[選択項目] 年度：1991〜2023 年　大学：横浜国立大

0.1　微分方程式

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -f(x)$$

ただし，

$$\begin{cases} x \geqq 1 \text{ のとき } f(x) = 1 \\ -1 < x < 1 \text{ のとき } f(x) = x \\ x \leqq -1 \text{ のとき } f(x) = -1 \end{cases}$$

について，次の問に答えよ．

(1)　$t = 0$ で $x = 1$ かつ $\dfrac{dx}{dt} = 0$ となる解を求めよ．

(2)　$t = 0$ で $x = \dfrac{3}{2}$ かつ $\dfrac{dx}{dt} = 0$ となる解を，$0 \leqq t \leqq 2$ で求めよ．

(3)　$t = 0$ で $x = \dfrac{5}{2}$ かつ $\dfrac{dx}{dt} = 0$ となる解の周期を求めよ．

(横浜国立大 1992)　(m19921101)

0.2　a , b は正の定数で，$3a > b$ を満たすとき，空間内に頂点を $(0, 0, a)$ ，底面を $x^2 + y^2 \leq 1$, $z = 0$ とする円錐 K を考える．また，点 $(0, 2, b)$ を通る x 軸に平行な直線および点 $(0, -1, 0)$ を含む平面を α とする．次の問に答えよ．

(1)　平面 α の方程式を求めよ．

(2)　平面 α と円錐 K の交わりのうちで，x 座標が最大となる点を求めよ．

(横浜国立大 1992)　(m19921102)

0.3　連立常微分方程式

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - 2xy \\ \dfrac{dy}{dt} = -y + xy \end{cases}$$

について，下記の問に答えよ．

(1)　x-y 面上での平衡点を求めよ．

(2)　$t = 0$ で $x = 1$, $y = 2$ とするとき，x と y の関係式を求めよ．

(3)　前問 (2) で，x と y の取り得る最大の値を求めよ．

(4)　$t = 0$ で x , y が共に正のとき，解が周期解になることを説明し，1 周期における x と y の平均（t に関する平均）を求めよ．

(横浜国立大 1993)　(m19931101)

0.4　３次元空間において，点 $A(3, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $C(0, 0, 1)$ を含む平面を α とする．次の問に答えよ．

(1)　平面 α と xy 平面のなす角を θ ($0 < \theta < \pi/2$) とするとき，$\cos\theta$ を求めよ．

(2)　$\triangle ABC$ の面積を求めよ．

(3)　平面 α と原点を中心とする半径 1 の球との交わりを xy 平面に正射影して出来る図形の面積を求めよ．

(横浜国立大 1993)　(m19931102)

0.5 xy 平面上の点 $P(x,y)$ が，$t \geqq 0$ の範囲で，次の連立微分方程式に従って移動する．

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -|y| \\ \dfrac{dy}{dt} = -|x| \end{cases}$$

ここで，$t=0$ で，$x=1$，$y=3$ とする．

(1) 第１象限（$x>0$，$y>0$）で，x と y を t で表せ．

(2) 第１象限で点 P の描く曲線の方程式を求めよ．また，$x=0$ となるときの y と t を求めよ．

(3) 第２象限（$x<0$，$y>0$）で，x と y を t で表せ．また，第１，第２象限で点 P の描く曲線の概略を図示せよ．

(4) 点 P の描く曲線と x 軸および直線 $x=1$ で囲まれる図形の面積を求めよ．

(横浜国立大 1994) (m19941101)

0.6 $xyz-$ 空間内に４つの頂点 A，B，C，D をもつ正４面体があり，その中心は原点 O と一致する．A の座標が $(-1,1,1)$，B の座標が $(1,-1,1)$ であるとき，次の問に答えよ．

(1) 他の２つの頂点 C，D の座標を求めよ．

(2) 空間内の１次変換 f が，

$$f(\overrightarrow{OA}) = \overrightarrow{OB}\,,\ f(\overrightarrow{OB}) = \overrightarrow{OA}\,,\ f(\overrightarrow{OC}) = \overrightarrow{OD}\,,\ f(\overrightarrow{OD}) = \overrightarrow{OC}$$

を満たすとき，f を標準的な xyz-空間の座標で表した行列を求めよ．

(横浜国立大 1994) (m19941102)

0.7 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + \lambda^2 y = f(x)$ $(*)$

