[選択項目] 年度：1991〜2023 年　大学：山口大

0.1 $f_i(x)$, $g_i(x)$, $h_i(x)$ を微分可能な関数とし，

$F(x) = \begin{vmatrix} f_1(x) & f_2(x) & f_3(x) \\ g_1(x) & g_2(x) & g_3(x) \\ h_1(x) & h_2(x) & h_3(x) \end{vmatrix}$ とするとき，

$$\frac{dF(x)}{dx} = \begin{vmatrix} f_1'(x) & f_2'(x) & f_3'(x) \\ g_1(x) & g_2(x) & g_3(x) \\ h_1(x) & h_2(x) & h_3(x) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} f_1(x) & f_2(x) & f_3(x) \\ g_1'(x) & g_2'(x) & g_3'(x) \\ h_1(x) & h_2(x) & h_3(x) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} f_1(x) & f_2(x) & f_3(x) \\ g_1(x) & g_2(x) & g_3(x) \\ h_1'(x) & h_2'(x) & h_3'(x) \end{vmatrix}$$

を示しなさい．ただし，$f_i'(x)$, $g_i'(x)$, $h_i'(x)$ はそれぞれの関数の微分である．

(山口大 1998)　(m19984301)

0.2 関数 $y = x^4 - 2x^3$ の増減表・極値を求めて，そのグラフをかけ．

(山口大 1999)　(m19994301)

0.3 次の関数のマクローリン展開を x^3 の項まで求めよ．

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}}$$

(山口大 1999)　(m19994302)

0.4 次の微分方程式を解け．

$$y'' + 2y' + 3y = 2\cos x$$

(山口大 1999)　(m19994303)

0.5 次の行列の固有値，固有ベクトルを求めよ．

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(山口大 1999)　(m19994304)

0.6 袋の中に白玉４個，赤玉６個が入っている．同時に４個取り出すとき，２個が白玉，２個が赤玉である確率を求めよ．

(山口大 1999)　(m19994305)

0.7 次の連立方程式を解け．$\begin{cases} 3x^2 + 4x - 4 < 0 \\ x^2 + 4x - 1 > 0 \end{cases}$

(山口大 2000)　(m20004301)

0.8 次の微分方程式を，与えられた初期条件のもとで解け．

$$\frac{dy}{dx} = \log x \quad \text{初期条件「} x = 1 \text{ のとき } y = 1 \text{」}$$

(山口大 2000)　(m20004302)

0.9 $\boldsymbol{a} = (1, 2)$, $\boldsymbol{b} = (3, 1)$, $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} + t\boldsymbol{b}$ とするとき，

(1) $|\boldsymbol{c}| = 5$ であるような t の値を求めよ．

(2) $|\boldsymbol{c}|$ が最小となるような t の値とその最小値を求めよ．

(山口大 2000)　(m20004303)

0.10 次の行列の固有値，固有ベクトルを求めよ．

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

(山口大 2000) (m20004304)

0.11 次の２次方程式が２重解をもつように m の値を定め，そのときの解を求めよ．

$$x^2 + (m-2)x + m - 2 = 0$$

(山口大 2001) (m20014301)

0.12 $\sqrt{3}\sin x + \cos x$ を $r\sin(x+\alpha),\ r>0$ の形に表せ．

(山口大 2001) (m20014302)

0.13 次の連立方程式を解きなさい． $x^2 + xy = 15 \quad , \quad y^2 + xy = 12$

(山口大 2001) (m20014303)

0.14 次の方程式を解きなさい． $\cos 3\theta + \cos\theta = 0 \quad (0 \leqq \theta < 2\pi)$

(山口大 2001) (m20014304)

0.15 次の式を因数分解せよ． $x^2 + y^2 + 2xy - 2x - 2y + 1$

(山口大 2001) (m20014305)

0.16 次の式を $r\sin(x+\alpha),\ -\pi < \alpha \leqq \pi$ の形に表せ． $\sin x - \sqrt{3}\cos x$

(山口大 2001) (m20014306)

0.17 (1) $y = \log\left(x + (x^2+1)^{\frac{1}{2}}\right)$ で $\dfrac{dy}{dx}$ を求めなさい．

(2) $x = 1 - t^2,\ y = t^3$ の関係が成り立っているとき，$\dfrac{dy}{dx}$ を求めなさい．

（山口大 2001） (m20014307)

0.18 双曲線関数 $\sinh(x), \cosh(x)$ および $\tanh(x)$ は次のように定義される．

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \qquad \cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \qquad \tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$$

(1) $\sinh(x+y) = \sinh(x)\cosh(y) + \cosh(x)\sinh(y)$ を証明しなさい．

(2) $y = \tanh(x)$ のグラフを描きなさい．

(山口大 2001) (m20014308)

