[選択項目] 年度：1991〜2023 年　大学：富山大

0.1 次の $y_1(t)$, $y_2(t)$ に関する連立微分方程式を考える．

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} &= y_2 \\ \dfrac{dy_2}{dt} &= -y_1+\cos t \end{cases}$$

(1) 上の連立微分方程式の同次方程式（第 2 式右辺の $\cos t$ が無い場合の連立微分方程式）の一般解を求めよ．

(2) 定数変化法を用いて，上の連立微分方程式の一般解を求めよ．

(富山大 1994)　　(m19942301)

0.2 (1) 行列 $M=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ に対して，$M=A+B$ となるような対称行列 A，交代行列 B を求めよ．

註：A が対称行列であるとは ${}^tA=A$ であること（${}^tA$ は A の転置行列を表す），B が交代行列であるとは ${}^tB=-B$ であることを意味する．

(2) (1) で求めた対称行列 A を，適当な直交行列 P によって対角化せよ．(直交行列 P を求める計算の過程も明示すること）

(富山大 1994)　　(m19942302)

0.3 直角三角形の各辺の長さをそれぞれ a,b,c (c は斜辺) として，次の問に答えよ．

(1) $a^2+b^2=c^2$ であることを証明せよ．

(2) $a^2+b^2=c^2$ を満たす整数の組 (a,b,c) を 2 つ示せ．

(3) 正の整数 n に対して，$1+3+\cdots+(2n-1)=n^2$ であることを証明せよ．

(4) (3) で示した結果を用いて，$a^2+b^2=c^2$ を満たす整数の組 (a,b,c) が無限個存在することを証明せよ．

(富山大 2000)　　(m20002301)

0.4 次の計算をせよ．

(1) $\dfrac{d}{dx}\left(x^x\right)$　　(2) $\left(\dfrac{d}{dx}\right)^n x^3e^x$

(富山大 2000)　　(m20002302)

0.5 次の計算をせよ．

(1) $\displaystyle\int\sqrt{3x+1}\,dx$　　(2) $\displaystyle\int\frac{x}{x^2+1}dx$　　(3) $\displaystyle\int_0^\infty xe^{-x}dx$

(富山大 2000)　　(m20002303)

0.6 y 軸は鉛直方向，座標軸の単位は cm であるとして，次の問に答えよ．ただし，水位とは x 軸からの水面の高さのこととする．

(1) 関数 $y=x^2$ の y 軸を回転軸としてできる回転面を内壁とする容器 A に水を注ぐ．水位が $h\ cm$ のときの水量を求めよ．

(2) 関数 $y=|x^2-1|$ の y 軸を回転軸としてできる回転面を内壁とする容器 B は，上げ底の器のようになる．この器に水を注いで水位が $h\ cm$ になったときの水量を求めよ．

(3)　B の容器に毎秒 $V\ cm^3$ の割合で水を注いだとき，水面の上昇速度を水位 h の関数として求めよ．

(富山大 2000)　　(m20002304)

0.7　曲線 $y=f(x)$ 上の点 $P(x,y)$ における接線が常に x 軸との交点 Q，y 軸との交点 R を持つとき，次の問に答えよ．

(1)　P が常に線分 QR の中点であるという条件を，$y=f(x)$ に関する微分方程式で表せ．

(2)　線分 PR が常に x 軸で 2 等分されるという条件を，$y=f(x)$ に関する微分方程式で表せ．

(3)　(2) の微分方程式の，点 $(1,4)$ を通る解曲線 $y=f(x)$ を求めよ．

(富山大 2000)　　(m20002305)

0.8　次の問に答えよ．

(1)　$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b)$　を示せ．

(2)　連立方程式 $\begin{cases} x+y+z=1 \\ x+2y+az=1 \\ x+4y+a^2z=1 \end{cases}$ がただ 1 組の解 (x,y,z) を持つための a に関する必要十分条件を求め，そのときの解を求めよ．

(3)　行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{vmatrix}$ を因数分解せよ．

(富山大 2000)　　(m20002306)

0.9　次の各問いの計算をせよ．

(1)　$x=\log(y+\sqrt{y^2+1})$ を y について解け

(2)　$\displaystyle\lim_{x\to 1+0}\frac{x}{1-x^2}$，　$\displaystyle\lim_{x\to 1-0}\frac{x}{1-x^2}$　　　(3)　$\displaystyle\frac{d}{dx}e^{x\log x}$

(富山大 2001)　　(m20012301)

0.10　$x=a\cos\theta,\ y=b\sin\theta$ $(0\leqq\theta\leqq 2\pi,\ a,b$ は正の定数）によって描かれる $x-y$ 平面上の図形 S について，以下の問いに答えよ．

(1)　θ を消去して x,y のみたす関係式を導け．

(2)　S の概形を描け．

(3)　S 上の点 $\mathrm{P}\ (a\cos\theta, b\sin\theta)$ における S の接線 l の方程式を求めよ．

(4)　l が x 軸，y 軸の両方に交わるとき，その交点をそれぞれ A,B とする．線分 AB の長さを求めよ．

(5)　線分 AB の長さの最小値を求めよ．

(富山大 2001)　　(m20012302)

0.11　次の各問いの計算をせよ．

(1)　$\displaystyle\int\frac{x\ dx}{(x^2-1)^2}$　　　(2)　$\displaystyle\int_0^1\frac{dx}{1+x^2}$

(富山大 2001)　　(m20012303)

0.12　(1)　$\displaystyle\int\frac{x}{x^2+1}dx$ を求めよ．

(2) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{x(y^2+1)}{y(x^2+1)}$ の一般解を求めよ．

(富山大 2001)　(m20012304)

0.13 行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ について以下の問いに答えよ．

(1) A の行列式を求めよ．

(2) A^2, A^3, A^4 を求めよ．

(3) A の逆行列 A^{-1} を求めよ．

(富山大 2001)　(m20012305)

0.14 行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & -\sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & 2 \end{pmatrix}$ について次の問いに答えよ．

(1) A の固有値 λ_1, λ_2 を求めよ．ただし，$\lambda_1 > \lambda_2$ とする．

(2) λ_1, λ_2 に対する固有ベクトル $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ のうちで，長さが 1，第 1 成分が正のものを求めよ．

(3) $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ は直交することを証明せよ．

(4) $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ とするとき，$\mathbf{x} = k_1\mathbf{v}_1 + k_2\mathbf{v}_2$ をみたす実数 k_1, k_2 を求めよ．

(富山大 2001)　(m20012306)

0.15 次の計算をせよ．

(1) $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{2x+3}{\sqrt{2x+1}}\right)$　(2) $\dfrac{d}{dx}\left(x^{\sin x}\right) \quad (x > 0)$

(富山大 2003)　(m20032301)

0.16 次の計算をせよ．

(1) $\displaystyle\int x^2 \log x^2 dx$　(2) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \frac{\cos^3 x}{1+\sin x} dx$

(富山大 2003)　(m20032302)

0.17 $x = a\cos\theta$, $y = b(1+\sin\theta)$ ($\pi \leq \theta \leq 2\pi$, a, b は正の定数) によって描かれる x−y 平面上の曲線 S について，次の問いに答えよ．

(1) θ を消去して，x, y の関係式を導け．

(2) S のおおよその形を描け．

(3) y 軸（鉛直方向）を回転軸としてできる曲線 S の回転面を内壁とする容器 A に水を注ぐ，水位が $b/2$ のときの水量 V を求めよ．ここで，水位とは x 軸からの水面の高さをいう．

(4) 関数 $y = cx^2$ $(c > 0)$ の y 軸を回転軸としてできる回転体 B を，容器 A 内に入れたとき，(3) で注がれた水があふれないための c の条件を求めよ．

(富山大 2003)　(m20032303)

0.18 二つの箱 1 と 2 がある．はじめに，箱 1 には大量の粒子が入っており，その粒子の数を N_0 とする．また，箱 2 には粒子が入っていないものとする．いま，箱 1 の中の粒子は単位時間あたり α の確率で箱 2 に移るものとする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 箱 1 の粒子数を N_1 とすると，単位時間あたり箱 1 から箱 2 に $N_1\alpha$ 個の粒子が移ると考えられる．ことことをふまえ，箱 1 の粒子数の時間的変化を求めるための微分方程式を立てよ．ただし，時刻は t で表し，$t = 0$ から粒子の移動が始まるものとする．

(2) 上の微分方程式を解いて，箱 1 の粒子数 N_1 を時刻 t の関数として求めよ．

(3) いまあらたに，箱 2 に移った粒子は単位時間あたり β の確率で箱 1 に移るものとする．箱 1 の粒子数 N_1 と箱 2 の粒子数 N_2 の間には $N_1 + N_2 = N_0$ の関係があることに注意して，箱 1 の粒子数 N_1 の時間的変化を求めるための微分方程式を立てよ．

(4) 上の微分方程式を解いて，時刻 t における箱 1 の粒子数 N_1 を求めよ．ただし，時刻 $t = 0$ における箱 1 の粒子数は前の問題と同様 N_0，箱 2 の粒子数は 0 とする．

(5) 十分時間が経過した後の箱 1 の粒子数はいくらか.

(富山大 2003)　　(m20032304)

0.19 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx} + y = 1$ の一般解を求めよ．

(2) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2x + y}{y}$ の一般解を求めよ．

(3) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{2x + xy^2}{2y + x^2 y}$ の一般解を求めよ．

(4) (3) で求めた一般解から，$y(1) = 3$ を満たす特解を求めよ．

(富山大 2003)　　(m20032305)

0.20 $2 \times\ 2$ 行列 σ_1 が $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ で与えられるとき，次の問いに答えよ．

(1) σ_1 の固有値と大きさが 1 の直交固有ベクトルを求めよ．

(2) σ_1 を対角化する変換行列 P を求め，σ_1 を対角化せよ．

(3) 対角化した行列を σ_3 とするとき，$\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_1 = 2i\sigma_3$ および $\sigma_2\sigma_2 = I$ を満たす行列 σ_2 を求めよ．ここで，i は虚数単位，I は $2 \times\ 2$ の単位行列である．

(富山大 2003)　　(m20032306)

0.21 行列 $A = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{3} & \dfrac{1}{4} \\ \\ \dfrac{1}{4} & \dfrac{1}{5} \end{pmatrix}$ について, 次の問いに答えよ.

(1) 行列 A の固有値と固有ベクトルを求めよ.

(2) 行列 A は対角化可能か.

(3) 行列 A^3 は直交行列を用いて対角化可能か.

(富山大 2003)　　(m20032307)

0.22 数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ が $a_n \to 2\ (n \to \infty)$ と $b_n \to 1\ (n \to \infty)$ を満たすとき,

$$\frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}\, b_n \to 2 \qquad (n \to \infty)$$

を示せ.

(富山大 2003)　　(m20032308)

0.23 微分方程式

$$y' = 36 \left(\frac{x + y}{11x + y} \right)^2$$

を解け.

