[選択項目] 年度：1999 年

0.1 次の計算をせよ．ただし，$\log x$ は自然対数であり，$\ln x$ と同じである．

(1) $\dfrac{d}{dx}\sin^2 x$　(2) $\dfrac{d}{dx}\cos(x^3)$　(3) $\dfrac{d}{dx}\log(\sqrt{x^2+1}+x)$　(4) $\dfrac{d}{dx}2^x$　(5) $\dfrac{d}{dx}x^x$

（お茶の水女子大 1999）　(m19990601)

0.2 次の極限を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x}$　(2) $\displaystyle\lim_{x\to +0}x^3\log x$　(3) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\cos 2x-1}{x^2}$　(4) $\displaystyle\lim_{x\to 0}(1+e^x)^{1/x}$　(5) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\log x+\sin x}{x}$

（お茶の水女子大 1999）　(m19990602)

0.3 関数 $f(x)=x^{1/x}$ $(x>0)$ の最大値をとる点を求めよ．

また，$\displaystyle\lim_{x\to +0}f(x)$,　$\displaystyle\lim_{x\to\infty}f(x)$ を求めよ．

（お茶の水女子大 1999）　(m19990603)

0.4 (1) $y^4=x^4(1-x^2)$ は x-y 平面で閉じた曲線になる．この曲線のおおよその形を描け．

(2) この曲線に囲まれた領域の面積を計算するには積分 $\displaystyle 4\int_0^1 f(x)dx$ が必要である．

関数 $f(x)$ を求めよ．

(3) 上の積分を実行せよ．

(お茶の水女子大 1999)　(m19990604)

0.5 次の計算をせよ．ただし，$\log x$ は自然対数であり，$\ln x$ と同じである．

(1) $\displaystyle\int\sin 3x dx$　(2) $\displaystyle\int x\cos x dx$　(3) $\displaystyle\int\log x dx$　(4) $\displaystyle\int\frac{1}{x^2-1}dx$　(5) $\displaystyle\int_0^\infty e^{-2x}dx$

（お茶の水女子大 1999）　(m19990605)

0.6 次の各問に答えよ．

(1) $\tan x\left(\dfrac{-\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}\right)$ の逆関数を $\tan^{-1}x(-\infty<x<\infty)$ で表す．$\tan^{-1}x$ の導関数を求めよ．

(2) 不定積分 $\displaystyle\int\frac{x}{x^2-6x+13}dx$ を求めよ．

(3) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n}{n^2}+\frac{n}{n^2+1}+\frac{n}{n^2+2^2}+\cdots+\frac{n}{n^2+(n-1)^2}\right)=\frac{\pi}{4}$ となることを示せ．

（お茶の水女子大 1999）　(m19990606)

0.7 (1) 次の級数の収束・発散を言え．

(i) $\sum_{n=1}^{\infty}n^{-2}$　(ii) $\sum_{n=1}^{\infty}n^{-1}$

(2) 次の関数のマクローリン展開（$x=0$ のまわりの Taylor 級数展開）とその収束半径 ρ を例に従ってかけ．

(例) $\dfrac{1}{1-x}=1+x+x^2+\cdots(\rho=0)$

(i) $\dfrac{1}{1+x^2}$　(ii) e^x　(iii) $\sin x$

（お茶の水女子大 1999）　(m19990607)

0.8 次の $\mathbf{R}^3$ の 3 つのベクトルについて以下の問に答えよ．

$$\begin{pmatrix} 1 \\ x \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -1 \\ y \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 \\ z \\ -1 \end{pmatrix}$$

(1) これらが一次従属であるための x, y, z についての必要十分条件を求めよ．

(2) (1) の条件が満たされるとき，$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ が，この 3 つのベクトルの一次結合で表されるための x, y, z についての必要十分条件を求めよ．

（お茶の水女子大 1999）　(m19990608)

0.9 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & -1 \\ -2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ について以下の問に答えよ．

(1) A の固有値を求めよ．

(2) $P^{-1}AP$ が対角行列となるような $3 \times\ 3$ 行列 P を一つ求めよ．

（お茶の水女子大 1999）　(m19990609)

0.10 図の様に，x, y 平面上の座標が (x, y) で表される点 P を原点 O のまわりに角度 α だけ回転すると，座標が (x', y') の点 P' に移った．以下の問に答えよ．

(1) 点 P の原点 O からの距離を r，O から P に到るベクトルが x 軸の正の方向となす角度を θ とすると，x と y は

$x = r\cos\theta, \qquad y = r\sin\theta$

と表される．この時 x' と y' を r，θ，α で表わせ．

(2) x' と y' を x と y と α で表す関係式をもとめよ．

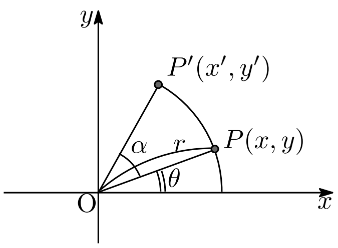
但し，必要があれば，以下の三角関数に関する公式を用いてもよい．

$\sin(\theta + \alpha) = \sin\theta\cos\alpha + \cos\theta\sin\alpha, \quad \sin(\theta - \alpha) = \sin\theta\cos\alpha - \cos\theta\sin\alpha$

$\cos(\theta - \alpha) = \cos\theta\cos\alpha + \cos\theta\sin\alpha, \quad \cos(\theta + \alpha) = \cos\theta\cos\alpha - \sin\theta\sin\alpha$

(3) 複素数 z は，2 乗すると-1 となる i と称する虚数を導入して，実数 x と y を用いて $z = x + iy$ と定義される．この時，x と y は複素数 z の実部と虚部と呼ばれる．今，上記の点 P の座標 x と y とを実部と虚部に持つ複素数を z，点 P' の座標 x' と y' とを実部と虚部に持つ複素数を z' としよう．この時 z' を z で表すとどうなるか，議論せよ．但し，必要ならばオイラーの有名な公式：$\cos\theta + i\sin\theta = e^{i\theta}$ を用いてもよい．

(4) 上記のオイラーの有名な公式を知っていると，上記の三角関数の公式は導出できるだろうか.「YES , NO , あるいは分からない」で答えよ．



(お茶の水女子大 1999）　(m19990610)

0.11 曲線 $y = x^2$ と 直線 $y = a\ (a > 0)$ で囲まれた図形 (図 1 灰色部分）を考える．この図形に一定の厚みを持たせて平面上に立てた場合（図 2 ）に，点 O を接触点として安定に立っていられるかどうか調べたい．

(1) この図形の重心を求めよ．この場合厚みが一定であるので，重心は図形に属する各点の x, y 座標の平均となる．

(2) 図形がわずかに傾き，平面との接触点が点 O から微小量 u だけずれた時 (図３)，その新しい接触点 P における法線と y 軸との交点 Q を求めよ．

(3) 点 O で安定に立っているための，定数 a についての条件を求めよ．

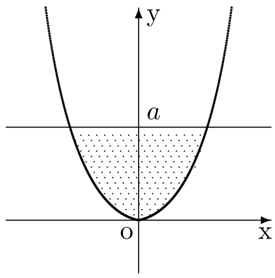


図１

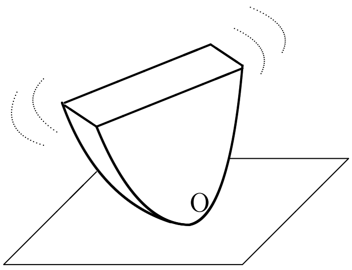


図２

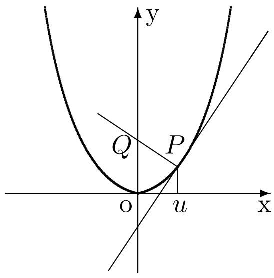


図３

(東京大 1999)　　(m19990701)

0.12 無限級数 $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\pi^n}{n!} \sin\Big(\frac{n}{2}+\frac{1}{4}\Big)\pi$ を求めたい．

$f(\theta) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\theta^n}{n!} \sin\Big(\frac{n}{2}+\frac{1}{4}\Big)\pi$ とするとき，以下の問に答えよ．

(1) $f'(\theta)$ を無限級数の形を用いて表せ．

(2) $f''(\theta)$ を $f(\theta)$ を用いて表せ．

(3) $f(\theta)$ を求め， $f(\pi) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\pi^n}{n!} \sin\Big(\frac{n}{2}+\frac{1}{4}\Big)\pi$ を計算せよ．

(東京大 1999)　　(m19990702)

0.13 ２次形式

$$F(x, y, z) = -x^2 - y^2 - z^2 + 4xy + 4yz + 4zx$$

を標準形に直せ．また

$$G(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$$

として， $F(x, y, z)/G(x, y, z)$ の最大値，最小値とその時の x, y, z の値を求めよ．

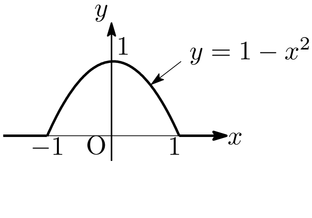
(東京大 1999)　　(m19990703)

