[選択項目] 年度：1991〜2023 年　大学：図書館情報大

0.1　方程式 $ax^2+bx+c=0$ について，次の問に答えよ．ただし，a,b,c は有理数とする．

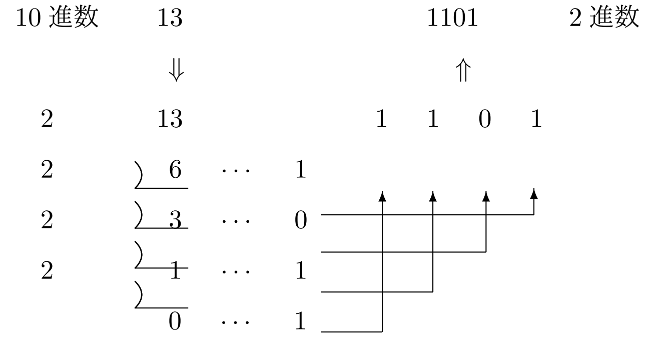
(1) $a \neq 0$ として「２次方程式の解の公式」を導け．

(2) 次のような解になるための，a,b,c の条件を示せ．
（ア）１つの有理数　（イ）１つの複素数　（ウ）２つの有理数　（エ）２つの実数
（オ）２つの複素数　（カ）不定（x の値が定まらない）　（キ）矛盾している

(図書館情報大 1994)　　(m19941601)

0.2　10 進数を 2 進数に変換する方法として,「10 進数を次々に 2 で割り，その結果の余りを下から順に並べる」という方法がある．

（例）



(1) n 桁の p 進数は

$$\sum_{i=1}^{n} a_i\, p^{i-1}, \quad 0 \leqq a_i < p, \quad a_i \text{ は 0 または自然数}$$

であることを利用して，上記の方法が正しいことを示せ．

(2) 10 進小数を 2 進小数に変換する，たとえば 10 進小数 0.625 を 2 進小数 0.101 に直す方法を示し，その方法が正しいことを示せ．

(図書館情報大 1994)　　(m19941602)

0.3　３点の座標が $A(-1,3,0),\ B(1,0,1),\ C(2,2,-2)$ で与えられている時，ベクトル $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ のなす角を求めよ．

(図書館情報大 1994)　　(m19941603)

0.4　以下の値を求めよ．

(1) $\begin{pmatrix} 4 & 3 & 9 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}$　　(2) $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 7 & 4 \end{pmatrix}$

(図書館情報大 1994)　　(m19941604)

0.5　次の各問いに答えよ．

(1) サイコロを３回振る．１回目，２回目，３回目に出た数をそれぞれ a,b,c とすると $a<b<c$ となるのは何通りあるか．

(2) サイコロを３回振る．１回目，２回目，３回目に出た数をそれぞれ 100 の位，10 の位，1 の位としたとき，得られた数が３の倍数になる確率を求めよ．

(3)　3 桁の整数が 3 の倍数であるなら，各桁の数の和は 3 の倍数であることを示せ．

(図書館情報大 1994)　　(m19941605)

0.6　(1)　$\left(x - \frac{1}{3}\right)^3$ を展開せよ．

(2)　$1 + 2 + \cdots + 999 + 1000$ は次のどれに最も近いか．

(a) 100,000　(b) 500,000　(c) 1,000,000　(d) 5,000,000　(e) 10,000,000

(3)　$0, 1, 2, 3, 4$ の 5 個の数字の中から異なる 3 個の数字を用いて作られる 3 桁の整数のうち，奇数はいくつあるか．

(図書館情報大 1998)　　(m19981601)

0.7　アミダくじは図 1 のように何本かの縦線とそれをつなぐ横線からできており，縦線の上端から出発して下端に到着するまでをたどる．たどる道筋は：

- 縦線に沿って下に進み，
- 横線との分岐点にであったらその横線に沿って進み，
- 横線が縦線に出会ったところで再び下に進む．

これを下端に到着するまで繰り返す．

縦線には左から順に番号をふり,「縦線 i 」という呼び方で左から i 本目の縦線を指す ($i = 1, 2, \cdots, n$: n は縦線の本数) ．図 1 の上端に記したのがこの番号である．また下端の番号は，上端の同じ番号から出発した道筋の到着先を表している．例として，図の点線は番号 3 のたどる道筋を示している．