(富山大 2003)　　(m20032309)

0.24 集合 X から集合 Y への写像 $f : X \to Y$ を考える. X の部分集合 A に対して, $f^{-1}(f(A)) = A$ はつねに成り立つか.

(富山大 2003) (m20032310)

0.25 次の計算をせよ.

(1) $\dfrac{d}{dx}x^{\frac{2}{3}} \quad (x > 0)$ (2) $\dfrac{d}{dx}e^{x^2}$ (3) $\dfrac{d}{dx}\tan^{-1}(2x)$

(富山大 2004) (m20042301)

0.26 次の計算をせよ.

(1) $\displaystyle\int_0^{\pi} e^x \sin x dx$ (2) $\displaystyle\int_1^2 \frac{dx}{x(x^2+1)}$

(富山大 2004) (m20042302)

0.27 $x^2 + y^2 = 1$ の条件の下で, 関数 $f(x, y) = x^3 + y^3$ の極値をラグランジュの乗数法を用いて求めよ.

(富山大 2004) (m20042303)

0.28 次の重積分の値を極座標を用いて求めよ.

$$\iint_{\substack{x^2+y^2 \leq 1 \\ x, y \geq 0}} xydxdy$$

(富山大 2004) (m20042304)

0.29 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} - 2y = 1$

(2) $2xy(1+x)\dfrac{dy}{dx} = 1 + y^2$

(3) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y - x + 1}{y - x + 2}$

(富山大 2004) (m20042305)

0.30 3 次元空間 $O - xyz$ に 3 点 $A(1, 2, 3)$, $B(2, 2, 1)$, $C(1, 3, 1)$ がある. ベクトル $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{CB}$ として, 以下の問いに答えよ.

(1) $\overrightarrow{a}$ と $\overrightarrow{b}$ のそれぞれの長さを求めよ.

(2) $\overrightarrow{a}$ と $\overrightarrow{b}$ のなす角を θ とするとき, $\cos\theta$ を求めよ.

(3) 三角形 ABC の面積 S を求めよ.

(4) 点 B は原点 O から平面 ABC への垂線の足であることを示せ.

(5) 三角錐 $OABC$ の体積 V を求めよ.

(富山大 2004) (m20042306)

0.31 行列 $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & b \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ が，等式 $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ を満たす実数 a, b の値を求めよ．また，逆行列 A^{-1}, B^{-1} をそれぞれ求めよ．

(富山大 2004) (m20042307)

0.32 行列 $C = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$ および 2 次の正方行列 P について，P が逆行列 P^{-1} をもち，$P^{-1}CP = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$ が成り立つとき，α，β は行列 C の固有値であることを証明せよ．また，自然数 n に対して C^n を求めよ．

(富山大 2004) (m20042308)

0.33 写像 $f : X \to Y$, $g : Y \to Z$ について, 次を示せ.

(1) $g \circ f$ が全射ならば, g は全射である.

(2) $g \circ f$ が単射ならば, f は単射である.

(3) f と g が全単射ならば, $g \circ f$ は全単射である.

(富山大 2004) (m20042309)

0.34 関数

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \leqq 0) \\ e^{-\frac{1}{x}} & (x > 0) \end{cases}$$

は微分可能であるか. 微分可能であるならば導関数 $f'(x)$ を求めよ.

(富山大 2004) (m20042310)

0.35 行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

について, 次の問いに答えよ.

(1) 行列 A の行列式を求めよ.

(2) 行列 A の固有値と固有ベクトルを求めよ.

(富山大 2004) (m20042311)

0.36 $V = \{(x, y, z) \in R^3 \mid x^2 + y^2 \leqq 1,\ x^2 + z^2 \leqq 1\}$ の体積を求めよ.

(富山大 2004) (m20042312)

0.37 空間の 3 次元座標を $\vec{r} = (x, y, z)$ とし, $|\vec{r}| = r \neq 0$ とする. 微分演算子 $\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$ を用いた次の計算の結果を $\vec{r}$ と r または数値で表せ.

(a) $\vec{\nabla} r$ (b) $\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{r}}{r^3}\right)$

(富山大 2004) (m20042313)

0.38 写像 $f\ :\ R^3 \longrightarrow R^3$ を

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 + x_2 + 2x_3 \\ x_2 + x_3 \\ x_1 + x_3 \end{pmatrix}$$

で定義する. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) f は線形写像であることを示せ.

(2) $V = \{\boldsymbol{x} \in R^3 \mid f(\boldsymbol{x}) = 0\}$ とおくとき, V は R^3 の部分空間になることを示せ.

(3) V の次元と 1 つの基底を求めよ.

(富山大 2004) (m20042314)

0.39 数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ において, 部分列 $\{a_{2n}\}$, $\{a_{2n-1}\}$ がともに α に収束するならば $\{a_n\}$ も α に収束することを示せ.

(富山大 2004) (m20042315)

0.40 $a > 0$ とし, $D = \left\{(x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leqq \dfrac{3}{4}a^2\right\}$ とする. R^3 内の曲面

$$z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}, \quad (x, y) \in D$$

の面積を求めよ.

(富山大 2004) (m20042316)

0.41 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$xy' + 2y = e^x$$

(富山大 2004) (m20042317)

0.42 次の関数の導関数を求めよ.

(1) $x \cos x$ (2) $\sqrt{1 + x^2}$ (3) $\dfrac{1}{1 + \sin^2 x}$ (4) $\mathrm{Tan}^{-1} x$

(富山大 2005) (m20052301)

0.43 次の不定積分を計算せよ.

(1) $\displaystyle\int x(1 + x^2)^2 dx$ (2) $\displaystyle\int \frac{dx}{1 + x^2}$ (3) $\displaystyle\int \frac{dx}{1 - x^2}$

(富山大 2005) (m20052302)

0.44 関数 $f(x, y) = 2xy - x^2 - y^2$ を考える. 座標平面の点 $(1, 2)$ を P とする. 以下の問に答えよ.

(1) 点 P での, x および y に関する偏微分係数を求めよ.

(2) 点 P での, ベクトル $\vec{a} = \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \dfrac{-1}{\sqrt{2}}\right)$ 方向の方向微分係数を求めよ.

(3) 点 P での, 曲面 $z = f(x, y)$ の接平面の方程式を求めよ.

(富山大 2005) (m20052303)

0.45 行列 $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 0 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}$ について, 以下の問に答えよ.

(1) A の行列式を計算せよ.

(2) A の逆行列が存在する条件を示し, そのときの逆行列を求めよ.

(3) 連立 1 次方程式 $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ を解け.

解が存在しない場合は, 解なしと答えよ.

(富山大 2005) (m20052304)

0.46 以下の問に答えよ.

(1) 変数変換

$$\begin{aligned} x &= r\cos\theta \\ y &= r\sin\theta \end{aligned} \qquad (r \geq 0)$$

により，$(x, y) = (2, 2)$ に対応付けられる (r, θ) 平面の点の座標を求めよ．また, この変数変換のヤコビ行列式を求めよ.

(2) xy 平面の領域 D を

$$D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$$

と定める. 定積分

$$\iint_D \frac{1}{1 + x^2 + y^2} dxdy$$

を求めよ.

(富山大 2005)　　(m20052305)

0.47 次の微分方程式 3 問のうち, 2 問を選択し, それぞれ一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = y + y^2$

(2) $(\sin x)\dfrac{dy}{dx} + (\cos x)y = 0$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{dy}{dx} - 2y = 0$

(富山大 2005)　　(m20052306)

0.48 n 次元ベクトル空間 V について, 次の問いに答えよ. ただし, $n \geqq 3$ とする.

(1) ベクトル $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ が 1 次独立ならば, $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$ も 1 次独立であることを示せ.

(2) ベクトル $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ によって張られる部分空間と, $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$ によって張られる部分空間は一致することを示せ.

(富山大 2005)　　(m20052307)

0.49 行列

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

の固有値と固有ベクトルを求めよ.

(富山大 2005)　　(m20052308)

0.50 2 変数関数

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2} & ((x, y) \neq (0, 0)) \\ 0 & ((x, y) = (0, 0)) \end{cases}$$

について, 次の問いに答えよ.

(1) $f(x, y)$ は点 $(0, 0)$ で連続であることを示せ.

(2) $f(x, y)$ の点 $(0, 0)$ における 1 階偏微分係数を求めよ.

(3) $f(x, y)$ の点 $(0, 0)$ における全微分可能性を調べよ.

(富山大 2005)　　(m20052309)

0.51　$E = \{(x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leqq 2x + 2y - 1\}$ とするとき, 次の重積分を求めよ.

$$\iint_E (xy - y)dxdy$$

(富山大 2005)　　(m20052310)

0.52　$f(x) = \log\left(\cos^2 x\right)$ を x で微分せよ.

(富山大 2005)　　(m20052311)

0.53　次の積分を求めよ.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2+1)} dx$$

(富山大 2005)　　(m20052312)

0.54　行列 $S = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ の固有値と, S を対角化する行列を求めよ.

(富山大 2005)　　(m20052313)

0.55　次の計算をせよ.

(1) $\dfrac{d}{dx} \tan^{-1}(2x)$　　(2) $\dfrac{d}{dx} xe^{-x^2}$

(富山大 2006)　　(m20062301)

0.56　次の計算をせよ.　$\dfrac{\partial^2}{\partial x \partial y} \log(x^2 + y^2)$

(富山大 2006)　　(m20062302)

0.57　次の計算をせよ.

(1) $\displaystyle\int_{-2}^{-1} \frac{1}{x}\, dx$　　(2) $\displaystyle\int_0^{\pi} e^x \sin x\, dx$

(富山大 2006)　　(m20062303)

0.58　３次元空間 $O - xyz$ に相異なる点 A, A' を通る直線と相異なる点 B, B' を通る直線がある．２つの直線はねじれの位置にあるものとし, その間の距離 l を考える．２つの直線の距離とはそれぞれの直線上の 2 点間の距離の最短距離であって, 最短距離となる 2 点は互いに他方の直線への垂線の足（交点）となっている．ここで, $\vec{a} = \overrightarrow{AA'}$, $\vec{b} = \overrightarrow{BB'}$, $\vec{r} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{s} = \overrightarrow{OB}$ として以下の問いに順次答えよ.

(1) ベクトル $\vec{a}$ と $\vec{b}$ に垂直な単位ベクトル $\vec{n}$ をベクトルの外積（ベクトル積）を用いて書け.

(2) 原点を通りベクトル $\vec{n}$ に平行な直線への点 A, B からの垂線の足を P, Q とする．長さ $\overline{OP}$, $\overline{OQ}$ をベクトルの内積（スカラー積）を用いて書け.

(3) 点 P と Q の距離が, 求めるべきねじれの位置にある 2 つの直線の距離 l であることをふまえ, l を $\vec{r}$, $\vec{s}$, $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ.

(4) 点 $A(1, -1, -1)$, $A'(-1, 1, 0)$ を通る直線と点 $B(2, 1, 1)$, $B'(1, -1, 3)$ を通る直線の距離を (3) の結果を用いて求めよ.