0.19 次の極限値を求めよ． $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{\log x}{2x}$

(山口大 2001) (m20014309)

0.20 (1) 不定積分 $\displaystyle\int x \log x \ dx$ を求めなさい．

(2) 定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos^3 x \, dx$ を求めなさい．

(山口大 2001) (m20014310)

0.21 x が非常に小さいとき，x の３次の項までの展開式で次の関数を近似しなさい．

(1) $\sin x$ (2) e^x

(山口大 2001) (m20014311)

0.22　次の微分方程式を解け.　　$xy' + y = x^2$

(山口大 2001)　　(m20014312)

0.23　次の微分方程式の一般解を求めなさい.　　$\dfrac{dy}{dx} = 2xy$

(山口大 2001)　　(m20014313)

0.24　$y = xu$ とおいて，次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$x(x-y)\frac{dy}{dx} + y^2 = 0$$

(山口大 2001)　　(m20014314)

0.25　(1)　次の行列式を展開して因数分解しなさい.

$$\begin{vmatrix} 1 & y+z & yz \\ 1 & z+x & zx \\ 1 & x+y & xy \end{vmatrix}$$

(2)　次の行列式の値を計算しなさい.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 9 & 10 \\ 4 & 3 & 8 & 11 \\ 5 & 6 & 7 & 12 \\ 16 & 15 & 14 & 13 \end{vmatrix}$$

(山口大 2001)　　(m20014315)

0.26　座標中の任意の点をある 2 行 2 列の行列 A で変換したとき，$y = ax$ に対して対称移動しました．この時の行列 A を求めなさい.

(山口大 2001)　　(m20014316)

0.27　次の行列の固有値，固有ベクトルを求めよ.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

(山口大 2001)　　(m20014317)

0.28　次の行列の固有値，固有ベクトルを求めよ.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

(山口大 2001)　　(m20014318)

0.29　積分 $\displaystyle\int_0^\infty e^{-x}\sin x\,dx$ を求めなさい.

(山口大 2002)　　(m20024301)

0.30　ラジウムの同位元素の放射エネルギーは 1 年間に 9.8% ずつ減少する．以下の問いに答えなさい.

(1)　I_0 を最初の強さとすると 3 年後にはエネルギー強度はいくらになるか求めなさい.

(2)　この強度が 1 ／ 2 になるには何年かかるか求めなさい.

(山口大 2002)　　(m20024302)

0.31　行列 $A(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ について

(1)　逆行列 $A(\theta)^{-1}$ を求めなさい.

(2)　$A(\theta_1 + \theta_2) = A(\theta_1)A(\theta_2)$ を示しなさい.

(3) $A(\theta)A(-\theta)=I$（I は単位行列）を示しなさい．

(山口大 2002)　　(m20024303)

0.32 $f_i(x)$, $g_i(x)$, $h_i(x)$ を微分可能な関数とし，

$$F(x)=\begin{vmatrix} f_1(x) & f_2(x) & f_3(x) \\ g_1(x) & g_2(x) & g_3(x) \\ h_1(x) & h_2(x) & h_3(x) \end{vmatrix}$$ とするとき，

$$\frac{dF(x)}{dx}=\begin{vmatrix} f_1'(x) & f_2'(x) & f_3'(x) \\ g_1(x) & g_2(x) & g_3(x) \\ h_1(x) & h_2(x) & h_3(x) \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} f_1(x) & f_2(x) & f_3(x) \\ g_1'(x) & g_2'(x) & g_3'(x) \\ h_1(x) & h_2(x) & h_3(x) \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} f_1(x) & f_2(x) & f_3(x) \\ g_1(x) & g_2(x) & g_3(x) \\ h_1'(x) & h_2'(x) & h_3'(x) \end{vmatrix}$$

を示しなさい．ただし，$f_i'(x)$, $g_i'(x)$, $h_i'(x)$ はそれぞれの関数の微分である．

(山口大 2002)　　(m20024304)

0.33 A さんがある花の種を多数まいたところ，赤，白，黄，紫の色の花がそれぞれ比率（２：２：１：１）で咲いた．A さんから 1 粒の種をもらって育てた．

以下の問いに答えなさい．ただし，種は外見が同じで区別がつかないものとする．

(1) 花の色が赤色かまたは白色になる確率を求めなさい．

(2) 赤，黄色の花を B グループ，白，紫色の花を C グループとする．花の色が B グループになったときに得られる情報量を求めなさい.（途中の計算式も求めなさい.）

(山口大 2002)　　(m20024305)

0.34 θ の範囲が $0\leq\theta<2\pi$ のとき，θ の関数　　$y=2\cos 2\theta+4\sin\theta+1$

の最大値と最小値を求めなさい．また，そのときの θ の値を求めなさい．

(山口大 2003)　　(m20034301)