0.14 $f(t)$, $h(t)$ が下記のように与えられるとき，ラプラス変換を用いて $f(t)$ と $h(t)$ のたたみ込み (convolution) $g(t) = f(t) * h(t)$ を計算せよ．ここに $*$ はたたみ込み演算を表す．

$f(t) = 1 - at$　　　　$h(t) = \exp(at)$

(東京大 1999)　　(m19990704)

0.15 下記のグラフで与えられる関数のフーリエ変換を求めよ．



(東京大 1999)　　(m19990705)

0.16 ２つの箱 I，II を考える．最初 I には赤球２個，II には白球２個が入っているものとする．各箱から同時に１球ずつ取って，他の箱へ移す操作を繰り返すものとして，以下の問に答えよ．

(1) この操作を n 回繰り返した後に，箱 I に赤球が２個ある確率 p_n ，赤球が１個ある確率 q_n ，赤球が無い確率 r_n をそれぞれ求めよ．

(2) この操作を無限回繰り返したときに，箱 I に入っている赤球の個数に対する期待値を求めよ．

(東京大 1999)　(m19990706)

0.17 $\displaystyle\iint_{x^2+y^2\leq 1}(\,x^{2n}+2y^{2n}+1\,)\,e^{x^2+y^2}\,dx\,dy$ の値を求めよ．

(東京工業大 1999)　(m19990801)

0.18 ２階線形微分方程式 $y''-2y'+5y=e^x$ に対して，初期値問題 $y(0)=p,\ y'(0)=q$ の解を求めよ．

(東京工業大 1999)　(m19990802)

0.19 実 n 次正方行列 X で

$$X^k\neq E_n\ (1\leq k<n)\ ,\ \ X^n=E_n$$

となるものの例を作れ．ここで E_n は単位行列を表す．

(東京工業大 1999)　(m19990803)

0.20 n 次正方行列　$A=(\,a_{ij}\,)$　を

$$a_{ij}=\begin{cases}2 & (\,i=j\,)\\ -1 & (\,|\,i-j\,|=1\,)\\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}$$

で定める．A の行列式を求めよ．

(東京工業大 1999)　(m19990804)

0.21 関数 $f(x)$　$(-\pi<x<\pi)$ を

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2}{\sqrt{1-\cos x}} & (-\pi<x<\pi,\ x\neq 0)\\ 0 & (x=0)\end{cases}$$

により定義する．次の問いに答えよ．

(1) $f(x)$ は連続関数であることを示せ．

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0+}f'(x),\ \lim_{x\to 0-}f'(x)$ を求めよ．

(3) $f(x)$ は $x=0$ で微分可能でないことを示せ．

(電気通信大 1999)　(m19991001)

0.22 次の重積分および３重積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\iint_D(x^2+y^2)\,dx\,dy,\quad D=\{(x,y):x^2+y^2\leqq 2x\}$

(2) $\displaystyle\iint_D xy\,dx\,dy,\quad D=\{(x,y):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\leqq 1,\ x\geqq 0,\ y\geqq 0\}$ （ただし，$a>0,\ b>0$）

(3) $\displaystyle\iiint_V\frac{dx\,dy\,dz}{(1+x+y+z)^3},\quad V=\{(x,y,z):x+y+z\leqq 1,\ x\geqq 0,\ y\geqq 0,\ z\geqq 0\}$

(電気通信大 1999)　(m19991002)

0.23 次の行列 A で決まる $\mathbf{R}^4$ から $\mathbf{R}^3$ への線形写像について以下の問いに答えよ．

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & -4 & 5 & 4 \\ 3 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

(1) 核の基底を求めよ．

(2) 像の次元を求めよ．

(3) $\mathbf{R}^4$ をユークリッド内積で内積空間とするとき，核の直交補空間の基底を求めよ．

(電気通信大 1999) (m19991003)

0.24 $\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{a}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ a \end{pmatrix}$, とする．$\mathbf{a}_1$ と $\mathbf{a}_2$ によって生成される $\mathbf{R}^3$ の部分空間を V とし，$\mathbf{a}_3$ と $\mathbf{a}_4$ によって生成されるの部分空間を $W(a)$ とするとき，$V \cap W(a)$ の次元と基底，$V + W(a)$ の次元と基底を求めよ．

(電気通信大 1999) (m19991004)

0.25 整関数 $f(z)$ $(z = x + iy)$ は，$f(0) = 0$ を満たし，その実部が $u(x, y) = e^{-x}(x \cos y + ay \sin y)$ (a は実定数) という形をしているとする．このとき次の問いに答えよ．

(1) $u(x, y)$ が調和関数である（すなわち $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ を満たす）ことから a の値を定めよ．

(2) コーシー・リーマンの関係式に注意して $f(z)$ の虚部 $v(x, y)$ を求めよ．

(3) $f(z)$ を z の関数として表せ．

(電気通信大 1999) (m19991005)

0.26 級数 $\dfrac{1}{1 \cdot 3} + \dfrac{1}{2 \cdot 4} + \dfrac{1}{3 \cdot 5} + \cdots + \dfrac{1}{n \cdot (n+2)} + \cdots$ について次の設問に答えよ．

(1) 第 n 部分和 $\dfrac{1}{1 \cdot 3} + \dfrac{1}{2 \cdot 4} + \dfrac{1}{3 \cdot 5} + \cdots + \dfrac{1}{n \cdot (n+2)}$ を求めよ．

(2) S_n の極限 $\displaystyle\lim_{n \to \infty} S_n$ を求めよ．

(千葉大 1999） (m19991201)

0.27 次の二重積分を求めよ．

$$\iint_D \left(x^2 + y^2\right)^{-\frac{3}{2}} dx\, dy$$

ここで，$D = \{(x, y) :\ 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$

(千葉大 1999） (m19991202)

0.28 次の微分方程式を解け．

$$\frac{dx}{dt} = -5x - y$$

$$\frac{dy}{dt} = x - 3y$$

(千葉大 1999） (m19991203)

0.29 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ とベクトル $\overrightarrow{y_0} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}$ が与えられている．この時，次の設問に答えよ．

(1) 行列 A の階数 (rank) を求めよ．

(2)　$\mathrm{Im}(A)$ の表す空間図形を求めよ．

(3)　$\overrightarrow{y_0}$ が $\mathrm{Ker}(A^T)$ の元と直交することを示せ．

(4)　$A\overrightarrow{x}=\overrightarrow{y_0}$ を満たす $\overrightarrow{x}$ を求めよ．

ここで，A^T は A の転置行列，$\mathrm{Im}(A)=\{A\overrightarrow{x}\ :\ \overrightarrow{x}\in R^3\}$，$\mathrm{Ker}(A)=\{\overrightarrow{x}\in R^3 : A\overrightarrow{x}=\overrightarrow{0}\}$ を表す．

(千葉大 1999)　(m19991204)

0.30　次の極限を求めよ．
$$\lim_{x\to 0+} x\sqrt{-\log x}$$

(埼玉大 1999)　(m19991401)

0.31　$a,b,c>0$ とする．
$$\left(\frac{x}{a}\right)^2+\left(\frac{y}{b}\right)^2+\left(\frac{z}{c}\right)^2=1$$
をみたす (x,y,z) の組で
$$w=x+y+z$$
が極値をとる (x,y,z) を求めよ．

(埼玉大 1999)　(m19991402)

0.32　a を正の実数とし，次の不等式で定義された領域を D であらわす．
$$\sqrt{x}+\sqrt{y}\leq\sqrt{a}\,,\qquad x\geq 0\,,\ y\geq 0$$
このとき，次の値を求めよ．
$$\iint_D dxdy\ ,\qquad \iint_D x\,dxdy$$

(埼玉大 1999)　(m19991403)

0.33　同じ係数を持つ３つの連立方程式
$$(1)\ \begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=0\\ a_2x+b_2y+c_2z=2\\ a_3x+b_3y+c_3z=0\end{cases}\qquad (2)\ \begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=1\\ a_2x+b_2y+c_2z=0\\ a_3x+b_3y+c_3z=0\end{cases}\qquad (3)\ \begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=0\\ a_2x+b_2y+c_2z=0\\ a_3x+b_3y+c_3z=3\end{cases}$$
において，(1) の解は $x=2,\ y=1,\ z=-2,$　(2) の解は $x=-1,\ y=2,\ z=4,$　(3) の解は $x=-3,\ y=0,\ z=5$ であるという．このとき，$a_1,\ b_1,\ c_1,\ a_2,\ b_2,\ c_2,\ a_3,\ b_3,\ c_3$ を定めよ．