図 2 の (a) のように，縦線と横線の交点は必ず T 字型で，(b) のように十字で交わったり，横線が途中で途切れたりすることはない．また普通のアミダくじでは，横線は (c) のように縦線を飛び越えたり，(d) のように斜めになったりすることは許されず，隣り合った縦線を水平につなぐだけである．これらの条件を満たすものを「正しい横線」と呼ぶ．

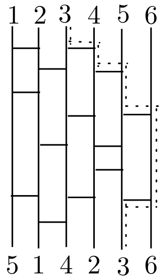


図 1

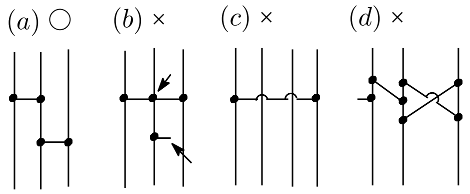
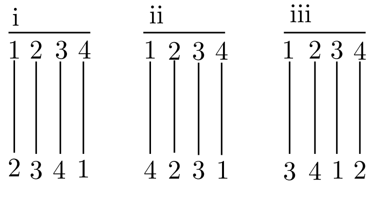


図 2

(1)　次のそれぞれについて,（正しい）横線を適当にいれて，上端・下端の同じ番号が道筋で結ばれるアミダくじを作れ．



(2)　縦線 i から出発した道筋が縦線 j に到着することは,「 $j = f(i)$ 」という関数関係として表せる． f をそのアミダくじの「表現関数」と呼ぶ．図 1 では縦線 3 からの道筋は縦線 5 に到着するから $f(3) = 5$ であり， f 全体は次のようになる．

$$f(1) = 2, \quad f(2) = 4, \quad f(3) = 5, \quad f(4) = 3, \quad f(5) = 1, \quad f(6) = 6$$

縦線が n 本で縦線 $a, a+1$ をつなぐ横線が 1 本あるだけのアミダくじの表現関数 f_1 を答えよ．またその横線より下に，縦線 $b, b+1$ をつなぐ横線を追加したアミダくじの表現関数 f_2 を，$b = a, a-1, a+1$ ，それ以外の場合に分けて答えよ．

(3) さらに一般に，2 つのアミダくじ A, B について，A の下端を B の上端につなぐと新しいアミダくじ AB ができる．それぞれの表現関数を f_A, f_B, f_{AB} とするとき，$f_{AB}(i)$ を f_A, f_B を使って表せ．

(4) 図 2(c) のような縦線を飛び越える横線は，正しい横線を何本か組み合わせることによって同じ働きを実現できる．問 (1) の結果を参考に，その実現方法を述べよ．

(5) 下端に $1, 2, \cdots, n$ をどのような順番に並べても，それを実現するアミダくじが必ず作れることを示せ．

(図書館情報大 1998)　　(m19981602)

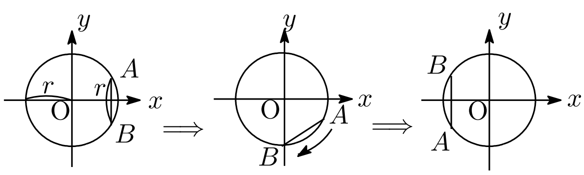
0.8 関数 $f(x) = \lim_{n\to\infty} \dfrac{x^{2n+1} + x^2 - 2x}{x^{2n} + 1}$ について，

(1) $f(-1), f(0), f(1)$ の値を求めよ．

(2) $y = f(x)$ のグラフを描け．

(図書館情報大 1998)　　(m19981603)

0.9 原点を中心とする半径 $r(r > 0)$ の円の円周に両端が接する長さ r の線分 AB がある．図のように AB がはじめ y 軸と平行に置かれ，線分の両端を円に接したまま時計回りの方向に再び y 軸と平行になるまで移動する．このとき次の問に答えよ．



(1) 線分 AB が通る領域を図示し，その面積を求めよ．

(2) (1) の図形を y 軸を中心として回転してできる立体の体積を求めよ．

(図書館情報大 1998)　　(m19981604)