(富山大 2006)　　(m20062304)

0.59　2×2 行列 $Z = aI + bJ$ を考える.

ただし, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ および $J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ である．また, a と b は実数であり, a と b が同時に 0 になることはないとする.

(1) Z^T を計算し, a, b, I, J で表せ．ここで添字 T は行列の転置を表す.

(2) $Z + Z^T$ と $Z - Z^T$ をそれぞれ a, b, I, J で表せ.

(3) ZZ^T を a, b, I, J で表せ.

(4) Z の逆行列を求め, a, b, I, J で表せ.

(5) J と Z の固有値をそれぞれ求めよ.

(富山大 2006)　　(m20062305)

0.60 関数 $y = \sin x + \cos x \ \ (0 \leqq \ x \leqq \ 2\pi)$ がある．以下の問いに答えよ.

(1) y の導関数を求め, 関数 y の増減と極大値, 極小値を調べよ.

(2) 関数 y のグラフを描け, 関数 y と x 軸との交点の座標も明らかにせよ.

(3) x が 0 から $\dfrac{3\pi}{4}$ の範囲で, 関数 y と x 軸で囲まれる面積を求めよ.

(富山大 2006)　　(m20062306)

0.61 次の常微分方程式３問のうち, ２問を選択し, それぞれ一般項を求めよ．ただし, (3) については, $y = \cdots$ の形で表現する必要はない．また y' , y'' は, それぞれ dy/dx , d^2y/dx^2 を意味する.

(1) $y'' + 6y' + 9y = 0$　　(2) $xy' + y^2 = 4$　　(3) $y' = \dfrac{2x - 2y + \cos x}{2x - 4y - \sin y}$

(富山大 2006)　　(m20062307)

0.62 次の計算をせよ.

(1) $\dfrac{d}{dx}\cos^{-1}(2x) \quad \left(-\dfrac{1}{2} < x < \dfrac{1}{2}\right)$　　(2) $\dfrac{d}{dx}xe^{x^2}$　　(3) $\dfrac{d}{dx}(\log_e x)^x \quad (x > e)$

(富山大 2007)　　(m20072301)

0.63 次の計算をせよ.

(1) $\displaystyle\int x \sin x dx$　　(2) $\displaystyle\int \frac{x+1}{x^2 - 2x + 5}dx$

(富山大 2007)　　(m20072302)

0.64 $2 \times \ 2$ 行列 $\quad L = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{1-\beta^2} & -\beta/\sqrt{1-\beta^2} \\ -\beta/\sqrt{1-\beta^2} & 1/\sqrt{1-\beta^2} \end{pmatrix}$ とするとき（ただし，$0 < \beta < 1$ とする），以下の問いに答えよ.

(1) L による 1 次変換 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = L \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ を行ったとき，$x'^2 - y'2 = x^2 - y^2$ が成り立つことを示せ.

(2) L が行列の方程式 $L^2 - 2L/\sqrt{1-\beta^2} + I = O$ を満足することを示せ．ただし，I は $2 \times \ 2$ の単位行列で，O は $2 \times \ 2$ の零行列である.

(3) L の固有値を求めよ.

(4) L と別の $2 \times \ 2$ 行列 $M = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{1-\gamma^2} & -\gamma/\sqrt{1-\gamma^2} \\ -\gamma/\sqrt{1-\gamma^2} & 1/\sqrt{1-\gamma^2} \end{pmatrix}$ を用いた 1 次変換 $\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = ML \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ を行ったとき，$x''^2 - y''^2 = x^2 - y^2$ が成り立つことを示せ．ただし，$0 < \gamma < 1$ とする.

(5) L の逆行列を求めよ.

(富山大 2007)　　(m20072303)

0.65 図のように直交座標軸と点 A, B, C で交わる平面 S がある．各点の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a} = a\vec{i}$, $\vec{b} = b\vec{j}$, $\vec{c} = c\vec{k}$ として以下の問いに答えよ．ただし，$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ は各軸の単位ベクトルである．また，$\vec{n} = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}$ は平面 S に垂直である．

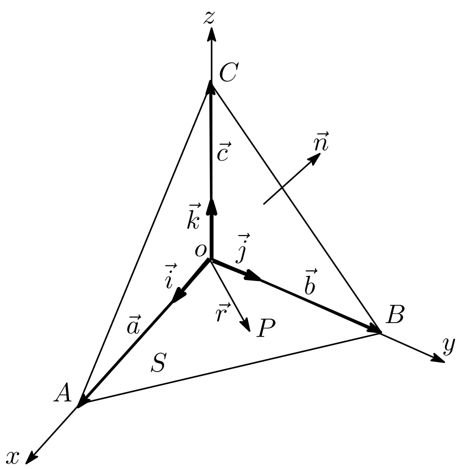
(1) 平面 S 上の点 $P(x, y, z)$ の位置ベクトルを $\vec{r}$ とすると，平面 S の方程式は

$$\vec{r} \cdot (\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}) = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$$

となることを示せ．

(2) 平面 S の方程式を x, y, z, a, b, c を用いて表せ．

(3) $a = 3,\ b = 2,\ c = 1$ のとき，原点 O から平面 S までの最短距離 d を求めよ．



(富山大 2007)　　(m20072304)

0.66 (1) $f(\theta(t)) = \sqrt{1 + \sin^2\theta(t)} + 3\cos\theta(t) + 2$ において，$\dfrac{df}{dt}$ を求めよ．

(2) $f(\theta_1(t)\,,\ \theta_2(t)) = 5 + \cos\theta_1(t) + 2\sin(\theta_1(t) + \theta_2(t))$ において，$\dfrac{df}{dt}$ を求めよ．

(富山大 2007)　　(m20072305)

0.67 次の二重積分を求めよ，　$1024 \displaystyle\iint_D xy\,dxdy \qquad \left(D\,;\, x^2 \leq y \leq \frac{x}{2}\right)$

(富山大 2007)　　(m20072306)

0.68 以下の常微分方程式の一般解を求めよ．ただし，(4) については $y = \cdots$ の形で表現する必要はない．また，y' , y'' は，それぞれ $\dfrac{dy}{dx}$, $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を意味する．

(1) $y' + y - 2 = 0$　　(2) $y'' = 2y' + 3y$

(3) $xy - (2 + x)y' = 0$　　(4) $y(y + 2x)dy + (y^2 - x^2)dx = 0$

(富山大 2007)　　(m20072307)

0.69 次の計算をせよ．

(1) $\dfrac{d}{dx}\log_e\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$　　(2) $\dfrac{d}{dx}x^{\frac{1}{x}}$

(3) $\displaystyle\int \sin^{-1} x\,dx$　　(4) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2 - 2x}$

(富山大 2008)　　(m20082301)

0.70 関数 $f(x, y, z) = \exp\{-(x^2 + 2y^2 + z^2)\}$ について，以下の問いに答えよ．

(1) $f = c$（c は定数）よって与えられる曲面を等位面という．$f = \dfrac{1}{e}$（e は自然対数の底）となる等位面を S とし，等位面 S が xy 平面と交わる曲線を xy 平面上に図示せよ．

(2) $f = c$ の等位面上の点における法線ベクトルは $\mathrm{grad}\ f(= \nabla f)$ で与えられる．等位面 S 上の点 $P\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$ における単位法線ベクトルを求めよ．

(3) 等位面 S 上の点 $P\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$ における接平面の方程式を求めよ．

(富山大 2008)　　(m20082302)

0.71 θ を任意の実数，I を単位行列，$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$，$\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ として，行列 A が $A = (\cos\theta)I + (i\sin\theta)\sigma_1$ で与えられるとき，以下の問いに答えよ．ここで i は虚数単位とする．

(1) ${\sigma_1}^2$ を計算せよ．

(2) A の逆行列 A^{-1} を求めよ．

(3) σ_2 の固有値 λ と固有ベクトル ν を求めよ．

(4) $A\sigma_2 A^{-1}$ を計算して σ_2 を対角化するように θ を決定せよ．ただし，θ の範囲を $0 < \theta < \pi/2$ とする．また，このときの θ の値を用いた行列 A により，σ_2 の固有ベクトル ν を変換したベクトル $u = A\nu$ を求めよ．

(富山大 2008)　　(m20082303)

0.72 変数変換 $t = x - y$，$s = x + y - 2$ により，重積分

$$\iint_D (x+y)dxdy \quad D = \{(x, y) \mid 0 \leq y,\ y \leq x \leq 2 - y\}$$

の値を求める．以下の問いに答えよ．

(1) x と y をそれぞれ，t と s で表し，$\dfrac{\partial x}{\partial t}$, $\dfrac{\partial x}{\partial s}$, $\dfrac{\partial y}{\partial t}$, $\dfrac{\partial y}{\partial s}$ を求めよ．

(2) $\begin{vmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial t} & \dfrac{\partial x}{\partial s} \\ \dfrac{\partial y}{\partial t} & \dfrac{\partial y}{\partial s} \end{vmatrix}$ を求めよ．

(3) (2) の結果を用いて，$\displaystyle\iint_D (x+y)dxdy$ を t と s で変数変換し，その値を求めよ．

(4) $\displaystyle\int_0^1 \int_y^{2-y} (x+y)dxdy$ の値を求め，(3) の結果と一致することを確かめよ．

(富山大 2008)　　(m20082304)

0.73 次の微分方程式の解を $y = f(x)$ の形で求めよ．ただし，(1)〜(3) については一般解，また，(4) については特殊解とする．

(1) $x^3 \dfrac{dy}{dx} + y = 0$　　(2) $x\dfrac{dy}{dx} = y + \sqrt{x^2 + y^2}$

(3) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{4x + 2y}{2x + y - 1}$　　(4) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3\dfrac{dy}{dx} - 10y = 0$ $\left(x = 0 \text{ の時}\quad y = 0,\ \dfrac{dy}{dx} = 7\right)$

(富山大 2008)　　(m20082305)

0.74 定積分 $\displaystyle\int_0^1 \frac{2x^3 + x - 3}{x^4 - x^3 - x^2 - x - 2}dx$ を求めよ．

(富山大 2008)　　(m20082306)

0.75 $\boldsymbol{R}^4$ の部分空間 V を $V = \left\{ \begin{pmatrix} w \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \middle| \begin{array}{l} x-y=0 \\ y-z=0 \\ x-z=0 \end{array} \right\}$ で定義するとき，V の次元を求めよ．

(富山大 2008) (m20082307)

0.76 開区間 $(-1,1)$ の上で定義された写像 $f(x) = \begin{cases} x & (-1 < x \leqq 0) \\ 1-x & (0 < x < 1) \end{cases}$
は $(-1,1)$ から $(-1,1)$ への全単射であることを示せ．

(富山大 2008) (m20082308)

0.77 $\boldsymbol{R}$ を実数全体からなる集合とする．$\boldsymbol{R}$ の空でない有界部分集合 A の上限を $\sup A$ で表す．

(1) $\boldsymbol{R}$ の空でない有界部分集合 A, B に対して $C = \{a+b \mid a \in A,\ b \in B\}$ とおくとき
$\sup C = \sup A + \sup B$ であることを示せ．

