の問に答えよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = x^2 + \dfrac{1}{x}$ を解け.

(2) $(2x+y) + (x+2y)\dfrac{dy}{dx} = 0$ を解け.

(3) $x\dfrac{dy}{dx} - y = x\log x$ を解け.

(静岡大 2005) (m20052506)

**0.14** 接線の $x$ 軸, $y$ 軸にはさまれる部分の中点が, ちょうど接点になっている曲線の方程式を求めよ.

(静岡大 2005) (m20052507)

**0.15** 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\log(\cos x)}{x^2}$ を求めよ.

(静岡大 2006) (m20062501)

**0.16** 2 変数関数 $f(x,y) = \log\sqrt{x^2+y^2}$ の第 2 次偏導関数をすべて求めよ.

(静岡大 2006) (m20062502)

**0.17** 関数 $f(x) = x^5 e^x$ のマクローリン級数（すなわち原点を中心とするテイラー級数）を求めよ.

(静岡大 2006) (m20062503)

**0.18** (1) 定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} e^{-x}\sin 2x\,dx$ を求めよ.

(2) 広義積分 $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{2}{x(x+2)}\,dx$ を求めよ.

(静岡大 2006) (m20062504)

**0.19** $a > 0$ とし，$D(a) = \{(x,y) \mid 0 \le x \le a\,,\ 0 \le y \le \sqrt{3}\}$ とおく.
このとき 2 重積分 $I(a) = \displaystyle\iint_{D(a)} \frac{y}{(1+x^2+y^2)^2}\,dxdy$ について，次の問いに答えよ.

(1) $D(a)$ を図示し，$I(a)$ の値を求めよ.

(2) $\displaystyle\lim_{a\to\infty} I(a)$ を求めよ.

(静岡大 2006) (m20062505)

**0.20** 3 × 3 行列 $A$ を $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & -6 & 2 \end{pmatrix}$ とおく．次の問に答えよ.

(1) $A$ の逆行列 $A^{-1}$ を求めよ.

(2) 連立方程式 $\begin{cases} -5x + 10y = 5 \\ 2x - 3y - \dfrac{1}{2}z = 5 \\ x + y + z = 5 \end{cases}$ を解け.

(静岡大 2006) (m20062506)

**0.21** 写像 $f : \boldsymbol{R}^n \longrightarrow \boldsymbol{R}^m$ について，次の問に答えよ．但し $\boldsymbol{R}^\ell$ は $\ell$ 次元実ベクトル空間を表す．

(1) $f$ が線形写像であることの定義を述べよ．

(2) $f$ が線形写像であるとき次を示せ．

(a) $f(0) = 0$（但し 0 はベクトル空間の原点を表す）

(b) $r$ を任意の自然数とするとき，$r$ 個のベクトル $\boldsymbol{a}_1,\ \boldsymbol{a}_2,\ \cdots\ \boldsymbol{a}_r\ \in \boldsymbol{R}^n$ と
スカラー $k_1,\ k_2,\ \cdots\ k_r\ \in \boldsymbol{R}$ に対して

$$f(k_1\boldsymbol{a}_1 + k_2\boldsymbol{a}_2 + \cdots + k_r\boldsymbol{a}_r) = k_1 f(\boldsymbol{a}_1) + k_2 f(\boldsymbol{a}_2) + \cdots + k_r f(\boldsymbol{a}_r)$$

(静岡大 2006) (m20062507)

**0.22** (1) $\dfrac{dy}{dx} = -ky + \cos\omega x$ を解け． (2) $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{1-y^2}{1-x^2} = 0$ を解け．

(3) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{y}{x} + x^2y^3$ を解け （ヒント：$u = y^{-2}$ と置け）．

(静岡大 2006) (m20062508)

**0.23** $(x, y)$ 平面上の任意の点 $A$ における法線へ原点から下ろした垂線の長さが，点 $A$ の $y$ 座標に等しい曲線は $x^2 + y^2 = cx$ ($c$ は定数) となることを示せ．

(静岡大 2006) (m20062509)