0.10 次のような行列 A と B がある．

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$$

今，成分が整数からなる $2\times\ 2$ の行列 C と次のような関係がある．

$$CAC^{-1} = B$$

(1) 行列 C の成分を

$$C = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

とした場合，a, b, c, d の間にはどのような関係があるか．

(2) その関係を満たす行列 C の一般形を求めよ．

(3) C の逆行列 C^{-1} を求めよ．

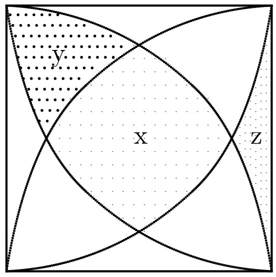
(図書館情報大 1998)　　(m19981605)

0.11 右下の図形は 1 辺の長さ 1 の正方形の中に，各頂点を中心として半径 1 の円弧を 4 つ描いたものである．図の x, y, z それぞれの領域の面積をやはり x, y, z で表す．

(1) 次の各式の空欄を埋めて，x, y, z の満たす連立方程式を作れ．
ただし，π は円周率である．

$$\begin{cases} \square x + \square y + \square z = 1 \\ \square x + \square y + \square z = \dfrac{\pi}{4} \\ x + 2y + z = \dfrac{\pi}{3} - \dfrac{\sqrt{\square}}{\square} \end{cases}$$

(2) x を求めよ．



(図書館情報大 1999)　　(m19991601)

0.12 ある玉を静止状態から放して下に落とすと，床で跳ね返って最初の 80 %の高さまで上がる．そこから再び落ち始め，やはりその 80 %の高さまで跳ね返ることを繰り返す．ただし，玉は床に垂直に落下して垂直に跳ね返るものとし，玉の大きさは無視する．このとき下の問に答えよ．

(1) 最初の高さ $1m$ から落とした玉が n 回目に跳ね返ったとき，どの高さまで上がるかを n で表せ．

(2) そのときまでに玉が動く総距離を n で表せ．

(図書館情報大 1999)　　(m19991602)

0.13 ある電卓では，表示窓に数値が $\boxed{1.23\times\ 10^3}$ のように有効数字 3 桁と 10 の指数で表示される．この例では $1.23\times\ 10^3 = 1230$ が表示されている．4 桁以上の数をキーで打ち込んでも，4 桁以降は有効数字の部分から切り捨てられる．例えば，“ 98765 ”と打ち込むと，$\boxed{9.87\times\ 10^4}$ という表示になる（数値は 98700 になる）．最上位の桁，つまり整数桁は 1〜9 のいずれかになり，0 にはならない（ただし，数値が 0 の場合は除く）．計算は表示窓の数値に対して行われ，計算自体は十分な桁数をとって正確に行われるが，結果は表示窓に収まるように四捨五入される．次の各々のように数字・演算キーを打つと，計算結果がどのように表示窓に現れるかを答えよ．

(1) 4567+444　　　(2) 1055 × 620

(図書館情報大 1999)　　(m19991603)

0.14 ふつうの計算では加算・減算では同じ種類の量どうしの，また乗算は異なる種類の量どうしの計算であることが多い．例えば,「重さ＋長さ」や「金額×金額」は無意味だが,「長さ＋長さ＝長さ」,「単価×個数＝金額」には意味がある．しかし例外もある．

(1) 同種の量の掛け算で，日常的に使われるものの例をあげよ．

(2) 異なる種類の量の足し算で，日常的に使われ，数値にも十分意味のあるものの例をあげよ．

(図書館情報大 1999)　　(m19991604)

0.15 ある計算機では 2 つの数の加減算には 1 の時間が，乗算には 10 の時間がかかり，これは数の大きさに関わらず一定である．(1)〜(3) の各式の値をできるだけ短い時間で計算する手順と所要時間を求めよ．ただし，計算で得られた結果は後で何度でも自由に使ってよい．また式は事前に自由に変形してよいが，a, b, c, x がとる数値は，その変形前にはわからないとする．計算手順の書き方は下の例参照．