(2) $\boldsymbol{X}$ を空でない集合とし，f, g を $\boldsymbol{X}$ 上の有界な実数値関数とすれば，
$\sup\{f(x)+g(x) \mid x \in \boldsymbol{X}\} \leqq \sup\{f(x) \mid x \in \boldsymbol{X}\} + \sup\{g(x) \mid x \in \boldsymbol{X}\}$ であることを示せ．

(富山大 2008) (m20082309)

0.78 次の計算をせよ．

(1) $\dfrac{d}{dx}e^{2\log x}$ (2) $\dfrac{d}{dx}x^x$ (3) $\dfrac{d^2}{dx^2}\sin(e^x)$

(4) $\displaystyle\int \frac{dx}{4x^2+1}$ (5) $\displaystyle\int x\log|x|\,dx$

(富山大 2009) (m20092301)

0.79 (1) 位置ベクトル $\overrightarrow{r} = (x, y, z)$ とし，スカラー関数
$f(x,y,z) = \dfrac{1}{|\overrightarrow{r}|} = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ の勾配 $\mathrm{grad}\, f$ を，$\overrightarrow{r}$ を用いて表せ．

(2) ベクトル関数 $\overrightarrow{A}(x,y,z) = (x^2y, xy^2, 2z)$ の発散 $\mathrm{div}\,\overrightarrow{A}$ を求めよ．

(3) スカラー関数 $f(x,y,z)$ について，その勾配の回転 $\mathrm{rot}\ \mathrm{grad}\, f$ は，常に零ベクトルとなることを示せ．

(富山大 2009) (m20092302)

0.80 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ について，以下の問いに答えよ．

(1) A^2 を求めよ．

(2) A の行列式を求めよ．

(3) 逆行列 A^{-1} を求めよ．

(4) 固有値と固有ベクトルを求めよ．

(富山大 2009) (m20092303)

0.81 半径 a の球の体積 V を求める．以下の問いに答えよ．

(1) 直交座標 (x, y, z) を用いて，V を積分表示せよ．

(2) (x, y, z) の極座標 (r, θ, φ) への変換

$$x = r\sin\theta\cos\varphi\,,\ y = r\sin\theta\sin\varphi\,,\ z = r\cos\theta$$

を用いて，$\dfrac{\partial x}{\partial r}, \dfrac{\partial x}{\partial \theta}, \dfrac{\partial x}{\partial \varphi}, \dfrac{\partial y}{\partial r}, \dfrac{\partial y}{\partial \theta}, \dfrac{\partial y}{\partial \varphi}, \dfrac{\partial z}{\partial r}, \dfrac{\partial z}{\partial \theta}, \dfrac{\partial z}{\partial \varphi}$ を求めよ．

(3) $\begin{vmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial r} & \dfrac{\partial x}{\partial \theta} & \dfrac{\partial x}{\partial \varphi} \\ \dfrac{\partial y}{\partial r} & \dfrac{\partial y}{\partial \theta} & \dfrac{\partial y}{\partial \varphi} \\ \dfrac{\partial z}{\partial r} & \dfrac{\partial z}{\partial \theta} & \dfrac{\partial z}{\partial \varphi} \end{vmatrix}$ を求めよ.

(4) (1) および (3) の結果を用いて，V を (r, θ, φ) で積分表示せよ.

(5) (4) の積分を実行し，V を求めよ.

(富山大 2009)　　(m20092304)

0.82 次の微分方程式のついて，(1)〜(3) については一般解を，また，(4) については特殊解をそれぞれ求めよ。

(1) $(y+3x)dx + (x+1)dy = 0$

(2) $x\dfrac{dy}{dx} = 2x\left(1+x^2\right) - y$

(3) $y'' - y = 0$

(4) $xdx - e^x dy = 0$　　$(x = 0$ のとき $y = 1)$

(富山大 2009)　　(m20092305)

0.83 $u = f(r)$, $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ とするとき次の等式を示せ.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = f''(r) + \frac{2}{r} f'(r)$$

ただし，$f'(r)$, $f''(r)$ はそれぞれ r に関する f の 1 次導関数，2 次導関数とする. (富山大 2009) (m20092306)

0.84 正の整数 a に対する関数 f の値を，a が 3^n で割り切れて 3^{n+1} で割り切れないとき $f(a) = n$ と定める．ただし，n は 0 以上の整数である．次の問いに答えよ.

(1) $f(ab) = f(a) + f(b)$ を証明せよ.

(2) $f(a+b) \geqq \min\{f(a),\ f(b)\}$ を証明せよ．また，等号が成り立たない a, b の例を一組あげよ.

(富山大 2009)　　(m20092307)

0.85 収束する数列 $\{a_n\}$ は有界であることを証明せよ.

(富山大 2009)　　(m20092308)

0.86 U, V, W を実ベクトル空間とし，$f\ :\ U \to V$，$g\ :\ V \to W$ を線形写像とする．次の (1), (2) を証明せよ.

(1) $g \circ f\ :\ U \to W$ は線形写像である.

(2) $\mathrm{Im}\,(g \circ f) = \{0\} \Longleftrightarrow \mathrm{Im}\, f \subset \mathrm{Ker}\, g$
ただし，$\mathrm{Im}\, f$ は f の像を，$\mathrm{Ker}\, g$ は g の核を表す.

(富山大 2009)　　(m20092309)

0.87 次の計算をせよ.

(1) $\dfrac{d}{dx}x^2 e^{-2x}$　　(2) $\dfrac{d}{dx}\log(\tan x)$　$\left(0 < x < \dfrac{\pi}{2}\right)$　　(3) $\dfrac{d}{dx}(\cos x)^x$　$\left(-\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}\right)$

(富山大 2010)　　(m20102301)

0.88 次の計算をせよ.

(4) $\displaystyle\int \frac{x}{x^2+2x-3}\,dx$　　(5) $\displaystyle\int x\cos^2 x\,dx$

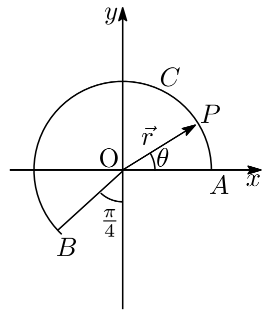
(富山大 2010)　(m20102302)

0.89 図のように円 $x^2+y^2=25,\ z=0$ の x 軸上の点 A から B までの円弧を C, C 上の点 P の位置ベクトルを $\vec{r}$, $\vec{r}$ と x 軸とのなす角を θ とする.

(1) $\displaystyle\int_C \vec{r}\cdot d\vec{r}$ の値を求めよ.

(2) $\displaystyle\left|\int_C d\vec{r}\right|$ の値を求めよ.

(3) $\displaystyle\left|\int_C \vec{r}\times d\vec{r}\right|$ の値を求めよ.



(富山大 2010)　(m20102303)

0.90 (1) 正方行列 A,P,D の間に $P^{-1}AP=D$ の関係があるとき, A^n（n は自然数）を P, P^{-1}, D, n を用いて表せ. ただし, 帰納法などによる証明は不要とする.

(2) $B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ の固有ベクトルのうち, 大きさが 1 の二つを $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ および $\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ とする. ただし, $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \neq k\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ で, $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ が固有値の小さいほうに対応した固有ベクトルとする. このとき, $Q=\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$ とした場合の $Q^{-1}BQ$ を求めよ.

(3) (1), (2) の結果をもとに, B^{10} を求めよ. ただし, 帰納法などによる証明は不要とする. なお, 必要ならば $2^{10}=1024,\ 3^{10}=59049,\ 5^{10}=9765625$ の値を用いよ.

(富山大 2010)　(m20102304)

0.91 (1) 直交座標の二重積分 $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2-y^2}\,dxdy$ を変数変換

$x=r\cos\theta\ ,\ \ y=r\sin\theta$

によって, 極座標 $(r,\ \theta)$ の二重積分に変換せよ.

(2) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\,dx$ の値を求めよ.

(富山大 2010)　(m20102305)

0.92 次の微分方程式 4 問中から 3 問を選択し, それぞれの一般解を求めよ.

ただし, $\sinh x=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$, $\cosh x=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$ である.

(1) $y^2+1-2y\dfrac{dy}{dx}=0$　　(2) $x^2+y^2-2xy\dfrac{dy}{dx}=0$

(3) $(\cosh x)\dfrac{dy}{dx}+(y-x)\sinh x=0$　　(4) $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}+x\dfrac{dy}{dx}-4y=0$

(富山大 2010)　(m20102306)

0.93 集合 X から集合 Y への全射 $f:X\to Y$ について, 次の問いに答えよ.

(1) X の元 $a,\ b$ が $f(a)=f(b)$ をみたすとき $a\sim b$ と書く. この関係$\sim$は同値関係であることを示せ.

(2) (1) の同値関係$\sim$による商集合を $X/\sim$ で表すとき, $X/\sim$ から $Y/\sim$ への全単射が存在することを示せ.

(富山大 2010)　　(m20102307)

0.94 数列 $\{a_n\}$ が a に収束するとき, 数列 $\left\{\dfrac{a_n + a_{n+1} + \cdots + a_{2n}}{n}\right\}$ も a に収束することを示せ.

(富山大 2010)　　(m20102308)

0.95 n 次実正方行列全体の集合 $M(n, \boldsymbol{R})$ は, 行列の通常の和とスカラー倍のもとで実ベクトル空間になる. $T_r : M(n, \boldsymbol{R}) \to \boldsymbol{R}$ を $A = (a_{ij}) \in M(n, \boldsymbol{R})$ に対して, $T_r(A) = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} a_{ii}$ と定義するとき, 次の問いに答えよ.

(1) T_r は線形写像であることを示せ.

(2) T_r の核 $\mathrm{Ker}(T_r) = \{A \in M(n, \boldsymbol{R}) \,|\, T_r(A) = 0\}$ は $M(n, \boldsymbol{R})$ の部分空間になることを示せ.

(3) $\mathrm{Ker}(T_r)$ の次元を求めよ.

(富山大 2010)　　(m20102309)

0.96 $A = \left\{ (x, y, z) \in \boldsymbol{R}^3 \;\middle|\; 0 \leqq z \leqq 1 - x^2 - y^2 \right\}$ とするとき, 次の 3 重積分の値を求めよ.

$$\iiint_A 2z(2x^2 - y^2)\, dxdydz$$

(富山大 2010)　　(m20102310)

0.97 3 次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}, \quad a_{ij} \in R$$

が

$${}^tAA = E_3$$

をみたすとする. このとき, A の各行ベクトルは長さが 1 で互いに直交することを示せ. ただし, ${}^tA$ は A の転置行列, E_3 は 3 次の単位行列を表す.

(富山大 2011)　　(m20112301)

0.98 A, B を集合, $f : A \to B$, $g : B \to A$ を写像とする. 合成写像 $f \circ g$ が全射, $g \circ f$ が単射であるならば. f も g も全単射であることを示せ.

(富山大 2011)　　(m20112302)

0.99 $-1 < a < 1$ のとき, 次の問いに答えよ.

