[選択項目] 年度：1991〜2023 年　大学：和歌山大

0.1 行列 $\begin{pmatrix} 17 & -15 \\ -15 & 17 \end{pmatrix}$ の固有値と固有ベクトルを求めなさい.

(和歌山大 2007)　(m20076501)

0.2 線形変換 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ によって，直線 $x+2y=1$ がどのような図形に移されるか，その図形の表す式を求めなさい.

(和歌山大 2007)　(m20076502)

0.3 連立方程式 $\begin{cases} x-y+2z=0 \\ x+y+\ \ z=0 \\ 3x+y+kz=0 \end{cases}$ が，$x=y=z=0$ 以外の解をもつように定数 k を定めなさい，また，そのときの解を媒介変数を用いて表しなさい.

(和歌山大 2007)　(m20076503)

0.4 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{e^x-e^{-x}}$ を求めなさい.

(和歌山大 2007)　(m20076504)

0.5 曲面 $z=\sqrt{x^2+y}$ の $(x,y)=(1,3)$ における接平面の方程式を求めなさい.

(和歌山大 2007)　(m20076505)

0.6 次の 2 重積分の値を求めなさい.　$\displaystyle\iint_D -2xe^{1-y}dxdy \quad D=\{(x,y)\mid 0\leqq x\leqq 1,\ 0\leqq y\leqq 1-x^2\}$

(和歌山大 2007)　(m20076506)

0.7 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}=2$　(2) $y+x\dfrac{dy}{dx}=0$　(3) $\dfrac{dy}{dx}+y=x$　(4) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-5\dfrac{dy}{dx}=0$

(和歌山大 2007)　(m20076507)

0.8 (1) 周期 2π の周期関数 $f(x)=\pi^2-x^2\ (-\pi\leqq x<\pi)$ のフーリエ級数を求めなさい.

(2) (1) の結果を利用して，$1-\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{3^2}-\dfrac{1}{4^2}+\cdots=\dfrac{\pi^2}{12}$ を示しなさい.

(和歌山大 2007)　(m20076508)

0.9 次の極限値を求めなさい．ここで i は虚数単位とする.

(1) $\displaystyle\lim_{z\to i}\frac{z^3+1}{z+i}$　(2) $\displaystyle\lim_{z\to i}\frac{z^2+1}{z-i}$

(和歌山大 2007)　(m20076509)

0.10 複素平面上において，$z=\pm 1$ および $z=\pm i$ を内部に含み，正の向きに一周する単一閉曲線を C とする．このとき，次の積分を求めなさい.

(1) $\displaystyle\int_C\frac{\sin\pi z}{(z-1)^2}dz$　(2) $\displaystyle\int_C\frac{z^2}{z^4-1}dz$

(和歌山大 2007)　(m20076510)

0.11 袋の中に，数字 0 の書かれたカードが 2 枚と，数字 1 の書かれたカードが 3 枚入っている．この袋から続けて 2 枚カードを取り出したとき，1 枚目のカードの数字を X，2 枚目のカードの数字を Y とする．このとき，取り出したカードは袋に戻さない．確率 $P(X=1)$ および $P(Y=1)$ を求めなさい．また，X と Y は独立な確率変数といえるか，理由をつけて答えなさい.

(和歌山大 2007)　(m20076511)

0.12 確率変数 X の確率密度関数が $f(x) = \begin{cases} 1 - |x| & (\ |x| \leqq\ 1\ ) \\ 0 & (\ |x| > 1\ ) \end{cases}$
で与えられるとき，$P(X \leqq\ a) = \dfrac{2}{9}$ となる a の値を求めなさい

(和歌山大 2007)　　(m20076512)

0.13 次の行列 A について，以下の各問いに答えなさい．ただし，k は実数である．

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -4 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & k & 5 \end{pmatrix}$$

(1) 逆行列 A^{-1} を求めなさい．

(2) 行列 A のすべての固有値と，絶対値が最大の固有値に対する固有ベクトルを求めなさい．

(3) 行列 A の第 2 列，第 3 列をそれぞれ $\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{y}$ とするとき，ベクトル $\boldsymbol{x}$ と $\boldsymbol{y}$ のなす角が $\dfrac{\pi}{4}$ となるような k の値を求めなさい．

(和歌山大 2008)　　(m20086501)

0.14 (1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} x^3e^{-x}$ を求めなさい．

(2) $\dfrac{x^2}{2^2} + \dfrac{y^2}{3^2} + \dfrac{z^2}{5^2} = 3$ で表される曲面の，点 $(2,3,5)$ における法線の方程式を求めなさい．

(3) 次の 2 重積分を極座標変換を利用して求めなさい．

$$\iint_D e^{-(x^2+y^2)}dxdy\ , \quad D = \{(x, y) \mid x \geqq\ 0,\ y \geqq\ 0\}$$

(和歌山大 2008)　　(m20086502)

0.15 ある工場で製造される製品の重さ（単位 kg）が正規分布 $N(2,\ 0.0016)$ に従っているとする．ある日，100 個の製品を抜き取り，重さを測定したところ平均が 2.011kg であった．この日の製品が，平常と比べて重くなっているといえるか．危険率（有意水準）1% で検定しなさい．なお，解答にあたっては，次の定理および正規分布表を用いてよい．