(1) $ab+ac$ をこのまま計算すれば $X = a\times b,\ Y = a\times c,\ X+Y = (a\times b)+(a\times c)$ で乗算 2 回，加算 1 回が必要，所要時間は $2\times10+1 = 21$ だが，$a(b+c)$ と変形すれば $Z = b+c,\ a\times Z = a\times(b+c)$ となって乗算 1 回，加算 1 回で済み，所要時間は $10 + 1 = 11$ になる．

(2) $2x$ は $2 \times x$ とすれば所要時間 10，$2x = x + x$ とすれば所要時間は 1 になる．

(1) $a^2 - b^2$　　　(2) $ax^2 + bx + c$　　　(3) $6x^2 + 5x + 1$

(図書館情報大 1999)　　(m19991605)

0.16 後置記法と呼ばれる数式の表現法では，通常の表現法での「$a+b$」という式は「$ab+$」のように，加減乗除の記号を最後に書いて表す.「$(a+b)\times c$」の場合は「$a+b$」が「$ab+$」になり，c を右側から掛けるから，後置記法では「$ab+c\times$」となる．一方,「$a+b\times c$」は「$b\times c$」，つまり「$bc\times$」に左側から a を足すから,「$abc\times+$」になる．また「$a\times b+(c-d)$」は「$ab\times cd-+$」となる．このように後置記法ではでは括弧を用いる必要がなくなる．これらの後置記法の式は次のように構成されていると考えることができる.

$$\underbrace{ab+} \qquad \underbrace{\underbrace{ab+}\,c\times} \qquad \underbrace{a\,\underbrace{bc\times}\,+} \qquad \underbrace{\underbrace{ab\times}\,\underbrace{cd-}\,+}$$

(1) 以下の式を後置記法で表現せよ.

i. $a-b+c$ ii. $a+b\times(c-d)$

(2) 以下の後置記法の式を通常の表現法で表現せよ.

i. $ab+c-d\times$ ii. $ab\div\ c+def+-\times$

(図書館情報大 1999) (m19991606)

0.17 (1) 10 進数の 21 を 2 進数で表せ.

(2) 2 進数の 101.101 を 10 進数で表せ.

(3) 10 進数の 0.3 を 2 進数で表せ.

ただし，2 進数，10 進数に関わらず小数点 5 桁未満は切り捨てる.

(図書館情報大 1999) (m19991607)

0.18 次の積分をせよ.

(1) $\displaystyle\int_0^1 (2x+1)^4 dx$ (2) $\displaystyle\int_{-1}^0 xe^{-x}dx$

(図書館情報大 1999) (m19991608)

0.19 $X=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -6 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ とする．X , X^{-1} を求めよ.

(図書館情報大 1999) (m19991609)

0.20 右の図のようにつながった管の上の入り口から玉を落とすと，

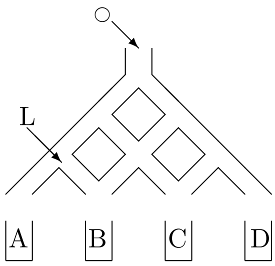
玉は枝分かれのところで，左側 : 右側 $=3:2$ の比率で

下に進み，最後に下の A〜D のいずれかの容器に入る.

1000 個の玉を上から落としたとき，次の問に答えよ.

(1) 枝分かれの点 L を通過する玉の個数の期待値を求めよ.

(2) B の容器に入る玉の個数の期待値を求めよ.



(図書館情報大 1999) (m19991610)

0.21 1 辺の長さが 6 で，2 本の対角線の長さが 2 だけ違うひし形の面積を求めよ.

(図書館情報大 2000) (m20001601)

0.22 (1) 辺の長さが a の正方形の四隅を図 (A) のように切り落としてできる正 8 角形の辺の長さを求めよ.