**0.24** 次の不定積分を求めなさい． $I = \displaystyle\int e^{2x}\sin 2x\,dx$

(静岡大 2006) (m20062510)

**0.25** 次の微分方程式を解きなさい． $\dfrac{dy}{dx} = (x+y+2)^2$

(静岡大 2006) (m20062511)

**0.26** $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ とする．次の問に答えなさい．

(1) 行列 $A$ の逆行列 $A^{-1}$ を求めなさい． (2) 行列 $A$ の固有値を求めなさい．

(静岡大 2006) (m20062512)

**0.27** 極限 $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{\sqrt{x^2-3}-1}$ を求めよ．

(静岡大 2007) (m20072501)

**0.28** ２変数関数 $f(x, y) = x^4 - 2xy - x^2 + y^2$ の極値を求めよ．

(静岡大 2007) (m20072502)

**0.29** 正則関数 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ の虚部が $v(x, y) = \dfrac{-y}{x^2+y^2}$ で与えられるとき，実部 $u(x, y)$ を求め，$f(z)$ を $z$ の関数として表せ．ただし，$z = x + iy$ で，$i$ は虚数単位である．

(静岡大 2007) (m20072503)

**0.30** 定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} \sin^{-1} 2x dx$ を求めよ．

(静岡大 2007) (m20072504)

**0.31** 重積分 $\displaystyle\iint_D (-2x+y)dxdy$ を求めよ．ただし，$D = \{(x, y) \mid -1 \leqq\ x,\ 2x+1 \leqq\ y \leqq\ 3\}$ とする．

(静岡大 2007) (m20072505)

**0.32** (1) 常微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} + 2xy = 0$ の一般解を求めよ.

(2) 常微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} + 2xy = x + x^3$ , $y(0) = 1$ を解け.

(静岡大 2007) (m20072506)

**0.33** 空間内の 3 点 $P_1(1, -2, 1)$, $P_2(-2, 3, 5)$, $P_3(2, -5, -7)$ に対して，以下の問いに答えよ.

(1) 点 $P_3$ を通りベクトル $\overrightarrow{P_1P_2}$ に平行な直線 $\ell$ の方程式を求めよ.

(2) 点 $P_1$ を通り直線 $\ell$ と直交する平面 $M$ の方程式を求めよ.

(3) 直線 $\ell$ と平面 $M$ の交点の座標を求めよ.

(静岡大 2007) (m20072507)

**0.34** 次の各微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = -2y$ (2) $\dfrac{dy}{dx} = y(1-2y)$

(3) $\dfrac{dy}{dx} = -2y + \sin x$ (4) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3\dfrac{dy}{dx} - 10y = 0$

(静岡大 2007) (m20072508)

**0.35** (1) $\dfrac{d^2x}{dt^2} + {\omega_0}^2 x = 0$ の一般解を求めよ．ここで，$\omega_0$ は正の定数とする.

(2) $\dfrac{d^2x}{dt^2} + {\omega_0}^2 x = \cos(\omega t)$ の特解を求めよ．ここで，$\omega$ は正の定数であるが，特に，次の 2 つの場合に分けて特解を求めよ: (a) $\omega \neq \omega_0$ の場合 ; (b) $\omega = \omega_0$ の場合.

(静岡大 2007) (m20072509)

**0.36** (1) 関数 $f(x) = \sin x \cos x$ の原点を中心とするテイラー級数を求めよ.

(2) 複素数 $\left(\dfrac{\sqrt{3}+i}{1+i}\right)^{14}$ を $x + iy$ の形に改めよ. （$i$ は虚数単位）

(3) 2 変数関数 $f(x, y) = x^4 + y^4 - (x-y)^2$ の極値を求めよ.

(静岡大 2008) (m20082501)

**0.37** 以下の計算をせよ.

(1) $\displaystyle\int_1^5 \frac{\log x}{x}\,dx$ (2) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{5+x^2}$

(3) $\displaystyle\iint_D \log(x^2+y^2)\,dxdy$ , $D = \{(x,y) \mid 4 \leq x^2+y^2 \leq 9\}$

(静岡大 2008) (m20082502)

**0.38** (1) 常微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = xe^{x+y}$ の一般解を求めよ.

(2) 常微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{\cos x}{\sin x}y = \dfrac{1}{\cos^2 x}$ の初期条件 $y\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 2$ を満たす解を求めよ.