0.35 x についての 2 次方程式 $x^2-4ax+5a^2=20$ の解が，異なる 2 つの正の解を持つように定数 a の値に範囲を求めなさい．

(山口大 2003)　　(m20034302)

0.36 x の 2 次方程式 $ax^2-2ax-a^2-1=0$（a は実数）の 2 つの解が実数を持つとき，解の存在する a の範囲を求めなさい．

(山口大 2003)　　(m20034303)

0.37 ド・モアブルの法則 $(\cos\theta+i\sin\theta)^n=\cos n\theta+i\sin n\theta$ を数学的帰納法で証明しなさい．

(山口大 2003)　　(m20034304)

0.38 (1) $y=e^x\sin x$ の dy/dx を求めなさい．

(2) $y=(x+\log x)^2$ の dy/dx を求めなさい．

(山口大 2003)　　(m20034305)

0.39 (1) 不定積分 $\displaystyle\int\tan x dx$ を求めなさい．

(2) 不定積分 $\displaystyle\int x\cos ax dx$ を求めなさい．

(3) 不定積分 $\displaystyle\int dx/(x^2(1-x))$ を求めなさい．

(山口大 2003)　　(m20034306)

0.40 (1) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y}{x}$ を変数分離により解きなさい．

(2) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{x}$ を，$u = \dfrac{y}{x}$ の変数変換を行うことにより解きなさい．

(山口大 2003)　　(m20034307)

0.41 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

(1) $xy' + y + 1 = 0$　　(2) $y'' - 2y' + y = e^{5x}$　　(3) $x^2y'' - 2y = 2x^2 \quad (x > 0)$

(山口大 2003)　　(m20034308)

0.42 行列式 A の値を求めなさい．

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 9 & 10 \\ 4 & 3 & 8 & 11 \\ 5 & 6 & 7 & 12 \\ 16 & 15 & 14 & 13 \end{vmatrix}$$

(山口大 2003)　　(m20034309)

0.43 xy 平面上での次の変換に対応する行列を求めなさい．

(1) 直線 $y = 2x$ に関する対称移動に対応する変換行列

(2) 原点を中心として $60°$ 回転移動に対応する変換行列

(山口大 2003)　　(m20034310)

0.44 行列 $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ に対する固有値 λ および固有ベクトル $\overrightarrow{v}$ を求めよ．ただし，固有ベクトル $\overrightarrow{v}$ は 1 つ示せばよい．

(山口大 2003)　　(m20034311)

0.45 $f(x) = x \ (-\pi \leqq x < \pi)$, $f(x + 2\pi) = f(x)$ の Fourier 級数を求めなさい．

(山口大 2003)　　(m20034312)

0.46 曲線 $y = x^2$ の接線のうち, 点 $(2, 3)$ を通る接線をすべて求めなさい.

(山口大 2004)　　(m20044301)

0.47 関数 $y = \dfrac{2x}{1 + x^2}$ の増減を調べ, グラフを描きなさい.

(山口大 2004)　　(m20044302)

0.48 定積分 $\displaystyle\int_0^\infty x^2 e^{-x}\, dx$ を計算しなさい.

（山口大 2004）　　(m20044303)

0.49 次の等式を満たす $f(x)$ を求めよ.

$$f(x) = \sin x - \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) \cos t\, dt$$

（山口大 2004）　　(m20044304)

0.50 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$2xyy' - x^2 - y^2 = 0$

(山口大 2004)　　(m20044305)

0.51 微分方程式 $x\dfrac{dy}{dx} = 2x + y$ の一般解を求めよ.

(山口大 2004)　　(m20044306)

0.52 三角形 $P_0P_1P_2$ において P_i の位置ベクトルを $\boldsymbol{r}_i$ とする． 一辺 P_1P_2 の中点 M_0 の位置ベクトルと, 中線 P_0M_0 を $2:1$ に内分する点 G の位置ベクトルを $\boldsymbol{r}_i$ を用いて表しなさい.

（山口大 2004） (m20044307)

0.53 $\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ の逆行列を求めなさい.

（山口大 2004） (m20044308)

0.54 行列式の計算において, 行列式の 1 つの行（または列）の全ての要素に同一の数をかけて得られる行列式の値はもとの行列式の値にその数をかけたものと等しいことを行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ を例として使って説明しなさい.

（山口大 2004） (m20044309)

0.55 行列 $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ に対する固有値および固有ベクトルを求めよ. 固有ベクトルはひとつの固有値に対してひとつ求めればよい.