(2) 同じ正方形の各辺の中点に頂点を持つ正８角形（図 (B)）の面積は，図 (A) の正８角形の面積の何倍か．

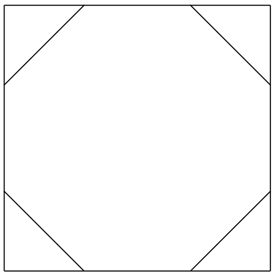


図 (A)

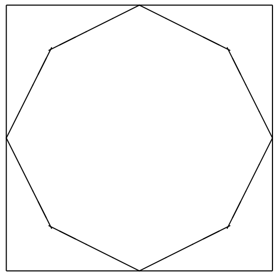


図 (B)

(図書館情報大 2000)　　(m20001602)

0.23　２つのチームが対戦して必ず勝敗が決まる（引き分けがない）試合によって優勝者を決めるとき，以下の問に答えよ．トーナメント，リーグ戦については下の注を参照．

(1) 48 チームでトーナメントをする場合，全部で何試合行われることになるか．

(2) 48 チームでトーナメントをする場合，１回戦を戦うチームは何チームあるか．

(3) 48 チームを 6 チームずつのリーグに分けてリーグ戦を行い，各リーグの一位どうしで決勝トーナメントを行う場合，全部で何試合行われることになるか．

(4) n は自然数で，$n = 2^k$ (k は 0 以上の整数) の形には表せないとする．n チームでトーナメントをするとき，一回戦から戦うチーム数を n で表せ．ただし，通常の演算・関数記号のほか，次の関数 $f(x)$ を用いてよい．

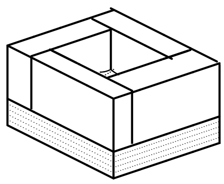
$f(x) = [x$ を超えない最大の整数 $]$　例：$f(1) = 1, f(2.5) = 2, f(-2.5) = -3$

(1) トーナメント：勝ち抜き戦によって優勝者を決める方式で，優勝までの試合数が一番多い対戦を１回戦，以下順に２回戦，３回戦等と呼ぶ．１回戦に勝ったチームは２回戦に，２回戦に勝ったチームは３回戦に進む（以下同様）．ただし出場チームによっては１回戦は戦わず，２回戦から登場するチームもある．

(2) リーグ戦：リーグに属するすべてのチームが互いに１回ずつ必ず対戦し，勝ち数の多い順に順位をつける．同率１位がある場合にはくじ引きなど，試合以外の方法で１位を決める．

(図書館情報大 2000)　　(m20001603)

0.24　厚さ $1\,cm$ の板で内側が縦・横・深さ $1\,cm$ のマス M_1 を作る．
同じ板を使って M_1 がぴったりと入るように M_2 をつくる．
以下同様にして $M_3, M_4, \cdots, M_k, \cdots$ を作る．



(1) M_k の容積を求めよ．

(2) マス M_k の板の部分の体積がその容積よりも初めて小さくなるときの k の値を求めよ．

(図書館情報大 2000)　　(m20001604)

0.25　１から 100 までの番号がついた空の箱が 100 個ある．これに対し：

- １回目にすべての箱に玉を１つずつ入れる．
- ２回目には $2, 4, 6, \cdots, 100$ の箱に玉を１つずつ入れる．

　$\cdots\cdots\cdots$

- n 回目には $n, 2n, 3n, \cdots, kn, \cdots$ の箱に玉を１つずつ入れる ($kn \leq 100$)．

この操作を n が 100 になるまで繰り返す．このとき以下の問に答えよ．

(1) 箱 47 と箱 96 に入っている玉の数はいくつか.

(2) 玉がちょうど 9 個入っている箱をすべて答えよ.

(図書館情報大 2000)　　(m20001605)

0.26 (1) 半径 r の円盤を，円盤と同じ中心をもつ 3 つの同心円で切って 4 つの部分に分ける（一番内側は円形，他の 3 つはドーナツ型になる）. 各部分の面積が互いに等しくなるようにするには，3 つの同心円の半径をいくらにすればよいかを答えよ.

(2) 底面の半径が r ，高さが h の円錐を水平に切って体積が等しい n 個の部分 $(n \geq 2)$ に分けたとき，一番上の小さい円錐のすぐ下にある円錐台の厚さを求めよ.

(図書館情報大 2000)　　(m20001606)

0.27 (1) 正確に長方形の形をした土地があり，その縦・横の長さを測ったところ，小数点以下を四捨五入して $517m$ と $483m$ であった. この土地の正確な面積は何 m^2 以上，何 m^2 以下かを，小数点以下を四捨五入した整数値で答えよ.