(静岡大 2008) (m20082503)

**0.39** 平面 $\pi$ : $ax + 2y - z = 6$ と直線 $l$ : $\dfrac{x-4}{-1} = \dfrac{y-3}{5} = \dfrac{z+2}{7}$ について以下の問いに答えよ.

(1) $\pi$ と $l$ が平行となるように $a$ の値を定めよ.

(2) 平面 $\pi$ 内にあって直線 $l$ と平行で $l$ に最も近い直線 $m$ の式を求めよ.

(3) 2 直線 $l, m$ の距離を求めよ.

(静岡大 2008) (m20082504)

**0.40** 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = y(1-x)$ (2) $\dfrac{dy}{dx} = y(1-y)$ (3) $\dfrac{dy}{dx} = y(1-y^2)$

(静岡大 2008) (m20082505)

**0.41** 微分方程式

$(E_1)$ $$x^2\frac{d^2y}{dx^2} - 2y = x$$

に対して,

$(E_2)$ $$x^2\frac{d^2y}{dx^2} - 2y = 0$$

は, $(E_1)$ に対応する斉次方程式と呼ばれる. 以下の問いに答えよ.

(1) 方程式 $(E_2)$ について, 変数変換 $x = e^t$ を行うことによって得られる方程式を求めよ.

(2) (1) で求めた方程式の一般解を求めよ. また, 方程式 $(E_2)$ の一般解も示せ.

(3) (2) の結果を用いて, 方程式 $(E_1)$ の一般解を求めよ.

(静岡大 2008) (m20082506)

**0.42** $(0, 2\pi)$ において, $f(x) = x + \sqrt{2}\cos x$ の極値を求めよ. なお, 極大値・極小値の区別も明記すること.

(静岡大 2008) (m20082507)

**0.43** 不定積分 $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{x^2+3x+2}}\,dx$ を求めよ.

(静岡大 2008) (m20082508)

**0.44** 次の行列式を求めよ. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 9 & 7 \\ 2 & 4 & 5 & 7 \\ 6 & 0 & 8 & 8 \end{vmatrix}$

(静岡大 2008) (m20082509)

**0.45** 次の行列は対角化できるか調べよ. $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

(静岡大 2008) (m20082510)

**0.46** 4 点 $A(1,2,3)$, $B(-2,1,3)$, $C(-1,-2,1)$, $D(2,1,-3)$ に対して以下の問いに答えよ.

(1) 3 点 $A, B, C$ を含む平面 $\alpha$ の式を求めよ.

(2) 点 $D$ を通り, 平面 $\alpha$ に垂直な直線の式を求めよ.

(3) $AB$, $AC$, $AD$ を 3 辺とする平行六面体の体積を求めよ.

(静岡大 2009) (m20092501)

**0.47** 行列 $A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & -2 \\ 1 & 7 & -2 \\ -2 & -2 & 10 \end{pmatrix}$ の固有値とその固有値に対する固有空間を求めよ.

(静岡大 2009) (m20092502)

**0.48** (1) 関数 $f(x) = \dfrac{x}{3-x}$ の $n$ 次導関数を求めよ.

(2) 2 変数関数 $f(x,y) = x^2 + 2y^2 + 6x + 4y + 2xy + 14$ の極値を求めよ.

(静岡大 2009) (m20092503)

**0.49** 以下の計算をせよ.

(1) $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^7 x\,dx$ (2) $\displaystyle\iint_D \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\,dxdy\,,\quad D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leq 1\,,\ 0\leq x\,,\ 0\leq y\}$

(静岡大 2009) (m20092504)

**0.50** (1) 関数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ を $x=1$ を中心にテイラー展開せよ.

(2) 複素数平面上に 2 点 $A(\sqrt{3}+2i)$, $B(2\sqrt{3}+3i)$ をとる. 以下の問いに答えよ.