(山口大 2004) (m20044310)

0.56 次の微分方程式を解きなさい（$u = x^{-1}$ とおいて変数変換を行う）.

$$\frac{dx}{dt} = tx^2$$

(山口大 2005) (m20054301)

0.57 次の直線と円で囲まれた図形の面積を積分して求めなさい.

$$\begin{cases} y = x \\ x^2 + (y-1)^2 = 1 \end{cases}$$

(山口大 2005) (m20054302)

0.58 x の範囲が $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$ のとき, 以下の関数 $f(x)$ の最大値と最小値を求めなさい. また, この x の範囲における関数 $f(x)$ のグラフを書きなさい.

$$f(x) = \log(x^2+1) - \log(2x)$$

(山口大 2005) (m20054303)

0.59 行列 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ の固有値と固有ベクトルを求めなさい. ただし, 固有ベクトルはひとつの固有値に対してひとつ求めればよい.

(山口大 2005) (m20054304)

0.60 次の行列式の値を計算しなさい.

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 & -1 \\ 4 & 1 & 5 & 8 \\ -5 & 4 & -7 & 9 \\ 6 & 3 & -2 & 13 \end{vmatrix}$$

(山口大 2005) (m20054305)

0.61 次の不定積分を求めなさい.

(1) $\displaystyle\int \sin^3 x \cos x dx$

(2) $\displaystyle\int x \cos ax dx$

(3) $\displaystyle\int \frac{\sin x}{1+\sin x} dx$

(山口大 2005) (m20054306)

0.62 微分とは, 導関数を求めることをいう. 導関数とは, 関数 $f(x)$ における微分係数を, x の関数で表した関数 $\dfrac{df(x)}{dx}$ のことをいう. 微分係数とは, x から $x+\Delta x$ の区間における関数 $f(x)$ の平均変化率において, $\Delta x \to 0$ の極限を取った値をいう. そのような<u>定義に従って</u>

(1) $y = x^2$ を x について微分すると, $\dfrac{dy}{dx} = 2x$ となることを示しなさい.

(2) $y = \sqrt{x+1}$ を x について微分すると, $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}$ となることを示しなさい.

(山口大 2005) (m20054307)

0.63 次の微分方程式を解きなさい.

(1) $x\dfrac{dy}{dx} + y = 0$

(2) $x\dfrac{dy}{dx} + y = x \log x$ を (1) の結果を利用して解きなさい.

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + 5y = e^x \cos 2x$

(山口大 2005) (m20054308)

0.64 定積分

$$\int_0^{\pi/2} \sin^{2n} x dx \quad (n = 0, 1, 2, \cdots)$$

を求めなさい.

(山口大 2005) (m20054309)

0.65 粘性流体中の粒子の運動は, 微分方程式

$$\frac{d\nu}{dt} + \alpha\nu = -\beta\nu^2 \qquad \text{初期条件 } \nu(0) = \nu_0$$

で記述される. 変数変換 $u = 1/\nu$ を実行して, この解 $\nu(t)$ を求めなさい.

(山口大 2005) (m20054310)

0.66 $f(x) = \tan^{-1} x$ のとき, 次の問に答えよ.

(1) 関数 $f(x)$ の導関数を求めよ.

(2) 次の等式を数学的帰納法により証明せよ. ただし, $y = f(x)$ とする.

$$\frac{d^n y}{dx^n} = (n-1)! \cos^n y \sin\left(ny + \frac{n\pi}{2}\right) \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

(3) $f^{(n)}(x) = \dfrac{d^n y}{dx^n}$ とすると, 次の等式が成り立つことを証明せよ.

$$f^{(2m)}(0) = 0, \quad f^{(2m+1)}(0) = (-1)^m (2m)! \qquad (m = 0, 1, 2, 3, \cdots)$$

(4) 関数 $f(x)$ をマクローリン展開せよ.

(5) 次の等式を証明せよ．

$$\frac{\pi}{4} = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{1}{2m+1}$$

(山口大 2005)　　(m20054311)

0.67 放物線 $y = x^2$ $(0 \leqq x \leqq 1)$ を x 軸のまわりに回転してできる体積 V_1 および y 軸のまわりに回転してできる体積 V_2 を求めなさい．

(山口大 2006)　　(m20064301)

0.68 次の微分方程式を解きなさい． $\dfrac{dx}{dt} = 3t^2 x$

(山口大 2006)　　(m20064302)

0.69 $f(x) = \sqrt{1-x} + \sqrt{3x+9}$ の最大値・最小値を求めなさい．

(山口大 2006)　　(m20064303)

0.70 行列 $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$ の固有値と固有ベクトルを求めなさい．固有ベクトルは一つの固有値に対して一つ求めればよい．

(山口大 2006)　　(m20064304)