定理 X_1，X_2，$\cdots X_n$ が，正規分布 $N(\mu,\ \sigma^2)$ に従う独立な確率変数であるとき，

$\overline{X} = \dfrac{1}{n}(X_1 + X_2 + \cdots + X_n)$ は正規分布 $N(\mu, \sigma^2/n)$ に従う．

よって，$\dfrac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ は正規分布 $N(0, 1)$ に従う．

(和歌山大 2008)　　(m20086503)

0.16 (1) $A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -2 \\ -1 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ のとき，A の行列式と，トレースを求めなさい．

(2) $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ として，以下の問いに答えなさい．

(a) B の行列式を求めなさい．

(b) B の固有値 λ_1，λ_2 を求めなさい．ただし $\lambda_1 \geq \lambda_2$ とする．

(c) 固有値 λ_1，λ_2 に対する固有ベクトル $\boldsymbol{x}_1 = \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{21} \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{x}_2 = \begin{bmatrix} x_{12} \\ x_{22} \end{bmatrix}$ を求めなさい．ただし，各成分は $x_{11} \geq x_{21}$，$x_{12} \geq x_{22}$ を満たし，絶対値の最も小さい整数とする．

(d) 行列 P が $P = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_1 & \boldsymbol{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{bmatrix}$ で定義されるとき，$BP = P \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$ となることを示しなさい．

(e) 行列 P の逆行列を求めなさい．

(f) B^n を求めなさい．

(和歌山大 2009)　　(m20096501)

0.17 (1) $f(x) = e^{x^2+1}$ のマクローリン展開を，4 次の項まで求めなさい．

(2) 曲線 $x^4 + 3x^2 + 2xy^2 + 4y^3 - 10 = 0$ の $(x, y) = (1, 1)$ における接線の方程式を求めなさい．

(3) 2 重積分 $\displaystyle\iint_D \frac{y}{x^2+x+1}\,dxdy\ ,\quad D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1\,,\ x \leq y \leq x+1\}$ を求めなさい．

(和歌山大 2009)　　(m20096502)

0.18 (1) $\dfrac{dy}{dx} + 2y = 3$ において，$x = 0$ のとき $y = 0$ となるような解を求めなさい．

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ の一般解を求めなさい．

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 7\dfrac{dy}{dx} + 12y = 0$ の一般解を求めなさい．

(和歌山大 2009)　　(m20096503)

0.19 (1) $f(t) = e^{-|t|}$ のフーリエ変換を求めなさい．

(2) $\displaystyle\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin\omega}{1+\omega^2}\,d\omega$ と $\displaystyle\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\cos\omega}{1+\omega^2}\,d\omega$ の値を求めなさい．

(和歌山大 2009)　　(m20096504)

0.20 次の各問に答えなさい．なお，i は虚数単位である．

(1) $\dfrac{5-i}{1+5i}$ を計算しなさい．

(2) 複素数 $\sqrt{3} - 3i$ を極形式で表しなさい．

(3) $\displaystyle\lim_{z \to -i}\frac{z+i}{z^4-1}$ を求めなさい．

(4) 複素積分 $\displaystyle\int_C \frac{z+i}{z^4-1}\,dz$ を求めなさい．

ただし，曲線 C は中心が $-1-i$，半径が $\sqrt{2}$ の円周（反時計回り）とする．

(和歌山大 2009)　　(m20096505)

0.21 トリエンフルエンザに感染している鳥の鳥全体に対する割合を $r (0 \leq r \leq 1)$ とする．ある検査法を用いると，感染している鳥は確率 p で陽性と判定される．一方，感染していない鳥は確率 q で陽性でないと判定される．このとき，次の各問に答えなさい．

(1) 鳥全体から一羽を選び出したとき，その鳥がトリエンフルエンザに感染していて，かつ検査で陽性と判定される確率を求めなさい．

(2) 鳥全体から一羽を選び出したとき，検査で陽性と判定される確率を求めなさい．

(3) 検査で陽性と判定された鳥が実際にトリエンフルエンザに感染している確率を求めなさい．

(4) $p = 0.99,\ q = 0.99,\ r = 0.01$ のとき，検査で陽性と判定された鳥が，実際にトリエンフルエンザに感染している確率を計算しなさい．

(和歌山大 2009)　　(m20096506)

0.22 $P = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ とするとき, 次の問いに答えよ．ただし, $a \neq b$ である.

(1) P の行列式の値と逆行列とを求めなさい.

(2) PQP^{-1} の固有値と固有ベクトルを求めなさい.

(和歌山大 2010)　　(m20106501)

0.23 出る目の確率分布が次の表で与えられるサイコロがある.

出る目	1	2	3	4	5	6	計
確　率	0.5	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	1

次の問いに答えよ.

(1) このサイコロを 1 回投げたときの出る目の期待値と分散を求めなさい.

(2) このサイコロを 2 回投げたとき, 出る目の積が 6 になる場合の確率を求めなさい.

(3) このサイコロを 3 回投げたとき, 出る目がすべて異なる場合の確率を求めなさい.

(和歌山大 2010)　　(m20106502)

0.24 次の微分方程式の一般解を求め, さらに, 与えられた初期条件を満たす特殊解を求めなさい.

(1) $y\dfrac{dy}{dx} = x^3$,　$y(1) = 1$

(2) $\dfrac{dy}{dx} = \cos 3x$,　$y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 1$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 5\dfrac{dy}{dx} + 6y = 0$,　$y(0) = 0$, $y'(0) = 1$

(和歌山大 2010)　　(m20106503)

0.25 周期 X の周期関数

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (\ |x| \leqq\ d/2\ ) \\ 0 & (\ d/2 < |x| \leqq\ X/2) \end{cases}$$

について次の問いに答えなさい. ただし, $0 < d < X$ である.