(a) 点 $C$ を三角形 $ABC$ が正三角形となるように定める. 点 $C$ を表す複素数を求めよ.

(b) 点 $D$ は直線 $AC$ に関して $B$ と線対称となる点である. 点 $D$ を表す複素数を求めよ.

(静岡大 2009) (m20092505)

**0.51** 次の常微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $x^2\dfrac{dy}{dx}+y^2=0\,,$ (2) $\dfrac{dy}{dx}-\dfrac{y}{x}=x^3\,,\quad (x\geq 0)$

(静岡大 2009) (m20092506)

**0.52** 1 階線形微分方程式

$$\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$$

の一般解は

$$y=e^{-\int p(x)dx}\left\{\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx+C\right\}$$

と表せることを示せ. ただし, $C$ は積分定数とする.

(静岡大 2009) (m20092507)

**0.53** 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{x-2y-4}{2x+4y}$ (2) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{x-2y-4}{2x-4y}$ (3) $\dfrac{d^5y}{dx^5}-\dfrac{d^4y}{dx^4}-\dfrac{d^3y}{dx^3}+3\dfrac{d^2y}{dx^2}-2y=0$

(静岡大 2009) (m20092508)

**0.54** $y=x^{x\cos(x)}$ とするとき, $y'=x^{x\cos(x)}\{(\cos(x)-x\sin(x))\log(x)+\cos(x)\}$ が成り立つことを証明しなさい.

(静岡大 2009) (m20092509)

**0.55** (1) $\dfrac{7x^3-3x^2+5x-4}{x^4-2x^3+x^2-2x}=\dfrac{A}{x}+\dfrac{B}{x-2}+\dfrac{C}{x^2+1}$ を満たす, $A,B,C$ を求めなさい.

(2) 不定積分 $\displaystyle\int\frac{7x^3-3x^2+5x-4}{x^4-2x^3+x^2-2x}\,dx$ を求めなさい.

(静岡大 2009) (m20092510)

**0.56** 次の行列の逆行列を求めなさい.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(静岡大 2009) (m20092511)

**0.57** (1) $A=\begin{pmatrix} 1 & s^2 & 0 \\ 1 & s & 4 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ t \end{pmatrix}$ とする. このとき, $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$ を満たす $\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ が一意に求められるための条件を与えなさい. (また; この条件を条件 $C$ とする).

(2) 条件 $C$ を満たさない場合, つまり $\boldsymbol{x}$ が一意には求まらない場合の解 $\boldsymbol{x}$ を求めなさい.

(静岡大 2009)　　(m20092512)

**0.58** $a \neq 0$ とするとき, 2 変数関数 $f(x, y) = xy(a - x - y)$ の極値を求めよ.

(静岡大 2010)　　(m20102501)

**0.59** 次の 2 重積分を求めよ. また, 積分領域 $D$ を図示せよ.

(1) $\displaystyle\iint_D \frac{1}{x^2+1}\,dxdy\ ,\quad D = \{(x, y)\ :\ x - 1 \leqq\ y \leqq\ 1 - x\ ,\ 0 \leqq\ x\}$

(2) $\displaystyle\iint_D \log(x^2+y^2)\,dxdy\ ,\quad D = \left\{(x, y)\ :\ 1 \leqq\ x^2 + y^2 \leqq\ e^2\right\}$

(静岡大 2010)　　(m20102502)

**0.60** 原点を通り, 直線 $\ell_1\ :\ \dfrac{x-3}{-1} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z+5}{1}$ と直交する直線を $\ell_2$ とする. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) 直線 $\ell_2$ の方程式を求めよ.

(2) 2 直線 $\ell_1$ , $\ell_2$ を含む平面の方程式を求めよ.

(静岡大 2010)　　(m20102503)

**0.61** 行列 $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ について, 次の問いに答えよ.

(1) $A$ の固有値および固有ベクトルを求めよ.

(2) $A$ を直交行列で対角化せよ.

(3) $n$ を自然数とするとき, $A^n$ を求めよ.