（$\lambda \neq 0$，$0 \leq x \leq l$）を境界条件 $y(0)=y(l)=0$ の下で解け．ただし，$y=y(x)$ である．

(1) $(*)$ に付随する同次方程式が，同じ境界条件の下で，恒等的に 0 でない解を持つための λ（固有値）の表式を求めよ．

(2) λ が (1) で求めた固有値と異なる場合，非同次方程式 (*) の一般解を求めよ．

(横浜国立大 1995) (m19951101)

0.8 (1) 対称行列

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

の固有値と固有ベクトルを求めよ．

(2) 球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 上における関数

$$f(x,y,z) = 3x^2+3y^2+3z^2+2xy+2yz+2zx$$

の最大値と最小値を求めよ．

(横浜国立大 1995) (m19951102)

0.9 方程式 $\dfrac{dx}{dt} = x + x^2$ の解で，$t=0$ で $x=\xi$ となるものを $x=\varphi(t,\xi)$ とする．

(1) $x=\varphi(t,\xi)$ の表式を求めよ．

(2) t を固定したとき，$x=\varphi(t,\xi)$ が ξ について連続となるような ξ の範囲を求めよ．

(3) ξ を固定したとき，$x=\varphi(t,\xi)$ が t について連続となるような t の範囲を求めよ．

(4) 特に，$x=\varphi(t,\xi)$ が $-\infty<t<\infty$ において t の連続関数になるためには，ξ はどんな範囲にあればよいか．

(横浜国立大 1996)　　(m19961101)

0.10 対称行列 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ について，次の問に答えよ．

(1) 行列 A の固有値と固有ベクトルを求めよ．

(2) $\mathbf{b}=\begin{pmatrix} 1 \\ 2t \\ -t \end{pmatrix}$ とするとき，

$$A\mathbf{x}=\mathbf{b}$$

を満たすベクトル $\mathbf{x}$ が存在するような実数 t を求めよ．

(3) 3 変数関数

$$f(x,y,z)=2x^2+y^2+z^2+2xy+2xz$$

の球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 上における最大値と最小値を求めよ．

(横浜国立大 1996)　　(m19961102)

0.11 xy 平面上の点 $P(x,y)$ が，$t \geqq 0$ の範囲で，次の連立微分方程式に従って移動する．

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=x-y \\ \dfrac{dy}{dt}=-x+y \end{cases}$$

(1) この連立微分方程式の一般解を求めよ．

(2) $t=0$ で $x=1$，$y=3$ とするとき x と y を t で表せ．

(3) $x=0$ となる y と t を求めよ．

(4) 点 P の描く曲線の方程式を求め，略図を描け．

(横浜国立大 1997)　　(m19971101)

0.12 (1) 対称行列 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ の固有値と固有ベクトルを求めよ．ただし，固有ベクトルは長さ 1 となるように表せ

(2) 数ベクトル $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ を，問 (1) で求めた固有ベクトルの一次結合で表せ．

(横浜国立大 1997)　　(m19971102)

0.13 次の微分方程式について答えよ．

$$\frac{dx}{dt}+\lambda x=f(t)$$

但し，$t=0$ のとき $x=a$ であり，また λ は実の定数とする．

(1) この方程式の一般解を求めよ．

(2) 関数 $f(t)$ が $\sin t$ である時の解を求めよ．

(3) この解が周期関数となるための条件を求めよ．

(横浜国立大 1998)　　(m19981101)

0.14 (1) 次の行列 A の固有値を求めよ．

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(2) 上の行列 A の各固有値に対する固有空間の正規直交基底を求めよ．

(横浜国立大 1998)　　(m19981102)

0.15 次の積分を求めよ．

(1) 不定積分　$\displaystyle\int x(\log x)^3 dx$

(2) 定積分　$\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{x^3+1}$

(横浜国立大 2000)　　(m20001101)

0.16 以下の行列 A の固有値と，その固有値に対する固有空間を求めよ．

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

(横浜国立大 2000)　　(m20001102)

0.17 a を正の定数とし，関数 $f(x)$ を

$$-\frac{a}{2} < x < \frac{a}{2} \quad \text{のとき,} \qquad f(x) = \frac{1}{a}$$

$$x < -\frac{a}{2} \text{ および } x > \frac{a}{2} \quad \text{のとき,} \qquad f(x) = 0$$