(1) $f(x)$ をフーリエ級数に展開しなさい.

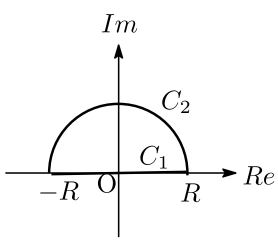
(2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\pi\alpha}{n}$ の値を求めなさい. ただし, $0 < \alpha < 1$ とする.

(3) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)\pi\alpha}{2n-1}$ の値を求めなさい. ただし, $0 < \alpha < 1$ とする.

(和歌山大 2010)　　(m20106504)

0.26 R を 1 より大きい実数として, 図のように複素平面上で線分 C_1 と上半円周 C_2 からなる曲線 $C = C_1 + C_2$ が与えられている. ただし, 曲線 C の向きは反時計まわりとする.

複素関数 $f(z) = \dfrac{e^{iz}}{z^2+1}$ について, 次の問いに答えなさい.



(1) C_2 上で $|f(z)| \leqq \dfrac{1}{R^2-1}$ が成り立つことを示しなさい.

(2) 複素積分 $\displaystyle\int_C f(z)\,dz$ の値を求めなさい.

(3) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x + i \sin x}{x^2+1}\,dx$ の値を求めなさい.

(和歌山大 2010)　　(m20106505)

0.27 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{\sin 5x\sin 7x}$ の値を求めなさい.

(和歌山大 2010)　　(m20106506)

0.28 曲面 $z=e^{x-y-1}$ の $(x,y,z)=(3,2,1)$ における接平面の方程式を求めなさい.

(和歌山大 2010)　　(m20106507)

0.29 $f(x,y)=\log(1+x+y^2)$ のマクローリン展開を, 2 次の項まで求めなさい.

(和歌山大 2010)　　(m20106508)

0.30 次の 2 重積分の値を求めなさい.

$$\iint_D \sin(x+y)\,dxdy\ ,\quad D=\{(x,y)\mid 0\leqq\ x\leqq\frac{\pi}{2}\,,\ 0\leqq\ y\leqq\ x\}$$

(和歌山大 2010)　　(m20106509)

0.31 複素関数 $w=e^{-z}$ について次の問いに答えなさい. ただし, i を虚数単位とする.

(1) $w=u+iv,\ z=x+iy$ （ u,v,x,y は実数 ）とおくとき, u,v それぞれを x,y を用いて表しなさい.

(2) コーシー・リーマンの方程式が成り立つことを示しなさい.

(和歌山大 2011)　　(m20116501)

0.32 複素関数 $f(z)=\dfrac{e^z}{z^3-2z^2+4z-8}$ について次の問いに答えなさい. ただし, i を虚数単位とする.

(1) $f(z)$ の特異点をすべて複素平面上に図示しなさい.

(2) 円周 $|z+1+i|=2$ に反時計回りの向きを与えたものを C とする. 複素積分 $\displaystyle\int_C f(z)\,dz$ を求めなさい.

(和歌山大 2011)　　(m20116502)

0.33 次の各問いに答えなさい.

(1) サイコロを 3 回振るとき 1 の目が出る回数を X とする. X の確率分布表を示しなさい.

(2) 確率変数 X が $P(X=k)=e^{-\lambda}\dfrac{\lambda^k}{k!}$ （ $\lambda>0,\ k$ は 0 以上の整数 ）で与えられる確率分布に従うとき, 次の各問いに答えなさい.

(a) $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty}P(X=k)=1$ を示しなさい.

(b) 確率変数 X の平均が λ であることを示しなさい.

(和歌山大 2011)　　(m20116503)

0.34 行列 $A=\begin{bmatrix}-1&0&0\\7&1&2\\3&0&2\end{bmatrix}$ を対角化する正則行列 P を求め, 対角化しなさい.

(和歌山大 2012)　　(m20126501)

0.35 行列 $B=\begin{bmatrix}3&-3&3\\3&2&0\\-1&-5&1\end{bmatrix}$ が正則かどうか調べ, 正則のときはその逆行列を求めなさい.

(和歌山大 2012)　　(m20126502)

0.36 $f(x) = x\sin x \quad (-\infty < x < \infty)$ のマクローリン展開を 3 次の項まで求めなさい.

(和歌山大 2012) (m20126503)

0.37 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{2x} - 1 - 2x}{2(1-\cos x)}$ の値を求めなさい.

(和歌山大 2012) (m20126504)

0.38 2 重積分 $\displaystyle\iint_D \sqrt{x-1}\,dxdy \quad D = \left\{(x,y)\,\middle|\, x^2+y^2 \leqq x\right\}$ を求めなさい.

(和歌山大 2012) (m20126505)

0.39 次の微分方程式について，与えられた初期条件を満たす特殊解を求めなさい.

(1) $\displaystyle y\frac{dy}{dx} = 3x^2\,, \qquad y(0) = 1$

(2) $\displaystyle \frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + y = 0\,, \qquad y(0) = 1\,,\ y'(0) = 1$

(3) $\displaystyle \frac{dy}{dx} + y = 2x\,, \qquad y(0) = 1$

(和歌山大 2012) (m20126506)

0.40 次の各問いに答えなさい.

