[選択項目] 年度：2004 年

0.1 (1) 1 階微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = f\left(\dfrac{y}{x}\right)$ の一般解が $x = C\exp\left[\displaystyle\int^{y/x} \dfrac{du}{f(u)-u}\right]$ であることを示せ．ただし，C は任意定数，$u = \frac{y}{x}$ である．

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ． $x\dfrac{dy}{dx} - y = xe^{y/x}$

(北海道大 2004)　　(m20040101)

0.2 以下の問いに答えよ．ただし，ベクトルの内積を "·"，外積を "×" と表すものとする．

(1) 以下の文章では，平面の方程式を導いている．空欄（1）から（3）に適切な式を入れよ．
原点 O より平面 S に垂直におろした点を G （以下，$\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を法線ベクトル $\boldsymbol{g}$ と呼ぶ），平面 S 上の任意の点 R の位置ベクトルを $\boldsymbol{r}$ とする．法線ベクトル $\boldsymbol{g}$ と，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{GR}}$ は垂直であることから，両ベクトル間には（　1　）の関係がある．ここで，$\boldsymbol{r} = (x, y, z)$, $\boldsymbol{g} = (g_1, g_2, g_3)$ とすると，平面 S の方程式は x, y, z, g_1, g_2, g_3 を用いて，（　2　）で表される．また，平面 S の単位法線ベクトル $\boldsymbol{n} = (n_1, n_2, n_3)$ と，原点 O から平面 S までの距離 p を用いると前式は，（　3　）で表される．

(2) 単位法線ベクトルが $(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}})$ で $(1, 1, 1)$ を通る平面を求めよ．

(3) 同一平面上に異なる 3 点 A,B,C が与えられたとき，外積を用いてこの 3 点より平面の方程式を求める方法を述べよ．

(4) 3 点 $(1, 2, 3)$, $(1, 1, 1)$, $(0, 3, 1)$ によって与えられる平面の方程式を求めよ．

(北海道大 2004)　　(m20040102)

0.3 次の行列 A について以下の問いに答えよ．

$$A = \begin{pmatrix} a-b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & b & 0 \\ 0 & b & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a-b \end{pmatrix} \quad (a \neq b,\ a, b \neq 0,\ a, b \in R)$$

(1) A の固有値を求めよ．

(2) A のそれぞれの固有値に対する固有ベクトルを求めよ．

(3) A を対角化せよ．

(北海道大 2004)　　(m20040103)

0.4 以下の問いに答えよ．ただし，j は虚数単位とする．

(1) 次の複素数を極形式 $re^{j\theta}$ （r, θ は実数）で表せ．
(a) $1 + j$　　(b) j

(2) 次の複素数を $x + jy$ （x, y は実数）の形で表せ．また，複素平面上に図示せよ．
(a) j の平方根　　(b) $\frac{1+j}{1-j}$ の 3 乗根

(3) 複素数 $z_R = \cos\theta + j\sin\theta$ を 0 でない複素数 z_1 に乗ずると，答えは z_1 が複素平面上で θ だけ回転したものになることを示せ．

(北海道大 2004)　　(m20040104)

0.5 関数 $y = \dfrac{x}{1+x^2}$ について

(1) 極大値，極小値を求めよ．

(2) グラフの概形を書け.

（北見工業大 2004） (m20040201)

0.6 次の定積分を求めよ.

$$\int_{-1}^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{1+x^2} dx$$

（北見工業大 2004） (m20040202)

0.7 次の関数の偏導関数 z_x , z_y を求めよ.

(1) $z = \sin(ax + by)$ (2) $z = x^y \quad (x > 0)$

（北見工業大 2004） (m20040203)

0.8 次の定積分を求めよ.

$$\iint_D \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}\ dxdy \qquad D\ :\ x^2 + y^2 \leqq\ a^2 \quad (a > 0)$$

(北見工業大 2004) (m20040204)

0.9 連立 1 次方程式

$$\begin{cases} 2x_1 & + & 4x_2 & + & 20x_3 & = 26 \\ x_1 & & & + & 2x_3 & = 7 \\ x_1 & + & x_2 & + & 6x_3 & = 12 \end{cases}$$

の解が存在するかどうか判定せよ. 存在すれば解を求めよ.

(北見工業大 2004) (m20040205)

0.10 次の複素数の計算をせよ. ただし,i は虚数単位 $(= \sqrt{-1})$ をあらわす.

$$\frac{1}{\dfrac{1}{5-2i} + \dfrac{1}{6}}$$

(岩手大 2004) (m20040301)

0.11 次の問いに答えよ.

(1) 次の定積分を求めよ.

$$\int_0^4 \sqrt{16 - x^2}\, dx$$

(2) 楕円 $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{64} = 1$ について, 次の問に答えよ.

(a) 楕円の内部の面積を求めよ.

(b) x 軸のまわりに回転させてできる回転体の体積を求めよ.

(c) y 軸のまわりに回転させてできる回転体の体積を求めよ.

（岩手大 2004） (m20040302)

0.12 次の問いに答えよ.

(1) $f(\theta) = \sin\theta$ を, 以下のマクローリンの定理を用いて無限級数へ展開せよ.

$$f(x) = f(0) + \frac{x}{1!}f'(0) + \frac{x^2}{2!}f''(0) + \frac{x^3}{3!}f^{(3)}(0) + \cdots + \frac{x^n}{n!}f^{(n)}(0) + \frac{x^{(n+1)}}{(n+1)!}f^{(n+1)}(\theta x)$$

（ただし $0 < \theta < 1$）

(2) $f(i\theta) = e^{i\theta}$ を無限級数へ展開せよ. ただし, i は虚数単位 $\sqrt{-1}$ とする.

(3) $f(\theta) = \cos\theta$ を無限級数へ展開し, $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ を証明せよ.

(4) $f(t) = 5 + 0.4\sin\omega t + 0.4\sin 2\omega t + 0.3\cos 2\omega t + 0.3\sin 3\omega t$ を, 以下の形式に書き直した場合の係数 C_2 と C_{-2} を求めよ.

$$f(t) = \sum_{n=-3}^{3} C_n e^{in\omega t}$$

(5) $f(t) = 0.4\sin 2\omega t + 0.3\cos 2\omega t$ を, 以下の形式に書き直した場合の係数 A を求めよ.

$$f(t) = A\sin(2\omega t + \phi)$$

（岩手大 2004） (m20040303)

0.13 次の関数を各変数について偏微分せよ.

$$f(x,y) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

（岩手大 2004） (m20040304)

0.14 $\dfrac{dq(t)}{dt} = -\dfrac{q(t)}{CR}$ を解き, $q(t)$ を求めよ. ただし,C, R は定数, $q(t)$ は $t=0$ において $q(0) = q_0$（ただし q_0 は定数）とする.

(岩手大 2004) (m20040305)

0.15 次の微分方程式の一般解を, $y = e^{\lambda x}$ と置くことで求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} - y = 0$$

(岩手大 2004) (m20040306)

0.16 次の 2 つのベクトルの内積 $\overrightarrow{A}\cdot\overrightarrow{B}$（スカラー積）および外積 $\overrightarrow{A}\times\overrightarrow{B}$（ベクトル積）を求めよ。
$\overrightarrow{A}(2,3,4)$, $\overrightarrow{B}(3,-2,0)$

（岩手大 2004） (m20040307)

0.17 次の正方行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1-a & a \end{pmatrix}$ について, 次の問に答えよ. ただし, E は 2 次の単位行列である.

(1) 逆行列 A^{-1} を求めよ.

(2) A^n を求めよ.

(3) $2A^2 - 3A + E = O$ を満たす, a の値をすべて求めよ.

(4) (3) で求めた a の値を代入して, $\displaystyle\lim_{n\to\infty} A^n$ を求めよ.

（岩手大 2004） (m20040308)

0.18 次の関数について, 導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めなさい.

(1) $y = \sin(\sin x)$

(2) $y = x^{\frac{1}{x}}$（ただし, $x > 0$）

（秋田大 2004） (m20040401)

0.19 次の関数について, 導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めなさい. $4x^2 = (y - x^2)^2 + 1$

（秋田大 2004） (m20040402)

0.20 a, b, R を定数（ただし,$R > 0$ ）とし, 積分

$$I = \iint_D (x^2 + ay + b)dxdy$$

を次の手順で計算しよう. ただし, 領域は

$$D = \{(x, y)|x^2 + y^2 \leq R^2\} \quad \text{である.}$$

(1) $I_1 = \displaystyle\iint_D (x^2 + y^2 + 2b)dxdy$ を計算しなさい.

(2) $I_2 = \displaystyle\iint_D a(x + y)dxdy$ を計算しなさい.

(3) I_1, I_2 から,

$$I = \boxed{}$$

である. 当てはまる式を上の欄に答えなさい.

(秋田大 2004) (m20040403)

0.21 行列 $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ の逆行列を求めなさい.

（秋田大 2004） (m20040404)

0.22 行列 $C = \begin{pmatrix} k & 1 & 1 \\ 1 & k & 1 \\ 1 & 1 & k \end{pmatrix}$ の階数を求めなさい.

（秋田大 2004） (m20040405)

0.23 $a,\ b$ を実数とし, $M = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 3 & b \end{pmatrix}$ は, トレース（M の対角成分の総和のことで, $\mathrm{tr}(M)$ とも表記する）が 4 で, 行列式（ $\det(M)$ とか $|M|$ とか表記する）が -2 とする. そのとき次に答えなさい.

(1) a, b を求めなさい.

(2) 行列 M の固有値を全て求めなさい.

（秋田大 2004） (m20040406)

0.24 実数 y の関数:

$$f(y) = \frac{1}{1 + e^{-\beta y}} \quad , \qquad (-\infty < y < \infty)$$

を定義する. ここで, β は非負の実数値のみをとる定数である. このとき, 以下の問いに答えよ.

(1) β の値が以下の 3 つの場合:

a) $\beta \longrightarrow +\infty$, b) $\beta = 0$, c) その他の場合.

の各々について, $x = f(y)$ のグラフを描け.

(2) 関数 $x = f(y)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求めよ.

(3) 以下の不定積分を求めよ.

$$\int \log(1 - x)dx$$

ただし, log は自然対数を表す.

(4) 以下の定積分を求めよ.

$$g(x) \equiv \int_0^x f^{-1}(z)dz$$

ただし, x の定義域は $0 \leq x \leq 1$ であり, $\displaystyle\lim_{x\to 0} x \log x = 0$ の意味で $0 \log 0 = 0$ とする.

(5) 関数 $g(x) - \alpha x$ を最小化する x を求めよ. ただし x の定義域は $0 \le x \le 1$，α は正の実数値のみをとる定数とする.

（東北大 2004） (m20040501)

0.25 関数 $f(x)$ の $x = a$ を中心とするテイラー展開は以下のように与えられる.

$$f(x) \sim f(a) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} f^{(n)}(a)(x-a)^n = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{1}{2} f''(a)(x-a)^2 + \cdots$$

ただし, $f^{(n)}(x)$ は $f(x)$ の第 n 次導関数 $\dfrac{d^n f}{dx^n}$ を表す. また, $f'(x)$ および $f''(x)$ は $f(x)$ の導関数 $\dfrac{df}{dx}$ および第 2 次導関数 $\dfrac{d^2 f}{dx^2}$ をそれぞれ表す. 特に, $-1 < x < 1$ に対する関数 $\dfrac{1}{1-x}$ および $-\infty < x < \infty$ に対する関数 e^x の $x = 0$ を中心とするテイラー展開はそれぞれ次のように与えられる.

$$\frac{1}{1-x} \sim \sum_{n=0}^{\infty} x^n \quad , \quad e^x \sim \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} x^n$$

x を実数とし, 関数 $g(x)$ と $h(x)$ を

$$g(x) = e^{x^2} \quad , \quad h(x) = \frac{e^{x^2}}{2-x}$$

と定義する.