(埼玉大 1999)　(m19991404)

0.34　A を $m\times n$ の実行列とする．$\mathbf{x}=\begin{pmatrix} x_1\\ \vdots\\ x_n\end{pmatrix}$ を未知数とする一次方程式
$$A\mathbf{x}=\mathbf{o}\qquad\text{(i)}$$
を考える．

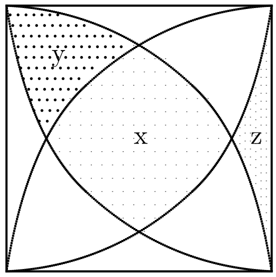
(1)　方程式 (i) の解全体は，$\mathbf{R}^n$ の線形部分空間をなすことを示せ．

(2)　(1) の線形部分空間の次元と，A の階数 (rank A) の関係式を記せ．(証明不要)

(3)　B も $m\times n$ の実行列とし，一次方程式
$$B\mathbf{x}=\mathbf{o}\qquad\text{(ii)}$$
を考える．rank$A$+rank$B<n$ が成り立つとき，方程式 (i) と方程式 (ii) に $\mathbf{o}$ 以外の共有解が存在することを示せ．

(埼玉大 1999)　　(m19991405)

0.35 右下の図形は 1 辺の長さ 1 の正方形の中に，各頂点を中心として半径 1 の円弧を 4 つ描いたものである．図の x, y, z それぞれの領域の面積をやはり x, y, z で表す．



(1) 次の各式の空欄を埋めて， x, y, z の満たす連立方程式を作れ．
ただし，π は円周率である．

$$\begin{cases} \square x + \square y + \square z = 1 \\ \square x + \square y + \square z = \dfrac{\pi}{4} \\ x + 2y + z = \dfrac{\pi}{3} - \dfrac{\sqrt{\square}}{\square} \end{cases}$$

(2) x を求めよ．

(図書館情報大 1999)　　(m19991601)

0.36 ある玉を静止状態から放して下に落とすと，床で跳ね返って最初の 80 %の高さまで上がる．そこから再び落ち始め，やはりその 80 %の高さまで跳ね返ることを繰り返す．ただし，玉は床に垂直に落下して垂直に跳ね返るものとし，玉の大きさは無視する．このとき下の問に答えよ．

(1) 最初の高さ $1m$ から落とした玉が n 回目に跳ね返ったとき，どの高さまで上がるかを n で表せ．

(2) そのときまでに玉が動く総距離を n で表せ．

(図書館情報大 1999)　　(m19991602)

0.37 ある電卓では，表示窓に数値が $\boxed{1.23\times\ 10^3}$ のように有効数字 3 桁と 10 の指数で表示される．この例では $1.23\times\ 10^3 = 1230$ が表示されている．4 桁以上の数をキーで打ち込んでも，4 桁以降は有効数字の部分から切り捨てられる．例えば，“ 98765 ”と打ち込むと， $\boxed{9.87\times\ 10^4}$ という表示になる（数値は 98700 になる）．最上位の桁，つまり整数桁は 1〜9 のいずれかになり，0 にはならない（ただし，数値が 0 の場合は除く）．計算は表示窓の数値に対して行われ，計算自体は十分な桁数をとって正確に行われるが，結果は表示窓に収まるように四捨五入される．次の各々のように数字・演算キーを打つと，計算結果がどのように表示窓に現れるかを答えよ．

(1) 4567+444　　　(2) 1055 × 620

(図書館情報大 1999)　　(m19991603)

0.38 ふつうの計算では加算・減算では同じ種類の量どうしの，また乗算は異なる種類の量どうしの計算であることが多い．例えば,「重さ＋長さ」や「金額×金額」は無意味だが,「長さ＋長さ＝長さ」,「単価×個数＝金額」には意味がある．しかし例外もある．

(1) 同種の量の掛け算で，日常的に使われるものの例をあげよ．

(2) 異なる種類の量の足し算で，日常的に使われ，数値にも十分意味のあるものの例をあげよ．

(図書館情報大 1999)　　(m19991604)

0.39 ある計算機では 2 つの数の加減算には 1 の時間が，乗算には 10 の時間がかかり，これは数の大きさに関わらず一定である．(1)〜(3) の各式の値をできるだけ短い時間で計算する手順と所要時間を求めよ．ただし，計算で得られた結果は後で何度でも自由に使ってよい．また式は事前に自由に変形してよいが，a, b, c, x がとる数値は，その変形前にはわからないとする．計算手順の書き方は下の例参照．

(1) $ab{+}ac$ をこのまま計算すれば $X = a\times b,\ Y = a\times c,\ X{+}Y = (a\times b){+}(a\times c)$ で乗算 2 回，加算 1 回が必要，所要時間は $2\times 10{+}1 = 21$ だが，$a(b{+}c)$ と変形すれば $Z = b{+}c,\ a\times Z = a\times(b{+}c)$ となって乗算 1 回，加算 1 回で済み，所要時間は $10 + 1 = 11$ になる．

(2) $2x$ は $2 \times x$ とすれば所要時間 10，$2x = x + x$ とすれば所要時間は 1 になる．

(1) $a^2 - b^2$ (2) $ax^2 + bx + c$ (3) $6x^2 + 5x + 1$

(図書館情報大 1999) (m19991605)

0.40 後置記法と呼ばれる数式の表現法では，通常の表現法での「$a+b$」という式は「$ab+$」のように，加減乗除の記号を最後に書いて表す.「$(a+b)\times c$」の場合は「$a+b$」が「$ab+$」になり，c を右側から掛けるから，後置記法では「$ab+c\times$」となる．一方,「$a+b\times c$」は「$b\times c$」，つまり「$bc\times$」に左側から a を足すから,「$abc\times +$」になる．また「$a\times b+(c-d)$」は「$ab\times cd-+$」となる．このように後置記法ではでは括弧を用いる必要がなくなる．これらの後置記法の式は次のように構成されていると考えることができる．

$$\underbrace{ab+} \qquad \underbrace{\underbrace{ab+}\,c\times} \qquad \underbrace{a\,\underbrace{bc\times}\,+} \qquad \underbrace{\underbrace{ab\times}\,\underbrace{cd-}\,+}$$

(1) 以下の式を後置記法で表現せよ．

i. $a - b + c$ ii. $a + b \times (c - d)$

(2) 以下の後置記法の式を通常の表現法で表現せよ．

i. $ab + c - d\times$ ii. $ab\div\ c + def + -\times$

(図書館情報大 1999) (m19991606)

0.41 (1) 10 進数の 21 を 2 進数で表せ．

(2) 2 進数の 101.101 を 10 進数で表せ．

(3) 10 進数の 0.3 を 2 進数で表せ．

ただし，2 進数，10 進数に関わらず小数点 5 桁未満は切り捨てる．

(図書館情報大 1999) (m19991607)

0.42 次の積分をせよ．

(1) $\displaystyle\int_0^1 (2x+1)^4 dx$ (2) $\displaystyle\int_{-1}^0 xe^{-x} dx$

(図書館情報大 1999) (m19991608)

0.43 $X = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -6 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ とする．X , X^{-1} を求めよ．

(図書館情報大 1999) (m19991609)

0.44 右の図のようにつながった管の上の入り口から玉を落とすと，

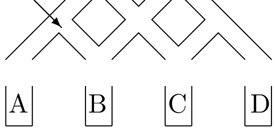
玉は枝分かれのところで，左側 : 右側 $= 3 : 2$ の比率で

下に進み，最後に下の A〜D のいずれかの容器に入る．

1000 個の玉を上から落としたとき，次の問に答えよ．

(1) 枝分かれの点 L を通過する玉の個数の期待値を求めよ．

(2) B の容器に入る玉の個数の期待値を求めよ．



(図書館情報大 1999)　　(m19991610)

0.45　積分 $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)}dx$ を求めよ．ただし，$a>0$, $b>0$ である．

(茨城大 1999)　　(m19991701)

0.46　定積分 $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{1}{(1+x^2)^2}\,dx$ を求めよ．

(茨城大 1999)　　(m19991702)

0.47　$f_0(x)$ を値 1 をとる定数関数とするとき，次の各問に答えよ．

(1)　$f_1(x)=\displaystyle\int_0^x f_0(t)dt$，　$f_2(x)=\displaystyle\int_0^x f_1(t)dt$，　$f_3(x)=\displaystyle\int_0^x f_2(t)dt$ を求めよ．

(2)　$f_n(x)=\displaystyle\int_0^x f_{n-1}(t)dt$　(ただし，$n=1,2,3,\cdots$) を求めよ．

(3)　$E(x)=\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} f_n(x)$ とおくとき　$\dfrac{d}{dx}E(x)$ を求めよ．

(茨城大 1999)　　(m19991703)