(1) $\displaystyle\int e^x \cos nx\,dx$ を求めなさい．ただし n は正の整数とする.

(2) $\displaystyle\int e^x \sin nx\,dx$ を求めなさい．ただし n は正の整数とする.

(3) 関数 $f(x) = e^x \quad (-\pi \leq x \leq \pi)$ をフーリエ級数展開 $\displaystyle f(x) \approx \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\Big[a_n\cos nx + b_n \sin nx\Big]$ したとき，係数 $a_n(n \geq 0)$, $b_n(n \geq 1)$ を求めなさい.

(和歌山大 2012) (m20126507)

0.41 次の各問いに答えなさい．ただし，i を虚数単位とする.

(1) $\dfrac{3-i}{4+3i}$ の実部の値を求めなさい.

(2) 複素数 $-1 + i\sqrt{3}$ の偏角の値を求めなさい.

(3) 複素関数 $f(z) = \dfrac{z^2 - \frac{1}{3}}{z^3 - z}$ について次の問いに答えなさい.

(a) $z^3 - z = 0$ の根を全て求めなさい.

(b) 円周 $\left|z - \dfrac{1}{2}\right| = 1$ に反時計回りの向きを与えた経路を C とする．複素積分 $\displaystyle\int_C f(z)dz$ の値を求めなさい.

(和歌山大 2012) (m20126508)

0.42 赤い玉が p（ただし，$0 < p < 1$）の割合で，青い玉が q（ただし，$0 < q < 1-p$）の割合で入っている箱がある．ここから玉を毎回一個取り出し，玉の色を確認した後すぐに玉を元の箱に戻すことにする．次の各問いに答えなさい.

(1) 最初に赤い玉が取り出され，次に青い玉が取り出される確率を求めなさい.

(2) $p = 0.2\,,\ q = 0.3$ のときに，取り出した玉の色が順に『赤青青青赤青』となる確率を求めなさい.

(3) 3 回玉を取り出したとき，玉の色が全て異なっており，しかも赤い玉と青い玉が含まれている確率を求めなさい.

(和歌山大 2012)　　(m20126509)

0.43 $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ のとき，次の各問いに答えなさい.

(1) 行列 P の行列式の値と逆行列を求めなさい.

(2) $P^{-1}Q$ の値と固有値を求めなさい.

(和歌山大 2013)　　(m20136501)

0.44 次の値を求めなさい.

$$\lim_{x\to 9}\frac{\sqrt{x}-3}{x-9}$$

(和歌山大 2013)　　(m20136502)

0.45 次の関数のマクローリン展開を x^3 の項まで求めなさい.

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x}}$$

(和歌山大 2013)　　(m20136503)

0.46 次の 2 重積分を求めなさい.

$$\iint_D e^{x-y}dxdy\ , \qquad D\ :\ \left\{0\leq x\leq 2\,,\ 0\leq y\leq\frac{x}{2}\right\}$$

(和歌山大 2013)　　(m20136504)

0.47 次の微分方程式について，与えられた初期条件を満たす特殊解を求めなさい.

(1) $y\dfrac{dy}{dx}=2x^2\ ,\qquad y(0)=1$

(2) $\dfrac{dy}{dx}=\sin 2x\ ,\qquad y\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+3\dfrac{dy}{dx}-4y=0\ ,\qquad y(0)=1,\ y'(0)=-1$

(和歌山大 2013)　　(m20136505)

0.48 関数 $f(t)=|t|\quad(-1<t<1)$ について，次の各問いに答えなさい.

(1) $f(t)$ をフーリエ級数に展開しなさい.

(2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}$ の値を求めなさい.

(和歌山大 2013)　　(m20136506)

0.49 次の各問いに答えなさい．ただし，i は虚数単位とする.

(1) 次の複素関数について，問いに答えなさい.

$$w=z^3$$

(a) $w=u+iv\,,\ z=x+iy\quad(u,v,x,y$ は実数) とおくとき，u,v それぞれを x,y を用いて表せ.

(b) コーシー・リーマンの方程式が成り立つことを示しなさい.

(2) 次の複素関数について複素積分 $\displaystyle\int_C f(z)dz$，$c:|z|=1$ を求めなさい．ただし，積分の向きは反時計回りとする.

$$f(z)=\frac{e^z}{z^3-4z}$$

(和歌山大 2013)　　(m20136507)

0.50 1 から 10 までの数字が 1 つずつ書かれたカードが 10 枚ある．1 から 6 までの数字が書かれたカードは赤いカードで，残りは青いカードである．カードを無作為に 1 枚選ぶときの事象 A と事象 B を次とする．

事象 A : 赤いカード

事象 B : 素数のカード

次の各問いに答えなさい．

(1) 選んだカードの数字の期待値 E と分散 V を求めなさい．

(2) $P(A),\ P(B),\ P(A\cap B),\ P(A\cup B)$ の値を求めなさい．

(3) $P(A|B),\ P(B|A)$ を求めなさい．

(4) 事象 A と事象 B は独立かどうか，調べなさい．

(和歌山大 2013)　　(m20136508)

0.51 ベクトル $\boldsymbol{a}=(1,2,2),\ \boldsymbol{b}=(2,3,1)$ に対して，内積 $(\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{b})$ と外積 $\boldsymbol{a}\times\ \boldsymbol{b}$ を求めよ．

(和歌山大 2014)　　(m20146501)