(2) 正確に直方体の形をした箱があり，その縦・横・高さの長さをミリ単位で測ったところ，小数点以下を四捨五入して $200mm$, $300mm$, $500mm$ であった. この箱の正確な体積は何 cm^3 以上，何 cm^3 以下かを，小数点以下を四捨五入した整数値で答えよ（単位の違いに注意）.

(図書館情報大 2000)　　(m20001607)

0.28 あるバス営業所の燃料消費量は 1 年間に $R(l)$ で，消費の割合は一定である. 燃料を保管するのに必要な費用は燃料の量，保管期間のそれぞれに比例し，1 l の燃料を 1 年間保管するには a 円の費用がかかる. 燃料の注文は在庫がなくなったときだけ行い，注文した量に関係なく，1 回当たり b 円の費用がかかる. なお，年度の初めと終わりでの在庫量は同じとする.

(1) 毎回の注文量が一定（$x(l)$）のとき，1 年間で注文にかかる費用はいくらか.

(2) 毎回の注文量が一定（$x(l)$）のとき，1 年間で保管にかかる費用はいくらか.

(3) 毎回の注文量を一定としたとき，1 年間の注文にかかる費用と保管にかかる費用の和を最小にする注文量 $x_{\mathrm{opt}}(l)$ を求めよ.

(図書館情報大 2000)　　(m20001608)

0.29 以下の 3 次関数のグラフの概形を示せ. ただし，x 軸，y 軸との交点の座標をグラフの中に明記すること.

(1) $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$　　(2) $y = -x^3 - x^2 - x - 1$　　(3) $y = x^3 - 7x - 6$

(図書館情報大 2000)　　(m20001609)

0.30 2 つの放物線 $y = x^2$ と $x = 8y^2$ の交点を求めよ. また，その 2 つの放物線に囲まれた部分の面積を求めよ.

(図書館情報大 2000)　　(m20001610)

0.31 以下の値を求めよ.

(1) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ の固有値と，最小固有値に対する固有ベクトル.

(図書館情報大 2000)　　(m20001611)

0.32　放物線 $y = x^2 + 2x - 2$ を x 軸の方向へ a，y 軸の方向へ b だけ平行移動する．

(1)　平行移動した後の放物線の方程式を a, b を使って示せ．

(2)　平行移動した後も放物線が点 $(1, 1)$ を通るとき，a, b が満たすべき必要十分条件を求めよ．

(3)　a, b が (2) で求めた必要十分条件を満たしていれば，平行移動した後の放物線の頂点はある曲線の上に必ず乗る．その曲線の方程式を求めよ．

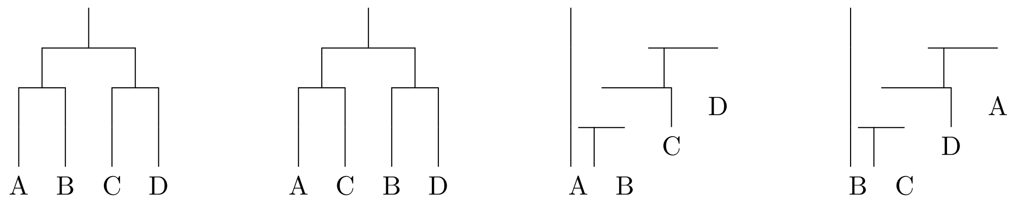
(図書館情報大 2002)　　(m20021601)

0.33　A, B, C, D の 4 人がトーナメント戦で優勝を争う．

A と B，C と D はそれぞれ同程度の強さで，互いに対戦したとき勝つ確率はそれぞれ 0.5 であり，

一方 A，B は C，D より強く，対戦したとき A（または B）が勝つ確率は 0.7 とする．

下の図の (a)-(d) 組み合わせで対戦を進めたとき，それぞれの場合に A が優勝する確率を求めよ．



(a)　(b)　(c)　(d)

(図書館情報大 2002)　　(m20021602)

0.34　n 個の数 $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$ の最大値を $\max(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n)$ で表す．例えば $\max(1, 2) = 2$, $\max(3, 1, 3) = 3$ である．同様に $\min(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n)$ は $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$ の最小値を表す．