(静岡大 2010)　　(m20102504)

**0.62** $f(x) = e^{\sin x}$ のマクローリン展開を $f(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ とするとき, 定数 $a_0,\ a_1,\ a_2,\ a_3$ を求めよ.

(静岡大 2010)　　(m20102505)

**0.63** $z^3 = \dfrac{1}{i}$ をみたす複素数 $z$ を全て求めよ. ただし, $i$ は虚数単位とする.

(静岡大 2010)　　(m20102506)

**0.64** 次の微分方程式の初期値問題の解 $y = y(x)$ を求めよ.

(1) $\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} + y - y^2 = 0 \\ y(0) = \dfrac{1}{2} \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} + y = x \\ y(0) = 0 \end{cases}$

(静岡大 2010)　　(m20102507)

**0.65** 次の各微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = 2xy$　　(2) $\dfrac{dy}{dx} = 2xy(1-y)$　　(3) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x+y}{x-y}$

(静岡大 2010)　　(m20102508)

**0.66** 次の全微分方程式 ① について以下の問に答えよ.

$$(y + 2xy)dx + xdy = 0 \quad \cdots\cdots \quad ①$$

(1) $e^{2x}$ が全微分方程式 ① の積分因子となることを示せ.

(2) 全微分方程式 ① の一般解を求めよ.

(静岡大 2010)　　(m20102509)

**0.67** 次の 2 階の微分方程式 ② について以下の問に答えよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2}+4\frac{dy}{dx}+3y=0 \quad \cdots\cdots \quad ②$$

(1) 微分方程式 ② の一般解を求めよ.

(2) $y'+y=u$ $\cdots$ ③ とおくとき, $u$ は次の微分方程式 ④ をみたすことを示せ.

$$\frac{du}{dx}+3u=0 \quad \cdots\cdots \quad ④$$

(3) 微分方程式 ④ の一般解を求めよ.

(4) 微分方程式 ③ を (2) で求めた $u$ を非同次項とする $y$ についての 1 階線形微分方程式とみなすことにより, 微分方程式 ③ の一般解を求めよ.

(静岡大 2010)　　(m20102510)

**0.68** (1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} x^{\frac{1}{x}}$ を求めよ.

(2) $f(x)=\dfrac{-4x+6}{x^2-4x+3}$ のマクローリン展開を求めよ.

(静岡大 2011)　　(m20112501)

**0.69** 次の 2 重積分を求めよ．また，積分領域 $D$ を図示せよ．

(1) $\displaystyle\iint_D xe^y\,dxdy\ ,\quad D=\{(x,y)\,|\,x^2 \leqq y \leqq x\}$

(2) $\displaystyle\iint_D \frac{y}{x}\,dxdy\ ,\quad D=\{(x,y)\,|\,1\leqq x^2+y^2\leqq 2,\ 0\leqq y\leqq x\}$

(静岡大 2011)　　(m20112502)

**0.70** $xyz$ 空間内に 4 点 $A(1,0,2),\ B(-1,1,1),\ C(0,2,6),\ D(4,2,-1)$ が与えられている．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 3 点 $A,\ B,\ C$ を通る平面 $\pi$ の方程式を求めよ．

(2) 平面 $\pi$ と点 $D$ の距離を求めよ．

(3) 点 $D$ から平面 $\pi$ に下ろした垂線の足 $H$ の座標を求めよ．

(静岡大 2011)　　(m20112503)

**0.71** 次の行列 $A$ を対角化せよ．なお，$A$ を対角化する正則行列 $P$ も明記すること．

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ -2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

(静岡大 2011)　　(m20112504)

**0.72** $(1-i)^{11}=a+bi$ を満たす実数 $a,\ b$ を求めよ．ただし，$i$ は虚数単位とする．

(静岡大 2011)　　(m20112505)

**0.73** 2 変数関数 $f(x,y)=x^3+3(y^2-2y)x$ の極値を求めよ．

(静岡大 2011)　　(m20112506)

**0.74** 次の微分方程式の初期値問題の解 $y = y(x)$ を求めよ．

(1) $\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = y^2 \sin 2x \, \cos 3x & (x \geqq 0) \\ y(0) = \dfrac{5}{3} \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x+2y}{x} & (x \geqq 1) \\ y(1) = 1 \end{cases}$