0.52 次の連立一次方程式を行列の演算を使って解きなさい．

$$\begin{cases} 3x-y+z=4 \\ x+2y+z=8 \\ 2x-3y-2z=-10 \end{cases}$$

(和歌山大 2014)　　(m20146502)

0.53 原点の回りの $\dfrac{\pi}{3}$ の回転により，方程式 $x^2-2\sqrt{3}xy+3y^2-2\sqrt{3}x+2ay+b=0$ が 2 次曲線 $y=x^2-1$ に移される場合，定数 $a,\ b$ の値を求めなさい．

(和歌山大 2014)　　(m20146503)

0.54 指数関数と三角関数のマクローリン級数を利用して，次の極限を求めなさい．

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-1-x^2}{x-\sin x}$$

(和歌山大 2014)　　(m20146504)

0.55 次の不定積分を求めなさい．

$$\int xe^x dx$$

(和歌山大 2014)　　(m20146505)

0.56 次の 2 重積分を求めなさい．

$$\iint_D (x+2y)e^y dxdy\ , \qquad D=\{(x,y)\,|\,0\leq x\leq 1,\ 0\leq y\leq 2x\}$$

(和歌山大 2014)　　(m20146506)

0.57 次の微分方程式について，与えられた初期条件を満たす特殊解を求めなさい..

(1) $\dfrac{dy}{dx}=2xy\ , \qquad y(0)=2$

(2) $\dfrac{dy}{dx}+y=x\ , \qquad y(0)=0$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+4\dfrac{dy}{dx}+4y=0$, $\quad y(0)=1$, $\quad \dfrac{dy}{dx}(0)=y'(0)=-1$

(和歌山大 2014) (m20146507)

0.58 複素関数について，次の各問いに答えなさい．

(1) 関数 $w=z+\dfrac{1}{z}$ に対して $z=x+iy=r(\cos\theta+i\sin\theta)$, $w=u+iv$ とおくとき， u, v を r, θ で表しなさい．

(2) 関数 $f(z)$ が領域 D で正則であるとき，$\mathrm{Re}f(z)$ が定数ならば $f(z)$ も定数であることを証明しなさい．

(3) 積分路 $C:|z|=2$ の向きは反時計回りとして，次の積分値を求めなさい．

$$\int_C \frac{2z+1}{z(z-3)}dz$$

(和歌山大 2014) (m20146508)

0.59 次の関数のフーリエ変換を求めなさい．

(1) $f(t)=\begin{cases} 1 & (0\leq t\leq 1) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$

(2) $f(t)=e^{-|t|}$

(3) $f(t)=\dfrac{1}{1+t^2}$

(和歌山大 2014) (m20146509)

0.60 コインを 3 回投げたとき，表の出る回数を X，表と裏の出る回数の差の絶対値を Y とする．このとき，次の各問いに答えなさい．

(1) X と Y が独立であるかどうかを理由とともに答えなさい．

(2) $X+Y$ の確率分布表を求めなさい．

(3) XY の平均と分散を求めなさい．

(和歌山大 2014) (m20146510)

0.61 正方形 $ABCD$ を底面とした四角錐 O-$ABCD$ において，$OA=1$, $AB=2$, $BC=2$ とする．また，$OA\perp AB$, $OA\perp AD$ とする．このとき，次の各問いに答えなさい．

(1) 内積 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ と外積の大きさ $|\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}|$ を求めなさい．

(2) 線分 OD を $2:3$ に内分する点を E，線分 OC の中点を F とする．また，3 点 A,E,F を含む平面と辺 OB またはその延長と交わる点を G とする．このとき，$\overrightarrow{OG}$ を $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ を用いて表しなさい．

(3) 三角形 AEF の面積を求めなさい．

(和歌山大 2015) (m20156501)

0.62 次の関数の $x=\dfrac{\pi}{2}$ のまわりのテイラー展開を 3 次の項まで求めなさい．

$$f(x)=x\cos x$$

(和歌山大 2015) (m20156502)

0.63 次の値を求めなさい． $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{1-\exp(\cos x)}{\cos x}$

(和歌山大 2015) (m20156503)

0.64 次の 2 重積分を求めなさい.

$$\iint_D x\cos y\,dxdy\,, \quad D=\{(x,y)\,|\,0\leq x\leq\pi,\ x\leq y\leq 2x\}$$

(和歌山大 2015) (m20156504)

0.65 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=y(y+1)$ (2) $\dfrac{dy}{dx}-2y=e^{5x}$ (3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+\dfrac{dy}{dx}-2y=6$

(和歌山大 2015) (m20156505)

0.66 (1) 複素数関数 $w=\dfrac{z}{1-z}$ について次の問いに答えなさい.

(a) $w=u+iv,\ z=x+iy$ とおくとき, u,v を x,y を用いて表しなさい. ただし, u,v,x,y は実数とする.

(b) コーシー・リーマンの方程式が成り立つことを示しなさい.

(2) 複素積分 $\displaystyle\int_C \frac{\sin z}{z^2-\frac{\pi^2}{4}}\,dz$ を求めなさい. ただし, 積分路 C は $|z|=2$ とし, 向きは反時計回りとする.