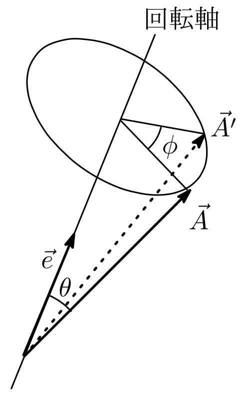
0.71 $y = \tan x$ $\left(-\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}\right)$ の逆関数を $x = \arctan y$ または $\tan^{-1} y$ と書く．$x = \arctan y$ の導関数を求めよ．

(山口大 2006)　　(m20064305)

0.72 定積分 $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^x - 1}{e^x + 1} dx$ を求めなさい．

(山口大 2006)　　(m20064306)

0.73 右図のように，ベクトル $\vec{A}$ をその始点を通る回転軸のまわりに回転させたら $\vec{A}'$ になった．回転軸の方向を表す単位ベクトルを $\vec{e}$ とする．回転角 ϕ（単位はラジアン）が 1 に比べて十分小さい場合について，ベクトルの変化 $\Delta\vec{A} = \vec{A}' - \vec{A}$ とベクトル積 $\vec{e}\times\vec{A}$ の関係を説明しなさい．
（結果だけでなく，ベクトル積の定義に基づいてわかりやすく説明しなさい．）



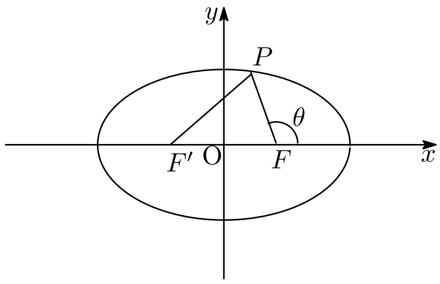
(山口大 2006)　　(m20064307)

0.74 焦点を F, F' とする楕円は，二つの線分 PF と PF' の長さの和が一定である点 P が作る曲線と定義される．今，$PF + PF' = 2a$ とし，点 $F,\ F'$ の座標を $(ae, 0)$, $(-ae, 0)$ として以下の問いに答えなさい.（e はいわゆる離心率）．

(1) この楕円の方程式を直交座標 x, y を用いて表しなさい．

(2) 線分 PF が x 軸となす角を θ，PF 間の距離を r として，この楕円の方程式を極座標で表しなさい．

(3) 楕円上の点で，点 F と最も近い点 P の座標を求めなさい．



(山口大 2006)　　(m20064308)

0.75 (1) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \cos nx\, dx$, $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \sin nx\, dx$ （ n : 整数）をそれぞれ求めなさい.

(2) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \cos mx \cos nx\, dx$ 　 $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \sin mx \sin nx\, dx$ 　 $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \sin mx \cos nx\, dx$ （n, m : 正整数）をそれぞれ求めなさい.

(3) 周期 2π をもち, $f(x) = \begin{cases} -\pi/4 & (-\pi < x < 0 \text{ のとき}) \\ \pi/4 & (0 < x < \pi \text{のとき}) \end{cases}$ で定義される関数をフーリエ級数に展開しなさい.

(山口大 2007)　　(m20074301)

0.76 ある町の 1 日における天気（晴, 雨）と交通事故発生（有, 無）について, 1 年間のデータを調べたところ, その同時確率が次の表のようになった.

	事故無	事故有
晴	0.4	0.2
雨	0.3	0.1

(1) 天気が雨であることを条件とみなして事故が発生する条件付確率を求めなさい.

(2) ある日のデータを見ると事故が発生していた. このとき, 天気が晴であった確率を求めなさい.

(3) ある日の天気の晴雨いずれかを知ったときに得られる情報量を求めなさい.
ただし, $\log_2 10 = 3.32$, $\log_2 3 = 1.58$ とし, 途中の計算式も書きなさい.

(山口大 2007)　　(m20074302)

0.77 (1) $\log(1+x)$ を x の無限級数に展開しなさい.

(2) $f(x) = x^{\log x}$ の導関数を求めなさい.

(3) 半径 a の円の面積を積分を使って求めなさい.

(4) $0 \leq x \leq 1$ において $0 \leq x^4 \leq x^2$ であることを用い, 　 $\displaystyle\frac{\pi}{4} < \int_0^1 \frac{1}{1+x^4}\, dx < 1$ 　を示しなさい.

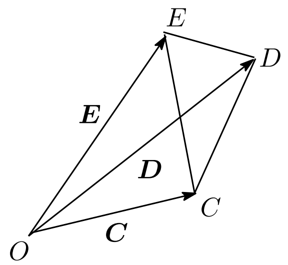
(山口大 2008)　　(m20084301)

0.78 ベクトルに関する以下の問いに答えなさい.