(1) 級数 $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a^n e^{inx}$ $(x \in R)$ は R 上一様に絶対収束することを示せ. ただし, i は虚数単位を表す.

(2) 級数 $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a^n \cos nx$ $(x \in R)$ の和を求めよ.

(富山大 2011)　　(m20112303)

0.100 変数 x の未知関数 y に関する微分方程式

$(*)$ $\quad \dfrac{dy}{dx} - 2xy = xy^2$

について, 次の問いに答えよ.

(1) $u = y^{-1}$ $(y \neq 0)$ とおいて, $(*)$ から u に関する 1 階線形微分方程式を導け.

(2) (1) を用いて微分方程式 $(*)$ を解け.

(富山大 2011)　　(m20112304)

0.101 次の計算をせよ.

(1) $\dfrac{d}{dx}(1-x^2)e^{\left(a(x-b)\right)^2}$　$(a, b$ は定数である$)$

(2) $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{1}{(1-x)^2}+\dfrac{1}{(1-x)^3}\right)$　$(x \neq 1)$

(富山大 2012)　　(m20122301)

0.102 次の計算をせよ.

(1) $\displaystyle\int \sin^5(2x)dx$　　(2) $\displaystyle\int \log(3x-1)dx$　$(3x>1)$

(富山大 2012)　　(m20122302)

0.103 $\vec{a}=-y\vec{i}+x\vec{j}+z\vec{k}$, $\vec{b}=3xyz^2\vec{i}+2xy^3\vec{j}-x^2yz\vec{k}$, $\phi=e^{xyz}$ とする. 点 $P(1,-1,1)$ において, 次の値を求めよ. ただし, $\vec{a}, \vec{b}, \vec{k}$ は直交座標の単位ベクトルである.

(1) $\vec{a}\times\ \vec{b}$　(2) $\mathrm{div}\,(y\ \mathrm{grad}\,\phi)$　(3) $\vec{a}$と $\mathrm{rot}\,\vec{b}$ のなす角度　(4) $(\vec{a}\times\ \nabla)\phi$

(富山大 2012)　　(m20122303)

0.104 行列 $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ とする. このとき

(1) A の行列式を求めよ.

(2) A のゼロではない固有値及びゼロではない固有ベクトルを求めよ.

(3) (2) で求めた 2 つの固有ベクトルを列ベクトルとして並べた行列 P の逆行列 P^{-1}, 及び $P^{-1}AP$ を計算せよ.

(富山大 2012)　　(m20122304)

0.105 懸垂曲線 $y=a\cosh\dfrac{x}{a}$　$(a>0)$ と直線 $y=b$　$(b>a)$ で囲まれた図形を考える.

(1) 直線と懸垂曲線は $x=\pm\ell$ で交差する. 逆双曲線関数を用いて, 定数 a と b で ℓ を表せ.

(2) 曲線の長さは曲線の線素 $ds=\sqrt{dx^2+dy^2}$ を積分することによって与えられる. この図形の周囲の長さを a と b を用いて表せ.

双曲線関数 $\cosh x=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$,　$\sinh x=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$, 逆双曲線関数 $\cosh^{-1}x=\pm\log\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$ $(x>1)$,　$\sinh^{-1}x=\log\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ を用いても良い.

(富山大 2012)　　(m20122305)

0.106 (1) 放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ の接線の集合が表す微分方程式を求めよ.

(2) 線形微分方程式 $y'+y=2+2x$ の一般解を求めよ.

(3) 法線影の長さが一定の長さ $a(>0)$ に等しい曲線群のうち, 原点 $O(0,0)$ を通る第一象限の曲線を求めよ. ここで法線影とは, 曲線上の一点 P から x 軸に引いた垂線と x 軸の交点を H, P における法線が x 軸と交わる点を N としたときの有向線分 HN の長さをいう.

(富山大 2012)　　(m20122306)

0.107 $\mathbf{R}^3$ における 3 つのベクトル $\boldsymbol{e}_1=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{e}_2=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{e}_3=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ を考える.

(1) $\{\boldsymbol{e}_1\,,\ \boldsymbol{e}_2,,\ \boldsymbol{e}_3\}$ は $\mathbf{R}^3$ の基底であることを示せ.

(2) $\boldsymbol{e}_1$ を $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ に, $\boldsymbol{e}_2$ を $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ に, $\boldsymbol{e}_3$ を $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ に写す $\mathbf{R}^3$ から $\mathbf{R}^3$ への線形写像を行列で表せ.

(富山大 2012) (m20122307)

0.108 $d(x,y)$ を空でない集合 X 上の距離とし, $x,y \in X$ に対して $\rho(x,y) = \dfrac{d(x,y)}{1+d(x,y)}$ とする.

(1) ρ は X 上の有界な距離であることを示せ.

(2) 距離 d が有界であることが ρ と d が同等となるための必要十分条件であることを示せ. ただし, 同等とは任意の $x,y \in X$ に対して $Ad(x,y) \leq \rho(x,y) \leq Bd(x,y)$ となる正定数 A, B が存在することである.

(富山大 2012) (m20122308)

0.109 次の級数の収束に関する主張は正しいか; 正しければ証明を与え, 正しくなければ反例をあげよ.

(1) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ が絶対収束する $\Longrightarrow \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ が収束する.

(2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ が絶対収束する $\Longrightarrow \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} {a_n}^2$ が絶対収束する.

(3) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} {a_n}^2$ が絶対収束する $\Longrightarrow \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ が絶対収束する.

(富山大 2012) (m20122309)

0.110 関数

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2} & (\ (x,y) \neq (0,0)\ ) \\ 0 & (\ (x,y) = (0,0)\ ) \end{cases}$$

に対して, 原点 $(0,0)$ における 2 次の偏微分係数 $f_{xx}(0,0)$, $f_{xy}(0,0)$, $f_{yx}(0,0)$, $f_{yy}(0,0)$ を求めよ.

(富山大 2012) (m20122310)

0.111 次の計算をせよ.

(1) $\dfrac{d}{dx}\dfrac{1}{\log_e(1-x)^2}$ (2) $\dfrac{d}{dx}(\cos 2x)^{-2}$ (3) $\dfrac{d}{dx}\tan\left(\dfrac{e^{x^2}}{2}\right)$

(富山大 2013) (m20132301)

0.112 次の計算をせよ.

(1) $\displaystyle\int x^2 e^x dx$ (2) $\displaystyle\int \frac{1}{3x^2+2\sqrt{3}x+2}dx$

(富山大 2013) (m20132302)

0.113 空間に位置ベクトル $\overrightarrow{a}$ が示す点 A と位置ベクトル $\overrightarrow{b}$ が示す点 B がある.

(1) 点 A を通る直線 ℓ のベクトル方程式を媒介変数 t を用いて表せ. ただし, 直線 ℓ の単位ベクトルを $\overrightarrow{e}$ とする.

(2) 直線 ℓ のうち, $\overrightarrow{b}$ に平行な直線のベクトル方程式を媒介変数を用いずに表せ.

(3) 点 B を通る平面 S のベクトル方程式を求めよ. ただし, 平面 S の単位法線ベクトルを $\overrightarrow{n}$ とする.

(4) 点 A から平面 S までの最短距離を媒介変数を用いずに表せ.

(富山大 2013)　　(m20132303)

0.114 行列 $H = \begin{pmatrix} \alpha & \beta & 0 & \beta \\ \beta & \alpha & \beta & 0 \\ 0 & \beta & \alpha & \beta \\ \beta & 0 & \beta & \alpha \end{pmatrix}$ $(\alpha,\ \beta$ は実定数, $\beta \neq 0)$ について，以下の問に答えよ.

(1) H の固有値を $\alpha,\ \beta$ を用いて表せ.

(2) (1) で求めたそれぞれの固有値に対応する固有空間の正規直交基底を求めよ.

(3) H を直交行列を用いて対角化せよ.

(富山大 2013)　　(m20132304)

0.115 $y = \sqrt{x-a}$, $(a > 0,\ x \geq a)$ で与えられる曲線 C と C 上の点 $P(p,q)$ で接し，点 $(0,b)$ を通る直線 L を考える．以下の設問に答えよ.

(1) 直線 L の方程式を a,b,p 用いて表せ.

(2) p と q を a と b で表せ.

(3) 上の結果を用いて，直線 L と曲線 C および x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ．ただし，$b=0$ とする.

(富山大 2013)　　(m20132305)

0.116 x が t の関数 $x(t)$ であり，v と a をそれぞれ $v = \dfrac{dx}{dt}$，$a = \dfrac{dv}{dt}$ と定義する．以下の問いに答えよ．ただし，x の一般解や特殊解を表現するのに v や a を用いてはならない.

(1) $a = -9x$ のとき，x の一般解を求めよ．また，$x(0) = v(0) = 1$ を満たす特殊解を求めよ.

(2) $a = -4(v+x)$ のとき，x の一般解を求めよ.

(3) $a = -4(v+x) + e^{-t}$ のとき，$x(0) = 0,\ v(0) = 3$ を満たす特殊解を求めよ.

(4) $v = -2tx^2$ のとき，$x(0) = 1$ を満たす特殊解を求めよ.

(富山大 2013)　　(m20132306)

0.117 実数を成分とする行列 $A = \begin{pmatrix} x & y & z \\ y & z & x \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ が逆行列をもつための必要十分条件を x,y,z を用いて表せ.

(富山大 2013)　　(m20132307)

0.118 集合 $A = \left\{ z \,\middle|\, z \text{ は複素数},\ |z| = 1,\ z \neq 1 \right\}$ について，次の問いに答えよ.

(1) A に属す z に対して，$z = \dfrac{c+i}{c-i}$ をみたす実数 c が存在することを示せ．ただし，i は虚数単位とする.

(2) 上の (1) で存在する c は一意的であることを示せ.

(3) A に属す z に $z = \dfrac{c+i}{c-i}$ によって一意的に定まる実数 c を対応させる写像 $f : A \to \boldsymbol{R}$ は全単射であることを示せ.

(富山大 2013)　　(m20132308)

0.119 区間 $I=[1,\infty)$ における関数列 $\{f_n(x)\}_{n=1,2,\cdots}$ について，次の問いに答えよ．ただし，

$$f_n(x)=\frac{n}{2+nx}$$

とする.

(1) 区間 I における極限関数 $f(x)=\lim_{n\to\infty} f_n(x)$ を求めよ.

(2) 上の (1) における収束は一様収束であるかどうか調べよ.

(富山大 2013) (m20132309)

0.120 $\boldsymbol{R}^2$ 上の C^2 級関数 $f(x,y)$ について，次の問いに答えよ.

(1) $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y)=0$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y)=0$ $(\forall(x,y)\in\boldsymbol{R}^2)$ ならば，$f(x,y)$ は定数関数であることを示せ.

(2) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y)=0$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y)=0$ $(\forall(x,y)\in\boldsymbol{R}^2)$ のとき，$f(x,y)$ を求めよ.