(静岡大 2011)　　(m20112507)

**0.75** 次の各微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx} = y \sin x$　　(2) $\dfrac{dy}{dx} = y(1-y)(2-y)$　　(3) $\dfrac{dy}{dx} = y + \sin x$

(静岡大 2011)　　(m20112508)

**0.76** 次の微分方程式 ① について以下の問に答えよ．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする．

$$xy'' + 2y' + xy = 0 \quad \cdots\cdots \text{①}$$

(1) 関数 $y_1 = \dfrac{\cos x}{x}$ は，微分方程式 ① の解であることを示せ．

(2) $x$ の関数 $u$ について，$y = uy_1$ が微分方程式 ① の解であるとき，$u$ は次の微分方程式

$$\frac{d^2u}{dx^2} - 2(\tan x)\frac{du}{dx} = 0$$

を満たすことを示せ．

(3) $\dfrac{du}{dx} = v$ とおくとき $v$ を求めよ．

(4) $u$ を求めよ．

(5) 微分方程式 ① の一般解を求めよ．

(静岡大 2011)　　(m20112509)

**0.77** 次の各微分方程式の初期値問題を解け．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする．

(1) $y'' + 4y' + 3y = 0\,,\quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$

(2) $y'' + 4y' + 4y = 0\,,\quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$

(3) $y'' + 4y' + 5y = 0\,,\quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$

(静岡大 2011)　　(m20112510)

**0.78** 次の重積分を計算せよ．

(1) $\displaystyle\iint_D e^{\frac{y}{x}}\, dxdy\,,\quad D = \left\{(x,y)\,\middle|\, 0 \leqq y \leqq 1\,,\ \sqrt{y} \leqq x \leqq 1\right\}$

(2) $\displaystyle\iint_D \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\, dxdy\,,\quad D = \left\{(x,y)\,\middle|\, 0 \leqq y \leqq 1\,,\ -1 \leqq x \leqq -y\right\}$

(静岡大 2012)　　(m20122501)

**0.79** 次で与えられる 2 変数関数 $f$ に対し，極大値と極小値があれば求めよ．

$$f(x,y) = 2^{x^2+xy+y^2-4x-2y}$$

(静岡大 2012)　　(m20122502)

**0.80** 次の微分方程式の解 $y=y(x)$ を求めよ $\big($(1) は一般解を求めよ$\big)$.

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+y=0$　　　(2) $\begin{cases} \dfrac{d^2y}{dx^2}+y=x^2 \ , \\ \quad y(0)=0 \ , \\ \dfrac{dy}{dx}(0)=0 \end{cases}$

(静岡大 2012)　　(m20122503)

**0.81** 次の関数 $f$ のマクローリン (Maclaurin) 展開 $\left(f(x)=\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n\right)$ を求めよ.

(1) $f(x)=e^{x^2}$　　　(2) $f(x)=\log(2+x)\quad(-2<x<2)$

(静岡大 2012)　　(m20122504)

**0.82** 空間のベクトル $\vec{a}=(2,-3,1)$ , $\vec{b}=(3,-1,-2)$ , $\vec{c}=(-1,2,-2)$ に対して，次の問いに答えよ.

(1) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角 $\theta$ $(0\leqq\theta\leqq\pi)$ を求めよ.

(2) $\vec{a}$ とも $\vec{b}$ とも直交する長さ 1 のベクトルを求めよ.

(3) $\vec{a},\ \vec{b}$ を 2 辺とする平行四辺形の面積を求めよ.

(4) $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$ を 3 辺とする平行六面体の体積を求めよ.

(静岡大 2012)　　(m20122505)

**0.83** 行列 $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ の固有値および対応する固有空間を求めよ．さらに，直交行列を用いて $A$ を対角化できるならば直交行列を求め対角化せよ．できないならばその理由を述べよ.