(1) x, y, z の成分で表した 2 つのベクトル $\boldsymbol{A} = (4, 5, 6)$ と $\boldsymbol{B} = (1, 2, 3)$ について, $\boldsymbol{A}$ を $\boldsymbol{B}$ に平行なベクトル $\boldsymbol{A}_\parallel$ と $\boldsymbol{B}$ に垂直なベクトル $\boldsymbol{A}_\perp$ に分解する. $\boldsymbol{A}_\parallel$ と $\boldsymbol{A}_\perp$ それぞれの x, y, z 成分を求めなさい.

(2) 右図のように原点を O にとり, 三角形 CDE の頂点の位置ベクトルを $\boldsymbol{C}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{E}$ とする. ただし, $\boldsymbol{C}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{E}$ は同一平面上にはない.

(a) 三角形 CDE を通る無限に広い平面上の点の位置ベクトル $\boldsymbol{r}$ を $\boldsymbol{C}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{E}$ を用いて表しなさい. ただし, 必要な変数は自分で定義しなさい.



(b) 三角形 CDE の面積 S が

$$S = \frac{1}{2}\left|\boldsymbol{C}\times\ \boldsymbol{D}+\boldsymbol{D}\times\ \boldsymbol{E}+\boldsymbol{E}\times\ \boldsymbol{C}\right|$$

と表せることを示しなさい.

(山口大 2008)　　(m20084302)

0.79　曲線 $y^3 = x^4$, $x^3 = y^4$ の原点 O 以外の交点を P とし，O より P に至る両曲線の弧で囲まれる図形の面積を求めなさい.

(山口大 2008)　　(m20084303)

0.80　次の微分方程式を解きなさい.　$(3xy^2 + x^3)\dfrac{dy}{dx} = 3x^2y + y^2$

(山口大 2008)　　(m20084304)

0.81　関数 $f(x) = \log(x^2+1)$ の増減表を作成し，グラフの概形を描きなさい.

(山口大 2008)　　(m20084305)

0.82　行列 $\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ の固有値と固有ベクトルを求めなさい．なお，固有ベクトルは，一つの固有値に対して一つ求めること.

(山口大 2008)　　(m20084306)

0.83　$f(x) = \log(x^2+5x+1)$ の導関数を求めなさい.

(山口大 2009)　　(m20094301)

0.84　方程式 $6x+2y+3z=6$ で表される平面に関して以下の問いに答えなさい.

(1)　上記の平面の概略を図示しなさい.

(2)　ベクトル $(6,2,3)$ は上記の平面と直交することを示しなさい.

(3)　座標原点と上記の平面との距離を求めなさい.

(山口大 2009)　　(m20094302)

0.85　関数 $y = x^3 - 3x^2 - 24x + 40$ について，区間 $[0,5]$ における最大値と最小値を求めなさい.

(山口大 2009)　　(m20094303)

0.86　関数 $y = \left(\dfrac{x}{x^2+1}\right)^3$ を微分しなさい.

(山口大 2009)　　(m20094304)

0.87　次の定積分の値を求めなさい.

(1)　$\displaystyle\int_1^4 \frac{(\sqrt{x}+1)^3}{\sqrt{x}}\,dx$

(2)　$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin x\,dx$

(山口大 2009)　　(m20094305)

0.88　次の行列式の値を求めなさい.

$$\begin{vmatrix} 7 & 6 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

(山口大 2009)　　(m20094306)

0.89 次の行列の固有値を求めなさい.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

(山口大 2009) (m20094307)

0.90 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$y'' - 2y' - 3y = 0$$

(山口大 2009) (m20094308)

0.91 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{dy}{dx} = e^{x+y}$$

(山口大 2009) (m20094309)

0.92 $f(x) = \cos x + \alpha\, x$ が極値をもたないための α の条件を求めなさい.

(山口大 2009) (m20094310)

0.93 $B = \begin{bmatrix} 2 & b \\ 4 & -6 \end{bmatrix}$ について，固有値が実数となるための b の条件を求めなさい.

(山口大 2009) (m20094311)

0.94 $y = \dfrac{1}{4}\left(e^{2x} + e^{-2x}\right)$ に関する次の問いに答えなさい.

(1) $\sqrt{1 + \left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2}$ を求めなさい.

(2) 区間 $-1 \leqq x \leqq 1$ における曲線 y の長さを求めなさい.

(山口大 2009) (m20094312)

0.95 次の定積分を計算しなさい．ただし，$0 < a < \dfrac{\pi}{2}$ とする.

$$\int_0^a \tan x\, dx$$

(山口大 2009) (m20094313)

0.96 関数 $f(x) = \cos(3x^2)$ をマクローリン展開しなさい.