(富山大 2013) (m20132310)

0.121 次の計算をせよ.

(1) $\dfrac{d}{dx}\dfrac{\sin(1-x^{-1})}{(1-x)^3}$ (2) $\dfrac{d}{dx}x^{x-2}$ $(x>0)$ (3) $\dfrac{d}{dx}\left(3^x\exp\left(\dfrac{1}{3-x}\right)\right)$

(富山大 2014) (m20142301)

0.122 次の計算をせよ．ただし，(1) を解くにあたっては，$x+\sqrt{x^2+5}=t$ なる変数変換を用い， 積分計算結果は x の式で表すこと.

(1) $\displaystyle\int\frac{1}{\sqrt{x^2+5}}dx$ (2) $\displaystyle\int\frac{x\cdot\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}dx$

(富山大 2014) (m20142302)

0.123 $\phi(x,y,z)=e^{2x^2-4y^3+z^2}$, $\overrightarrow{A}(x,y,z)=2xyz^3\overrightarrow{i}+x^2z^3\overrightarrow{j}+3x^2yz^2\overrightarrow{k}$ について，次の問いに答えよ．ただし，$\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{k}$ は直交座標の単位ベクトルである.

(1) $\mathrm{rot}\,\overrightarrow{A}=\overrightarrow{0}$ を示せ.

(2) 点 $(1,1,-1)$ において，$\phi\overrightarrow{A}$ の発散の値を求めよ.

(3) 点 $(1,1,-1)$ における ϕ の点 $(-3,5,6)$ に向かう方向の方向微分係数を求めよ.

(4) $\displaystyle\int_S\overrightarrow{A}\cdot\overrightarrow{n}dS$ の値を求めよ．ただし，S は円柱面 : $x^2+y^2=1$ の $x\geqq 0,\ y\geqq 0,\ 0\leqq z\leqq 1$ を満たす部分とし，$\overrightarrow{n}$ は S の単位法線ベクトルとする.

(富山大 2014) (m20142303)

0.124 次の各行列式の値を求めよ.

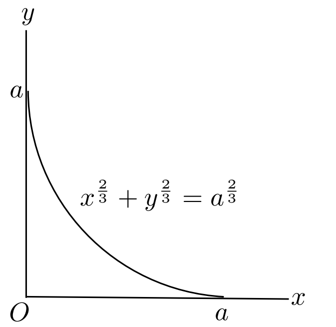
(1) $\begin{vmatrix}1&2&3\\4&6&9\\8&5&7\end{vmatrix}$ (2) $\begin{vmatrix}8&3&4&-5\\4&-1&4&3\\5&6&4&3\\1&6&4&7\end{vmatrix}$ (3) $\begin{vmatrix}0&0&0&-2&0\\0&0&2&4&-1\\0&0&1&5&0\\0&2&-5&7&3\\5&-7&8&9&-6\end{vmatrix}$

(富山大 2014) (m20142304)

0.125 曲線 : $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$ $(x\geqq 0,\ y\geqq 0,\ a>0)$ に関する次の問いに答えよ.

(1) この曲線は $0 \leqq t \leqq \dfrac{\pi}{2}$ を満たす t を用いて，$x = a\sin^3 t$ と表すことができる．同様に y を t で表せ．

(2) 曲線と x 軸，y 軸が囲む領域の面積を π と a を用いて表せ．



(富山大 2014)　　(m20142305)

0.126 次の微分方程式の一般解を求めよ．ただし，(3) についてはすべての一般解を求め，(4) については特殊解を求めよ．

(1) $e^{2x-y} + e^{x+y}\dfrac{dy}{dx} = 0$

(2) $(x^3 + y^3)dx - 3xy^2 dy = 0$

(3) $\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2 - (2x+3y)\dfrac{dy}{dx} + 6xy = 0$

(4) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} - 15y = 0 \quad \left(x = 0 \text{ のとき } \quad y = 5,\ \dfrac{dy}{dx} = 1\right)$

(富山大 2014)　　(m20142306)

0.127 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & x+2 & -1 & -1 \\ x & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ $(x \in R)$ の階数を求めよ．

(富山大 2014)　　(m20142307)

0.128 P を 2 以下の実係数多項式からなる実ベクトル空間とする．写像 $G : P \to P$ を，

$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2\ (a_0, a_1, a_2 \in \mathbf{R})$ に対し $G(f(x)) = f(x+1) = a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2$

で定義する．

(1) G は線形写像であることを示せ．

(2) P の基底 $\{1, x, x^2\}$ に関する G の表現行列を求めよ．

(富山大 2014)　　(m20142308)

0.129 $\mathbf{R}^2$ をユークリッド平面とする．すなわち，$\boldsymbol{x} = (x_1,\ x_2)$，$\boldsymbol{y} = (y_1,\ y_2)\ \in \mathbf{R}^2$ に対し，その距離を $d(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$ で定義したときの距離空間とする．f_1，f_2 ：$\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ を連続関数とし，f ：$\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ を，$f(x_1,\ x_2) = (f_1(x_1,\ x_2),\ f_2(x_1,\ x_2))$ $\left((x_1,\ x_2) \in \mathbf{R}^2\right)$ で定義する．このとき，f が連続写像であることを示せ．

(富山大 2014)　　(m20142309)

0.130 次の問いに答えよ．

(1) $1 - \dfrac{1}{3!} + \dfrac{1}{5!}$ を循環小数で表せ．

(2) マクローリンの定理を用いて，$\left|\sin x - \left(x - \dfrac{x^3}{3!} + \dfrac{x^5}{5!}\right)\right| \leqq \dfrac{|x|^7}{7!}$ $(x \in R)$ を示せ．

(3) $\dfrac{n}{1000} \leqq \sin 1 < \dfrac{n+1}{1000}$ を満たす自然数 n を求めよ.

(富山大 2014)　　(m20142310)

0.131 実線形空間 V の部分空間全体からなる集合族を S とする．また．$X_1 \in S,\ X_2 \in S$ として

$$X = \{x_1 + x_2 \mid x_{\in} X_1,\ x_2 \in X_2\}$$

とおく．このとき，次の問いに答えよ.

(1) $X \in S$ であることを示せ.

(2) $S_0 = \{Y \in S \mid X_1 \subset Y,\ X_2 \subset Y\}$ とおくとき，

$$X = \{x \in V \mid \text{すべての } Y \in S_0 \text{ に対して } x \in Y\}$$

であることを示せ.

(富山大 2015)　　(m20152301)

0.132 $f(x)$ を $\mathbb{R}$ 上の実数値関数とする．また，$x_0 \in \mathbb{R}$ とする．このとき，次の (a)，(b) は同値であることを示せ.

(a) $f(x)$ は $x = x_0$ で連続である.

(b) x_0 に収束する任意の実数列 $\left\{y_n\right\}_{n=1}^{\infty}$ に対して，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} f(y_n) = f(x_0)$ である.

(富山大 2015)　　(m20152302)

0.133 x, y を実数とする．座標平面上の点 (x, y) に対して，行列

$$A = \begin{pmatrix} x & y & 2 \\ y & 1 & y \\ 2 & y & x \end{pmatrix}$$

を考える．このとき，次の問いに答えよ.

(1) 直交行列 $P = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ に対して，${}^tPAP$ を求めよ.

(2) A の相異なる固有値の個数が 2 であるような点 (x, y) の集合を図示せよ.

(富山大 2015)　　(m20152303)

0.134 4 重積分

$$\iiiint_D x_1 dx_1\ dx_2\ dx_3\ dx_4$$

の値を求めよ.

ただし，$D = \left\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \;\middle|\; {x_1}^2 + {x_2}^2 + {x_3}^2 + {x_4}^2 \leqq 1,\ x_1 \geqq 0,\ x_2 \geqq 0,\ x_3 \geqq 0,\ x_4 \geqq 0\right\}$ とする.

(富山大 2015)　　(m20152304)

0.135 次の計算をせよ．計算の概略も示すこと.

(1) $\dfrac{d}{dx} \log_e \left\{(x-1)e^{x^2}\right\}\ (x > 0)$　　(2) $\dfrac{d}{dx} \left\{\dfrac{(x-2)^x}{\tan x}\right\}\ (x > 2)$

(富山大 2015)　　(m20152305)

0.136 次の計算をせよ．計算の概略も示すこと．

(1) $\displaystyle\int \arctan\frac{x}{2}\,dx$　　(2) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} (4\cos^4 x - 6cos^6 x)\,dx$

(富山大 2015)　(m20152306)

0.137 空間座標の原点 O からの距離 r で定義される関数 $\varphi(r) = \log_e r \ \ (r > 0)$ について次の各問いに答えよ．ただし，$\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{k}$ を直交座標系 $O - xyz$ の単位ベクトルとし，$\overrightarrow{r} = x\overrightarrow{i} + y\overrightarrow{j} + z\overrightarrow{k}$，$r = |\overrightarrow{r}|$ であるとする．

(1) 点 $P(1,1,0)$ を含む等位面（関数の値が等しい点の集合）の点 P における単位法線ベクトル $\overrightarrow{n}$ の x,y,z 成分を求めよ．

(2) 点 $Q(0,0,1)$ における，ベクトル $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j} + 2\overrightarrow{k}$ の方向への $\varphi(r)$ の方向微分係数を求めよ．

(3) 勾配の発散 $\nabla^2\varphi(r)$ を r の関数として求めよ．

(4) 勾配の回転 $\nabla \times \ \nabla\varphi(r)$ が $\overrightarrow{0}$ であることを示せ．

(富山大 2015)　(m20152307)

0.138 xy 平面上に 3 点，$A(1,\ 1)$, $B(3,\ 1)$, $C(1,\ 4)$ を頂点とする三角形がある．この 3 つの頂点を線形写像 T により変換するとき，次の各問いに答えよ．ただし，線形写像 T は行列 $S = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ で与えれれる．計算の概略も示すこと．

(1) 頂点 A, B, C の変換後の各頂点を A', B', C' とする．これら 6 点を xy 座標平面上に座標の値とともに図示せよ．

(2) 点 A', B' を通る直線をベクトル表示せよ．同様に点 A', C' を通る直線をベクトル表示せよ．

(3) (2) の 2 直線が直交することをベクトルの内積を使って示せ．

(4) 三角形 ABC と三角形 $A'B'C'$ の面積比を求めよ．

(富山大 2015)　(m20152308)

0.139 関数 $f(x)$ が $f(x) = \dfrac{1}{5}x^5 - x^3$ で与えられるとき，次の問いに答えよ．計算の概略も示すこと．

(1) $f(x) = 0$ となる最大と最小の x の値を求めよ．

(2) 極大値と極小値をすべて求めよ．さらに $f(x)$ の概形も描け．

(3) $f(x)$ が x 軸とつくる閉じた図形の面積を求めよ．

(富山大 2015)　(m20152309)