と定義する．微分方程式

$$x \neq \pm\frac{a}{2} \quad \text{のとき,} \quad \frac{d^2y}{dx^2} - y = f(x)$$

$$x = \pm\frac{a}{2} \quad \text{のとき,} \quad \frac{dy}{dx} \text{ は連続}$$

$$x \to \pm\infty \quad \text{のとき,} \quad y = 0$$

について，次の問に答えよ．

(1) 微分方程式の解を $y(x)$ とするとき，$y(-x) = y(x)$ を示せ．

(2) 上記の微分方程式の解を求めよ．

(3) a を 0 に近づけると，解はどのような関数に近づくか？

(横浜国立大 2001)　　(m20011101)

0.18 次の行列 A の固有値と，その固有値に対する固有ベクトルをすべて求めよ．

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(横浜国立大 2001)　　(m20011102)

0.19 微分方程式　$\displaystyle\frac{dy}{dx}\left(\frac{dy}{dx} - y\right) = x(x-y)$

を満たし，かつ，$x = 0$ で $y = 0$ となる関数 $y(x)$（ただし，$x \geq 0$）を求めよ．

(横浜国立大 2003)　　(m20031101)

0.20 次の行列 A の固有値と，その固有値に対する固有空間を求めよ．

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -7 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(横浜国立大 2003)　　(m20031102)

0.21 以下の行列 A の固有値をすべて求めよ.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 0 & 7 \\ 7 & 1 & 7 & 0 \\ 0 & 7 & 1 & 7 \\ 7 & 0 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

(横浜国立大 2005)　　(m20051101)

0.22 複素数 z についての次の方程式を解け.

$$\left(e^z\right)^2 = i - 1$$

ただし $i^2 = -1$ とする.

(横浜国立大 2005)　　(m20051102)

0.23 次の微分方程式を解け.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x-1}{2x^2y}$$

(横浜国立大 2005)　　(m20051103)

0.24 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{dy}{dx} - 6y = 6x^3 + 3x^2 - 14x + 3$　　(2) $\dfrac{dy}{dx} + 2xy = \dfrac{x}{y^2}$

(横浜国立大 2006)　　(m20061101)

0.25 (1) 以下の行列 A の行列式を求めよ．　$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x & 2 & 2 & 2 \\ x & y & 3 & 3 \\ x & y & z & 4 \end{bmatrix}$

(2) 以下の行列 B の B^n を求めよ．　$B = \begin{bmatrix} x & 0 & 0 \\ 1 & x & 0 \\ 0 & 1 & x \end{bmatrix}$　但し，$n = 1, 2, 3, \cdots,$ とする．

(横浜国立大 2006)　　(m20061102)

0.26 行列 $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ に関して以下の問いに答えよ.

(1) 逆行列を求めよ.　　(2) 固有値と固有ベクトルを求めよ.

(3) (2) で求めた固有ベクトルが線形独立である事を示せ.

(横浜国立大 2007)　　(m20071101)

0.27 次の微分方程式を解き，与えられた初期条件を満たす解を求めよ.

(1) $(2x + y) + (4x + 2y - 3)\dfrac{dy}{dx} = 0$　　初期条件 ： $x = 2$ のとき，$y = -1$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx} - 6y = -4e^{2x}$　　初期条件 ： $x = 0$ のとき，$y = 2$，$\dfrac{dy}{dx} = 0$

(横浜国立大 2007)　　(m20071102)

0.28 以下の行列 A について，次の問いに答えよ．

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

(1) A の固有値をすべて求めよ．

(2) 次の条件を満たす 4 次正則行列 P を 1 つもとめよ:
「P の列ベクトルはそれぞれ A の固有ベクトルである.」

(横浜国立大 2008)　　(m20081101)

0.29 次の微分方程式を解け．

(1) $\dfrac{dy}{dx} = x + y$　　　(2) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y^2 - x^2}{2xy}$

(横浜国立大 2008)　　(m20081102)