(和歌山大 2015) (m20156506)

0.67 (1) 正数 L に対し $\omega=\dfrac{2\pi}{L}$ と置く. 整数 k に対し, 次式が成り立つことを示しなさい.

$$\frac{1}{L}\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} e^{ik\omega t}dt=\begin{cases}1 & (k=0)\\ 0 & (k\neq 0)\end{cases}$$

(2) (1) の条件のもと, 自然数 n に対し, $D_n(t)=\displaystyle\sum_{k=-n}^{n} e^{ik\omega t}$ とおく. このとき, 以下の式が成立することを示しなさい.

(a) $\dfrac{1}{L}\displaystyle\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} D_n(t)dt=1$

(b) $\dfrac{1}{L}\displaystyle\int_{-\frac{l}{2}}^{0} D_n(t)dt=\dfrac{1}{L}\int_{0}^{\frac{l}{2}} D_n(t)dt=\dfrac{1}{2}$

(c) $D_n(t+L)=D_n(t)$

(d) $D_n(t)=\dfrac{\sin((n+\frac{1}{2})\omega t)}{\sin(\frac{\omega}{2}t)}$

(和歌山大 2015) (m20156507)

0.68 1 つのサイコロを繰り返し投げて, 同じ目が 2 回続けて出たら終了するゲームを行う, このとき, 次の各問いに答えなさい.

(1) サイコロを投げる回数が k 回 $(k>0)$ になる確率を求めなさい,

(2) サイコロを投げる回数の期待値を求めなさい,

(3) ゲームの終了条件を「同じ目が 2 回続けて出るか, または n 回 $(n>0)$ 投げたら終了する」と変更した場合の, サイコロを投げる回数の期待値を求めなさい.

(和歌山大 2015) (m20156508)

0.69 次の極限値を求めなさい.

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^x$$

(和歌山大 2016) (m20166501)

0.70 関数 $f(x) = x^n \log x$ を積分しなさい．ただし, n は整数である．

(和歌山大 2016)　　(m20166502)

0.71 次の 2 重積分の値を求めなさい．　$\displaystyle\iint_D \sqrt{x}dxdy$,　　$D = \left\{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leqq x\right\}$

(和歌山大 2016)　　(m20166503)

0.72 $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 8 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ とするとき，次の各問いに答えなさい．

(1) A のすべての固有値を求めなさい．

(2) A の各固有値に対する固有ベクトルを求めなさい．

(3) A を対角化する正則行列 P を求め, A を対角化しなさい．

(和歌山大 2016)　　(m20166504)

0.73 次の微分方程式の一般解を求めなさい．ただし，e を自然対数の底とする．

(1) $\dfrac{dy}{dx} = xe^{x-y}$　　(2) $\dfrac{dy}{dx} - 2xy = 4x$　　(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{dy}{dx} - 6y = -6x + 7$

(和歌山大 2016)　　(m20166505)

0.74 次の各問いに答えなさい．ただし，i を虚数単位とする．

(1) $z = x + yi$（x, y は実数）とするとき，複素関数 $f(z) = (x^2 + x + ay^2) + (bxy + y)i$ が複素数全域で正則になるよう，実数の定数 a, b を定めなさい．

(2) 複素積分 $\displaystyle\int_C \frac{dz}{z^2+1}$ を求めなさい．

ただし，積分経路 C は，複素平面において -1，1，$2i$ を頂点とする三角形の周に，反時計回りの向きを付けたものとする．

(和歌山大 2016)　　(m20166506)

0.75 (1) $f(x) = |\sin x|$ $(-\pi \leqq x \leqq \pi)$ で定められる周期関数をフーリエ級数に展開しなさい．

(2) $\displaystyle\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m-1)^2(2m+1)^2}$ の値を求めなさい．

(和歌山大 2016)　　(m20166507)

0.76 (1) 事象 A と B は，$P(A) = 0.3$ および $P(A \cup B) = 0.5$ を満たしているとする．このとき，次の (ア) と (イ) の場合における $P(B)$ の値をそれぞれ求めなさい．

(ア) A と B が排反である場合　　(イ) A と B が独立である場合

(2) 確率変数 X は $1, 2, 3, 4$ いずれかの値をとり，その確率分布は

$P(X = k) = \dfrac{ck}{4}$　$(k = 1, 2, 3, 4)$　で与えられるとする．ただし，c は定数である．このとき，つぎの (ア) から (ウ) の値をそれぞれ求めなさい．

(ア) 定数 c の値　　(イ) X の期待値　　(ウ) X の分散

(和歌山大 2016)　　(m20166508)

0.77 a が 0 でない実数のとき，次の不定積分を求めなさい．

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}}dx$$

なお，解答に際して，

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}dx = \log\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)+C \qquad (C \text{ は積分定数})$$

を用いてよい．

(和歌山大 2017)　　(m20176501)

0.78 (1) 次式を満たす a, b, c の値を求めなさい．

$$\frac{1}{x(x+1)^2} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{(x+1)^2}$$

(2) 次の不定積分を求めなさい．

$$\int \frac{1}{x(x+1)^2}dx$$

(和歌山大 2017)　　(m20176502)

0.79 次の定積分を求めなさい．ただし，e は自然対数の基底である．

$$\int_0^2 x^2 e^x dx$$

なお，解答に際して，$f'(x)$，$g'(x)$ を，それぞれ，$f(x)$，$g(x)$ の一階導関数とするとき，

$$\int f'(x)g(x)dx = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x)dx$$

を用いてよい．

(和歌山大 2017)　　(m20176503)

0.80 次式を満たす x, y, z の値を求めなさい．

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 8 & z \\ x & 3 \\ 2 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36 & 10 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$$

(和歌山大 2017)　　(m20176504)