0.140 次の各問いに答えよ．

(1) 次の微分方程式の一般解 $x(t)$ を求めよ．

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -x$$

(2) 次の連立方程式の $x(0) = y(0) = 1$ を満たす特殊解 $x(t)$, $y(t)$ を求めよ．

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} + \dfrac{dy}{dt} = x - y \\ \dfrac{dx}{dt} - \dfrac{dy}{dt} = x + y \end{cases}$$

(3) 次の連立方程式の $x(0) = y(0) = 1$ を満たす特殊解 $x(t)$, $y(t)$ を求めよ．

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} + \dfrac{dy}{dt} = -x + y \\ \dfrac{dx}{dt} - \dfrac{dy}{dt} = x + y \end{cases}$$

(富山大 2015)　　(m20152310)

0.141 a を実数の定数とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 広義積分 $\displaystyle\int_0^1 x^a \log x dx$ が収束する a の値の範囲を求めよ．

(2) (1) の広義積分が収束するとき，その値を求めよ．

(富山大 2016)　　(m20162301)

0.142 3 次実対称行列 A は固有値 2 と 3 をもち，固有値 2 に対する固有空間 W_2 はある実数 x, y を用いて

$W_2 = \left\{ c \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \middle| c \in \mathbb{R} \right\}$ と表され，固有値 3 に対する固有空間 W_3 は

$W_3 = \left\{ c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \middle| c_1,\ c_2 \in \mathbb{R} \right\}$ と表されている．このとき，次の問いに答えよ．

(1) $x,\ y$ を求めよ．

(2) $\begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ を W_2 と W_3 のベクトルの和で表せ．

(3) 自然数 n に対して $A^n \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix}$ を求めよ．

(富山大 2016)　　(m20162302)

0.143 $\left\{a_n\right\}_{n=1}^{\infty}$ を有界な実数列とするとき，

$$\limsup_{n\to\infty} a_n = \liminf_{n\to\infty} a_n$$

ならば，$\left\{a_n\right\}_{n=1}^{\infty}$ は収束することを示せ．

ただし，$\displaystyle\limsup_{n\to\infty} a_n,\ \liminf_{n\to\infty} a_n$ はそれぞれ数列 $\left\{a_n\right\}_{n=1}^{\infty}$ の上極限，下極限を表す．

(富山大 2016)　　(m20162303)

0.144 $\mathbb{N}$ を自然数全体の集合とする．$a_n \geq 0\ (n \in \mathbb{N})$ とし，級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ が実数 α に収束するとする．

このとき，全単射 $f\ :\ \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ に対し $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_{f(n)} = \alpha$ となることを示せ．

(富山大 2016)　　(m20162304)

0.145 次の計算をせよ．ただし，計算の概略も示すこと．

(1) $\dfrac{d}{dx} x^{\sin x}\qquad (x > 0)$　　(2) $\dfrac{d^5}{dx^5}\left(\dfrac{1}{1-x}\right)\qquad (x \neq 1)$

(富山大 2017)　　(m20172301)

0.146 次の計算をせよ．ただし，計算の概略も示すこと．

(1) $\displaystyle\int \frac{1}{\cos x} dx$　　(2) $\displaystyle\int x \log_e x dx\qquad (x > 0)$

(富山大 2017)　　(m20172302)

0.147 スカラー関数 $f(x, y, z) = e^{-\frac{1}{2}(x^2+y^2+z^2)}$ について，次の各問いに答えよ．ただし，$\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ は，それぞれ直角座標系の x, y, z 方向の単位ベクトルとする．

(1) 点 $P\left(\sqrt{2},\ \sqrt{2},\ 0\right)$ を含む等位面（関数 f の値が等しい点の集合）の点 P における単位法線ベクトル $\vec{n}$ の x, y, z 成分を求めよ．

(2) 関数 f の勾配の発散 $\nabla \cdot \nabla f$ を求めよ．

(3) 関数 f の勾配の回転 $\nabla \times \nabla f$ を計算し，$\vec{0}$ となることを示せ．

(4) 点 $Q(1, 0, 1)$ における，ベクトル $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \sqrt{2}\,\vec{k}$ の方向への f の方向微分係数を求めよ．

(富山大 2017)　　(m20172303)

0.148 次の問いに答えよ．ただし，$\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$, $\boldsymbol{D}$ は 2 行 2 列の実数行列，$\boldsymbol{X}$ は 2 行 1 列の実数行列とする．また，${}^t\boldsymbol{X}$ は行列 $\boldsymbol{X}$ の転置行列を意味する．

(1) $|\boldsymbol{A}| < 0$ のとき，$\boldsymbol{A}$ の固有値が異符号の実数であることを示せ．

(2) $\boldsymbol{B}$ の成分がいずれも正であるとする．このとき，$\boldsymbol{B}$ の固有値が実数であるとしても正とは限らないことを例を挙げて示せ．

(3) $\boldsymbol{C}$ が対角行列で対角成分がいずれも正であるとき，任意の $\boldsymbol{X}$ に対して ${}^t\boldsymbol{X}\boldsymbol{C}\boldsymbol{X} > 0$ が成立することを示せ．

(4) $\boldsymbol{D}$ が 2 つの異なる正の固有値をもち，それらの固有値に対応する固有ベクトルが直交しているとき，任意の $\boldsymbol{X}$ に対して ${}^t\boldsymbol{X}\boldsymbol{D}\boldsymbol{X} > 0$ が成立することを示せ．必要ならば，直交行列の逆行列と転置行列が等しくなる性質を利用せよ．なお，直交行列とは，互いに直交する大きさが 1 の列ベクトルからなる正方行列である．

(富山大 2017)　　(m20172304)

0.149 関数 $f(x) = (1 + kx)e^{kx} \quad (x \geqq 0)$ について，次の各問いに答えよ．ただし，k は実数である．

(1) 次の積分 $I(X)$ を X を用いて表せ．ただし，$X > 0$ とする．

$$I(X) = \int_0^X f(x)dx$$

(2) $k = -1$ のとき，極限値 $\displaystyle\lim_{X\to\infty} I(X)$ を求めよ．

(3) 極限値 $\displaystyle\lim_{X\to\infty} I(X)$ が有限のとき，関数 $f(x)$ の広義積分は存在する．関数 $f(x)$ の広義積分が存在するための条件を，k についての不等式で表せ．

(富山大 2017)　　(m20172305)

0.150 次の各問いに答えよ．ただし，計算の概略も示すこと．

(1) 次の微分方程式が，一般解 $y = A\sin(nx + \alpha)$ をもつとき，$p(x)$ と $q(x)$ を求めよ．ただし，A, α は任意定数，$n \neq 0$ とする．

$$\frac{d^2y}{dx^2} + p(x)\frac{dy}{dx} + q(x)y = 0$$

(2) xy 平面上の点 (a, b) を中心とする直径 $R(> 0)$ の円が満たす微分方程式を求めよ．ただし，微分方程式に a, b および R を含んではならない．

(3) 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$x^{-1}\frac{dy}{dx} + 2y = 2$$

(富山大 2017)　　(m20172306)

0.151 $y = a\arcsin\left(\sqrt{\dfrac{x}{a}}\right) + \sqrt{ax - x^2}$ (a: 定数, $0 < x \leq a$) の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.

(富山大 2018) (m20182301)

0.152 $\log_e y - a^x$ (a: 定数, $a > 0$) で定義される関数 y の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.

(富山大 2018) (m20182302)

0.153 不定積分 $\displaystyle\int e^x \sin x dx$ を求めよ.

(富山大 2018) (m20182303)

0.154 $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq \sin y,\ 0 \leq y \leq \pi\}$ のとき, 二重積分 $\displaystyle\iint_D x dx dy$ の値を求めよ.

(富山大 2018) (m20182304)

0.155 直角座標系 xyz におけるベクトル場 $\overrightarrow{F}(x, y, z) = -y\overrightarrow{i} + (z - x)\overrightarrow{j} + y\overrightarrow{k}$,
スカラー場 $\phi(x, y, z) = axy + byz + czx$ (a, b, c は定数) について, 次の問いに答えよ.
ただし, $\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{k}$ はそれぞれ x, y, z の各軸方向の単位ベクトルとする.

(1) 次の計算をせよ.
(a) div $\overrightarrow{F}$ (b) rot $\overrightarrow{F}$
(c) grad ϕ (d) rot(grad ϕ)

(2) $a = 1,\ b = -1,\ c = 0$ のとき,
ϕ がベクトル場 $\overrightarrow{F}$ のポテンシャル（スカラーポテンシャル）となることを示せ.

(3) $a = 1,\ b = -1,\ c = 0$ のとき,
点 $P(1, 1, 1)$ から点 $Q(0, 2, 2)$ までの線積分 $\displaystyle\int_P^Q \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r}$ を求めよ.
ここで $\overrightarrow{r}$ は P から Q へ向かう経路上の点の位置ベクトルである.

(富山大 2018) (m20182305)

0.156 次の各問いに答えよ. ただし, $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ は 2 行 2 列の正則な実数行列, $\boldsymbol{I}$, $\boldsymbol{O}$ はそれぞれ 2 行 2 列の単位行列と零行列とする.

(1) 行列式 $\begin{vmatrix} \boldsymbol{I} & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{A}^{-1} & \boldsymbol{I} \end{vmatrix}$ と $\begin{vmatrix} \boldsymbol{I} & \boldsymbol{A}^{-1} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{I} \end{vmatrix}$ をそれぞれ求めよ.

(2) 次の等式が成立することを示せ.
$$\begin{vmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{B} \end{vmatrix} = |\boldsymbol{A}|\,|\boldsymbol{B}|$$

(3) 次の分割行列（ブロック行列）の積を計算せよ. なお計算結果は, $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{I}$, $\boldsymbol{O}$ のうち必要なものを小行列とする一つの分割行列として示すこと.
$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{I} & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{A}^{-1} & \boldsymbol{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{B} - \boldsymbol{A}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{I} & \boldsymbol{A}^{-1} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{I} \end{pmatrix}$$

(4) 次の等式が成立することを (1),(2),(3) の結果を利用して示せ.
$$\begin{vmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{I} \\ \boldsymbol{I} & \boldsymbol{B} \end{vmatrix} = |\boldsymbol{A}|\,|\boldsymbol{B} - \boldsymbol{A}^{-1}|$$

(富山大 2018) (m20182306)

0.157 半径 $a(a>0)$ の円が x 軸に接して滑らずに転がるとき，円周上の定点が描く曲線をサイクロイドといい，パラメータを t として

$$x = a(t - \sin t)$$

$$y = a(1 - \cos t)$$

で与えられる．このとき次の各問いに答えよ．

(1) 導関数 $\dfrac{dx}{dt}$，$\dfrac{dy}{dt}$ を計算せよ．

(2) $\left(\dfrac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\dfrac{dy}{dt}\right)^2$ を求めよ．

(3) 一般に，パラメータ t が α から β まで変化したとき，点 $(x(t), y(t))$ が描く曲線の長さ l は次式で表される．

$$l = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\, dt$$

サイクロイドにおいて，$t = t_0\ (0 < t_0 < 2\pi)$ を初期値として

円が一回転したとき $(t = t_0 + 2\pi)$ の曲線の長さを求めよ．

(富山大 2018)　　(m20182307)