0.30 (1) 1 階常微分方程式の一般形は以下のように与えられる．

$$y' + P(x)y = Q(x) \qquad ①$$

この式の解の公式を導く．以下の記述の空欄を埋めなさい．
まず，同次（斉次）方程式の解を求める．① の同次方程式は以下のように表される．

$$y' + P(x)y = \boxed{\quad (ア) \quad}$$

この同次方程式は，変数分離形であるので，解は，任意の定数を C として，以下のように求められる．

$$y = C \cdot \boxed{\quad (イ) \quad} \qquad (\cdot \text{ は積を意味する.})$$

この結果を用いて，① の解を定数変化法で求める．従って，① の解を

$$y = C(x) \cdot \boxed{\quad (イ) \quad} \qquad ②$$

とおく．これを ① の左辺に代入して整理すると

$$y' + P(x)y = C' \cdot \boxed{\quad (イ) \quad} = Q(x)$$

すなわち，

$$C' = Q(x) \cdot \boxed{\quad (ウ) \quad}$$

両辺を積分して $C(x)$ を求め，② に代入すると，① の解の公式が以下のように求められる．

$$y = e^{-\int P(x)dx} \left[\int Q(x) e^{\int P(x)dx} dx + C \right]$$

(2) (1) を参考にして，微分方程式を解く方法のひとつである，“定数変化法”について説明しなさい．

(3) 次の微分方程式を (1) の公式を用いて解きなさい．

$$y' - y = e^x$$

(横浜国立大 2008)　　(m20081103)

0.31 (1) 次の関数の n 次導関数を求めなさい. $y = \dfrac{x}{x^2-1}$

(2) 次の関数の全微分 dz を求めなさい. $z = \dfrac{x^2+y^2}{x+y}$

(3) 次の関数を $x=1$ まわりで Taylor 展開し, 4 回微分が含まれる項まで求めよ. $f(x) = e^{x^2}$

(横浜国立大 2008) (m20081104)

0.32 (1) m, n を整数とするとき, 以下の式が成り立つことを示せなさい.

$$\int_{-L}^{L} \sin\frac{m\pi x}{L} \cos\frac{n\pi x}{L}\, dx = 0$$

(2) 次の周期関数について解答しなさい.

$$f(x) = \begin{cases} -k & (-\pi < x < 0) \\ k & (0 < x < \pi) \end{cases} \quad , \quad f(x+2\pi) = f(x) \qquad k > 0$$

この関数を以下のように無限級数で表すとき, その係数 a_0, a_n, b_n を求めなさい. さらに, 求められる無限級数を $n=7$ の項まで示しなさい.

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos\frac{n\pi x}{L} + b_n \sin\frac{n\pi x}{L}\right)$$

(横浜国立大 2008) (m20081105)

0.33 次の微分方程式を解け.

(1) $x^2\dfrac{dy}{dx} - y = 0$

(2) $x\dfrac{dy}{dx} + y + 4x = 0$

(横浜国立大 2009) (m20091101)

0.34 以下の行列 A に対して, 次の問いに答えよ.

$$A = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

(1) A の固有値を求めよ.

(2) A^2 を求めよ.

(3) A の逆行列を求めよ.

(横浜国立大 2009) (m20091102)

0.35 以下の行列 A について, 次の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(1) A の固有値と固有ベクトルを求めよ. ただし, 固有ベクトルは, 互いに直交するように定めよ.

(2) A の行列式を求めよ.

(3) n を 1 以上の整数とする. A^n を求めよ.

(4) A の逆行列を求めよ.

(横浜国立大 2010) (m20101101)

0.36 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2y^5 - 6x^4 y}{3xy^4 - 3x^5}$ (2) $\dfrac{dy}{dx} - 2xy = -2x$

(横浜国立大 2010) (m20101102)

0.37 以下の $n \times\ n$ 行列 J_n を考える.

$$J_n = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

例えば,

$$J_2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad J_3 = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad J_4 = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

である, J_n の行列式を a_n とおくとき, 次の問いに答えよ.

(1) a_2 を求めよ.

(2) a_3 を求めよ.

(3) a_4 を求めよ.

(4) a_n を求めよ. 但し, $n = 2, 3, 4, \cdots$

(横浜国立大 2011) (m20111101)

0.38 次の微分方程式を解け.

(1) $x^2 \dfrac{dy}{dx} = y^2 + xy - x^2$ (2) $\dfrac{dy}{dx} + y = \cos x$

(横浜国立大 2011) (m20111102)

0.39 以下の行列 A について, 次の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & 0 & 0 \\ 6 & 1 & 6 & 8 \\ -2 & -3 & -4 & -6 \end{pmatrix}$$

(1) A の固有値を求めよ.

(2) A の固有ベクトルを求めよ.

(3) $A^n \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ を求めよ.