(1)　max を使って $|a|$ を表す式を示せ．

(2)　max を使って $\min(a, b)$ を表す式を示せ．

(3)　絶対値記号を使って $\max(a, b)$ を表す式を示せ．

(4)　max, min を使って，a, b, c の 3 数を大きい順に並べた場合，真中にくる値を表す式を示せ．
例えば 3 数が 7, 2, 3 であれば 3 が，1, 1, 2 であれば 1 が求める式の値になる．

ただし，式には各問ごとに指定された，max，min 絶対値記号のほか，四則演算記号（単項マイナス：$-a$ を含む）やカッコ類，1,2 のような定数だけを使ってよい．

(図書館情報大 2002)　　(m20021603)

0.35　整数 x の n 乗 x^n を計算するときに，次の漸化式

$$x^k = \begin{cases} x^\ell \times x^\ell & (k = 2\ell \text{のとき}) \\ x^{2\ell} \times x & (k = 2\ell + 1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

を再帰的に適用すると効率よく求められることが，2200 年以上前から知られている．

(1)　$n = 15$ のとき，上の漸化式を適用して x^{15} を分解すると，

$$\begin{aligned} x^{15} &= x^{\boxed{\text{ア}}} \times x \\ x^{\boxed{\text{ア}}} &= x^{\boxed{\text{イ}}} \times x^{\boxed{\text{イ}}} \\ x^{\boxed{\text{イ}}} &= x^{\boxed{\text{ウ}}} \times x \\ x^{\boxed{\text{ウ}}} &= x^{\boxed{\text{エ}}} \times x^{\boxed{\text{エ}}} \\ x^{\boxed{\text{エ}}} &= x^{\boxed{\text{オ}}} \times x \\ x^{\boxed{\text{オ}}} &= x^{\boxed{\text{カ}}} \times x^{\boxed{\text{カ}}} \end{aligned}$$

となるので，これを下の行から逆順にたどれば，x^{15} が 6 回の乗算で求められる．

(2) $n=15$ に対して (1) は実は最短手順ではなく，途中の値を 1 個保存することにより，5 回の乗算で x^{15} を求めることができる．その手順の 1 つは，

$$
\begin{array}{lclcl}
x & \times & x & \longrightarrow & x^2 \\
x^{\boxed{キ}} & \times & x^{\boxed{ク}} & \longrightarrow & x^{\boxed{ケ}} \\
x^{\boxed{コ}} & \times & x^{\boxed{サ}} & \longrightarrow & x^{\boxed{シ}} \\
x^{\boxed{ス}} & \times & x^{\boxed{セ}} & \longrightarrow & x^{\boxed{ソ}} \\
x^{\boxed{タ}} & \times & x^{\boxed{チ}} & \longrightarrow & x^{15}
\end{array}
\qquad \text{（ただし，} x^{\boxed{ツ}} \text{を保存した.）}
$$

と表される.（$\boxed{キ}$〜$\boxed{ツ}$には同じ数字が入る箇所もある．また，$\boxed{キ}$と$\boxed{ク}$のように交換可能なものについては，解答順は問わない.）

(図書館情報大 2002)　　(m20021604)

0.36 1〜n の番号が書かれた n 個の玉と，1〜k の番号が書かれた k 個の箱があり，各箱には任意の個数の玉を入れることができるものとする．このとき,「n 個の玉のすべてを，いずれかの箱に入れる方法」の総数を考える．

(1) 玉の個数 n を固定する．箱の個数 k が以下の各条件を満たすとき,「すべての箱に 1 個以上の玉が入る」ような入れ方はそれぞれ何通りあるか，数値または n の式で表せ．

（ア） $k=1$ 　（イ） $k=2$ 　（ウ） $k=n-1$ 　（エ） $k=n$

(2) 箱の個数 k を固定する．玉の個数 n が以下の各条件を満たすとき,「どの箱にも 2 個以上の玉が入らない」ような入れ方はそれぞれ何通りあるか，数値または k の式で表せ．

（ア） $n=2$ 　（イ） $n=k$ 　（ウ） $n=k+1$

(図書館情報大 2002)　　(m20021605)