(山口大 2009) (m20094314)

0.97 次の微分方程式を解きなさい．ただし，a は定数であり，$y(0) = y_0$ とする.

$$\frac{dy}{dx} - 2xy = ax$$

(山口大 2009) (m20094315)

0.98 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + 2$$

(山口大 2010) (m20104301)

0.99 $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ の固有値と固有ベクトルを求めなさい. 固有ベクトルは, いずれか一つの固有値に対して求めればよい.

(山口大 2010)　　(m20104302)

0.100 $0 \leq x \leq r$, $0 \leq y \leq r$ 区間（r : 定数）で x 軸と y 軸, $x^2 + y^2 = r^2$ で囲まれる部分の面積 S が $\pi r^2/4$ であることを積分を用いて示しなさい.

(山口大 2010)　　(m20104303)

0.101 方程式 $x^2 = 2\sin x$ の $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲における実数解の個数を, 関数 $f(x) = x^2 - 2\sin x$ の増減表と概略図を作成することにより示しなさい.

(山口大 2010)　　(m20104304)

0.102 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x - y}{x - 2y}$$

(山口大 2011)　　(m20114301)

0.103 行列 $\begin{bmatrix} 3 & 1+i \\ 1-i & 1 \end{bmatrix}$ の固有値を求めなさい．また，その固有値の中で絶対値の最も大きな固有値に対する固有ベクトルを求めなさい．ただし，i は虚数単位を表し，固有値と固有ベクトルは複素数の範囲で求めることとする..

(山口大 2011)　　(m20114302)

0.104 次の曲線と直線とで囲まれた図形の面積を求めなさい.

$$\begin{cases} y^2 = 2x + 5 \\ y = -x - 1 \end{cases}$$

(山口大 2011)　　(m20114303)

0.105 円 $x^2 + y^2 = r^2$ の接線と x 軸，y 軸との交点をそれぞれ P, Q とし，円と接線の交点を $A(x_0. y_0)$ とする．このとき，線分 PQ の最小値を求めたい．以下の問いに答えなさい．ただし，$r > 0$ とし，交点 A は第 1 象限 $(x_0 > 0,\ y_0 > 0)$ にあるものとする.

(1) 接線の方程式を書きなさい.

(2) 線分 PQ の最小値が $2r$ であることを示しなさい

(山口大 2011)　　(m20114304)

0.106 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$(\tan x)\frac{dy}{dx} = 2y$$

(山口大 2012)　　(m20124301)

0.107 行列 $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ の固有値と固有ベクトルを求めなさい.

(山口大 2012)　　(m20124302)

0.108 曲線 $y = x^3 + kx + 1$ を C とする（k を実数とする）.

点 $P(1, 0)$ を通る曲線 C の接線が 3 本存在する時の k の範囲を求めよ.

(山口大 2012)　　(m20124303)

0.109 曲線 $y = x^3 - 12x + 16$ を D とする．曲線 D と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ．

(山口大 2012)　　(m20124304)

0.110 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

$$2x\frac{dy}{dx} = y$$

(山口大 2014)　　(m20144301)

0.111 次の 3 つのベクトルに垂直な単位ベクトルを求めなさい．

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

(山口大 2014)　　(m20144302)

0.112 半径が 1 である半円に内接する長方形の最大面積を求めなさい．

(山口大 2014)　　(m20144303)

0.113 θ の範囲が $-\dfrac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ のとき，次の θ の関数

$$y = \frac{1}{4}(\cos 2\theta)^2 - \frac{7}{3}(\sin\theta)^3 + \frac{3}{4}$$

の増減表を作成し，グラフの概形を描きなさい．

(山口大 2014)　　(m20144304)

0.114 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

$$9\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + y = 2e^x$$

(山口大 2015)　　(m20154301)

0.115 以下に示す行列 A について，行列式 $|A|$ の値を求めなさい．さらに逆行列 A^{-1} の $(1,1)$ 成分を求めなさい．

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 0 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

(山口大 2015)　　(m20154302)

0.116 下に示す関数 y の最大値および最小値を求めなさい．また，そのときの θ の値を求めなさい．

$$y = \cos^2\theta + \sin\theta \qquad (0 \leqq \theta \leqq 2\pi)$$

(山口大 2015)　　(m20154303)

0.117 次の不定積分を求めなさい．　$\displaystyle\int \frac{dx}{x^2 + 5x + 6}$

(山口大 2015)　　(m20154304)

0.118 次の初期値問題を求めなさい．

(1) 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

$$\frac{dy}{dx} = xe^{-2y}$$

(2) さらに，次の式を満足する上記 (1) で求めた一般解の特殊解を求めなさい．

$$y(0) = 2$$

(山口大 2016)　　(m20164301)