0.81 以下の (1)，(2) に示す行列の逆行列をそれぞれ求めなさい．

(1) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$　　(2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(和歌山大 2017)　　(m20176505)

0.82 行列 $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ について，以下の (1)，(2) を求めなさい．

(1) この行列の固有値

(2) この行列の固有ベクトル

(和歌山大 2017)　　(m20176506)

0.83 以下の (1)，(2) に示す微分方程式の一般解をそれぞれ求めなさい．ただし，e は自然対数の基底である．

(1) $x^2y'' + 4xy' + 2y = 0$

(2) $y'' - 4y' + 4y = e^x$

(和歌山大 2017)　　(m20176507)

0.84 次の (1), (2) に答えなさい．ただし，x を実数，z を複素数とする．また，i は虚数単位，e は自然対数の基底である．

(1) $f(z) = \dfrac{1}{z^2 - iz + 2}$ の $z = 0$ の周りでのテイラー展開を求めなさい．

(2) $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{dx}{5 - 4\cos x}$ を，$z = e^{ix}$ として $|z| = 1$ の閉路積分から求めなさい．

(和歌山大 2017)　　(m20176508)

0.85 関数 $f(x)$ に対する次式の積分をフーリエ変換と定義する．ただし，i は虚数単位，e は自然対数の基底である．

$$F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-iux}dx$$

また，２つの関数 $g(x)$, $h(x)$ に対する次式の積分をたたみこみと定義する．

$$g(x) * h(x) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x-\alpha)h(\alpha)d\alpha$$

フーリエ変換およびたたみこみに関する次の (1)〜(3) に答えなさい．

(1) 次式で与えられる関数 $f_1(x)$ のフーリエ変換 $F_1(u)$ を求めなさい．

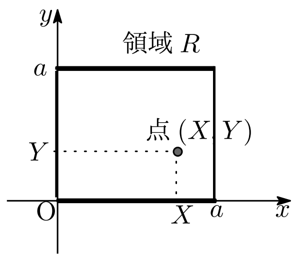
$$f_1(x) = \begin{cases} 1\ , & \left(x \le \left|\dfrac{1}{2}\right| \text{ の場合}\right) \\ 0\ , & \left(x > \left|\dfrac{1}{2}\right| \text{ の場合}\right) \end{cases}$$

(2) 関数 $f_1(x)$ 同士のたたみこみによって得られる関数を $f_2(x)$ とする．関数 $f_2(x)$ を求め，その概略図を描きなさい．

(3) 関数 $f_2(x)$ のフーリエ変換 $F_2(u)$ を求めなさい．

(和歌山大 2017)　　(m20176509)

0.86 右図の一辺の長さが a の正方形領域 R からランダムに１つの点を選択する試行を考える．選択された点の座標を (X, Y) としたとき，X および Y は連続確率変数と扱うことができ，それらの同時確率密度関数は次式で与えられるものとする，



$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \dfrac{1}{a^2}\ , & (0 \le x \le a,\ \text{かつ},\ 0 \le y \le a \text{ の場合}) \\ 0\ , & (\text{それ以外の場合}) \end{cases}$$

ただし，a は正の実数である．領域 R 内であれば，x および y の値に関わらず同時確率密度関数が等しいことから，この試行は領域 R から一様ランダムに点を選択するものである．この試行に関する次の (1)〜(3) に答えなさい．

(1) $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f_{X,Y}(x,y)dxdy$ の値を求めなさい．

(2) 同時確率密度関数 $f_{X,Y}(x,y)$ を用いて，$X \le \dfrac{a}{3}$ となる確率を求めなさい．

(3) $Z = X + Y$ とする．領域 R 内のどの位置の点が選択された場合に $Z \geq a$ となるか，すなわち，$Y \geq -X + a$ となるかを考え，それを基に，$Z \geq a$ となる確率を求めなさい．

(和歌山大 2017)　　(m20176510)

0.87 2 次正方行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ について，次の (1)〜(3) に答えなさい．

(1) 固有値を求めなさい．

(2) 固有ベクトルを求めなさい．

(3) 固有値 α, β に対して，次式が成り立つように，正則行列 P を求めなさい．ただし，$\alpha > \beta$ とする．

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$$

(和歌山大 2018)　　(m20186501)

0.88 次の関数の $x = \pi$ のまわりのテイラー展開を 3 次の項まで求めなさい．

$$f(x) = \sin x$$

(和歌山大 2018)　　(m20186502)

0.89 (1) 次の重積分を，極座標 $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$ によって，r と θ の積分に変数変換しなさい．

$$\iint_D \sqrt{1 - x^2 - y^2}\,dxdy, \qquad D = \left\{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\right\}$$

(2) (1) の積分の値を求めなさい．

(和歌山大 2018)　　(m20186503)

0.90 微分方程式 $y''(t) + 2y'(t) + 2y(t) = 0$ に対して，次の (1)〜(3) に答えなさい．

(1) 一般解を求めなさい．

(2) 初期条件 $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$ を満たす解を求めなさい．

(3) (2) で求めた解 $y(t)$ に対して，極限値 $\lim_{t \to +\infty} y(t)$ を求めなさい．

(和歌山大 2018)　　(m20186504)