0.48　極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}\right)^n$ を求めよ．ただし，n は自然数とする．

(茨城大 1999)　　(m19991704)

0.49　(1)　微分方程式 $\begin{cases} y''+2y'+2y=0 \\ y(0)=1\ ,\ y'(0)=-1 \end{cases}$ の解 $y(t)$ を求めよ．

(2)　(1) で求めた関数 $y(t)$ のグラフを $0 \leqq t \leqq 4\pi$ の範囲でかけ．

(茨城大 1999)　　(m19991705)

0.50　(1)　A,B,C を 2 次の正方行列とするとき，$(A+B)C=AC+BC$ が成り立つことを示せ．

(2)　2 次の行列の行列式，3 次の行列の行列式，4 次の行列の行列式のそれぞれの定義を記せ．

(3)　行列について，上記の (1), (2) 以外に知っていることを記せ．

(茨城大 1999)　　(m19991706)

0.51　$A=\begin{pmatrix} 1 & x & z \\ x & 1 & y \\ z & y & 1 \end{pmatrix}$ について，

(1)　A の階数が 1 となる数の組 (x,y,z) をすべて求めよ．

(2)　$x=1$, $y=2$ のとき，

(a) $\det A=0$ となる z を求めよ．

(b) $\det A\neq 0$ のとき，A の逆行列 A^{-1} を求めよ．

(茨城大 1999)　　(m19991707)

0.52　複素関数 $f(z)=\dfrac{z^2+z+1}{z^2-1}$ について，

(1)　$f(z)$ の各特異点における留数を求めよ．

(2)　次に示された曲線上を正の向きにとった積分路を C として，複素積分 $\displaystyle\int_C f(z)\,dz$ を求めよ．

(a)　$C:|z-1|=1$

(b)　$C:|z-i|=2$

(茨城大 1999)　　(m19991708)

0.53 $\tan^{-1}x$ は $\tan x$ の逆関数で区間 $\left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right)$ に値をとるとする．このとき

(1) $(\tan^{-1}x)'$ を求めよ．

(2) $\dfrac{d}{dt}\tan^{-1}(\cos t)$ を求めよ．

(3) $\tan^{-1}(\cos t)$ の導関数の $t=\dfrac{\pi}{2}$ における値を求めよ．

(信州大 1999)　　(m19991901)

0.54 次の関数の極値を求めよ．　$f(x,y)=x^2-xy+y^2-4x-y$

(信州大 1999)　　(m19991902)

0.55 極座標に変換することによって，次の 2 重積分を求めよ．

$$\iint_{x^2+y^2\leqq 2y}(x^2+y^2)\,dx\,dy$$

(信州大 1999)　　(m19991903)

0.56 次の連立方程式を解け．

$$\begin{cases} x+3y+2z-3w=0 \\ 2x+y+z+2w=-2 \\ x+2y-z+w=2 \\ 2x+4y+z-w=1 \end{cases}$$

(信州大 1999)　　(m19991904)

0.57 次の行列の固有値と固有空間を求めよ．

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(信州大 1999)　　(m19991905)

0.58 実数上の n 次元数ベクトル空間 V に自然な内積 $(\bigcirc,\bigcirc)$ が定義されているとする．V の n 個の数ベクトル $v_1, v_2, v_3, \cdots, v_n$ が

$$(v_i, v_j)=\begin{cases} 1, i=j \\ 0, i\neq j \end{cases}$$

を満たすならば $\{v_1, v_2, v_3, \cdots, v_n\}$ は V の基底となることを証明せよ．

(信州大 1999)　　(m19991906)

0.59 閉区間 $[a,b]$ を含むある開区間上で定義された実数値関数 $f(x)$ が 2 回連続微分可能で，任意の点 $x\in[a,b]$ において，$f''(x)\geq 0$ とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 任意の $c\in[a,b]$ に対して，次の不等式が成立することを証明せよ．

$$(b-c)f(a)+(c-a)f(b)\geq(b-a)f(c)$$

(2) (1) の不等式で，真に不等号 $>$ が成立するのはどんな場合か．

(3) 上の結果を用いて，$0<x<\dfrac{\pi}{2}$ のとき，$\sin x>\dfrac{2}{\pi}x$ となることを示せ．

(新潟大 1999)　　(m19992001)

0.60 一般項が次の式で表される数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ の極限値を求めるとともに，その値が極限値になることを証明せよ．

(1) $\sqrt{n}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$

(2) $\dfrac{10^n}{n!}$

(3) $\sqrt[n]{a}$,　(a は正の定数)

(新潟大 1999)　　(m19992002)

0.61 $[0,1]\times[0,1]$ 上の関数 f を

$$f(x,y)=\frac{(x+y)-|x-y|}{2}\ ,\quad (0\leq x\leq 1\ ,\ 0\leq y\leq 1)$$

と定義する．このとき，次の問いに答えよ．

(1) $f(\frac{1}{3},y)$ 及び $f(\frac{2}{3},y)$ の y に関するグラフを描け．

(2) $0\leq x\leq 1$ のとき，$\displaystyle\int_0^1 f(x,y)dy$ を求めよ．

(3) $\displaystyle\int_0^1\int_0^1 f(x,y)dy\,dx$ を求めよ．

(新潟大 1999)　　(m19992003)

0.62 行列 $A=\begin{pmatrix}1&0&2&-3\\0&1&2&5\\2&0&8&2\\1&1&4&2\end{pmatrix}$ で与えられる連立方程式 $A\begin{pmatrix}x\\y\\z\\w\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\end{pmatrix}$ を考える．
このとき，次の問いに答えよ．

(1) 行の基本変形を行うことにより，A の階級 (rank) を求めよ．

(2) 上の連立方程式を解け．

(新潟大 1999)　　(m19992004)

0.63 実数 a に対して，$A=\begin{pmatrix}1&-1&-1\\0&a&1\\2&2&4\end{pmatrix}$ とおく．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 方程式 $f(x)=x^3-(a+5)x^2+(5a+4)x-6a+4=0$ は，a の値によらない解をもつことを示し，その解を求めよ．

(2) A の固有値を求めよ．

(3) ある a に対して，$P^{-1}AP=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&4\end{pmatrix}$ を満たす行列 P を 1 つ求めよ．

(新潟大 1999)　　(m19992005)

0.64 球面 $x^2+y^2+z^2=1$ の $y>0,\ z>0$ の部分を M とし，$A(1,0,0),\ B(-1,0,0)$ とする．M 上の点 $P(x,y,z)$ から xy 平面に下ろした垂線の足を Q とするとき，以下の問いに答えよ．

(1) 三角形 ABQ の面積 S を $x,\ y$ で表せ．

(2) 三角錐 $PABQ$ の体積 V を $x,\ y$ で表せ．

(3) P が M 上を動くとき，V の最大値を求めよ．

(長岡技科大 1999)　　(m19992101)

0.65 関数 $f(x)=2|x|+x$ について，以下の問いに答えよ．

(1) $y=f(x)$ のグラフをかけ．

(2) $F(t)=\displaystyle\int_t^{t+1} f(x)dx$ とおく．t がすべての実数の範囲を動くとき，$F(t)$ の最小値を求めよ．

(長岡技科大 1999)　　(m19992102)

0.66 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+ay=0$ について，以下の問いに答えよ．

(1) $a=-2$ のとき一般解を求めよ．

(2) $a=2$ のとき一般解を求めよ．

(3) 条件 $y(0)=y(\pi)=0$ を満たす解で，定数関数ではないものが存在するような定数 a をすべて求めよ．

(長岡技科大 1999)　　(m19992103)

0.67 以下の問いに答えよ．

(1) 点 $P(x,y)$ から x 軸に下ろした垂線の足（P が x 軸上にあるときは P 自身）を $P'(x',y')$ とする．P を P' に移す一次変換を $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}=A\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ と表すとき，行列 A を求めよ．

(2) 点 $P(x,y)$ から直線 $y=kx$（k は定数）に下ろした垂線の足（P がこの直線上にあるときは P 自身）を $P'(x',y')$ とする．P を P' に移す一次変換を $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}=B\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ と表すとき，行列 B を求めよ．

(長岡技科大 1999)　　(m19992104)

0.68 ２人でジャンケンをする．以下の問いに答えよ．

(1) １回で勝負が決まる確率を求めよ．

(2) ３回以内で勝負が決まる確率を求めよ．

(3) n 回以内で勝負が決まる確率を求めよ．

(長岡技科大 1999)　　(m19992105)

0.69 次のことを示せ．

(1) $f(x)=\begin{cases} x^{-1} & (x\neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$ とする．$f(x)$ は連続でない．

(2) $f(x)=\begin{cases} x^{m} & (x>0) \\ 0 & (x\leqq 0) \end{cases}$ とする．$m\geqq 3$ ならば，$f'(x)$ は微分可能である．