(横浜国立大 2012) (m20121101)

0.40 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\left(xy^3 + 3x^3y\right)\dfrac{dy}{dx} - \left(y^4 + 4x^2y^2 + x^4\right) = 0$

(2) $xy\dfrac{dy}{dx} = \sqrt{4 - y^2}$

(横浜国立大 2012) (m20121102)

0.41 以下の行列 A について, 次の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

(1) A の固有値を求めよ.

(2) A の固有ベクトルを求めよ.

(3) 互いに直交する 3 本の A の固有ベクトルを 1 組求めよ.

(横浜国立大 2013) (m20131101)

0.42 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $x\dfrac{dy}{dx} - y = \sqrt{x^2 + y^2}$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{2}{x}\dfrac{dy}{dx} = 0$

(横浜国立大 2013) (m20131102)

0.43 $0 < x < 1$ とし, $A = \begin{pmatrix} 1-x & x \\ x & 1-x \end{pmatrix}$ とおく. 次の問いに答えよ.

(1) A の固有値と固有ベクトルを求めよ.

(2) $P^{-1}AP$ が対角行列となる正則行列 P を 1 つ求めよ.

(3) n を 1 以上の整数とする, A^n を求めよ.

(4) A^n の各成分は, $n \to \infty$ のとき極限をもつことを示せ.

(横浜国立大 2014) (m20141101)

0.44 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 4\dfrac{dy}{dx} + 3y = 3e^{-2x}$

(2) $(x+1)\dfrac{dy}{dx} = (2x+3)y$

(横浜国立大 2014) (m20141102)

0.45 以下の行列 A に対して, 次の問いに答えよ. 但し, $i = \sqrt{-1}$ とする.

$$A = \begin{bmatrix} i & 1 & 0 \\ 1 & i & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2}i \end{bmatrix}$$

(1) A の固有値を求めよ.

(2) A の逆行列を求めよ.

(横浜国立大 2015)　　(m20151101)

0.46 次の微分方程式の一般解を求めよ,

(1) $x(x^2-1)\dfrac{dy}{dx}+2y(x^2-x-1)=0$

(2) $\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{2xy}{x^2+y^2}$

(横浜国立大 2015)　　(m20151102)

0.47 次の行列 A に対して，多項式 $f(x)$ を $f(x)=\det(xE-A)$ で定義する．ただし，E は $3\times\ 3$ の単位行列とする．

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1/8 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(1) A の固有値を求めよ.　(2) $f(A)$ を求めよ.　(3) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}A^n$ を求めよ.

(横浜国立大 2016)　　(m20161101)

0.48 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=y+e^x\sin x$　(2) $x\sqrt{1+y^2}+y\sqrt{1+x^2}\dfrac{dy}{dx}=0$

(横浜国立大 2016)　　(m20161102)

0.49 以下の 3 問から 2 問選択して解答せよ．3 問解答してはならない.

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.　$y'=\dfrac{4x-2y}{2x-y-1}$

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ.　$y''-y'+y=0$

(3) 微分方程式　$xy'-y-x\log x=0$　において，初期条件 $y(1)=0$ を満たす特殊解を求めよ.

(横浜国立大 2016)　　(m20161103)

0.50 (1) 次の行列式の値を求めよ.

$$\begin{vmatrix} 4 & 0 & 1 & 8 \\ 1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 6 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

(2) 次の行列のランクを求めよ.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

(3) 次の行列の逆行列を求めよ.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(横浜国立大 2016)　　(m20161104)

0.51 次の極限値を求めよ.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{\tan x}$$

(横浜国立大 2016) (m20161105)

0.52 次の定積分を計算しなさい.

$$\int_0^{\frac{\pi}{8}}\sin^2 2x dx$$

(横浜国立大 2016) (m20161106)

0.53 次の関数について，0 でない最初の 4 項までマクローリン展開せよ.

$$x\sin 2x$$

(横浜国立大 2016) (m20161107)

0.54 (1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+Kx=1$ が区間 $[0,L]$ で与えられている．一般解を求め，$y(0)=y(L)=0$ を境界条件とする解を求めよ.

(2) $\dfrac{d^3y}{dx^3}=xe^x$ を解け.

(3) $(1+\exp(x))\dfrac{dy}{dx}=y$ が与えられている． $y(0)=1$ を境界条件とする解を求めよ.

(横浜国立大 2017) (m20171101)

0.55 次の関数をフーリエ級数 $y=a_0+\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}(a_k\cos kx+b_k\sin kx)$ に展開せよ.