0.158 次の各問いに答えよ．

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$(1 - x^2)y' = \frac{x}{y}$$

(2) 次の微分方程式について，与えられた条件を満たす特殊解を求めよ．

$xy^2y' - 2x + 4 = 0,\qquad x = 1$ の時，$y = 3$

(3) 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$x^2 + y^2 - 2xyy' = 0$$

(4) 次の微分方程式について，一つの特殊解を求めた上で，一般解を求めよ．

$$2y'' - 6y' + 5y = 5e^{-2x}$$

(富山大 2018)　　(m20182308)

0.159 次の計算をせよ．ただし，計算の概略も示すこと．

(1) $\dfrac{d}{dx}\left(xe^{\sin x}\right)$　　(2) $\dfrac{d}{dx}\left(x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x\right)$

(富山大 2019)　　(m20192301)

0.160 次の計算をせよ．ただし，計算の概略も示すこと．

(1) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2 - 1}$　　(2) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 1}}$

(富山大 2019)　　(m20192302)

0.161 次の各問いに答えよ．ただし，$\vec{i}$，$\vec{j}$，$\vec{k}$ はそれぞれ x，y，z の各軸方向の単位ベクトルとする．

(1) ベクトル場 $\vec{A}(x,y,z) = (xyz)\vec{i} + (-y^2z^3)\vec{j} + (2x^2y)\vec{k}$ に対して $\mathrm{div}(\mathrm{rot}\vec{A})$ を求めよ．

(2) スカラー場 $\phi(x,y,z) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$　(ただし，$x^2 + y^2 + z^2 \neq 0$) に対して，

(a) $\dfrac{\partial\phi}{\partial x}$，$\dfrac{\partial^2\phi}{\partial x^2}$ を計算せよ．

(b) grad ϕ を求めよ．

(c) div(grad ϕ) $= 0$ を示せ．

(富山大 2019)　　(m20192303)

0.162 (1) 正方行列 A, P, D の間に $AP = PD$ の関係があるとき，A^n を P, P^{-1}, D および n を用いて表せ．ただし n は自然数である．また，P は正則行列であるとする．

(2) 次の行列 B は相異なる 3 つの実数の固有値を持つ．これらの固有値および対応する固有ベクトルを求めよ．

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

(3) (2) の行列 B において，固有値 λ_1, λ_2, λ_3 の各々に対応する任意の固有ベクトルを

$$\overrightarrow{x_1} = \begin{pmatrix} q_{1,1} \\ q_{2,1} \\ q_{3,1} \end{pmatrix},\ \overrightarrow{x_2} = \begin{pmatrix} q_{1,2} \\ q_{2,2} \\ q_{3,2} \end{pmatrix},\ \overrightarrow{x_3} = \begin{pmatrix} q_{1,3} \\ q_{2,3} \\ q_{3,3} \end{pmatrix}$$

とし，行列 Q を

$$Q = \begin{pmatrix} q_{1,1} & q_{1,2} & q_{1,3} \\ q_{2,1} & q_{2,2} & q_{2,3} \\ q_{3,1} & q_{3,2} & q_{3,3} \end{pmatrix}$$

としたとき

$$Q^{-1}BQ = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}$$

となる．この性質を利用し，(1), (2) の結果をもとに B^n を求めよ．

(富山大 2019)　　(m20192304)

0.163 2 つの関数 $f(x)$ と $g(x)$ が次の様に定義され，

$$f(x) = \int_0^x e^t(\sin t + \cos t)dt$$

$$g(x) = \int_0^x e^t(\cos t - \sin t)dt$$

また，$f^{(n)}(x)$, $g^{(n)}(x)$ を，それぞれ，$f(x)$, $g(x)$ の n 次導関数とするとき，次の各問いに答えよ．

(1) $f(x)$ と $g(x)$ を求めよ．

(2) $f^{(1)}(x)$ と $g^{(1)}(x)$ を求めよ．

(3) $f^{(2)}(x)$ と $g^{(2)}(x)$, および，$f^{(3)}(x)$ と $g^{(3)}(x)$ を求めよ．

(4) $n \geqq 2$ として，$f^{(n)}(x)$ と $g^{(n)}(x)$ それぞれを $f^{(n-1)}(x)$ および $g^{(n-1)}(x)$ を用いた漸化式で表せ．

(富山大 2019)　　(m20192305)

0.164 以下の連立微分方程式に関する次の各問いに答えよ．ただし，$x > 0$ とする．

$$\frac{du_1(x)}{dx} = \frac{1}{x}u_2(x)$$

$$\frac{du_2(x)}{dx} = \frac{1}{x}u_1(x)$$

(1) $\{u_1(x)\}^2 - \{u_2(x)\}^2 = c_1$(定数) であることを示せ．

(2) $\dfrac{u_1(x) + u_2(x)}{x} = c_2$(定数) であることを示せ．

(3) $u_1(x)$, $u_2(x)$ の一般解を (1) と (2) における c_1 と c_2 を用いて表せ．ただし，$c_2 \neq 0$ とする．

(富山大 2019)　(m20192306)

0.165 次の式の値を求めよ．

$$\lim_{x \to +0} x^{2x}$$

(富山大 2020)　(m20202301)

0.166 次の式で定義される 2 変数関数の 2 階偏導関数を求めよ．

$$f(x, y) = \log_y x \qquad (x > 0,\ y > 1)$$

(富山大 2020)　(m20202302)

0.167 θ の範囲が $0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ のとき，次の式で定義される xy 平面上の曲線に囲まれる領域の面積を求めよ．

$$\begin{cases} x = 2\sin\theta \\ y = 2\sin\left(\theta - \dfrac{\pi}{3}\right) \end{cases}$$

(富山大 2020)　(m20202303)

0.168 ベクトル場 $\vec{A}(x, y, z) = xye^z\vec{i} + x\log_e(z)\vec{j} + yz^4\sin(2x)\vec{k}$，スカラー場 $\phi(x, y, z) = xyz$ について，次の問いに答えよ．ただし，$\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ はそれぞれ直角座標系の x, y, z 軸方向の単位ベクトルとする．

(1) 回転 $\mathrm{rot}\vec{A}$ を求めよ．

(2) 勾配 $\mathrm{grad}\phi$ を求めよ．

(3) 点 $P(1, 1, 2)$ における，単位ベクトル $\vec{u} = \dfrac{2}{3}\vec{i} - \dfrac{2}{3}\vec{j} + \dfrac{1}{3}\vec{k}$ の方向への ϕ の方向微分係数 $\dfrac{d\phi}{du}$ を求めよ．

(富山大 2020)　(m20202304)

0.169 以下の微分方程式の一般解を求めよ．また，特異解がある場合は特異解も求めよ．

(1) $\alpha\dfrac{dy}{dx} = \beta - \gamma y$ 　（ α, β, γ は全て正の定数とする．）

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 9y = 3\sin 3x$ 　　(3) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2xy}{2x^2 + y^2}$

(富山大 2020)　(m20202305)

0.170 次の式の値を求めよ．

$$\lim_{x \to +0} xe^x$$

(富山大 2021)　(m20212301)

0.171 次の式で定義される 2 変数関数の 2 階偏導関数を求めよ．

$$f(x, y) = e^{\frac{2}{x} + 3y} \qquad (x > 0,\ y > 0)$$

(富山大 2021)　(m20212302)

0.172 θ が 0 付近では $\tan\theta \fallingdotseq \theta$ と近似されることがある．この近似が成り立つ理由についてテイラー展開（マクローリン展開）を用いて説明せよ．

(富山大 2021)　(m20212303)

0.173 次の式で定義される xy 平面上の曲線 y_1 と y_2 および $x=0$ と $x=2\pi$ で囲まれる面積を求めよ

$$\begin{cases} y_1 = 2\cos\left(\frac{x}{2}\right) \\ y_2 = \sin(x) \end{cases}$$

(富山大 2021)　　(m20212304)

0.174 (1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} + 5x = t + e^t$$

(2) 次の常微分方程式を解き，初期条件 $t=0$ で $x=x_0$ を満たす特殊解を求めよ.;

$$\frac{dx}{dt} - x = -2x^2$$

(3) 次の方程式で表される曲線族が満たす微分方程式を導け．また，この曲線族の直交曲線を求めよ．(α は曲線族のパラメータ)

$$y^2 + \alpha x = 0$$

(富山大 2021)　　(m20212305)

0.175 変数 x, y が次の式を満たすとき，導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ．ただし，計算の概略も示すこと.

$$x^4 y + 4y = 2y^3 + 8$$

(富山大 2022)　　(m20222301)

0.176 マクローリン展開を用いて 次の式の値を求めよ．ただし，計算の概略も示すこと.

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^3 - 6(x - \sin x)}{x^5}$$

(富山大 2022)　　(m20222302)

0.177 次の式の値を求めよ．ただし，計算の概略も示すこと.

$$\iint_D \sqrt{1-x^2-y^2}\,dxdy \quad (D \ :\ x^2+y^2 \leqq 1,\ 0 \leqq y)$$

(富山大 2022)　　(m20222303)

0.178 スカラー場 $\phi(x,y,z) = x^2y + y^2z - xy\,e^{(z^2)}$，ベクトル場 $\overrightarrow{F}(x,y,z) = -y\,\overrightarrow{i} + x\,\overrightarrow{j} + xyz\,\overrightarrow{k}$ について，次の各問いに答えよ．ただし，$\overrightarrow{i}$，$\overrightarrow{j}$，$\overrightarrow{k}$ は直交座標系 x, y, z の各軸方向の単位ベクトルとする．また，点 P の座標を (2, 1, 0) とする.

(1) 点 P における，ϕ の等位面の単位法線ベクトルを求めよ.

(2) 点 P における，$\overrightarrow{F}$ 方向に対する ϕ の方向微分係数を求めよ.

(3) $\mathrm{rot}\,\overrightarrow{F}$ を求めよ.

(4) 原点 O から点 P に至る線分 OP における，$\overrightarrow{F}$ の線積分 $\displaystyle\int_{OP} \overrightarrow{F}\cdot d\overrightarrow{r}$ を求めよ．ここで，$\overrightarrow{r}$ は位置ベクトルである.

(富山大 2022)　　(m20222304)

0.179 以下の各問いに答えよ．ただし，a, k, L は定数とする.

(1) $g'(t) = -ak^2 g(t)$ の一般解を求めよ.

(2) $f''(x) = -k^2 f(x)$ の一般解を求めよ.

(3)　(1), (2) の解を合成した $y(x,t)=f(x)g(t)$ が $(*)$ を満たすことを示せ.

$$\frac{\partial y}{\partial t}=a\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \qquad \cdots(*)$$

(4)　$(*)$ 式において, $y(0,t)=y(L,t)=0 \quad (t>0)$ を満たす, y の一般解を求めよ.

(富山大 2022)　　(m20222305)