(3) 数列 $\left\{\dfrac{1}{n^2}\right\}$ は有界である．

(金沢大 1999)　　(m19992201)

0.70 次の積分を行いなさい．　$a>0$ で a は定数．

(1) $\displaystyle\int x^2\cdot e^{ax}dx$　　　(2) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2-a^2}$

(金沢大 1999)　　(m19992202)

0.71 (1) 関数 $f(x)=\log(1+x)$ に対して，$f^{(n)}(x)$，$n=0,1,2,\cdots$ を求めよ．

(2) 関数 $g(x)=\log\dfrac{1+x}{1-x}$ に対して， $g(x)$ のマクローリン展開を書け．すなわち $g(x)$ をべき級数 $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ の形で表せ．

(金沢大 1999)　　(m19992203)

0.72 (1) 極座標変換 $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$ に対して，ヤコビ行列式 $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)}$ を求めよ．

(2) 重積分

$$\iint_{x^2+y^2\leqq 1} \sqrt{x^2+y^2}\,\exp\Big(-\big(\sqrt{x^2+y^2}\big)^3\Big)dxdy$$

を求めよ．ただし， $\exp(t)=e^t$ である．

(金沢大 1999)　　(m19992204)

0.73 次の微分方程式を解きなさい．

(1) $(1+x)y+x(1-y)\dfrac{dy}{dx}=0$

(2) $\dfrac{dx}{dt}=ay \quad , \quad \dfrac{dy}{dt}=-ax \qquad (a>0)$

(金沢大 1999)　　(m19992205)

0.74 ある化学反応では，物質の濃度が減少する速さは，その物質の濃度に比例する．時刻 $t=0$ で，濃度 $x=x_0$ として，濃度の時間的変化を求めなさい．

(金沢大 1999)　　(m19992206)

0.75 行列 $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ に対して，次に答えよ．

(1) A の行列式 $|A|$ の値を，第 2 行に関して（余因子）展開することにより求めよ．

(2) A は正則か．正則ならば，その逆行列 A^{-1} を求めよ．

(金沢大 1999)　　(m19992207)

0.76 行列 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$, $I=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ に対して，次の問に答えよ．

(1) 行列式 $|\lambda I - A|$ が 0 となる λ の値を求めよ．

(2) (1) における λ の値に対して， $A\mathbf{x}=\lambda\mathbf{x}$ を満たすベクトル $\mathbf{x}=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ をすべて求めよ．

(金沢大 1999)　　(m19992208)

0.77 V を実ベクトル空間とする．

(1) $\{v_1, v_2, \cdots, v_n\}$ が V の 1 つの基底であることの定義を述べよ．

(2) V を 3 次元列ベクトル空間とし，

$$v_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},\ v_2=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},\ v_3=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

とおく．(1) の定義に基づき，$\{v_1, v_2, v_3\}$ は V の 1 つの基底であることを示せ．

(金沢大 1999）　(m19992209)

0.78 次のベクトル解析の公式を証明しなさい．

(1) $\overrightarrow{A}\times\ (\overrightarrow{B}\times \overrightarrow{C}) = \overrightarrow{B}(\overrightarrow{A}\cdot\overrightarrow{C}) - \overrightarrow{C}(\overrightarrow{A}\cdot\overrightarrow{B})$

(2) $\mathrm{div}(\mathrm{rot}\,\overrightarrow{A}) = 0$

(金沢大 1999)　(m19992210)

0.79 位置ベクトルを $\overrightarrow{r} = x\,\overrightarrow{i} + y\,\overrightarrow{j} + z\,\overrightarrow{k}$, $r = |\overrightarrow{r}|$ と示す．ベクトル $\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{k}$ は各々x, y, z 方向の単位ベクトルである．このとき以下の式が成り立つことを示しなさい．

$\mathrm{grad}(r^n) = n\, r^{n-2}\ \overrightarrow{r}$

(金沢大 1999)　(m19992211)

0.80 関数 $f(t)$ は 2 回連続的微分可能で， $f(t), f'(x), f''(x)$ は有界とする．

$s > 0$ に対して $g(s) = \displaystyle\int_0^\infty e^{-st} f(t)\, dt$ とするとき，次の問に答えよ．

(1) $\displaystyle\int_0^\infty e^{-st} f''(x)\, dt = s^2 g(s) - s f(0) - f'(0)$ を示せ．

(2) ω は定数とする． $f(t) = \sin \omega t$ のとき， $g(s)$ を求めよ．

(金沢大 1999）　(m19992212)

0.81 $a \neq 0$ のとき，以下の不等式の解を求めよ．

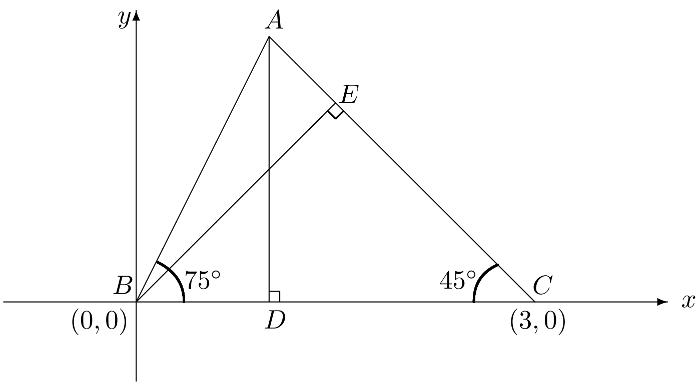
$$a - \frac{2}{a} < 1$$

(豊橋技科大 1999）　(m19992701)

0.82 図に示す三角形 ABC に関して次の各問に答えよ．

(1) $\sin 75^\circ$, $\cos 75^\circ$ を加法定理を用いて求めよ．

(2) 点 C の座標を $(3, 0)$, 点 A , B より辺 BC , AC に下ろした垂線を AD , BE とする．このとき，辺 AE , EC の長さを求めよ．



(3) 三角形 ABC の外接円の中心の座標を求めよ．

(豊橋技科大 1999）　(m19992702)

0.83 以下の連立不等式が表す領域の面積 S を求めよ．

$$\begin{cases} x + y \leq 3 \\ xy \geq 2 \\ x > 0 \end{cases}$$

(豊橋技科大 1999）　(m19992703)

0.84 次の各問いに答えよ．

(1) 次の無限数列の一般項を示し，収束・発散を調べ，収束する場合にはその極限値を求めよ．

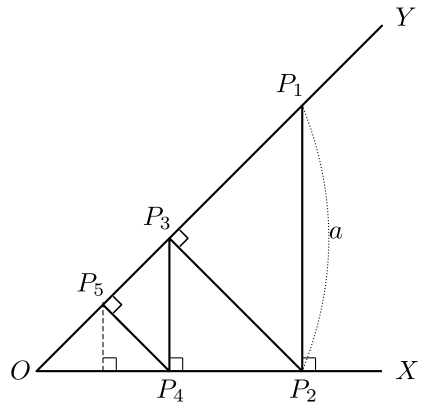
(a) $\dfrac{3}{1}$, $\dfrac{5}{4}$, $\dfrac{7}{7}$, $\dfrac{9}{10}$, $\dfrac{11}{13}$, $\cdots\cdots$

(b) $\sqrt{2}-\sqrt{1}$, $\sqrt{4}-\sqrt{2}$, $\sqrt{6}-\sqrt{3}$, $\cdots\cdots$

(2) 図において，$\angle XOY=\pi/4$, P_1P_2 の長さを a とする．OY 線上の点 P_1 から，OX 線上に垂線を下ろした点を P_2 とする．さらに点 P_2 から OY 線上に垂線を下ろし，その点を P_3 とする．同様に順次 , P_4 , P_5 , $\cdots\cdots$ を無限にとるものとする．このとき，次の問いに答えよ．

(a) 垂線（線分）の和を級数で示せ．

(b) 垂線（線分）の和を求めよ．



(3) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2+4n+3}$ を求めよ．

(豊橋技科大 1999) (m19992704)

0.85 以下は微分方程式の解き方のあらすじである．それについて以下の (1)〜(3) の各問に答えよ．

次の方程式を満たす y を求める．

$$\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x) \qquad \text{（イ）}$$

$P(x)$, $Q(x)$ は， x のみの関数である．まず u , v を x の関数として，

$$y=uv \qquad \text{（ロ）}$$

とおく．ここで

$$v=e^{-\int P(x)dx} \qquad \text{（ハ）}$$

とすると

$$\frac{dv}{dx}+P(x)v=0 \qquad \text{（ニ）}$$

となる．次に du/dx を求め，これを $F(x)$ とすると

$$\frac{du}{dx}=F(x) \qquad \text{（ホ）}$$

これから

$$u=\int F(x)dx+C \quad (C\text{ は任意定数}) \qquad \text{（ヘ）}$$

と書けるので， y が求まる．

(1) （イ）（ロ）（ハ）を用いて

$$\frac{dv}{dx}+P(x)v=0$$

であることを示せ．

(2) （イ）（ロ）（ハ）を用いて du/dx を求めることにより， $F(x)$ を $P(x)$, $Q(x)$ で表せ．

(3) $x\dfrac{dy}{dx}+y=\log x$ を満たす y を求めよ．ただし，log は自然対数を表す．

(豊橋技科大 1999） (m19992705)