0.37 以下の $\boxed{ア}$〜$\boxed{ク}$ にあてはまる式あるいは数値を解答欄に記せ．ただし $\boxed{エ}$ には複数の値が入る．

- 以下で $\log x$ は 10 を底とする常用対数 $\log_{10} x$ を指す．
- 特に $\log 2 = 0.301030$（小数第 7 位を四捨五入したもの）である．
- 実数 x $(x \geq 1)$ に対し，$\log x$ の小数部分を $L(x)$ で表す．例えば $\log 20 = 1 + \log 2$ より $L(20) = L(2)$ であり，これを小数点以下 4 位まで記すと 0.3010 である．

(1) 実数 x $(x \geq 1)$ を 10 進表記したとき，最高位の数字が d, $(d = 1, 2, \ldots, 9)$ であるのは

$\boxed{ア} \leq L(x) < \boxed{イ}$

のときである．

(2) 特に $d=1$，つまり最高位が 1 である場合について考える．実数列 a_n $(n=1,2,\ldots)$ が $\log a_n = 0.3 \times n$ を満たすとき，a_n の最高位が 1 になるのは n を $\boxed{ウ}$ で割った余りが$\boxed{エ}$ のときである．（$\boxed{エ}$ には条件を満たすものすべてを記せ）．

(3) $L(2^3) = \boxed{オ}$ 　$L(2^4) = \boxed{カ}$ 　$L(2^{20}) = \boxed{キ}$

ただし値は小数第 5 位を四捨五入した小数第 4 位までの数値で答えよ．

(4) n が 1 から 50 までの整数値をとるとき，2^n の最高位の数字が 1 になる場合は $\boxed{ク}$通りある．

(図書館情報大 2002)　　(m20021606)

0.38 関数 $g(x) = xe^{-\frac{x}{2}}\left(1 - \dfrac{x}{2}\right)$ について以下の $\boxed{ア}$〜$\boxed{ク}$にあてはまる値を求めよ．

(1) $g(x) = 0$ を満たす x の値は $\boxed{ア}$, $\boxed{イ}$ である．

(2) $g(x)$ の傾きが 0 となる x の値は $\boxed{ウ}$, $\boxed{エ}$である．

(3) $\displaystyle\int_0^{\infty} g(x)dx = \boxed{オ}$ である．

(4) $g(x)$ のマクローリン展開の第 3 次までの項は

$$g(x) \approx \boxed{\text{カ}}\, x + \boxed{\text{キ}}\, x^2 + \boxed{\text{ク}}\, x^3$$

となる．ただし関数 $f(x)$ のマクローリン展開は

$$f(x) = f(0) + xf'(0) + \frac{x^2}{2!}f''(0) + \frac{x^3}{3!}f^{(3)}(0) + \cdots$$

である．

(図書館情報大 2002)　　(m20021607)

0.39 平面 π : $2x + 3y + 4z - 12 = 0$ と点 A:(1,2,3) について，以下の $\boxed{\text{ア}}$～$\boxed{\text{オ}}$ を求めよ．

(1) π は x 軸と点 $\boxed{\text{ア}}$，y 軸と点 $\boxed{\text{イ}}$，z 軸と点 $\boxed{\text{ウ}}$ でそれぞれ交わる．

(2) π に垂直で長さが 1 の法線ベクトルは $\boxed{\text{エ}}$ である．

(3) A と π との距離は $\boxed{\text{オ}}$ である．

(図書館情報大 2002)　　(m20021608)

0.40 以下の (1)-(5) の行列の積が定義されるかどうか判断し，定義されない場合には×を，定義される場合には積の計算結果を，解答欄に記入せよ．

(1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$　　(2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix}$　　(3) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

(4) $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$　　(5) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

(図書館情報大 2002)　　(m20021609)

0.41 $A = \begin{pmatrix} 10 & -6 \\ -6 & 10 \end{pmatrix}$ とする．

(1) A の固有値と，対応する固有ベクトルを求めよ．

(2) 実対称行列 X で，次の 2 つの条件（ア），（イ）の両方を満たすものを求めよ．

（ア）$X^2 = A$　　（イ）固有値がすべて正

(図書館情報大 2002)　　(m20021610)