(1) $g(x)$ の $x = 0$ を中心とするテイラー展開を求めよ.

(2) 問 (1) の結果を用いて, $h(x)$ の $x = 0$ を中心とするテイラー展開の x^2 の項までを求めよ.

(3) $h(x)$ の導関数 $h'(x)$ を求めよ.

(4) $y = h(x)$ の $-\infty < x < \infty$ における発散する点, 極値を与える点に注意して, グラフの概略を描け.

（東北大 2004） (m20040502)

0.26 原点 $\boldsymbol{O}(0,0,0)$ を中心とする半径が 1 の球（単位球）に内接する正四面体を考える. 球の中心から各頂点 $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{C}, \boldsymbol{D}$ に至る 4 本のベクトルを $\overrightarrow{\boldsymbol{OA}}, \overrightarrow{\boldsymbol{OB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{OC}}, \overrightarrow{\boldsymbol{OD}}$ とし, $\overrightarrow{\boldsymbol{OA}}$ を z 軸に, $\overrightarrow{\boldsymbol{OB}}$ を xz 平面に置き, その 4 本の内, 任意の 2 本のベクトルのなす角度を θ とする. この時, 各ベクトルの成分は
$\overrightarrow{\boldsymbol{OA}} = (0, 0, 1)$, $\overrightarrow{\boldsymbol{OB}} = (-\sin\theta, 0, \cos\theta)$, $\overrightarrow{\boldsymbol{OC}} = (\sin\theta \cdot \cos 60^\circ, -\sin\theta \cdot \sin 60^\circ, \cos\theta)$,
$\overrightarrow{\boldsymbol{OD}} = (\sin\theta \cdot \cos 60^\circ, \sin\theta \cdot \sin 60^\circ, \cos\theta)$ と表せる.

(1) $\cos\theta$, $\sin\theta$ の値を求めよ.

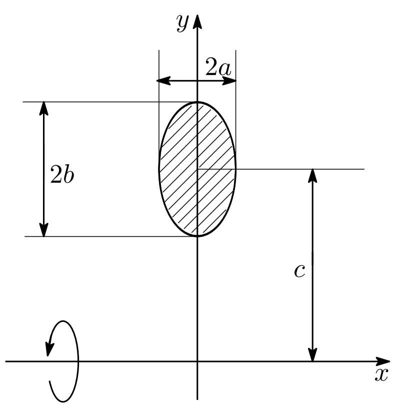
(2) 単位球と頂点 $\boldsymbol{B}$ で接する平面の方程式を求めよ.

(3) 正四面体の 1 辺の長さを求めよ.

(4) 正四面体の体積を求めよ.

（東北大 2004） (m20040503)

0.27 図のような xy 平面上の楕円（図中の斜線の部分）を x 軸の周りに回転させてできたドーナツ状の立体の体積を考える．楕円の短軸（x 軸方向）の長さを $2a$，長軸（y 軸方向）の長さを $2b$，楕円の中心と x 軸との距離を c ($c > a$, $c > b$) とするとき，以下の問いに答えよ．



(1) y を x の関数として表現し，楕円の表す方程式を求めよ．

(2) $x = a\cos\theta$ と置換し，楕円を x 軸の周りに 1 回転させてできた立体の体積を求めよ．

(3) このドーナツ状の立体をさらに y 軸の周りに 1 回転させてできた立体の体積を求めよ．

(東京大 2004)　　(m20040701)

0.28 以下の設問に答えよ．ただし，$a > 0$ である．

(1) 次の定積分の値を求めよ．$\displaystyle\int_0^\infty xe^{-ax^2}dx$

(2) 次の定積分の値を求めよ．必要ならば，直交座標系 (x, y) を極座標系 (r, θ) に変換せよ．
$\displaystyle\int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty e^{-ax^2}e^{-ay^2}dxdy$

(3) 次の等式を証明せよ．$\displaystyle\int_0^\infty e^{-ax^2}dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$

(4) 次の定積分の値を求めよ．ただし，n は 2 以上の整数である．$\displaystyle\int_0^\infty x^n e^{-ax^2}dx$

(東京大 2004)　　(m20040702)

0.29 以下の微分方程式の解を求めよ．

(1) $x^2y'' - 2xy' + 2y = 0$

(2) $y'' + Ay' + By - Cx - D = 0$　(ただし，A, B, C, D は実数とする．)

(3) $ydx - (3x + 2y^2)dy = 0$

(4) $yy'' + (y')^2 - 5y' = 0$

ただし，上の式において $y' = \dfrac{dy}{dx}$，$y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする．

(東京大 2004)　　(m20040703)

0.30 指数関数 e^x のテイラー展開

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots$$

を拡張して，行列 A の指数関数 e^A を，

$$e^A = I + A + \frac{A^2}{2!} + \cdots + \frac{A^n}{n!} + \cdots$$

と定義する．ただし，I は単位行列である．いま，行列 e^A が

$$e^A = \begin{bmatrix} 2 - e^{-1} & -1 + e^{-1} \\ 2 - 2e^{-1} & -1 + 2e^{-1} \end{bmatrix}$$

と与えられたとき，以下の問に答えよ．

(1) 行列 e^A を対角化せよ．

(2) 正則行列 P に対して，$P^{-1}e^AP = e^{(P^{-1}AP)}$ が成り立つことを示せ．

(3) 行列 A を求めよ．

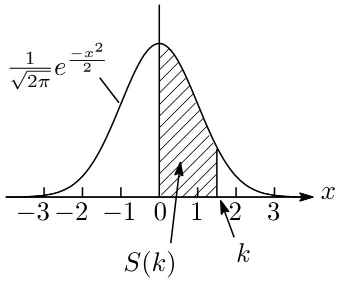
(東京大 2004)　　(m20040704)

0.31 方程式 $ax^2 + 4bx + c = 0$ が相異なる 2 つの実根をもつ確率を，(1), (2) それぞれの場合に対して求めよ．

(1) a, b, c がそれぞれ無作為に 0, 1, 2 のいずれかの値をとるとき．

(2) a, c がそれぞれ無作為に 1, 2 のいずれかの値をとり，a, c と関係なく b は平均 0，標準偏差 1 の正規分布に従うとき．

ただし，$\sqrt{2} = 1.4$ とし，次の表を利用してよい．



k	0.3	0.5	0.7	0.9	1.0	1.2
$S(k)$	0.117	0.191	0.258	0.316	0.341	0.385

ここに，$S(k) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int_0^k e^{\frac{-x^2}{2}}dx$ とする．たとえば，平均 0，標準偏差 1 の正規分布に従う変数 x が 0.7 から 1.0 をとる確率は，$P(0.7 < x < 1.0) = S(1.0) - S(0.7) = 0.083$ である．

(東京大 2004)　　(m20040705)

0.32　2 変数関数 $f(x,y)$ を次で定める．　$f(x,y) = x^3 - 3x(1+y^2)$

(1)　$f(x,y)$ は極値をもたないことを示せ．

(2)　閉円板 $D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 1\}$ の上で $f(x,y)$ の最大値を求めよ．

(東京工業大 2004)　　(m20040801)

0.33　次の 2 つの積分を計算せよ．

(1)　$\displaystyle\lim_{M\to\infty}\int_1^M \frac{\log(a+x)}{x^2}dx$　　（$a > 0$ は定数）．

(2)　$\displaystyle\int_1^\infty \int_1^\infty \frac{1}{xy(x+y)}dxdy$

(東京工業大 2004)　　(m20040802)

0.34　定数 a に対し，方程式

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 1 & 0 & 1+a \\ 1 & -a & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ a+1 \\ 1 \\ a+1 \end{pmatrix}$$

が解をもつ a と一般解を求めよ．

(東京工業大 2004)　　(m20040803)

0.35　$C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 \\ -5 & 4 & -8 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ に対し $P^{-1}CP$ が対角行列となるような正則行列 P をみつけよ．

(東京工業大 2004)　　(m20040804)

0.36　次の極限値を求めなさい．

(1)　$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+9}-3}{x}$　　　　(2)　$\displaystyle\lim_{x\to\infty}(1+x)^{1/x}$

(千葉大 2004)　　(m20041201)

0.37　半径が a の無限に長い 2 つの直円柱がある．互いの中心軸が直交して交わっている場合，その共通部分を図示し，体積を求めなさい．

(千葉大 2004)　　(m20041202)

0.38　(1)　微分方程式　$\dfrac{dy}{dx} = -xy$　の一般解を求めなさい．

(2)　初期値問題　$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = -xy + xe^{-x^2/2} \\ y(0) = 1 \end{cases}$　の解を求めなさい．

(千葉大 2004)　　(m20041203)

0.39 次の行列 A について答えなさい． $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

(1) A の固有値と固有ベクトルを求めなさい．

(2) 固有ベクトルを用いて A を対角化しなさい．

(千葉大 2004) (m20041204)

0.40 次の等式を証明せよ．(n は自然数) $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = n^2$

(筑波大 2004) (m20041301)

0.41 3 次方程式 $x^3 - 5x^2 + px + q$ の 3 つの解の比が $2:3:5$ であるとする.

(1) このとき, p, q の値を求めよ.

(2) 3 つの解の値を求めよ.

(筑波大 2004) (m20041302)

0.42 a が 3 で割り切れない奇数であるならば, $a^2 - 1$ は 24 で割り切れることを示せ.

(筑波大 2004) (m20041303)

0.43 友人数人が旅行の相談をし, 次の条件 (a)〜(d) をすべて満たす場所を選ぶことにした.

(a) 温泉地であること

(b) 紅葉が見られるか, または湖があること

(c) 海辺ではないこと

(d) 所要時間が 3 時間以内であること

「温泉地である」,「紅葉が見られる」,「湖がある」,「海辺がある」ことをそれぞれ命題 A, B_1, B_2, C とし,「所要時間が x 時間以内である」ことを命題 $t \leqq x$ で表す.

下表のように候補地 1〜10 に対し, 命題 A, B_1, B_2, C の真偽（それぞれ T と F で表す）, および所要時間が与えられているとき, 以下の問に答えよ.

(1) 上記の (a)〜(d) をすべて満たすという命題を, A, B_1, B_2, C, $t \leqq x$ および命題結合記号 $\vee(OR)$, $\wedge(AND)$, $\neg(NOT)$ を使って表せ.

(2) (a) と (b) を結合した命題が真となる候補地をすべて挙げよ.

(3) (a),(b) および (c) を結合した命題が真となる候補地をすべて挙げよ.

(4) (a)〜(d) をすべて結合した命題が真となる候補地をすべて挙げよ

候補地	命題 A	命題 B_1	命題 B_2	命題 C	所要時間
1	T	F	T	F	2
2	F	T	T	T	2
3	F	T	F	T	3
4	T	T	F	T	3
5	T	T	T	F	3
6	T	F	F	T	3
7	F	T	F	T	4
8	T	F	T	F	4
9	T	F	F	T	5
10	T	T	T	F	5

(筑波大 2004) (m20041304)

0.44 関数 $f(x)=x^{\frac{1}{x}}$ $(x>0)$ の増減の状態を調べ，その結果に基づき，2 つの実数値 e^{π} と π^{e} の大小を比較せよ．

(筑波大 2004)　　(m20041305)

0.45 $2\leq x\leq 2$ で定義された関数

$$f(x)=\begin{cases} 2\left(x^2-\dfrac{1}{4}\right) & \left(\dfrac{1}{2}\leq x\leq 2\right) \\ 0 & \left(0\leq x\leq \dfrac{1}{2}\right) \end{cases}$$

を y 軸の回りに 1 回転してできる曲面によって定義される容器がある. この容器に毎秒 π の割合で水を注入する. 注入開始から 5 秒経過した時点での状態について, 次の各問に答えなさい.