0.86 平面上の点 $A(1,2)$ を，点 $B(3,4)$ を中心として時計回りに 90 度回転させた．回転後の点 A の座標を求めよ．

(豊橋技科大 1999） (m19992706)

0.87 $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ とする．次の関係を満たす行列 X,Y をそれぞれ求めよ．

$$AX=YA=B$$

(豊橋技科大 1999） (m19992707)

0.88 式（イ）,（ロ）,（ハ）に関して各問いに答えよ．

$$A=\begin{pmatrix}3 & \sqrt{3}\\ \sqrt{3} & 5\end{pmatrix} \qquad \text{（イ）}$$

$$\begin{pmatrix}3 & \sqrt{3}\\ \sqrt{3} & 5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\lambda\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix} \qquad \text{（ロ）}$$

$$z=3x^2+2\sqrt{3}xy+5y^2-4\sqrt{3}x+4y \qquad \text{（ハ）}$$

(1) 式（イ）の A の行列式を求めよ．

(2) 式（ロ）の固有値 λ を求めよ．

(3) 式（ロ）の固有ベクトル $\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}$ を求めよ．

(4) x,y,z で表される 2 次曲面（ハ）を x,y,z に関して座標変換し，標準形で表せ．標準形とは，楕円面, 一葉双曲面, 二葉双曲面, 楕円放物面, 二次すい面を指す．

(豊橋技科大 1999) (m19992708)

0.89 硬貨を投げると表または裏がそれぞれ 1/2 の確率で出るとする．あなたが硬貨を投げ，表が出続ける限り投げ続けることができ，裏が 1 度でも出たらそこで終了するものとする．表が出た回数を k とする．例えば，表表裏と出れば $k=2$ であり，いきなり裏が出れば $k=0$ である．(ただし，$2^{10}=1024$, $2^{20}=1.048576\times10^6$, $2^{30}=1.073741824\times10^9$, $2^{40}\fallingdotseq 1.0995\times10^{12}$ である.)

(1) $k\geq 3$ となる確率を求めよ．

(2) $k\geq n$ となる確率を n を使った式で表せ．

(3) $k=n$ となる確率を n を使った式で表せ．

表が出た回数 k に応じてあなたは賞金 2^k 円が貰えるとする．

(1) 1000 円以上貰える確率を求めよ．

(2) あなたが貰える金額の期待値は何円か．

(3) 賞金は 2^{40} 円しか用意していないため，賞金が 2^{40} 円を超えた場合は貰える金額は 2^{40} 円になるものとする．賞金が 2^{40} 円を超えない場合は賞金の金額がそのまま貰える．あなたが貰える金額の期待値は何円か．

(豊橋技科大 1999)　　(m19992709)

0.90 関数の増大を示す最も基本的なものとして次の等式がある．

「 任意の整数 $m > 0$ に対して， $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x^m}{e^x} = 0$ 」

この等式は関数の増大について何を示しているのか．また，この等式が成立する理由を説明せよ．

(名古屋大 1999)　　(m19992801)

0.91 xyz 空間において，同一直線上にない 3 点 (x_1, y_1, z_1) ， (x_2, y_2, z_2) ， (x_3, y_3, z_3) を通る平面の方程式を求めよ．

(名古屋大 1999)　　(m19992802)

0.92 未知関数 $x(t)$ ， $y(t)$ に関する次の連立微分方程式 (E) を考える．

$$(E) \qquad \begin{pmatrix} dx/dt \\ dy/dt \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

(1) 行列 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ の固有値，固有ベクトルを求めよ．

(2) 連立微分方程式 (E) を解け．

(名古屋大 1999)　　(m19992803)

0.93 時刻 t_i $(i = 1, 2, \cdots, N)$ における N 個の測定データ x_i を最小 2 乗法によって直線 $x = a + bt$ で近似するものとする．このとき， a ， b を決める式を導け．

(名古屋大 1999)　　(m19992804)

0.94 次の積分の値を求めよ． $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\tan^{-1}x}{1+x^2}\,dx$

(名古屋工業大 1999)　　(m19992901)

0.95 関数 $f(x, y) = x^3 - xy + y^3$ について次の問に答えよ．

(1) f_x , f_y , f_{xx} , f_{xy} および f_{yy} を求めよ．

(2) 極値を求めよ．

(3) $-1 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$ での最大値と最小値を求めよ．

(名古屋工業大 1999)　　(m19992902)

0.96 次の積分の値を求めよ． $\displaystyle\iint_K (3x^2 + 2y)dx\,dy$,　$K : x^2 \leq y \leq 2 - x$

(名古屋工業大 1999)　　(m19992903)

0.97 (1) 二次元平面上の第一象限において $0 \leq x^2 + y^2 \leq R$ によって定められる部分を A とする．次の A 上での重積分を求めよ． $a > 0$ とする．

$$\iint_A e^{-(ax)^2-(ay)2} dx\,dy$$

ただし，次の変数変換を用いて計算を行うこと．

$$x = r\cos\theta$$
$$y = r\sin\theta$$

(2) (1) で求めたことを用いて次の積分を求めよ．

$$\int_0^{+\infty} e^{-(ax)^2} dx$$

(名古屋工業大 1999） (m19992904)

0.98 次の問に答えよ．

(1) 微分方程式 $y'' + y = 0$ の一般解を求めよ．

(2) $w = w(x)$ を微分方程式

$$4xw'' + 2w' + w = 0 \qquad (*)$$

の解とする．独立変数 x を $x = t^2$ により t に変換し，$u = w(t^2)$ と置くとき，u の満たす微分方程式を求めよ．

(3) 微分方程式 $(*)$ の一般解を求めよ．

(名古屋工業大 1999) (m19992905)

0.99 行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ に対して次を求めよ．

(1) $|A|$ および A^{-1}

(2) A の固有値

(3) 上の (2) で求めた各固有値に対する固有ベクトル

(名古屋工業大 1999） (m19992906)

0.100 次の行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{9}{8} & 1 \end{pmatrix}$$

について以下の問に答えよ．

(1) A の二つの固有値 λ_1 , λ_2 と，それぞれの固有値に対応する大きさ 1 の固有ベクトル $\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_2$ を求めよ．

(2) 一つのベクトル $\mathbf{x}$ は，$\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_2$ を用いて

$$\mathbf{x} = \alpha\mathbf{p}_1 + \beta\mathbf{p}_2$$

と書ける．このことを用いると，$A^n\mathbf{x}$ は，λ_1 , λ_2 $\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_2$ を用いてどのように表すことができるか．α , β は，実数である．

(3) 一つのベクトル $\mathbf{x}$ に対して，

$$A\mathbf{x}\ ,\ A^2\mathbf{x}\ ,\ \cdots\ ,\ A^n\mathbf{x}\ ,\ \cdots$$

なるベクトルの列は，二次元平面上の点列を表すが，この点列の挙動は，$\mathbf{x}$ の取り方によって異なるものになる．このことを，(1) と (2) で求めたことを用いて論じよ．

(名古屋工業大 1999） (m19992907)

0.101 昭和 25 年は西暦 1950 年であるが，1950 は 25 で割りきれる．昭和元年から 63 年までで西暦が割りきれるのは何か．

(京都大 1999) (m19993301)

0.102 次の積分方程式を求めよ．

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \int_a^x y(t)\cdot(x-t)dt$$

(京都大 1999) (m19993302)

0.103 行列 A が次のように定義されているとき，以下の問いに答えよ．

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \ldots & 1 \\ x_1 & x_2 & \ldots & x_n \\ {x_1}^2 & {x_2}^2 & \ldots & {x_n}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ {x_1}^{n-1} & {x_2}^{n-1} & \ldots & {x_n}^{n-1} \end{bmatrix}$$

(1) i 列目の x_i と j 列目の x_j が等しい場合，階数は n より 1 以上小さいことを示せ．

(2) A の行列式は $(x_i - x_j)$ で割りきれることを示せ．$(i \neq j)$

(3) 列の値がすべて同じ値である列数が m であるとすると，階数は $(n-m)$ であることを示せ．

(京都大 1999)　　(m19993303)

0.104 つぎの各問いに答えよ．

(1) i , $1+i$, $1-\sqrt{3}i$ を極形式で表せ．

(2) $e^z = 4i$ なる z を求めよ．

(3) $\displaystyle\int_C \frac{z-\frac{1}{3}}{z^3-z}dz$ ， $C : \left|z-\dfrac{1}{2}\right| = 1$ の反時計を計算せよ．