(静岡大 2012)　　(m20122506)

**0.84** 3 つの複素数を $\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i$, $\beta=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}i$, $\gamma=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ とする．ここで，$i$ は虚数単位をあらわす．このとき，次の問いに答えよ.

(1) $\alpha,\ \beta,\ \gamma$ を複素平面上に図示せよ.

(2) $\alpha^{2011}$ を $x+yi$ ($x,y$ は実数) という形にあらわせ.

(3) $\alpha^m=\beta,\ \alpha^n=\gamma$ をみたす整数 $m,n$ があれば求めよ.

(4) 複素平面上で $\alpha,\ \beta,\ \gamma$ を結んでできる三角形の内角をそれぞれ $a,b,c$ とするとき,

$$(\cos a+i\sin a)(\cos b+i\sin b)(\cos c+i\sin c)$$

を求めよ.

(静岡大 2012)　　(m20122507)

**0.85** 次の各微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $x\dfrac{dy}{dx}=2y$　　(2) $\dfrac{dy}{dx}\sin x+y\cos x=x$　　(3) $(2x^2y+y^2)\,dx+(x^3+xy)\,dy=0$

(静岡大 2012)　　(m20122508)

**0.86** $g(x,y)$ および $h(x,y)$ が $m$ 次同次関数であるとき

$$\frac{dy}{dx}=\frac{g(x,y)}{h(x,y)}$$

は同次形微分方程式であることを示せ．ただし，$m$ 次同次関数とは，任意の実数 $t$ に対して

$$f(tx, ty) = t^m f(x, y)$$

を満たす関数 $f(x, y)$ のことをいう．

(静岡大 2012)　　(m20122509)

**0.87**　次の微分方程式 ① および ② について以下の問いに答えよ．

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = 0 \qquad \cdots\cdots ①$$

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = x \qquad \cdots\cdots ②$$

(1)　微分方程式 ① の一般解を求めよ．

(2)　$y = \dfrac{x \log x}{2}$ は微分方程式 ② の特殊解であることを示せ．

(3)　微分方程式 ② の一般解を求めよ．

(静岡大 2012)　　(m20122510)

**0.88**　空間内に 4 点 $A(1, 1, 1)$, $B(2, 3, 2)$, $C(-2, 0, 3)$, $D(0, 2, 5)$ をとる．3 点 $A, B, C$ を含む平面を $\pi$ とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1)　平面 $\pi$ の方程式を求めよ．

(2)　点 $D$ を通り平面 $\pi$ に垂直な直線の方程式を求めよ．

(3)　点 $D$ と平面 $\pi$ との距離を求めよ．

(4)　三角形 $ABC$ の面積を求めよ．

(5)　四面体 $ABCD$ の体積を求めよ．

(静岡大 2013)　　(m20132501)

**0.89**　(1)　行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ の固有値と固有ベクトルを求めよ．

(2)　(1) の行列 $A$ を直交行列を用いて対角化せよ．このとき，用いた直交行列も明記せよ．

(3)　2 次曲面の方程式 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 4xy - 4yz = 1$ を標準形に変えよ．

(静岡大 2013)　　(m20132502)

**0.90**　次の関数の偏導関数を求めよ．

(1)　$f(x, y) = \arctan\dfrac{y^2}{x} - \arctan\dfrac{x + y^2}{x - y^2}$　　　(2)　$f(x, y) = x\sqrt{y^2 - x^2} + y^2 \arcsin\dfrac{x}{y}$

(静岡大 2013)　　(m20132503)

**0.91**　次の積分を計算せよ．

(1)　$\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{1}{x^3 + 1}\, dx$

(静岡大 2013)　　(m20132504)

**0.92**　次の積分を計算せよ．積分領域 $D$ を図示せよ．

(1)　$\displaystyle\iint_D \frac{y}{x} \sin(x^2 + y^2)\, dxdy$,　　$D = \left\{ (x, y) \;\middle|\; \frac{\pi}{3} \leqq x^2 + y^2 \leqq \frac{\pi}{2},\ 0 \leqq y \leqq x \right\}$

(静岡大 2013)　　(m20132505)