(1) 容器の底面から測った水面の位置 (h) を求めなさい.

(2) 水面の上昇速度 (v) を求めなさい.

(3) 水面の面積の増加速度 (w) を求めなさい.

（筑波大 2004）　　(m20041306)

0.46 以下の設問 (1),(2) に答えなさい．

(1) $|x|<1$ のとき，$\displaystyle\int\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}=\sin^{-1}x$ を証明しなさい．また，これを用いて $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ を計算しなさい．

(2) 次の不等式が成立することを証明しなさい．ただし，$n>2$ とする．

$$\frac{1}{2}<\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{dx}{\sqrt{1-x^n}}<\frac{\pi}{6}$$

(筑波大 2004)　　(m20041307)

0.47 $f(x)=x\ln x$ なる関数を考える. ただし, $\ln x$ は x の自然対数を表す.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to+0}x\ln x$ を求めよ.

(2) $x\geq 0$ で $f(x)$ が連続となるように $f(0)$ を定義し, 曲線 $y=f(x)$ の概形をグラフに描け.

(3) x 軸と曲線 $y=f(x)$ で囲まれる図形の面積を求めよ.

（筑波大 2004）　　(m20041308)

0.48 $y=x^2-2x-8$ の曲線を x 軸に対して回転させて囲まれる部分の体積を求めよ.

ただし, 求める部分は $x^2-2x-8=0$ の解 x_1 , x_2 の間のみとする ($x_1\leqq\ x\leqq\ x_2$).

（筑波大 2004）　　(m20041309)

0.49 (1) 不定積分 $\displaystyle\int xe^{-x}dx$ を計算しなさい.

(2) 定積分 $\displaystyle\int_0^{\pi/2}\sin^3 xdx$ を計算しなさい.

（筑波大 2004）　　(m20041310)

0.50 xy 平面上に 2 本の曲線 $y=x^2-1$ と $y=-(x-k)^2+(k+1)$ が与えられているとする.

(1) これらが 2 点で交わるような k の値の範囲を求めよ.

(2) k が上で求めた範囲の値のとき, 2 曲線で囲まれた図形の面積が最大となるような k の値, および面積の最大値を求めよ. ただし, $\displaystyle\int_\alpha^\beta(x-\alpha)(x-\beta)dx=-\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3$ を公式として用いてよい.

（筑波大 2004）　　(m20041311)

0.51 $f(x)=1+x+\dfrac{1}{2\cdot 1}x^2+\dfrac{1}{3\cdot 2\cdot 1}x^3+\cdots+\dfrac{1}{n!}x^n+\cdots$ 　(式 1)

について, 次の問に答えなさい.

(1) 項別微分を行ない導関数 $f'(x)$ を求めなさい.

(2) 微分方程式 $f(x)=f'(x)$ 満たす関数を $f(x)=\exp(x)$ と定義するとき (式 1) はこの定義を満足することを説明しなさい.

(3) 新しい関数 $ch(x)$, $sh(x)$ を

$$ch(x)=\frac{1}{2}(\exp(x)+\exp(-x))$$
$$sh(x)=\frac{1}{2}(\exp(x)-\exp(-x))$$

で定義するとき, $ch(x)$ および $sh(x)$ の間には

$$sh'(x)=ch(x)$$
$$ch'(x)=sh(x)$$
$$(ch(x))^2-(sh(x))^2=1$$

なる関係があることを示しなさい.

（筑波大 2004）　　(m20041312)

0.52 $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}-2\sqrt{x+y}+\sqrt{2}$ とすると, この関数は $0<x,y<\infty$ において下に凸である. $f(x,y)$ が最小値をとるときの x,y の値, および関数の最小値を求めよ.

（筑波大 2004）　　(m20041313)

0.53 (1) $\displaystyle\int_0^\infty e^{-x^2}dx=\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ 　を導け.

(2) $\displaystyle\int_0^\infty x^n e^{-ax^2}dx$ 　$(a>0,\ n$ は自然数$)$ 　を求めよ.

(筑波大 2004)　　(m20041314)

0.54 $g(x,y)=\ln\sqrt{x^2+y^2}$ なる関数を考える. ただし, $\ln x$ は x の自然対数を表す.

(1) $\dfrac{\partial g}{\partial x}$ 及び $\dfrac{\partial g}{\partial y}$ を求めよ. また, 点 $(2,1)$ における $g(x,y)$ の勾配の大きさを求めよ.

(2) $\displaystyle\iint_D g(x,y)dxdy$ を求めよ. ただし, $D\ :\ x^2+y^2\leq 1$ とする.

(筑波大 2004)　　(m20041315)

0.55 次の微分方程式を解け.

$$x^4\frac{dy}{dx}+y^2=0$$

(筑波大 2004)　　(m20041316)

0.56 ある量 y は現在時刻 t における量 $y(t)$ の 3 倍に比例して減少する.

(1) この量を時間の関数 $y(t)$ として記述せよ.

(2) $t=0$ における $y(t)$ の値が 1 であったとき, $t=1$ における $y(t)$ の値を求めよ.

(筑波大 2004)　　(m20041317)

0.57 任意の実ベクトル $\boldsymbol{x}$ と $\boldsymbol{y}$ の組に実数（スカラー）値を対応させる演算 $(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$ が以下を満たすものとする.

(1) $(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=(\boldsymbol{y},\boldsymbol{x})$

(2) 任意の実数 λ に対して $(\lambda\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=\lambda(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$

(3) $(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{z},\boldsymbol{y})=(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})+(\boldsymbol{z},\boldsymbol{y})$

(4) $(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x})\geqq 0$ であり, 等号は $\boldsymbol{x}=0$ の場合に限る.

さらに $|\boldsymbol{x}|=\sqrt{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x})}$ と定義するとき, 以下の問に答えよ.

(1) $(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y},\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})=|\boldsymbol{x}|^2-|\boldsymbol{y}|^2$ を示せ.

(2) この演算について $|(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})|\leqq |\boldsymbol{x}|\cdot|\boldsymbol{y}|$ が成り立つ. このことを証明済みとして, $|\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}|\leqq |\boldsymbol{x}|+|\boldsymbol{y}|$ を示せ.

（筑波大 2004） (m20041318)

0.58 $A(\lambda)$ は実数のパラメータ λ を含む次の正方行列である.

$$A(\lambda)=\begin{pmatrix}\lambda & -1 & 0\\ -1 & \lambda & \sqrt{2}\\ 0 & \sqrt{2} & \lambda\end{pmatrix}$$

また,

$$\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}\qquad \boldsymbol{0}=\begin{pmatrix}0\\ 0\\ 0\end{pmatrix}$$

とする. x,y,z もすべて実数である.

(1) x,y,z を未知変数とする連立一次方程式

$$A(\lambda)\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$$

が自明でない解を持つための, パラメータ λ が満たすべき条件を求めよ. また, そのときの解を求めよ.

(2) 連立一次方程式

$$A(\lambda)\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix}\sqrt{2}\\ 0\\ 1\end{pmatrix}$$

を考える. パラメータ λ に応じた場合分けをして, 解が存在するか否かを調べよ. 存在する場合には, 一意性に注意して, その解を求めよ.

(筑波大 2004) (m20041319)

0.59 (1) 次の連立方程式の解を求めよ.

$$\left\{\begin{array}{lcl}2x+3y+2z &=& 4\\ 4x+3y+2z &=& 5\\ 1x+2y+2z &=& 3\end{array}\right.$$

(2) 次の連立方程式が解を持つための係数 a の条件を求めよ.

$$\left\{\begin{array}{lcl}2x+3y+az &=& 4\\ 4x+3y+2z &=& 5\\ ax+2y+2z &=& 3\end{array}\right.$$

(筑波大 2004) (m20041320)

0.60 次の微分方程式を解くために，以下の設問に答えよ.

$$\left\{\begin{array}{lcl}\dfrac{d}{dt}x_1 &=& 2x_1-2x_2\\ \dfrac{d}{dt}x_2 &=& -x_1+3x_2\end{array}\right.$$

(1) 行列 A を $A=\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ とおく．この行列 A の固有値と固有ベクトルを求めよ．

(2) $P^{-1}AP$ が対角行列となるように行列 P を定め，行列 A を対角化せよ．

(3) ベクトル $\mathbf{x}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ とおく．$\mathbf{x}$ と A を用いて，上の微分方程式を表せ．

(4) ベクトル $\mathbf{y}=\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$ とおく．$P\mathbf{y}=\mathbf{x}$ として，これを設問 (3) で求めた表現に代入せよ．また，この y_1, y_2 に関する微分方程式の一般解を求めよ．

(5) x_1, x_2 の一般解を求めよ．

(6) $t=0$ における初期値 $\mathbf{x}=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ に対応する解 x_1, x_2 の，$t\to\infty$ における振る舞いを調べよ．

(筑波大 2004)　　(m20041321)

0.61 行列 $A=\begin{bmatrix} 0 & -4 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ とする.

(1) A の固有値と対応する固有ベクトルをすべて求めよ.

(2) ある正則行列 P を用いて, $P^{-1}AP=\begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \lambda_2 & \\ & & \lambda_3 \end{bmatrix}$ と対角化することは可能か. 可能であれば, P の成分と $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$ の値を求めよ. 対角化不可能であれば, その理由を説明せよ.

(筑波大 2004)　　(m20041322)

0.62 線形空間 U の 1 次独立なベクトル a_1 , a_2 , a_3 によって張られる部分空間を V，ベクトル a_1-a_2 , a_2-a_3 , a_3-a_1 によって張られる部分空間を W とするとき，以下の 2 つの問いに答えよ．

(1) W は V の部分空間であることを示せ．

(2) W の次元を求めよ．

(筑波大 2004)　　(m20041323)

0.63 いまごくまれにおこるある特別の病気を発見するのに, ある検査法が有効であるとする. 実際にその病気にかかっている人にこの検査法を適用すると, 95 %の確率で, 病気を発見できるとする. また, それと似た症状を示すがはるかに軽微ですむ病気にかかっている人にこの検査法を適用すると, その 10 %がその病気にかかっているという誤った検査結果 (false positive) がでるものとする. また健康な人にこの検査法を適用すると, その 5 %がその病気にかかっているという誤った検査結果 (false positive) がでるものとする.

いまごくまれにおこる特別な病気にかかっている人, それと似た症状を示すがはるかに軽微ですむ病気にかかっている人, および健康な人の割合は, 母集団においてそれぞれ 1%, 4%, 95%であるとする.

この母集団から無作為に選ばれた一人がこの検査を受けて, その病気にかかっているという検査結果が出た場合, その人が本当にその病気にかかっている確率を求めなさい.

(筑波大 2004)　　(m20041324)

0.64 1 年を 365 日とし（うるう年のことは考えない），人が生まれる確率はどの日も同じとする．このとき以下の問に答えよ．

(1) 任意の 2 人が出会ったとき，この 2 人の誕生日が異なる確率を分数で求めよ．

(2) これに 1 人が加わって 3 人になったとき，3 人の誕生日がいずれも異なる確率を求めよ．答は数式のままとし，分数や小数の値を求める必要はない．

(3) N 人が出会ったとき，それらの誕生日がすべて異なる確率 $P(N)$ を表す式を求めよ．

(4) 整数 x が 1 より十分大きければ，次の近似を用いることができる（Stirling の公式）．

$\log_e x! \fallingdotseq x\log_e x - x$ 　　(e は自然対数の底)

この式を利用して $\log_e P(N)$ に対する近似式を求めよ．ただし， N は 365 より十分小さいものとする．

(筑波大 2004)　　(m20041325)

0.65 (1) 次の関数を微分せよ.

$$\left[\ \sin^{-1}(2x)\ \right]^3 \qquad \left(\ |x| < \frac{1}{2}\ \right)$$

ただし, $\sin^{-1}()$ は逆正弦関数の主値をとるものとする.