(4) $\dfrac{1}{z(z-i)}$ を $z=i$ 近辺でローラン展開せよ．

(京都大 1999)　　(m19993304)

0.105 円を 4 分割して，1 つを当たりとするとき，円をまわして 3 本矢を投げてすべて当たりになる確率はいくらか．

(京都大 1999)　　(m19993305)

0.106 $x>0$ で定義された関数 $y=x^x$ に対して，$\dfrac{dy}{dx}$ を計算せよ．

(京都工芸繊維大 1999)　　(m19993401)

0.107 $\displaystyle\lim_{x \to +0} x \log x$ の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 1999)　　(m19993402)

0.108 定積分 $\displaystyle\int_1^3 \frac{dx}{x^2-2x+5}$ の値を求めよ．

(京都工芸繊維大 1999)　　(m19993403)

0.109 微分方程式 $y' + y = x$ を解け．

(京都工芸繊維大 1999)　　(m19993404)

0.110 行列 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 4 & 5 & 6 & 4 \\ 6 & 10 & 15 & 6 \\ 4 & 10 & 20 & 4 \end{pmatrix}$ の階数（rank）を求めよ．

(京都工芸繊維大 1999)　　(m19993405)

0.111 以下の問に答えよ．ただし，$C(m,r)$ は異なる m 個のものから r 個とる組み合わせの数を表す．ただし，$C(m,r)$ の値は，$m \geqq r$ の場合は通常の定義に従うものとし，$m<r$ の場合は $C(m,r)=0$ と定めることにする．

(1) 次の値を n を用いて表せ．最終結果だけでなく，その根拠も簡単に書け．ただし， n は正の整数とする．

$$C(n,0)+2C(n,1)+3C(n,2)+\cdots+(n+1)C(n,n)$$

(2) 2以上の整数 n に対して条件 [1] を満たす整数を x,y,z とする．

$$0 \leqq x < y < z \leqq n \cdots\cdots\cdots [1]$$

x,y,z の関数 $f(x,y,z)$ を次のように定義する．

$$f(x,y,z)=C(x,1)+C(y,2)+C(z,3)$$

条件 [1] を満たす組 (x,y,z) すべての集合を関数 f の定義域とするとき，異なる値 $f(x,y,z)$ の個数 $R(n)$ を考える．すなわち， $R(n)$ は関数 f の値域の要素数である．

$x_1 \neq x_2$ あるいは $y_1 \neq y_2$ あるいは $z_1 \neq z_2$ のいずれかが成り立つとき，

$f(x_1,y_1,z_1)=f(x_2,y_2,z_2)$ となる場合は，値 $f(x_1,y_1,z_1)$ を重複して勘定しないことに注意せよ．

(a) 条件 [1] を満たす (x,y,z) の組の個数（すなわち，関数 f の定義域の要素数）を n を用いて表せ．最終結果だけでなく，その根拠も簡単に示せ．

(b) $n=6$ の場合，異なる $f(x,y,z)$ の値をすべて列挙せよ．また， $R(6)$ の値も書け．

(c) 一般の n に対して $R(n)$ の値を n を用いて表せ．最終結果だけでなく，その根拠も簡単に示せ．

（大阪大 1999） (m19993501)

0.112 実数値関数 $f(x)$ を

$$f(x)=\int_0^\pi \frac{\sin y}{\sqrt{1-2x\cos y+x^2}}\,dy$$

とするとき，次の問に答えよ．

(1) $f(0)$ の値を求めよ．

(2) 積分を用いずに $f(x)$ を表せ．

(3) $f(x)$ のグラフの概形をかけ．

(4) 広義積分 $\displaystyle\int_1^\infty x^{-\frac{1}{2}}f(x)\,dx$ を求めよ．

（大阪大 1999） (m19993502)

0.113 2次曲線 $2x^2-4xy+5y^2=3$ を標準化して，そのグラフを書くことを考える．

以下の問に順次答えよ．

(1) 2次形式 $F=2x^2-4xy+5y^2$ の行列 A を求めよ．

(2) 対称行列 A の固有値 α , β を求めると共に，それぞれに対応した大きさ1の固有ベクトル $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ を計算せよ．

(3) 直交行列の定義を述べよ．また，(2) で求めた列ベクトル $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ より2次の正方行列 $P=[\mathbf{u},\mathbf{v}]$ を作成した場合， P が直交行列となっていることを示せ．

(4) P を用いて，行列 A を対角化せよ．

(5) (3) で求めた P を用いて，次式のようにもとの (x,y) 座標系から (x',y') 座標系に変換した場合，新しい座標系ともとの座標系の関係はどのようになっているか示せ．

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

(6) 2次曲線 $2x^2-4xy+5y^2=3$ に対して，(5) の座標変換を行い，新しい座標系 (x',y') で表現したときの式を求めよ．

(7) 与えられた2次曲線 $2x^2-4xy+5y^2=3$ の図形を描け．

(大阪大 1999） (m19993503)

0.114 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1^2}}+\frac{1}{\sqrt{n^2+2^2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n^2+n^2}}\right)$ の値を求めよ．

(神戸大 1999） (m19993801)

0.115 $I_n=\displaystyle\int_0^\infty x^n e^{-x^2}dx$ $\quad I_n$ と I_{n+2} の関係を調べ，I_{2n+1} を求めよ．

(神戸大 1999) (m19993802)

0.116 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^{-x}-(a_0+a_1x+\cdots+a_nx^n)}{x^{n+1}}$ が有限な値として確定するように $a_0,a_1,\cdots,a_n$ を定め，この極限値を求めよ．但し，ロピタルの定理を用いてはならない．

(神戸大 1999) (m19993803)

0.117 次のような変数変換について以下の問いに答えよ．

$$x=u^2-v^2 \quad y=2uv$$

ただし，$D=\{(x,y)|x^2+y^2\leq 1\}$ $\ E=\{(u,v)|u^2+v^2\leq 1\}$ とする．

(1) $u^2+v^2\leq 1$ が $x^2+y^2\leq 1$ に移ることを証明せよ．

(2) ヤコビアンを求めよ．

(3) $\displaystyle\int_D dxdy$, $\displaystyle\int_E\left|\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}\right|dudv$ を求めよ．

(4) $\displaystyle\int_D dxdy=\int_E\left|\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}\right|dudv$ は成立しない．何故か．

(神戸大 1999) (m19993804)

0.118 $y''-4y'+3y=9x^2+1$ の一般解を求めよ．

(神戸大 1999) (m19993805)

0.119 次の行列式の値を求めよ．

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

(神戸大 1999） (m19993806)

0.120 以下の問に答えよ．

(1) n を自然数とし，$0<i<n$ とするとき，${}_nC_i={}_{n-1}C_i+{}_{n-1}C_{i-1}$ が成り立つことを示せ．

(2) 次の行列式の値を求めよ．

$$\begin{vmatrix} {}_0C_0 & {}_1C_1 & {}_2C_2 & {}_3C_3 & {}_4C_4 & {}_5C_5 & {}_6C_6 \\ {}_1C_0 & {}_2C_1 & {}_3C_2 & {}_4C_3 & {}_5C_4 & {}_6C_5 & {}_7C_6 \\ {}_2C_0 & {}_3C_1 & {}_4C_2 & {}_5C_3 & {}_6C_4 & {}_7C_5 & {}_8C_6 \\ {}_3C_0 & {}_4C_1 & {}_5C_2 & {}_6C_3 & {}_7C_4 & {}_8C_5 & {}_9C_6 \\ {}_4C_0 & {}_5C_1 & {}_6C_2 & {}_7C_3 & {}_8C_4 & {}_9C_5 & {}_{10}C_6 \\ {}_5C_0 & {}_6C_1 & {}_7C_2 & {}_8C_3 & {}_9C_4 & {}_{10}C_5 & {}_{11}C_6 \\ {}_6C_0 & {}_7C_1 & {}_8C_2 & {}_9C_3 & {}_{10}C_4 & {}_{11}C_5 & {}_{12}C_6 \end{vmatrix}$$

(神戸大 1999) (m19993807)

0.121 行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{vmatrix}$ のうち，a_{24} , a_{42} , a_{63} を含む項の合計を求めよ．

(神戸大 1999)　　(m19993808)

0.122 関数 $y = x^4 - 2x^3$ の増減表・極値を求めて，そのグラフをかけ．

(山口大 1999)　　(m19994301)

0.123 次の関数のマクローリン展開を x^3 の項まで求めよ．

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}}$$

(山口大 1999)　　(m19994302)

0.124 次の微分方程式を解け．

$$y'' + 2y' + 3y = 2\cos x$$

(山口大 1999)　　(m19994303)