0.91 次の (1)〜(3) に答えなさい．ただし，i は虚数単位とする．

(1) 次の関数の組 (A) と (B) のうち，コーシー・リーマンの方程式を満たすものを選びなさい．

(A) $u = e^x \cos y$, $v = e^x \sin y$

(B) $u = e^x \sin y$, $v = e^x \cos y$

(2) (1) で選んだ u, v に対して，$f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, $z = x + iy$ とおくとき，$f'(z)$ を求めなさい．

(3) (2) の関数 $f(z)$ に対して，次の積分の値を求めなさい．ただし, 積分路 C は $|z| = 1$ とし，向きは反時計回りとする．

$$\oint_C \frac{f(z)}{z} dz$$

(和歌山大 2018)　　(m20186505)

0.92 関数 $f(x)$ $(-\pi \leq x \leq \pi)$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (-\pi \leq x < 0) \\ x & (0 \leq x \leq \pi) \end{cases}$$

のフーリエ級数展開を

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

とするとき，次の (1)〜(3) に答えなさい.

(1) a_0 を求めなさい.

(2) a_n，$n = 1, 2, 3, \cdots$ を求めなさい.

(3) b_n，$n = 1, 2, 3, \cdots$ を求めなさい.

(和歌山大 2018)　　(m20186506)

0.93 公平な硬貨投げ（表裏の出る確率がそれぞれ 1/2）に対して，次の (1)〜(3) に答えなさい.

(1) n 回目まで，すべて表が出る確率を求めなさい.

(2) n 回目までに，少なくとも 1 回は裏が出る確率を求めなさい.

(3) $2m$ 回硬貨を投げて，表と裏が出る回数が等しい確率を求めなさい.

(和歌山大 2018)　　(m20186507)

0.94 3 次の正方行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ につて，次の (1)〜(3) に答えなさい.

(1) 固有値をすべて求めなさい.

(2) 各固有値に対応する固有ベクトルを 1 つずつ求めなさい.

(3) $P^{-1}AP$ により A を対角化する正則行列 P を一つ求め，A を対角化しなさい.

(和歌山大 20221)　　(m20216501)

0.95 次の関数 $f(x)$ のマクローリン展開（x=0 のまわりのテイラー展開）を x^3 の項まで求めなさい.

$$f(x) = e^{2x+1}$$

(和歌山大 20221)　　(m20216502)

0.96 関数 $z = \sin(2x - 3y)$ の偏導関数 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ を求めなさい.

(和歌山大 20221)　　(m20216503)

0.97 座標平面上で直線 $y = x$ と曲線 $y = x^2$ で囲まれる部分を D とする．次の I の値を求めなさい.

$$I = \iint_D (x + 2y)\, dx\, dy$$

(和歌山大 20221)　　(m20216504)

0.98 (1) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} = 4y$ の一般解を求めなさい.

(2) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} = -9y$ を，次の初期条件のもとで解きなさい.

$$x = 0 \text{ のとき } y = 2,\ \frac{dy}{dx} = 1$$

(和歌山大 20221)　　(m20216505)

0.99 ボールが m 個入った箱を考える．この箱に対して，「確率 p でボールを 2 個取り出し，確率 $1-p$ でボールを 3 個追加する.」という試行を n 回行う．ただし，$0<p<1$ であり，m と n は $m>2n$ を満たすとする．n 回試行を行った後に箱の中に入っているボールの数を X とする．また，n 回の試行のうちボールを追加した回数を Y とする．このとき，次の (1)〜(3) に答えなさい．

(1) $m,\ n$ および Y を用いて X を表しなさい．

(2) Y の期待値 $E(Y)$ および分散 $V(Y)$ を求めなさい．

(3) X の期待値 $E(X)$ および分散 $V(X)$ を求めなさい．

(和歌山大 20221)　　(m20216506)

0.100 行列 $A=\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ の固有値を $\alpha,\ \beta$ とし，α と β に対する固有ベクトルをそれぞれ

$\boldsymbol{x}=k\begin{bmatrix} 1 \\ a \end{bmatrix}\ (k\neq 0)\ ,\quad \boldsymbol{y}=h\begin{bmatrix} 1 \\ b \end{bmatrix}\ (h\neq 0)$ とするとき，次の問 1〜問 4 に答えよ．

ただし，$\alpha>\beta$ とする．

問 1 $\alpha,\ \beta$ を求めよ．

問 2 $a,\ b$ を求めよ．

問 3 $P^{-1}AP$ が対角行列となるような行列 P をひとつ求めよ．

問 4 次式が成り立つように a_n を求めよ．

$$A^n=\begin{bmatrix} 2a_n-1 & -a_n+1 \\ 2a_n-2 & -a_n+2 \end{bmatrix}$$

(和歌山大 2022)　　(m20226501)

0.101 関数 $f(x)=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)$ のマクローリン展開を $f(x)=\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n$ とするとき，係数 a_n を求めよ．

(和歌山大 2022)　　(m20226502)

0.102 関数 $z=x+y^2$ のグラフ上の点 $(x,y,z)=(0,0,0)$ における接平面の方程式を求めよ．

(和歌山大 2022)　　(m20226503)

0.103 平面の領域 D を $x=0,\ y=0,\ x+y=2$ で囲まれた部分とする．次の重積分の値を求めよ．

$$\iint_D (x+y)dxdy$$

(和歌山大 2022)　　(m20226504)

0.104 次の広義積分が収束するような実数 s の値の範囲を求めよ．

$$\iint_{x^2+y^2\geqq 1}(x^2+y^2)^s\ dxdy$$

(和歌山大 2022)　　(m20226505)