(2) 次の極限値を求めよ.

$$\lim_{x\to 0}\frac{a^x - b^{2x}}{(a+b)x} \qquad (a>0\,,\ b>0\,,\ a\neq b)$$

（埼玉大 2004）　　(m20041401)

0.66 $f(x) = \dfrac{3e^{2x}+4\sin x}{2e^{2x}+e^{-x}}$ とおく．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} f(x)$ を求めよ．　　(2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_n^{n+1} f(x)\ dx$ を求めよ．

（埼玉大 2004）　　(m20041402)

0.67 次の積分を求めよ.

$$\int\frac{x+1}{(2x^2+4x-7)^n}dx$$

（埼玉大 2004）　　(m20041403)

0.68 $f(x,y)$ は何回でも偏微分できる関数で， $\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y)\neq 0$ とする．$f(x,y)=0$ により定まる陰関数を $y=\varphi(x)$ とするとき， $\dfrac{d\varphi}{dx}$, $\dfrac{d^2\varphi}{dx^2}$ を f の偏導関数を用いて表せ.

（埼玉大 2004）　　(m20041404)

0.69 次の微分方程式の一般解を求めよ．ただし, $y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$, $y'=\dfrac{dy}{dx}$ である.

(1) $y''-y'-2y=2x^2-6x$

(2) $x^3yy'=y^2+1$

(3) $(y+xy')xy=x^2+2$

(埼玉大 2004)　　(m20041405)

0.70 $\mathbb{R}^3$ の 3 つのベクトル　$\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{c}=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$　を考える．

(1) $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ は 1 次独立（線形独立）であることを示せ.

(2) ベクトル $\begin{pmatrix}3\\2\\3\end{pmatrix}$ を $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ の 1 次結合（線形結合）として表せ.

（埼玉大 2004）　　(m20041406)

0.71 $a,\ b,\ c,\ d$ は実数とする.

(1) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$ の階数が 1 となるための $a,\ b$ の条件を求めよ.

(2) 行列 $B = \begin{pmatrix} 1 & c & 1 & c \\ d & 1 & d & 1 \\ c & d & c & d \end{pmatrix}$ の階数が 2 となるための $c,\ d$ の条件を求めよ.

（埼玉大 2004） (m20041407)

0.72 行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ について, 次の問いに答えよ.

(1) A の固有値 λ_1 , λ_2 を求めよ.

(2) (1) で求めた固有値に対する固有ベクトルを求めよ.

(3) $P = \begin{pmatrix} a & b \\ 1 & 1 \end{pmatrix},\quad B = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$ としたとき, $AP = PB$ となる a, b を定めよ.

(4) (3) の関係を用いて A^n を求めよ. ただし, n は自然数とする.

(埼玉大 2004) (m20041408)

0.73 人口が p 人のある地域におけるネットワークの契約者数が a_0 人であるとする. 今後毎年新規加入者が, 前年末の非契約者の 10 %, 脱退者が前年末の契約者数の 5 %であると推定した. このとき, 以下の 3 問に答えよ. なお, 人口は将来に渡って一定であると仮定する.

(1) y 年後の契約者数を a_y 人としたとき, $y+1$ 年後の契約者数 a_{y+1} を求める式を, a_y と p の式で示せ.

(2) 新規契約者数と脱退者数が同数であるのは, 契約者数が人口の何%であるときか.

(3) y 年後の契約者総数 a_y を a_0 と p の式で求めよ.

(群馬大 2004) (m20041501)

0.74 y 軸上の点 $A(0, 4)$ と x 軸上の点 $P(t, 0)$ を結ぶ線分 AP の垂直 2 等分線を h とする. 以下の 3 問に答えよ.

(1) h の方程式を t の式で与えよ.

(2) h が放物線 $y = ax^2 + bx + c$ に接するときの条件を示せ. ただし, $a > 0$ とする.

(3) h が放物線 $y = ax^2 + bx + c$ に, t の値に関わらずに接するときの a, b, c を示せ.

(群馬大 2004) (m20041502)

0.75 定数 $b > a > 1$ があり, $f(x) = 2\log_e(x-a) - \log_e(x-b)$ とする. 以下の 4 問に答えよ.

(1) $f(x)$ が定義される x の範囲を示せ.

(2) $f(x)$ を微分せよ.

(3) $f(x)$ が最小となるときの x を a と b で示せ.

(4) $x = 6$ で最小となり, そのときに $f(x) = 2\log_e 2$ であった. a と b を求めよ.

（群馬大 2004） (m20041503)

0.76 行列 $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ と $B = \begin{pmatrix} b & 1 \\ 1 & -a \end{pmatrix}$ がある. 以下の 3 問に答えよ.

(1) A の行列式が $|A| = 2$ となるときの a の値を求めよ.

(2) $|A| = 2$ かつ $|AB| = 6$ となるときの a と b の値を求めよ.

(3) (2) の a, b のときの B の逆行列を求めよ.

（群馬大 2004）　(m20041504)

0.77 多数のカードが入った箱がある. それぞれのカードは, 表, 裏とも赤, 青, 黄のいずれかの色に塗られている. 1 枚のカードが表裏とも同じ色である場合もあるし, 異なる色である場合もある. カードは多数入っており, 6 種類のカードは, いつでも同じ確率で選べるものとする.

今, 箱から 3 枚のカードを取り出してテーブルの上に置き, それぞれのカードの上を向いた色が赤, 青, 黄の 3 色となる（順序は考えない）ようにしたい. それぞれのカードはどちらの面を上にするかはいつでも入れ換えてよく, 最後に並べたときの上の面の色だけを考えることにする. 以下の 4 問に答えよ.

(1) 赤-青 , 赤-赤の 2 枚のカードを取り出した段階で, 次の 1 枚で 3 色そろえられる確率はいくつか.

(2) 赤-青のカード 1 枚だけが取り出されているとき, 次の 2 枚で 3 色そろえられる確率はいくつか.

(3) 赤-赤のカード 1 枚だけが取り出されているとき, 次の 2 枚で 3 色そろえられる確率はいくつか.

(4) 3 枚取り出して, 3 色そろう確率はいくつか.

(群馬大 2004)　(m20041505)

0.78 (u, v) 平面における正方形 $A = \{(u, v) | 0 \leqq u \leqq 1, 0 \leqq v \leqq 1\}$ が,

$$\begin{cases} x = u + v \\ y = u - v \end{cases}$$

で表される写像により,(x, y) 平面上に写される図形を B とするとき,

(1) B を (x, y) 平面上に図示せよ. さらに,B の面積は A の面積の何倍であるか, 答えよ.

(2) 二重積分 $\iint_B x dx dy$ を求めよ.

(茨城大 2004)　(m20041701)

0.79 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$y''' - 2y'' - y' + 2y = \sin x$$

(茨城大 2004)　(m20041702)

0.80 $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ とするとき,

(1) A の固有値を求めよ.

(2) T の逆行列 T^{-1} を求めよ.

(3) $T^{-1}AT$ を求めよ.

(茨城大 2004)　(m20041703)

0.81 複素平面上の曲線 $z(t) = \cos t + i(1 + \sin t)$ $(0 \leqq t \leqq \pi)$ を C とするとき,

(1) C を複素平面上に図示せよ.

(2) 複素積分 $\int_C z dz$ を求めよ.

(3) 複素積分 $\int_C \bar{z} dz$ を求めよ. ただし,$\bar{z}$ は z の共役複素数を表す.

（茨城大 2004）　　(m20041704)

0.82　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{2n}$ を求めよ.

(山梨大 2004)　　(m20041801)

0.83　不定積分 $\displaystyle\int \cos\sqrt{x}dx$ を求めよ.

（山梨大 2004）　　(m20041802)

0.84　$f(x,y)=x\arcsin y+y\arccos x$ の偏導関数 $\dfrac{\partial f}{\partial x}$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}$ を求めよ．ただし，$\arcsin y$, $\arccos x$ は，逆三角関数である．

(山梨大 2004)　　(m20041803)

0.85　行列 $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ のとき，A の行列式の値および逆行列を求めよ．

(山梨大 2004)　　(m20041804)

0.86　$A=\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$ のとき，A の固有値および固有ベクトルを求めよ．

(山梨大 2004)　　(m20041805)

0.87　2 つのベクトル $(3,-2,1)$ と $(-2,5,4)$ との外積を求めよ．

(山梨大 2004)　　(m20041806)

0.88　円柱 $x^2+y^2=a^2\ \ (a>0)$ の xy 平面の上方で, 平面 $z=x$ の下方にある部分の体積を求めよ.

(信州大 2004)　　(m20041901)

0.89　次の問に答えよ.

(1)　$[a,b]$ を含む開区間上で定義された 2 回微分可能な関数 $f(x)$ が $[a,b]$ 上で $f''(x)>0$ となるとする．$0<h<b-a$ となる h をとるとき $[a,b-h]$ で定義される関数 $g(x)=f(x+h)-f(x)$ は増加関数となることを平均値の定理を用いて示せ.

(2)　曲面 $z=y^2-x^2$ 上の点 $(1,2,3)$ における接平面の方程式を求めよ.

(信州大 2004)　　(m20041902)

0.90　α,β,γ を互いに異なる数とし, ベクトル $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{d}$ を次で定める.

$$\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \\ \alpha^2 \end{pmatrix},\quad \boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} 1 \\ \beta \\ \beta^2 \end{pmatrix},\quad \boldsymbol{c}=\begin{pmatrix} 1 \\ \gamma \\ \gamma^2 \end{pmatrix},\quad \boldsymbol{d}=\begin{pmatrix} 1 \\ \delta \\ \delta^2 \end{pmatrix}$$

このとき, ベクトル $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ は 1 次独立であることを示し, ベクトル $\boldsymbol{d}$ を, ベクトル $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ の 1 次結合で表せ.

(信州大 2004)　　(m20041903)

0.91　次の行列が対角化可能かどうかを調べ, 可能ならば対角化せよ.

$$\begin{pmatrix} -1 & 6 & 3 \\ -2 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

(信州大 2004)　　(m20041904)

0.92 関数 $y=\sin(\sin(\sin x))$ の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.

（新潟大 2004）　(m20042001)

0.93 次の問いに答えよ．

(1) 定積分を用いて，極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{n}{n^2+k^2}$ を求めよ．

(2) $\beta>2$ に対して，定積分 $\displaystyle\int_2^{\beta}\frac{dx}{x(\log x)^{\alpha}}$ を求めよ．ただし， $\alpha>0$ とする．

(3) 広義積分 $\displaystyle\int_2^{+\infty}\frac{dx}{x(\log x)^{\alpha}}$ は存在するかどうかを調べ，存在する場合はその値を求めよ．ただし，$\alpha>0$ とする．

（新潟大 2004）　(m20042002)

0.94 曲面 $z=x^2y^3$ 上の点 $(2,1,4)$ における接平面の方程式を求めよ.

（新潟大 2004）　(m20042003)

0.95 実数 a に対して， $A=\begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ とする. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) 行列 A の階数を求めよ.

(2) 同次連立一次方程式 $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ の実数解を求めよ.

(新潟大 2004)　(m20042004)

0.96 行列 $A=\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$, $P=\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ (θは実数) について, 次の問いに答えよ.

(1) A の固有値とそれに対応する固有ベクトルを求めよ.

(2) $P^{-1}AP$ が対角行列となるように θ $\left(0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}\right)$ の値を求めよ.

(3) 曲線 $5x^2+2xy+5y^2-12=0$ の概形を描け.

(新潟大 2004)　(m20042005)

0.97 xy 平面で, 2 曲線 $y=2x^2$, $y=3-x^2$ で囲まれる部分を S とするとき, 以下の問いに答えよ.

