[選択項目]　年度：1992 年

0.1　微分方程式

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -f(x)$$

ただし，

$$\begin{cases} x \geqq 1 \text{ のとき } f(x) = 1 \\ -1 < x < 1 \text{ のとき } f(x) = x \\ x \leqq -1 \text{ のとき } f(x) = -1 \end{cases}$$

について，次の問に答えよ．

(1)　$t = 0$　で　$x = 1$　かつ　$\dfrac{dx}{dt} = 0$　となる解を求めよ．

(2)　$t = 0$　で　$x = \dfrac{3}{2}$　かつ　$\dfrac{dx}{dt} = 0$　となる解を，$0 \leqq t \leqq 2$　で求めよ．

(3)　$t = 0$　で　$x = \dfrac{5}{2}$　かつ　$\dfrac{dx}{dt} = 0$　となる解の周期を求めよ．

(横浜国立大 1992)　　(m19921101)

0.2　a , b は正の定数で，$3a > b$ を満たすとき，空間内に頂点を $(0, 0, a)$ ，底面を $x^2 + y^2 \leq 1$, $z = 0$ とする円錐 K を考える．また，点 $(0, 2, b)$ を通る x 軸に平行な直線および点 $(0, -1, 0)$ を含む平面を α とする．次の問に答えよ．

(1)　平面 α の方程式を求めよ．

(2)　平面 α と円錐 K の交わりのうちで，x 座標が最大となる点を求めよ．

(横浜国立大 1992)　　(m19921102)

0.3　次の定積分 I_n　($n = 0, 1, 2, 3, \cdots$) について，以下の問に答えよ．

$$I_n = \int_0^{\pi} \cos^{2n}\theta \, d\theta$$

(1)　I_0 および I_1 を求めよ．

(2)　$n = 1, 2, 3, \cdots$ に対して，I_n を I_{n-1} で表せ（部分積分法を利用せよ）．

(3)　I_n を n の式で表せ．

(長岡技科大 1992)　　(m19922101)

0.4　次の無限級数の和を求めよ．

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)} = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \cdots\cdots$$

(長岡技科大 1992)　　(m19922102)

0.5　$z = \sin \dfrac{y}{x}$　とするとき，$\dfrac{\partial z}{\partial x}$ および $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ を求めよ．

(長岡技科大 1992)　　(m19922103)

0.6　$D = \left\{ (x, y) \,\middle|\, x + y \leqq 1, \ x \geqq 0, \ y \geqq 0 \right\}$　とするとき，次の 2 重積分の値を求めよ．

$$\iint_D xy \, dx \, dy$$

(長岡技科大 1992)　　(m19922104)

0.7　次の 2 つの微分方程式の一般解をそれぞれ求めよ．

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + 2y = 0$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + 2y = x$

(長岡技科大 1992) (m19922105)

0.8 球 : $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$ に接する平面のうちで，点 $A(0,0,3)$ を通るものについて次の問に答えよ．

(1) このような平面で y 軸と平行なものの方程式を求めよ．

(2) このような平面のうちで x 軸 , y 軸のいずれとも交わるものを考える．それぞれの交点を P , Q とするとき，線分 PQ の長さの最小値を求めよ．

(長岡技科大 1992) (m19922106)

0.9 $A = \begin{pmatrix} a+2b & 2-3b \\ 3-4c & a+3c \end{pmatrix}$ とする．1 行 2 列の行列 $X = (x \quad y)$ に対して， $X' = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ とおく．すべての x , y に対して，行列の積 XAX' がつねに O となるような a , b , c の値を求めよ．

(長岡技科大 1992) (m19922107)

0.10 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a & b & c & d \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ とするとき，行列 $xE - A$ の行列式 $|\, xE - A \,|$ を求めよ.（ x の整式で表せ）.

(長岡技科大 1992) (m19922108)