0.119 次に示す行列 A の固有値および対応する固有ベクトルを求めなさい．固有ベクトルは，いずれか一つの固有値に対して求めればよい．

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(山口大 2016)　　(m20164302)

0.120 二つの放物線，$y = x^2 + 5x + 9$ と $y = -\dfrac{x^2}{2} + x - 2$ の両方に接する接線の方程式を求めなさい．

(山口大 2016)　　(m20164303)

0.121 $y = \dfrac{1}{3}x\sqrt{x} + 3$ に関する次の問いに答えなさい．

(1) $\sqrt{1 + \left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2}$ を求めなさい．

(2) 区間 $(4 \leq x \leq 8)$ における曲線 y の長さ L を求めなさい．

(山口大 2016)　　(m20164304)

0.122 次の初期値問題について答えなさい．

(1) 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

$$\frac{dy}{dx} = -y \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

(2) さらに，次の式を満足する上記 (1) で求めた一般解の特殊解を求めなさい．

$$y(0) = \frac{1}{2}$$

(山口大 2017)　　(m20174301)

0.123 次に示す行列 A の固有値が全て負の実数となるとき，x のとりうる範囲を求めなさい．

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & x^2 - 1 & -1 \\ 0 & 0 & x - 0.5 \end{pmatrix}$$

(山口大 2017)　　(m20174302)

0.124 四角形 $ABCD$ は，円に内接し，$AB = 6$, $BC = CD = 3$, $\angle D = 60^\circ$ である．この四角形 $ABCD$ の面積を求めなさい．

(山口大 2017)　　(m20174303)

0.125 曲線 $y = 1 - x^2$ について，次の問題に答えなさい．

(1) x 軸とこの曲線とで囲む図形の面積を求めなさい．

(2) この曲線の第一象限における長さを求めなさい．

(山口大 2017)　　(m20174304)

0.126 次式 (1) に関する次の問題 (A) と (B) を解答しなさい.

$$(y')^2 + (xy - 2x + y + 1)y' + xy^2 - xy - 2x = 0 \cdots\cdots (1)$$

ただし, $y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする.

(A) 式 (1) を 1 次の微分方程式の積に因数分解しなさい.

(B) 式 (1) の一般解を求めなさい.

(山口大 2018) (m20184301)

0.127 次の行列 A を対角化した行列 B を求めなさい. また, A を対角化させる正則行列 C を求めなさい.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

(山口大 2018) (m20184302)

0.128 4 桁の自然数のうち次の条件にあてはまるものの個数を求めなさい.

(1) 9852, 7421 のように千の位の数, 百の位の数, 十の位の数, 一の位の数が順に小さくなるもの.

(2) 0 を含むもの.

(山口大 2018) (m20184303)

0.129 $0 \leq x \leq \pi$ のとき, 2 つの曲線 $y = -\sin x$ と $y = \sin 2x$ で囲まれた図形の面積を求めなさい.

(山口大 2018) (m20184304)

0.130 次の初期値問題について解答しなさい.

(1) 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{dy}{dx} = y^2 - 4$$

(2) 次の式を満足する上記 (1) で求めた一般解の特殊解を求めなさい.

$$y(0) = 4$$

(山口大 2021) (m20214301)

0.131 次のような定数行列 $\boldsymbol{A}$ によるベクトル $\overrightarrow{x}_i$ からベクトル $\overrightarrow{y}_i$ への変換を考える.

$$\overrightarrow{y}_i = \boldsymbol{A}\overrightarrow{x}_i \quad (i = 1, 2, \cdots)$$

この変換により, $\overrightarrow{x}_1 = (4 \quad 2)^T$ は $\overrightarrow{y}_1 = (6 \quad 3)^T$, $\overrightarrow{x}_2 = (8 \quad 6)^T$ は $\overrightarrow{y}_2 = (13 \quad 8)^T$ へ変換される場合の行列 $\boldsymbol{A}$ を求めなさい. また, その行列 $\boldsymbol{A}$ の固有値と固有ベクトルを求めなさい. ここで, $(\quad)^T$ は転置行列を表している.

(山口大 2021) (m20214302)

0.132 一辺の長さが 3 の正四面体 $ABCD$ において, 辺 BC の中点を M とする.

さらに辺 CD 上で $CN = 2ND$ を満たす点を N とする,

(1) 線分 AM, AN, MN の長さを求めなさい.

(2) $\angle MAN = \theta$ とおくとき, $\cos\theta$ の値を求めなさい.

(3) $\triangle AMN$ の面積を求めなさい.

(山口大 2021) (m20214303)

0.133 曲線 $5x^2 + 2xy + y^2 = 4$ の囲む面積を求めなさい.

(山口大 2021) (m20214304)