(1) S の概形を描き, その面積を求めよ.

(2) S を y 軸の回りに回転させてできる回転体を V とする. V の体積を求めよ.

(3) t が $-1\leqq t\leqq 3$ の範囲を動くとき, V の $t\leqq y\leqq t+1$ にある部分の体積の最大値を求めよ.

（長岡技科大 2004）　(m20042101)

0.98 微分方程式 $(*)$ $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}+x\dfrac{dy}{dx}-4y=x$ について, 以下の問いに答えよ.

(1) $y=x^n$ が $(*)$ の右辺を 0 とした方程式 $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}+x\dfrac{dy}{dx}-4y=0$ の解となるような整数 n を求めよ.

(2) $y=ax$ が $(*)$ の解となるような定数 a の値を求めよ.

(3) 微分方程式 $(*)$ の一般解を求めよ.

(長岡技科大 2004)　　(m20042102)

0.99 xyz 空間において, 平面 $H: x+y+z=0$ に関する対称移動を表す行列を A とする. 以下の各問いに答えよ.

(1) $s+t+u=0$ を満たす s,t,u について, $A\begin{pmatrix} s \\ t \\ u \end{pmatrix}$ を求めよ. また, $A\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ を求めよ.

(2) 等式 $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \\ t \\ u \end{pmatrix} + k\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $s+t+u=0$ が成り立っているとき, k,s,t,u を x,y,z で表せ.

(3) 任意の x,y,z に対して, $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ を求めよ.

(4) A を求めよ.　　(長岡技科大 2004)　　(m20042103)

0.100 事象 A,B および積事象 $A\cap B$ の確率について，$P(A)\cdot P(B)=P(A\cap B)$ となるとき，A と B は独立であるという. 男子 21 人，女子 15 人のクラスから，でたらめに 1 人の生徒を選ぶとする. 選ばれた生徒が男子であるという事象を A，眼鏡をかけているという事象を B として，以下の問いに答えよ.

(1) 眼鏡をかけた男子が 10 人，眼鏡をかけた女子が 8 人であるとき， A と B は独立か？

(2) 眼鏡をかけた男子が 14 人，眼鏡をかけた女子が 10 人であるとき， A と B は独立か？

(3) 眼鏡をかけた男子が m 人，眼鏡をかけた女子が n 人であるとき， A と B が独立となるような整数の組 (m,n) を全て求めよ.

(長岡技科大 2004)　　(m20042104)

0.101 $\sinh t = \dfrac{e^t - e^{-t}}{2}$, $\cosh t = \dfrac{e^t + e^{-t}}{2}$ について, 次の問いに答えよ.

(1) n 階導関数 $\sinh^{(n)} t$, $\cosh^{(n)} t$ $(n=1,2,3,\cdots)$ を求めよ.

(2) $\begin{cases} x = \cosh t \\ y = \sinh t \end{cases}$ とおく. t を消去し, x と y の関係を求めよ.
また, $-\infty < t < \infty$ のとき, 点 (x,y) の描く曲線の概形を示せ.

(金沢大 2004)　　(m20042201)

0.102 閉領域 $D(R) = \{(x,y) \mid 1 \leqq x^2+y^2 \leqq R^2\}$ $(R>1)$ に対して,

$$I_a(R) = \iint_{D(R)} \frac{1}{(x^2+y^2)^a} dxdy \quad (a>0)$$

とおく. 次の問いに答えよ.

(1) $I_a(R)$ を求めよ.

(2) 極限値 $\displaystyle\lim_{R\to+\infty} I_a(R)$ を調べよ.

(金沢大 2004)　　(m20042202)

0.103 $A = \begin{pmatrix} 16 & 7 & -29 \\ -12 & -4 & 22 \\ 6 & 3 & -11 \end{pmatrix}, u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, u_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, u_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} 10 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}$ とする.
次の問いに答えよ.

(1) $v = au_1 + bu_2 + cu_3$ をみたす定数 a, b, c を求めよ.

(2) u_1, u_2, u_3 は A の固有ベクトルであることを示し, 対応する固有値を求めよ.

(3) 自然数 n に対して $A^n v$ を求めよ.

(金沢大 2004)　　(m20042203)

0.104 次の計算をせよ.

(1) $\dfrac{d}{dx}x^{\frac{2}{3}} \quad (x > 0)$　　(2) $\dfrac{d}{dx}e^{x^2}$　　(3) $\dfrac{d}{dx}\tan^{-1}(2x)$

（富山大 2004）　　(m20042301)

0.105 次の計算をせよ.

(1) $\displaystyle\int_0^{\pi} e^x \sin x dx$　　(2) $\displaystyle\int_1^2 \frac{dx}{x(x^2+1)}$

（富山大 2004）　　(m20042302)

0.106 $x^2 + y^2 = 1$ の条件の下で, 関数 $f(x, y) = x^3 + y^3$ の極値をラグランジュの乗数法を用いて求めよ.

（富山大 2004）　　(m20042303)

0.107 次の重積分の値を極座標を用いて求めよ.

$$\iint_{\substack{x^2+y^2 \leq 1 \\ x, y \geq 0}} xydxdy$$

(富山大 2004)　　(m20042304)

0.108 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} - 2y = 1$

(2) $2xy(1+x)\dfrac{dy}{dx} = 1 + y^2$

(3) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y - x + 1}{y - x + 2}$

(富山大 2004)　　(m20042305)

0.109 3 次元空間 $O - xyz$ に 3 点 $A(1, 2, 3)$, $B(2, 2, 1)$, $C(1, 3, 1)$ がある. ベクトル $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{CB}$ として, 以下の問いに答えよ.

(1) $\overrightarrow{a}$ と $\overrightarrow{b}$ のそれぞれの長さを求めよ.

(2) $\overrightarrow{a}$ と $\overrightarrow{b}$ のなす角を θ とするとき, $\cos\theta$ を求めよ.

(3) 三角形 ABC の面積 S を求めよ.

(4) 点 B は原点 O から平面 ABC への垂線の足であることを示せ.

(5) 三角錐 $OABC$ の体積 V を求めよ.

（富山大 2004）　　(m20042306)

0.110 行列 $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & b \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ が，等式 $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ を満たす実数 a , b の値を求めよ．また，逆行列 A^{-1} , B^{-1} をそれぞれ求めよ．

(富山大 2004)　　(m20042307)

0.111 行列 $C = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$ および 2 次の正方行列 P について，P が逆行列 P^{-1} をもち，$P^{-1}CP = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$ が成り立つとき，α，β は行列 C の固有値であることを証明せよ．また，自然数 n に対して C^n を求めよ．

(富山大 2004)　　(m20042308)

0.112 写像 $f : X \to Y$, $g : Y \to Z$ について, 次を示せ.

(1) $g \circ f$ が全射ならば, g は全射である.

(2) $g \circ f$ が単射ならば, f は単射である.

(3) f と g が全単射ならば, $g \circ f$ は全単射である.

(富山大 2004)　　(m20042309)

0.113 関数

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \leqq 0) \\ e^{-\frac{1}{x}} & (x > 0) \end{cases}$$

は微分可能であるか. 微分可能であるならば導関数 $f'(x)$ を求めよ.

(富山大 2004)　　(m20042310)

0.114 行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

について, 次の問いに答えよ.

(1) 行列 A の行列式を求めよ.

(2) 行列 A の固有値と固有ベクトルを求めよ.

(富山大 2004)　　(m20042311)

0.115 $V = \{(x, y, z) \in R^3 \mid x^2 + y^2 \leqq 1,\ x^2 + z^2 \leqq 1\}$ の体積を求めよ.

(富山大 2004)　　(m20042312)

0.116 空間の 3 次元座標を $\vec{r} = (x, y, z)$ とし, $|\vec{r}| = r \neq 0$ とする. 微分演算子 $\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$ を用いた次の計算の結果を $\vec{r}$ と r または数値で表せ.

(a) $\vec{\nabla} r$　　　(b) $\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{r}}{r^3}\right)$

(富山大 2004)　　(m20042313)

0.117 写像 $f : R^3 \longrightarrow R^3$ を

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 + x_2 + 2x_3 \\ x_2 + x_3 \\ x_1 + x_3 \end{pmatrix}$$

で定義する. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) f は線形写像であることを示せ.

(2) $V = \{\boldsymbol{x} \in R^3 \mid f(\boldsymbol{x}) = 0\}$ とおくとき, V は R^3 の部分空間になることを示せ.

(3) V の次元と 1 つの基底を求めよ.

(富山大 2004) (m20042314)

0.118 数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ において, 部分列 $\{a_{2n}\}$, $\{a_{2n-1}\}$ がともに α に収束するならば $\{a_n\}$ も α に収束することを示せ.

(富山大 2004) (m20042315)

0.119 $a > 0$ とし, $D = \left\{(x,y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leqq \dfrac{3}{4}a^2\right\}$ とする. R^3 内の曲面

$$z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}\,, \quad (x,y) \in D$$

の面積を求めよ.

(富山大 2004) (m20042316)

0.120 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$xy' + 2y = e^x$$

(富山大 2004) (m20042317)

0.121 10 進数の 34 を 2 進数で表記しなさい.

(福井大 2004) (m20042401)

0.122 次の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{x}$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x}$ (3) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 1}$ (4) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{8+x} - 2}{x}$

(福井大 2004) (m20042402)

0.123 次の関数の導関数を求めよ.

(1) $y = x^x \quad (x > 0)$ (2) $y = \dfrac{2x+3}{x^2+2}$

(2) $y = x^5 \log x$ (4) $y = \arcsin x \quad \left(-\dfrac{\pi}{2} < y < \dfrac{\pi}{2}\right)$

(福井大 2004) (m20042403)

0.124 $y = \dfrac{1}{5}x^5 - x^4 + x^3 + 2$ のグラフの概形を, xy 直交座標平面上に図示しなさい. また, 極値を求めなさい.

(福井大 2004) (m20042404)

0.125 極限値を求めなさい.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{4x - x^2}{2 - 6x + 3x^2}$ (2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\sum_{i=1}^{n} i}{n^2 - 1}$ (3) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

(福井大 2004) (m20042405)

0.126 次の関数の導関数を求めなさい.

(1) $y = x^2 e^{3x} \sin x$ (2) $y = e^{\sqrt{x}}$

(福井大 2004) (m20042406)

0.127 x, y がパラメータ表示により

$x = a\cos^3 t$

$y = b\sin^3 t$

で与えられているとき, dy/dx を求めなさい. ただし, $a \neq 0$, $b \neq 0$ とする.

(福井大 2004) (m20042407)

0.128 以下の積分 $I_1 \sim I_4$ を求めなさい.

$$I_1 = \int \frac{2x+3}{x^3+x^2-2x}dx \qquad I_2 = \int_0^{2\pi} \sin mx \, \sin nx dx \quad (m, n \text{ は正の整数})$$

$$I_3 = \int x^2 \sin ax dx \quad (a \neq 0) \qquad I_4 = \int_0^{\pi/2} x^2 \sin 2x dx \quad (I_4 \text{は有効数字 2 桁で求めなさい.})$$

（福井大 2004） (m20042408)

0.129 半径 r の円の面積を積分により計算し, その値が πr^2 となることを証明しなさい.

（福井大 2004） (m20042409)

0.130 次の不定積分を求めなさい.

$$\int \frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}dx$$

（福井大 2004） (m20042410)

0.131 定数 $a \neq 0$ のとき，次の定積分の値を求めなさい.

$$\int_0^{1/a} e^{-ax} dx$$

（福井大 2004） (m20042411)

0.132 水面上を移動している物体が，$5m/$秒の割合で減速している. 速度 $20m/$秒のときから静止するまでに移動する距離を求めなさい.