0.125 次の行列の固有値，固有ベクトルを求めよ．

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(山口大 1999)　　(m19994304)

0.126 袋の中に白玉４個，赤玉６個が入っている．同時に４個取り出すとき，２個が白玉，２個が赤玉である確率を求めよ．

(山口大 1999)　　(m19994305)

0.127 次の極限値を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0} (1+5x)^{\frac{1}{x}}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{x^n}{e^x}$ （ n は正の整数）　　(4) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x - \sin^{-1}x}{x^3}$

(徳島大 1999)　　(m19994401)

0.128 次の問に答えよ．

(1) $x = r\cos\theta, y = r\sin\theta$ とする．このとき，行列式 $J = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial r} & \dfrac{\partial y}{\partial r} \\ \dfrac{\partial x}{\partial \theta} & \dfrac{\partial y}{\partial \theta} \end{vmatrix}$ を r, θ で表せ．

(2) (1) で求めた J に対して，$I = \displaystyle\int_0^\infty\int_0^\infty f(x,y)dxdy = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^\infty f(r\cos\theta, r\sin\theta)Jdr$ であることを用いて，$f(x,y) = e^{-x^2-y^2}$ のとき I の値を求めよ．

(徳島大 1999)　　(m19994402)

0.129 次の微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ．

(1) $y'' - 3y' + 2y = 0$

(2) $y'' - 3y' + 2y = \cos x$

(3) $y'' - 2y' + y = 0$

(4) $y'' - 2y' + y = e^x$

(徳島大 1999)　　(m19994403)

0.130 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ の固有値と固有ベクトル（ただし，長さ 1 のもの）を求めよ．

(徳島大 1999)　　(m19994404)

0.131 $f(x) = \begin{cases} x^3 \sin\left(\dfrac{1}{x}\right) & (x > 0) \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases}$

(1) 導関数 $f'(x)$ を求めよ．

(2) 導関数 $f'(x)$ は連続であるか調べ，また，導関数 $f'(x)$ が微分可能な関数か調べよ．

(九州大 1999)　　(m19994701)

0.132 曲線 $f(x) = (e^x + e^{-x})/2$ に関して以下の問に答えよ．

(1) $y = f(x)$ の増減を調べグラフを描け．

(2) 区間 $[\alpha, \alpha + 1]$ の曲線の長さ $h(\alpha)$ を求めよ．

(3) $h(\alpha)$ の最小値を求めよ．

(九州大 1999)　　(m19994702)

0.133 $\begin{cases} x = r \sin\theta \cos\varphi \\ y = r \sin\theta \sin\varphi \\ z = r \cos\theta \end{cases} \qquad (0 \leq \theta \leq \pi\ ,\ 0 \leq \varphi \leq 2\pi\ ,\ r \geq 0)$ 　　とする．

(1) ヤコビヤンが $r^2 \sin\theta$ になることを示せ．

(2) $D\ :\ \{x^2 + y^2 + z^2 \leqq R^2 \qquad x \geqq 0\ ,\ y \geqq 0\ ,\ z \geqq 0\ \}$

D は半径 R の球の $\dfrac{1}{8}$ である．このときの

$$\iiint_D xy\, dx\, dy\, dz$$

を求めよ．　(九州大 1999)　　(m19994703)

0.134 次の連立微分方程式がある．

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}x(t) = y(t) - t^2 - 4 \\ \dfrac{d}{dt}y(t) = -x(t) - t^2 \end{cases}$$

ただし，$x(1) = -1, y(1) = 1$ である．

(1) 上の連立微分方程式より $y(t)$ を消去し，$x(t)$ に関する微分方程式を導け．

(2) $x(t),\ y(t)$ を求めよ．

(九州大 1999)　　(m19994704)

0.135 つぶれていない四面体には 4 個の頂点がある．各頂点の座標を (x_i, y_i, z_i) $(1 \leqq i \leqq 4)$ とする．四面体内（表面を含む）の任意の点 P の座標を (x, y, z) で表すとき，

$$u(x,y,z) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 z \qquad (*)$$

で表せる関数 $u(x,y,z)$ を考える．ただし，α_i $(1 \leqq i \leqq 4)$ は定数である．このとき次の各問いに答えよ．

(1) 4 個に頂点における関数値 u_i $(1 \leqq i \leqq 4)$ を既知とするとき，α_i $(1 \leqq i \leqq 4)$ を決定する連立 1 次方程式を求めよ．

(2) 直前に求めた連立 1 次方程式で α_i $(1 \leqq i \leqq 4)$ を求め，それを $(*)$ 式に代入した結果を

$$u(x,y,z) = \sum L_i(x,y,z) u_i \qquad (**)$$

と表す．ただし，$\sum$ は $i = 1$ から 4 までの総和を表し，$L_i(x,y,z)$ は次式で与えられる．

$$L_i(x,y,z) = a_i + b_i x + c_i y + d_i z \qquad (***)$$

(a) $L_i(x,y,z)$ $(1 \leqq i \leqq 4)$ の各頂点における関数値を求めよ．

(b) $L_i(x,y,z)$ $(1 \leqq i \leqq 4)$ の四面体の 6 個の辺の各中点における関数値を求めよ．

(c) $(***)$ 式の a_i, b_i, c_i, d_i を以下の 5 個の行列式 (A, B, C, D, E) を用いて表現せよ．その際，i が 1 から 4 まで動いたときの j, k, l のとる値を明示せよ．

$$A = \begin{vmatrix} x_j & y_j & z_j \\ x_k & y_k & z_k \\ x_l & y_l & z_l \end{vmatrix}, \quad B = \begin{vmatrix} 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_k & z_k \\ 1 & y_l & z_l \end{vmatrix}, \quad C = \begin{vmatrix} x_j & 1 & z_j \\ x_k & 1 & z_k \\ x_l & 1 & z_l \end{vmatrix},$$

$$D = \begin{vmatrix} x_j & y_j & 1 \\ x_k & y_k & 1 \\ x_l & y_l & 1 \end{vmatrix}, \quad E = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix}$$

(九州大 1999)　　(m19994705)

0.136 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする．

(1) A の固有値と重複度を求めよ．

(2) 直交行列を使って A を対角化せよ．

(九州大 1999）　　(m19994706)

0.137 次の各問いに答えよ．

(1) $f(z)$ は単位円 $|z| \leqq 1$ で正則で，円周 $|z| = 1$ 上で $|f(z)| \leqq M$ を満たす． コーシーの積分公式

$$f(a) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f(z)}{z-a} dz, \qquad (|a| < 1)$$

を用いて，$|f(0)| \leqq M$ を示せ．

(2) $g(z) = \dfrac{a-z}{1-\bar{a}z}$ は円周 $|z| = 1$ 上で $|g(z)| = 1$ を満たすことを示せ．

(3) この $g(z)$ との合成関数を用いることにより，上の (1) の条件を満たす関数 $f(z)$ は単位円内のすべての点で $|f(z)| \leqq M$ を満たすことを示せ．

(九州大 1999) (m19994707)

0.138 数列 $\{a_n\}$ において， $a_1 = a_2 = 1$ ， $a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$ であるとき，次の問に答えよ．

(1) $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ とおくとき， S_n と a_{n+2} の間に成り立つ関係式を推定せよ．

(2) 上の問で推定した関係式を数学的帰納法によって証明せよ．

(九州芸術工科大 1999) (m19994801)

0.139 x の関数 $f(x) = \displaystyle\int_0^1 \sqrt{\mid t - x \mid}\,dt$ について，次の問に答えよ．

(1) $f(x)$ の微分 $f'(x)$ を求めよ．

(2) $-1 \leq x \leq 1$ における $f(x)$ の最大・最小値を求めよ．

(九州芸術工科大 1999) (m19994802)

0.140 次の極限値を求めなさい． $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{e^{3x} - 1}{x}$

(佐賀大 1999) (m19994901)

0.141 次の関数の 1 次微分を求めなさい．

(1) $y = e^{2x}(x^2 + 1)$ (2) $y = \sqrt{x/(x^2 + 1)}$

(佐賀大 1999) (m19994902)

0.142 次の不定積分を求めなさい．

(1) $\displaystyle\int \frac{dx}{1 - 4x^2}$ (2) $\displaystyle\int e^x \sin 2x dx$ (3) $\displaystyle\int \sin^2 x dx$

(佐賀大 1999) (m19994903)

0.143 $z = x^2 y^2$ において $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ および $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ を求めなさい．

(佐賀大 1999) (m19994904)

0.144 $x^2 + y^2 = 4$ について，$x = 1$ における接線の式を求めなさい．

(佐賀大 1999) (m19994905)

0.145 次の微分方程式を解きなさい．

(1) $\dfrac{dy}{dx} - 2x = 3e^x$ (2) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y^2}{x^2}$

(佐賀大 1999) (m19994906)