**0.93** 次の常微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ．ただし，$\log$ は自然対数を表す．

(1) $x\dfrac{dy}{dx} - y = x\log x \quad (x > 0)$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 4\dfrac{dy}{dx} + 3y = e^{2x}$

(静岡大 2013)　　(m20132506)

**0.94** $\alpha,\ \beta,\ z_1,\ z_2,\ z_3$ は複素数で $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$，$z_1 + z_2 + z_3 = \alpha$，$z_1z_2z_3 = \beta$ を満たすとする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) $\dfrac{1}{z_1} + \dfrac{1}{z_2} + \dfrac{1}{z_3} = \overline{\alpha}$ であることを示せ．ただし，$\overline{\alpha}$ は $\alpha$ の共役複素数を表す．

(2) $z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1 = \overline{\alpha}\beta$ であることを示せ．

(静岡大 2013)　　(m20132507)

**0.95** 2 変数関数 $f(x, y) = 4xy - 2y^2 - x^4$ が極値をとる点 $(x, y)$ をすべて求めなさい．

(静岡大 2013)　　(m20132508)

**0.96** 2 重積分 $\displaystyle\iint_D \frac{1}{\sqrt{1 + x^2 + y^2}}dxdy, \quad D = \left\{(x, y)\ \middle|\ 1 \leqq\ x^2 + y^2 \leqq\ 4\right\}$ を求めなさい．

(静岡大 2013)　　(m20132509)

**0.97** 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ に対して，以下の問いに答えなさい．

(1) ランク（階数）を求めなさい．

(2) 固有値をすべて求めなさい．また，そのうち 0 でない固有値に対応する固有ベクトルを求めなさい．

(静岡大 2013)　　(m20132510)

**0.98** 行列 $X_2$, $X_3$, $X_4$ を各々

$$X_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad X_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad X_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

とする．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) $X_2$, $X_3$, $X_4$ の行列式の値を求めなさい．

(2) $X_n$（$n$：自然数）を対角成分が 0 で，ほかの成分はすべて 1 である $n$ 行 $n$ 列の行列とすると，$X_5$ の行列式の値は 4 になるという．このとき，(1) の結果も利用して $X_n$ の行列式の値を推測し，それが正しいことを示しなさい．

(静岡大 2013)　　(m20132511)

**0.99** 次の極限値を求めなさい．

(i) $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\frac{x\sin(x) - \frac{\pi}{2}}{\cos(x)}\right)$　　(ii) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sqrt{1+x} - 1 - \frac{x}{2}}{x^2}\right)$

(静岡大 2015)　　(m20152501)

**0.100** 関数 $f(x) = \cos(ax)\cos(bx)$ の第 $n$ 次導関数は

$$f^{(n)}(x) = \frac{(a+b)^n}{2}\cos\left((a+b)x + \frac{n\pi}{2}\right) + \frac{(a-b)^n}{2}\cos\left((a-b)x + \frac{n\pi}{2}\right)$$

となることを示しなさい.

(静岡大 2015)　　(m20152502)

**0.101** $a$ を実数として $A = \begin{pmatrix} a & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ が $A^2 - A + E = 0$ を満たすとする.

(1) $a$ の値を求めよ.

(2) $A^{60}$ を求めよ.

(静岡大 2015)　　(m20152503)

**0.102** $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ とするとき, $A$ の固有値と固有ベクトルを求めよ.

(静岡大 2015)　　(m20152504)

**0.103** 次の不定積分を求めなさい.

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+x+1}}$$

(静岡大 2016)　　(m20162501)

**0.104** 次の微分方程式を解きなさい.　$\left(x^2 - y^2\right)y' = xy$

(静岡大 2016)　　(m20162502)

**0.105** (1) 行列 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ の階数を求めなさい.

(2) $x, y, z$ を実数とするとき, $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0$ ならば $x = y = z$ が成り立つことを示しなさい.

(3) 行列 $\begin{pmatrix} x & y & z \\ y & z & x \\ z & x & y \end{pmatrix}$ の階数を求めなさい. ただし, $x, y, z$ は実数とする.

(静岡大 2016)　　(m20162503)