（福井大 2004） (m20042412)

0.133 物体を空中で自然に落下させると, 速度に比例する空気の抵抗を受ける. 落下する間の重力の加速度 g は一定であるとすると, はじめから t 秒後の物体の速度を ν として, 次の微分方程式が成り立つ（地球の中心へ向う方向を正の向きとする）.

$$\frac{d\nu}{dt} = g - \frac{k}{m}\nu \quad (m \text{ は物体の質量}, \ k \text{ は定数})$$

この微分方程式を解いて, 速度 ν および t 秒後までに落下する距離を求めなさい. ただし, 物体の初速度は 0 とする.

(福井大 2004) (m20042413)

0.134 微分方程式

$$x^2 \frac{dy}{dx} + y = 0$$

を解きなさい. ただし, $x \neq 0$, $y \neq 0$ とする.

(福井大 2004) (m20042414)

0.135 $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c} = k$ (一定, $k \neq 0$) のとき, xyz 直交座標系上の平面 $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} = 1$ が, 一つの定点を通ることを証明し, その定点を求めなさい. ただし, $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$ とする.

（福井大 2004） (m20042415)

0.136 次の行列式の値を, 因数分解した形で求めなさい.

$$\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix}$$

（福井大 2004） (m20042416)

0.137 方程式

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -4 & -6 \\ 1 & -1 & 2 & -3 \\ -2 & 1 & 6 & 3 \\ 5 & 3 & -10 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -4 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}$$

を解いて a, b, c, d を求めなさい.

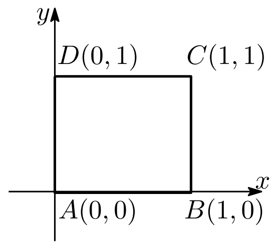
(福井大 2004)　　(m20042417)

0.138 xy 平面上における同一平面上への一次変換が

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

で与えられている. xy 平面上の図形 $ABCD$ が,

どのような図形に変換されるか図示しなさい.



(福井大 2004)　　(m20042418)

0.139 次の 2 つの列ベクトル $\boldsymbol{a}_1$ と $\boldsymbol{a}_2$ からなる行列 A がある.

$$\boldsymbol{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{a}_2 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}, \ A = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

(1) 行列 A のランク（階数）はいくらか.

(2) 次のベクトルと行列の積を計算しなさい.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

(3) 行列 A から得られる 2 つの固有ベクトルを求めなさい.

(4) 正規化された固有ベクトルを書きなさい.

(5) 正規化された 2 つの固有ベクトル（列ベクトル）からなる 2 行 2 列の正方行列 $\boldsymbol{P}$ を求めなさい.

(6) 列ベクトルを $\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$ とする. ${}^t(\boldsymbol{Pb})\boldsymbol{A}(\boldsymbol{Pb})$ を計算しなさい. ただし, ${}^t(\boldsymbol{Pb})$ は $\boldsymbol{Pb}$ の転置を意味している.

(7) ${}^t(\boldsymbol{Pb})\boldsymbol{A}(\boldsymbol{Pb}) = \dfrac{3}{2}$ が表す図形を図 B に描きなさい. そして, その図形がどのような形状か詳しく説明しなさい.

(福井大 2004)　　(m20042419)

0.140 赤球 5 個と白球 3 個が入った袋 A と, 赤球 2 個と白球 6 個が入った袋 B がある. 目隠しをして, いずれかの袋から 1 球取り出すとき, 白球を取り出す確率を求めなさい.

(福井大 2004)　　(m20042420)

0.141 表に示すように, xy 直交座標平面上に

(x_i, y_i) $(i = 1, 2, 3, 4, 5)$ で表される 5 個の点がある.

$$\sum_{i=1}^{5} \{y_i - (ax_i + b)\}^2$$

を最小にする条件で, a と b を求め,

5 個の点に対する近似直線を求めなさい.

i	x_i	y_i
1	2	3
2	3	4
3	6	5
4	9	5
5	10	8

(福井大 2004)　　(m20042421)

0.142 広義積分 $\displaystyle\int_1^\infty \frac{1}{x^2(x^2+1)}dx$ を求めよ．

(静岡大 2004)　　(m20042501)

0.143 関数 $f(x)=\log(2x+3)$ の第 n 次導関数 $f^{(n)}(x)$ を求めよ．また，関数 $f(x)$ のマクローリン級数の最初から 5 項を求めよ．

(静岡大 2004)　　(m20042502)

0.144 2 変数関数 $f(x,y)=\sin^{-1}\dfrac{y}{x}$ の第 2 次偏導関数 $\dfrac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y\partial x}$ を求めよ．ここで $\sin^{-1}$ は逆正弦関数であり，$x>0$ とする．

(静岡大 2004)　　(m20042503)

0.145 2 変数関数 $f(x,y)=x^2-4x+y^4-8y^2$ の極値を求めよ．

(静岡大 2004)　　(m20042504)

0.146 閉領域 $D=\{(x,y)|4\leqq x^2+y^2\leqq 9,\ y\leqq x\}$ を図示し，2 重積分 $\displaystyle\iint_D \sqrt{9-x^2-y^2}\,dxdy$ を求めよ．

(静岡大 2004)　　(m20042505)

0.147 行列 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ の固有値および対応する固有ベクトルを求めよ．また，直交行列を用いて A を対角化せよ．

(静岡大 2004)　　(m20042506)

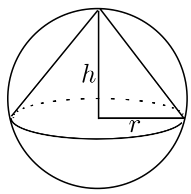
0.148 (1) 複素積分 $\displaystyle\int_C \frac{1}{z^2+4z+1}dz$ を求めよ．ここで，C は複素数平面の原点を中心とする半径 1 の円周を正の向きに 1 周する積分路とする．

(2) 実定積分 $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{1}{2+\cos\theta}d\theta$ を (1) を利用して求めよ．

(静岡大 2004)　　(m20042507)

0.149 直径 d の球に内接する円錐の体積の最大値を求めよ.

その場合の円錐の体積は, 球の体積の何％にあたるか.



（岐阜大 2004）　　(m20042601)

0.150 次の多重積分を計算せよ.

$$\iint_D |\ 3x\ |\ dxdy \qquad\qquad D\ :\ \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\leq 1 \quad (a,b>0)$$

(岐阜大 2004)　　(m20042602)

0.151 次の 1 階の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx}-\dfrac{3}{xy}=0$　　　(2) $\dfrac{dy}{dx}-3y=5$

(岐阜大 2004)　　(m20042603)

0.152 次の微分方程式の一般解を求めよ. ただし, y は x の関数であり, y'' は 2 階導関数, y' は 1 階導関数を表わす.

(1) $y' - y^2 = 0$ (2) $y'' + 3y' + 2y = 0$

(岐阜大 2004) (m20042604)

0.153 xyz 空間における平面 $\pi : x + 2y + 3z - 5 = 0$ および直線 $g : \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{-5} = \dfrac{z+3}{2}$ について,次の問に答えよ.

(1) 平面 π の単位法線ベクトルを求めよ.

(2) 直線 g の単位方向ベクトルを求めよ.

(3) 平面 π と直線 g の交点の座標を求めよ.

(岐阜大 2004) (m20042605)

0.154 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ のとき, $AX = O,\ YA = O$ を満足する $3\times\ 3$ 型の行列 X, Y を, 全て求めよ.

(岐阜大 2004) (m20042606)

0.155 下表のデータに対する最小 2 乗近似 1 次式を求めよ.

K	1	2	3	4	5
x_k	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
f_k	0.25	1.2	2.0	3.1	4.4

近似 1 次式は, $p(x) = a + bx$ とする. 誤差 $G\left(= \sum_{k=1}^{k=5} |f_k - p(x_k)|^2\right)$ を最小にするように, 係数 a , 係数 b を決定せよ.

(岐阜大 2004) (m20042607)

0.156 次の連立不等式の解を求めよ. また, 連立不等式を満たす最大の整数を求めよ.

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 8 \geqq 0 \\ x^2 - 10x + 21 < 0 \end{cases}$$

(豊橋技科大 2004) (m20042701)

0.157 次の有理式を整式と, 分子の次数が分母の次数より小さい分数式との和で表せ.

$$\frac{4x^2 - 13x + 9}{2x - 3}$$

(豊橋技科大 2004) (m20042702)

0.158 次の連立不等式を解け.

$$\begin{cases} 2x^2 - 6x + 1 \leqq 0 \\ 2x^2 - 5x + 2 > 0 \end{cases}$$

(豊橋技科大 2004) (m20042703)

0.159 方程式 $\cos^2 x + \sin x + a = 0$ について x の範囲を $0 \leqq x < 2\pi$ とする.

(1) この方程式を満たす実数 a の範囲を求めよ.

(2) 実数 a の値に対する方程式の解の個数を調べよ.

(豊橋技科大 2004) (m20042704)

0.160 2 次曲線 $y = x^2 + (m+2)x + (m^2+4)$ の接線のうち, 原点を通る傾き k_1, k_2 の 2 本の直線のなす角を θ とする. θ が最大となるときの m の値を求めたい. ただし, m は実数, $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ とする.

(1) $\tan(\alpha - \beta)$ を $\tan\alpha,\ \tan\beta$ を用いて表せ.

(2) k_1 , k_2 を m を用いて表せ.

(3) $\tan\theta$ を m を用いて表せ.

(4) θ が最大となるときの m の値と $\tan\theta$ の値を求めよ.

(豊橋技科大 2004)　　(m20042705)

0.161 空間の直交座標軸上に 3 点 $A(3,0,0)$, $B(0,3,0)$, $C(0,0,2)$ がある. 以下の各問いに答えよ.

(1) ベクトル $\overrightarrow{AB}$ とベクトル $\overrightarrow{AC}$ を成分で表し, それぞれの大きさを求めよ.

(2) 三角形 ABC の面積を求めよ.

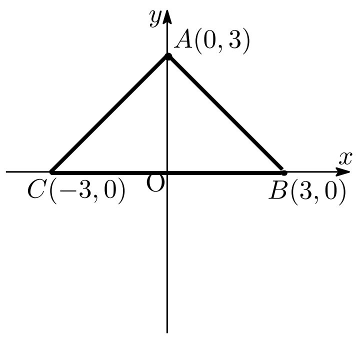
(3) 3 点を通る平面を α とするとき, 原点 O から α に下ろした垂線の足 H の座標を求めよ.

(豊橋技科大 2004)　　(m20042706)

0.162 行列 F によって点 (x,y) を点 (x',y') に移す次の 1 次変換

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = F \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

がある. この 1 次変換が, 点 $(2,-1)$ を点 $(4,4)$ に, 点 $(-1,3)$ を点 $(-2,-7)$ にそれぞれ移すとき, 以下の各問いに答えよ.



(1) 行列 F を求めよ.

(2) 行列 F の固有値および固有ベクトルを求めよ.

(3) 下図の点 A,B,C に対して, 行列 F による 1 次変換を n 回行って移る点をそれぞれ A_n, B_n, C_n とする. $n=1$ および $n=2$ のとき, 三角形 $A_1B_1C_1$ と三角形 $A_2B_2C_2$ を各頂点の座標を入れて図示せよ.

(4) 三角形 $A_nB_nC_n$ の面積を S_n とするとき, S_n を n を用いて表せ.

(豊橋技科大 2004)　　(m20042707)

0.163 複素数 $-2+2\sqrt{3}i$ について,

(1) 絶対値を求めよ.

(2) 偏角を求めよ.

(3) 2 乗根を求めよ.

(豊橋技科大 2004)　　(m20042708)

0.164 $\left(\dfrac{\sqrt{3}-i}{1+i}\right)^8$ を計算すると, $A+Bi$ となる. A および B を求めよ. ただし, A と B は実数とする.

(豊橋技科大 2004)　　(m20042709)

0.165 以下の問いに答えよ.