(1) 区間 $x=[-\pi,\ \pi]$ で定義される関数 $y=\begin{cases} a\ :\ x\geq 0\ , & a \text{ は実定数} \\ 0\ :\ x<0 \end{cases}$

(2) 区間 $x=[0,\ \pi]$ で定義される三角関数 $y=a\sin(nx)\cos(nx)$ ここで n は整数

(3) 区間 $x=[0,\ \pi]$ で定義される一次関数 $y=x$

(横浜国立大 2017) (m20171102)

0.56 行列 $A=\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}$ および，$B=\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$ に関して以下の問いに答えよ.

(1) A の固有値とその固有ベクトルを求めよ.

(2) A^n を $\sin(n\theta)$, $\cos(n\theta)$ で表わせ．また，その求め方を説明せよ.

(3) B^n を $\sin(n\theta)$, $\cos(n\theta)$ で表わせ．また，その求め方を説明せよ.

(横浜国立大 2017) (m20171103)

0.57 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=(y-x)^2$ (2) $\dfrac{dy}{dx}=(y+\cos x)\sin x$

(横浜国立大 2017) (m20171104)

0.58 以下の行列 A が与えられている.

$$A=\begin{bmatrix}2 & 1 & 0 \\ -1 & -3 & a \\ 0 & 2 & 2\end{bmatrix}$$

ただし，A は異なる 2 つの実数を固有値として持つ．また，定数 a は正の実数である.

このとき，次の問いに答えよ.

(1) a の値を求めよ.

(2) A の固有値と固有ベクトルを求めよ.

(3) A^{-1} を求めよ.

(横浜国立大 2018)　　(m20181101)

0.59 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $y^2\left(\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2+1\right)=1$　　(2) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{x-y}{x+y}$

(横浜国立大 2018)　　(m20181102)

0.60 次の行列 A が, 1 と 4 を固有値としてもつとき, 以下の問いに答えよ.

$$A=\begin{bmatrix} 7 & a \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

ただし, a は実数の定数である.

(1) a を求めよ.

(2) 行列 A の固有ベクトルを求めよ.

(3) 行列 A を対角化せよ.

(4) A^n を計算せよ.

(横浜国立大 2019)　　(m20191101)

0.61 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{2xy}{x^2-y^2}$　　(2) $\dfrac{dy}{dx}=\cos(x+y)-\cos(x-y)$

(横浜国立大 2019)　　(m20191102)

0.62 行列 A が以下で与えられている.

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

(1) 行列 A の固有値とその固有ベクトルを求めよ.

(2) 行列 A を対角化せよ.

(3) A^n を計算せよ. ただし, n は正の整数とする.

(横浜国立大 2020)　　(m20201101)

0.63 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y^2-1}{\tan x}$　　(2) $\dfrac{dy}{dx}=x^n-\dfrac{y}{x}$　　ただし, n は正の整数である.

(横浜国立大 2020)　　(m20201102)

0.64 次の行列 A および B に関して以下の問いに答えよ.

$$A=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & a \end{bmatrix}\qquad B=\frac{1}{\sqrt{4}}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & a \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & a & -1 & -a \end{bmatrix}$$

ただし, a は実数の定数であり, $A^{-1}=A^T$ が成り立つものとする. なお, 任意の実数行列 X の逆行列を X^{-1} と表し, 転置行列を X^T と表す.

(1) a を求めよ.

(2) A の固有値と固有ベクトルを求めよ.

(3) BB^T を求めよ.

(4) B の逆行列 B^{-1} を求めよ.

(横浜国立大 2021)　　　(m20211101)

0.65 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $(x^2-1)^2\dfrac{dy}{dx}+2xy(x^2-1)=2$

(2) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{2\sin y\cos y}{\cos x}$

(横浜国立大 2021)　　　(m20211102)

0.66 次の行列 A について以下の問いに答えよ.

$$A=\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{3}{2} & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(1) A の固有値を求めよ.

(2) $P^{-1}AP$ が対角行列となる正則行列 P を一つ求めよ.

(3) n を 1 以上の整数とする. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}A^n$ を求めよ.

(横浜国立大 2022)　　　(m20221101)

0.67 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $2\dfrac{dy}{dx}+\dfrac{y}{x}+\dfrac{y^2}{x^2}=0$　　　(2) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{1+\cos y}{\sin^2 x\ \cos^2 x}$

(横浜国立大 2022)　　　(m20221102)