(1) 1 つのサイコロを 4 回振るとき, 次の確率を求めよ.

(a) 1 の目が 2 回出る確率.

(b) 1 の目が少なくとも 2 回出る確率.

(c) 1 の目が出る回数と 6 の目が出る回数の合計が 2 回となる確率.

(2) A 君と B 君がサイコロを交互に振るゲームをする. いま,A 君から振り始めるとし, 最初に 1 または 6 の目が出た方を勝ちとする. A 君の勝つ確率を求めよ.

(3) 1つのサイコロを2回振るゲームをする. 以下の2つの場合のどちらかが起こるときを成功とする.

- 1回目に1または6の目が出て, 2回目も1または6の目が出た場合.
- 1回目に1と6以外の目が出て, 2回目に1が出た場合.

このゲームに成功したとき, 1回目に出た目が1または6であった確率を求めよ.

(豊橋技科大 2004)　　(m20042710)

0.166 以下の不等式を証明せよ.

(1) $1+x \leqq e^x$

(2) $x_1 \times x_2 \times \cdots \times x_n = 1$ ならば $x_1 + x_2 + \cdots + x_n \geqq n$．ただし，$x_k > 0$ $(k = 1, 2, \ldots, n)$.

(名古屋大 2004)　　(m20042801)

0.167 次の2つの不等式で表される領域の共通部分の体積 V を求めよ.
$x^2+y^2+z^2 \leqq 1,\ \ x^2+y^2 \leqq a^2.$　　ただし，$0 < a \leqq 1$ とする.

(名古屋大 2004)　　(m20042802)

0.168 行列　$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$　について次の問いに答えよ.

(1) A の逆行列を求めよ.

(2) A の固有値と対応する固有ベクトルを求めよ．ただし，固有ベクトルは正規化したもの（大きさが1のもの）を示せ.

(3) A を対称行列と交代行列の和で表せ．なお，行列 X の転置行列を X^t としたとき，$X^t = X$ を満たすものを対称行列，$X^t = -X$ を満たすものを交代行列という.

(名古屋大 2004)　　(m20042803)

0.169 確率変数 X が値 x_i $(i = 1, 2, \cdots, n)$ をとり，$X = x_i$ となる確率を　$P(X = x_i) = p_i$　と表記するとき，以下の問いに答えよ．ただし，$P(X \geqq a)$ は X が a 以上の値である確率を表すとする.

(1) $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} p_i$ の値を示せ.

(2) X の期待値 $E[X]$ と分散 $V[X]$ を x と p を用いて表せ.

(3) X の期待値を $E[X] = \mu$，分散を $V[X] = \sigma^2$ とする．任意の正数 k に対して次の式が成り立つことを示せ.　$\sigma^2 \geqq k^2 P(|X-\mu| \geqq k)$

(4) 確率変数 X の平均と分散がそれぞれ50と9であるとき，$P(40 < X < 60)$ に関してわかる事を述べよ.

(名古屋大 2004)　　(m20042804)

0.170 4次の行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

について次の問い (1),(2),(3) に答えよ.

(1) A の行列式を求めよ.

(2) A の逆行列を求めよ.

(3) 次の列ベクトルを行列 A の列で与えられる 4 つの列ベクトルの 1 次結合で表せ.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

(名古屋工業大 2004) (m20042901)

0.171 2 変数関数

$$f(x,y) = \frac{x+y^2-y}{1+x^2}$$

に対して極値をとる点を求めよ.

(名古屋工業大 2004) (m20042902)

0.172 xy 平面の 5 点 $(0,0)$, $(1,0)$, $(3,1)$, $(2,2)$, $(0,2)$ を頂点とする 5 角形が作る閉領域を D とする. 重積分

$$\iint_D y\,dxdy$$

を求めよ.

(名古屋工業大 2004) (m20042903)

0.173 $x \neq 0$ で次の常微分方程式を解け.

$$x^2y' = (y^2+1)(y-1)(y+2)$$

(名古屋工業大 2004) (m20042904)

0.174 次の各不等式を解け.

(1) $\log_{\sqrt{a}}(x-5) < \log_a(x-2)$ ただし，a は 1 でない正の定数とする.

(2) $x^{\log x} > \dfrac{1000}{x^2}$ （対数の底は 10）

(三重大 2004) (m20043101)

0.175 方程式 $x^4 - 4kx^3 + 3 = 0$ が実数解を持つような, 実定数 k の値の範囲を求めよ.

(三重大 2004) (m20043102)

0.176 実数係数の 3 次方程式 $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - p^2x + q = 0$ (ただし，$p > 0$) について，次の (1) から (3) に答えよ.

(1) この方程式が 1 実根しかもたない条件を示し，それぞれの場合についてグラフの概形を描け.

(2) この方程式が重根をもつ条件を示し，それぞれの場合についてグラフの概形を描け.

(3) この方程式が 3 つの異なる実根をもつ条件を示し，それぞれの場合についてグラフの概形を描け.

(三重大 2004) (m20043103)

0.177 鉛直の壁に立てかけた長さ 5m の板がある．その下端を毎秒 16cm の速さで水平に引く場合について，次の (1)，(2) に答えよ.

(1) 板の下端が壁から 3m になった瞬間における板の上端の速さ，および加速度の大きさを求めよ.

(2) 板の下端が壁から 3m になった瞬間における板の中点の速さ，および加速度の大きさを求めよ.

(三重大 2004) (m20043104)

0.178 次の不定積分を求めなさい.

$$\int x^2 e^{-x} dx$$

（三重大 2004）　(m20043105)

0.179 以下の式で表される，二つの 3 次関数について，(1)〜(3) のすべてに答えよ.

$$y = -2x^3 + 8x^2 - 6x \qquad ①$$

$$y = x^3 - 2x^2 + ax \qquad ②$$

(1) ①，②で表される 2 本の曲線は，原点 $(0, 0)$ で交差する．このほかに，ただ 1 点で両者が接するような，a の値を求めよ．以下の問題で，a はこの値を取るとする.

(2) ①の関数の増減表は，以下のようになる.

x	$\cdots$		$\cdots$		$\cdots$		$\cdots$		$\cdots$		$\cdots$
y'				0				0			
y		0		$\dfrac{40-28\sqrt{7}}{27}$		0		$\dfrac{40+28\sqrt{7}}{27}$		0	

表中の空欄に適切な内容を記入し，増減表を完成せよ．記入内容は以下の通りとする.

(a) x の行の空欄には，適切な数値を記入する（分数・無理数を含む可能性がある）.

(b) y' の行の空欄には，正負のいずれの値を取るかを示す $-$ または $+$ を記入する.

(c) y の行の空欄には，グラフの傾きを表す $\searrow$ または $\nearrow$ を記入する.

また，xy 平面上に，①, ② の曲線の概形を描き，以下の座標を記入せよ.

(a) 曲線同士の交点・接点

(b) x, y 軸との交点

(c) （もしあれば）極大点・極小点

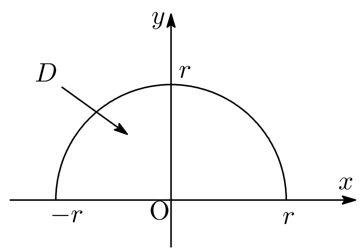
(3) 曲線①,②で囲まれた図形の面積を，積分を用いて求めよ.

（三重大 2004）　(m20043106)

0.180 平面図形 D が xy 平面内に存在するとき, 図形 D の図心の y 座標を $\overline{y}$ とすると,

$$\overline{y} = \frac{1}{S}\iint_D y\,dxdy \quad （ただし, S は図形 D の面積）$$

で与えられる. これを用いて, 図に示すような半円（半径 r）の図心の y 座標を求めよ.



(三重大 2004)　(m20043107)

0.181 空間座標系で，$x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ z \geqq 0,$

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} \leqq 1$$

をみたす点の集合の作る立体の体積を求めよ.

(三重大 2004)　(m20043108)

0.182 次の微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} + a^2 y = a^2(b+1) \qquad (a > 0\,,\ b > 0)$$

について, 以下の問いに答えよ.

(1) 一般解を求めよ.

(2) $x=0$ で $y=0$, $\dfrac{dy}{dx}=0$, および $x=\pi$ で $y=b$ のとき, y が無限大となる a の条件を求めよ.

(三重大 2004)　　(m20043109)

0.183　$y=y(x)$ に関する次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{d^2y}{dx^2}+5\frac{dy}{dx}+6y=5$$

(三重大 2004)　　(m20043110)

0.184　x,y,z に関する次の連立方程式

$$\begin{cases} x+2y+3z=0 \\ 4x+\alpha y+6z=0 \\ 7x+8y+9z=0 \end{cases}$$

が, 自明な解 ($x=0$, $y=0$, $z=0$) の他に解をもつための α の条件を求めなさい.

(三重大 2004)　　(m20043111)

0.185　以下のように行列表現された連立一次方程式がある.　ただし, a は任意の実数である.

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$$

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & a-1 \\ 1 & 1 & a+1 \\ 1-a & -1 & -3 \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{x}=\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{b}=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(1) a のすべての値について, 行列 $\boldsymbol{A}$ および行列 $[\boldsymbol{A}|\boldsymbol{b}]$（$\boldsymbol{A}$ の右側に $\boldsymbol{b}$ を並べたもの）のランク（階数）を求めなさい.

(2) (1) の結果を用いて, a のすべての値について解の存在性を答えなさい. また, 解が存在する場合は解を求めなさい.

(三重大 2004)　　(m20043112)

0.186　次の 2 つの行列 A,P について, P が逆行列をもち, $B=P^{-1}AP$ が対角行列 B となるように, 実数 x,y,α,β の値を求めなさい.　ただし, $\alpha>\beta$ とする.

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix},\ P=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ x & y \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$$

（三重大 2004）　　(m20043113)

0.187　直交デカルト座標系における基本ベクトルを $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$ とするとき, 以下の問いに答えよ.

(1) $\boldsymbol{A}=2\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{B}=3\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}-2\boldsymbol{k}$ のとき, 内積（スカラー積）$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}$ および $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ の交角の余弦を求めよ.

(2) $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}+5\boldsymbol{k}$ の $\boldsymbol{B}=-4\boldsymbol{i}-7\boldsymbol{j}+4\boldsymbol{k}$ 上への正射影を求めよ.

(3) $\boldsymbol{A}=2\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}+5\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{B}=-\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}-3\boldsymbol{k}$ のとき, 外積（ベクトル積）$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}$ を求めよ. また, $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ を 2 辺とする三角形の面積を求めよ.

（三重大 2004）　　(m20043114)

0.188　(1) 平均 0, 分散 1 の正規分布 $f(x)$ に関する以下の問に答えよ.

(a) $f(x)$ の極大点における x と $f(x)$ の値を求めよ. また, $f(x)$ の変曲点 ($f''(x)=0$) における x と $f(x)$ の値を求めよ.

(b) $f(x)$ のグラフを図示せよ.

(2) 確率変数 X と Y に関する以下の問に答えよ.

(a) 任意の実数 λ に対して次の関係が成り立つことを示せ.

$$E[\{\lambda(X-\mu_x)+(Y-\mu_y)\}^2]=\lambda^2\sigma_x^2+2\lambda\sigma_{xy}+\sigma_y^2$$

ここで, $E[X]$ は X の期待値を表し,

$$\begin{aligned}\mu_x &= E[X]\\ \mu_y &= E[Y]\\ \sigma_x^2 &= E[(X-\mu_x)^2]\\ \sigma_y^2 &= E[(X-\mu_y)^2]\\ \sigma_{xy} &= E[(X-\mu_x)(Y-\mu_y)]\end{aligned}$$

とする.

(b) $E[\{\lambda(X-\mu_x)+(Y-\mu_y)\}^2]\geq 0$ となることを示せ.

(c) (a) , (b) の関係を利用して相関係数 ρ_{xy} が -1 から 1 の間の値を取ることをとる示せ. ただし, $\sigma_x^2\sigma_y^2\neq 0$ とする.

(三重大 2004) (m20043115)

0.189 次の関数の導関数を求めよ.

(1) $y=\log(x+\sqrt{x^2+a^2})$, ただし, a は定数である.

(2) $y=\dfrac{x+3}{x^2-1}$

（奈良女子大 2004） (m20043201)

0.190 n を 2 以上の自然数とし, 多項式 $f(x)=(x+1)^n$ と $g(x)=\displaystyle\sum_{k=0}^{n}c_kx^k$ を考える.（ただし, c_k は定数）

(1) $f'(x)$, $g'(x)$, $f''(x)$ および $g''(x)$ を求めよ.

(2) $f'(0)-g'(0)$ および $f''(0)-g''(0)$ を求めよ.

（奈良女子大 2004） (m20043202)

0.191 次の定積分を計算せよ.

(1) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi}x^2\cos x dx$ (2) $\displaystyle\int_{0}^{\pi}\cos^2 x dx$

（奈良女子大 2004） (m20043203)

0.192 $u(x)$ は微分可能な関数, a と b は定数とする. 次の問に答えよ.

(1) $\dfrac{d}{dx}(e^{-ax}u(x))=be^{-ax}$ ならば $\dfrac{d}{dx}u(x)-a\,u(x)=b$ が成り立ち, またその逆も成り立つことを示せ.

(2) $\dfrac{d}{dx}(e^{-ax}u(x))=be^{-ax}$ の左辺および右辺をそれぞれ 0 から t まで積分せよ. とくに, $u(0)=0$ として, $u(t)$ を表せ.

（奈良女子大 2004） (m20043204)

0.193 $y(\rho)$ に関する 2 階の常微分方程式

$$\frac{d^2y(\rho)}{d\rho^2}+\frac{2}{\rho}\frac{dy(\rho)}{d\rho}+\left\{1-\frac{l(l+1)}{\rho^2}\right\}y(\rho)=0$$

を考える. ここで, 変数 ρ の範囲は, $0\leq\rho<\infty$ であり, l は正の整数である.

(1) いま, $y(\rho)$ を

$$y(\rho)=\frac{u(\rho)}{\rho}$$

とおいて, この方程式に代入すると, $u(\rho)$ についての方程式

$$\frac{d^2u(\rho)}{d\rho^2}+p(\rho)u(\rho)=0 \qquad (a)$$

が得られる. このときの $p(\rho)$ を求めよ.

(2) つぎに, (1) で得られた方程式 (a) の $\rho\to\infty$ および $\rho\to 0$ の極限における $u(\rho)$ の漸近解を求めてみよう.

(a) $\rho\to\infty$ のとき $p(\rho)$ 近似形を求め, $u(\rho)$ の漸近形が満たす方程式をかけ. また, このときの $u(\rho)$ は, λ をパラメータとして

$$u(\rho)=e^{\lambda\rho}$$

の形で与えられる. この方程式から λ を求め, $u(\rho)$ の一般解を求めよ.

(b) $\rho\to 0$ のとき $p(\rho)$ 近似形を求め, $u(\rho)$ の漸近形が満たす方程式をかけ. また, このときの $u(\rho)$ は, λ をパラメータとして

$$u(\rho)=\rho^{\lambda}$$

の形で与えられる. この方程式から λ を求め, $u(\rho)$ の一般解を求めよ.

(奈良女子大 2004) (m20043205)

0.194 実ベクトル $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{d}$, $\boldsymbol{e}$ を次のように定める.

$$\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}0\\2\\2\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{c}=\begin{pmatrix}3\\0\\3\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{d}=\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{e}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$$

(1) $\boldsymbol{d}$ および $\boldsymbol{e}$ を $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ の一次結合で示せ.

(2) どのような実ベクトル $\boldsymbol{v}=\begin{pmatrix}v_1\\v_2\\v_3\end{pmatrix}$ も $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ の一次結合で表せることを示せ.

（奈良女子大 2004） (m20043206)

0.195 実ベクトル $\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$ の長さを $|\boldsymbol{x}|=(x^2+y^2+z^2)^{1/2}$ とする. 実ベクトル $\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{pmatrix}$ に対して, $|\boldsymbol{a}|^2+|\boldsymbol{b}|^2=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|^2$ となるための条件を求めよ.

（奈良女子大 2004） (m20043207)

0.196 ３次の正方行列 A, S を次のように定める.

$$A=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{pmatrix},\qquad S=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}$$

(1) AS を求めよ. (2) AS^2 を求めよ.

（奈良女子大 2004） (m20043208)

0.197 3 次元空間の 0 でないベクトル $\overrightarrow{a_1}$, $\overrightarrow{a_2}$, $\overrightarrow{a_3}$ があり, それらの間の内積（スカラー積）が

$$\overrightarrow{a_i}\cdot\overrightarrow{a_j}=\begin{cases}|\overrightarrow{a_i}|^2 & (i=j)\\ 0 & (i\neq j)\end{cases}$$

で与えられている. ただし, i, $j=1,2,3$ で, $|\overrightarrow{a_i}|$ はベクトル $\overrightarrow{a_i}$ の大きさである. 以下の問いに答えよ.

(1) λ_1, λ_2, λ_3 を係数とする方程式

$$\lambda_1\overrightarrow{a_1}+\lambda_2\overrightarrow{a_2}+\lambda_3\overrightarrow{a_3}=0$$

が, $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=0$ のときのみ成り立つ場合, $\overrightarrow{a_1}$, $\overrightarrow{a_2}$, $\overrightarrow{a_3}$ は線形独立なベクトルであるという. 実際に, $\overrightarrow{a_1}$, $\overrightarrow{a_2}$, $\overrightarrow{a_3}$ が線形独立であることを示せ.

(2) $\overrightarrow{a_1}$, $\overrightarrow{a_2}$, $\overrightarrow{a_3}$ に対して,

$$\overrightarrow{a_1}\cdot(\overrightarrow{a_2}\times\overrightarrow{a_3})=\overrightarrow{a_2}\cdot(\overrightarrow{a_3}\times\overrightarrow{a_1})=\overrightarrow{a_3}\cdot(\overrightarrow{a_1}\times\overrightarrow{a_2})$$

が成り立つことを示せ. ただし, $\overrightarrow{a_i}\times\overrightarrow{a_j}$ は $\overrightarrow{a_i}$ と $\overrightarrow{a_j}$ のベクトル積である.

（奈良女子大 2004） (m20043209)

0.198 任意の関数 $y=f(x)$ がある区間 I で微分可能であるとき, I の各点に対して次式で定義される y' を関数 y の導関数と呼び, 導関数を求めることを関数 y を微分するという.

$$y'=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

(1) 上の定義式を用いて, 次の関数の導関数を求めよ.

$$y=\log x \qquad (x>0)$$

(2) 今関数 $f(x)$ と $g(x)$ は微分可能であるとする. この時, 上の導関数の定義式を用いて, 次の事を示せ.

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

但し, $g(x)\neq 0$ とする.

（京都大 2004） (m20043301)

0.199 以下の問に答えよ.

(1) $P(x)$ と $Q(x)$ は独立変数 x だけを含む関数とする. この時次のような 1 階線形微分方程式

$$\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$$

の一般解は

$$y=e^{-\int Pdx}\left[\int Qe^{\int Pdx}dx+c\right]$$

になることを証明せよ.

(2) 上記の関係式を使って次の 2 つの微分方程式の一般解を求めよ.

(a) $\quad 2x\dfrac{dy}{dx}+y=2x^2$

(b) $\quad (1+x^2)\dfrac{dy}{dx}=xy+1$

(京都大 2004) (m20043302)

0.200 行列 A に対して, その行列式の値を $|A|$, その絶対値を $abs|A|$ と表記する. このとき, 以下の問に答えよ.

(1) 次の行列式の値を求めよ.

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & 8 & 2 \\ 2 & 8 & 6 \end{vmatrix}$$

(2) 点 $P(x_1, y_1)$ と原点を通る直線の方程式を行列式を用いて表現せよ.

(3) 平面上の 3 点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ を頂点とする三角形の面積 S は以下のように表現できることを示せ.

$$S = \frac{1}{2} abs \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix}$$

（京都大 2004） (m20043303)

0.201 有限のシンボル集合 $A = \{a_i \mid i = 1, 2, \cdots, n\}$, $B = \{b_j \mid j = 1, 2, \cdots, m\}$ を考え, 各シンボルの生起確率を $P(a_i)$, $P(b_j)$ とする. これらのシンボル集合に対して条件付き確率 $P(a_i/b_j)$, $P(b_j/a_i)$, 同時生起確率 $P(a_i, b_j)$ をもとにして, $H(A), H(B), H(A/B), H(A, B), I(A, B)$ を以下のように定義する.

$$H(A) = \sum_{i}^{n} P(a_i) \log \frac{1}{P(a_i)}$$

$$H(B) = \sum_{j}^{m} P(b_j) \log \frac{1}{P(b_j)}$$

$$H(A/B) = \sum_{j}^{m} \sum_{i}^{n} P(a_i, b_j) \log \frac{1}{P(a_i/b_j)}$$

$$H(A, B) = \sum_{j}^{m} \sum_{i}^{n} P(a_i, b_j) \log \frac{1}{P(a_i, b_j)}$$

$$I(A, B) = H(A) - H(A/B)$$

この時, 次の問に答えよ.

(1) $I(A, B) = \displaystyle\sum_{j}^{m} \sum_{i}^{n} P(a_i, b_j) \log \frac{P(a_i, b_j)}{P(a_i)P(b_j)}$ となることを示せ.

(2) $H(A, B) = H(A) + H(B) - I(A, B)$ となることを示せ.

(3) $I(A, B) \geq 0$ となることを示せ.

（京都大 2004） (m20043304)

0.202 (1) 次の極限値を求めよ.

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - \left(1 + x + \dfrac{x^2}{2}\right)}{x^3}$$

(2) $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 1}$ の第 n 次導関数 $f^{(n)}(x)$（n は自然数）を求めよ.

（京都工芸繊維大 2004） (m20043401)

0.203 2 変数 x, y の関数 z が

$$z = x^{\alpha} f\left(\frac{y}{x}\right)$$

で与えられている. ただし, α は定数で, f は微分可能な 1 変数関数である.

(1) 偏導関数 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ を f および f の導関数 f' を用いて表せ.

(2) $x\dfrac{\partial z}{\partial x} + y\dfrac{\partial z}{\partial y} = \alpha z$ が成り立つことを示せ.

（京都工芸繊維大 2004） (m20043402)

0.204 閉領域 $D=\{(x,y)\ :\ 1 \leqq\ x \leqq\ 2,\ x \leqq\ y \leqq\ x^2\}$ を図示して, 次の重積分の値を求めよ.

$$\iint_D (x^2+2y)dxdy$$

(京都工芸繊維大 2004)　　(m20043403)

0.205 行列 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ -1 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ の行列式の値が 1 となるように a の値を定めよ.

また, そのように a の値を定めたとき, A の逆行列 A^{-1} を求めよ.

（京都工芸繊維大 2004）　　(m20043404)

0.206 行列 $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ の固有値とその固有ベクトルをすべて求めよ.

(京都工芸繊維大 2004)　　(m20043405)

0.207 行列式 $\begin{vmatrix} x & 1 & 0 & 0 \\ 0 & x & 1 & 0 \\ 0 & 0 & x & 1 \\ a & b & c & x \end{vmatrix}$ の値を求めよ.

(京都工芸繊維大 2004)　　(m20043406)

0.208 $x>0$ のとき，不等式

$$\tan^{-1} x > x - \frac{x^3}{3}$$

が成り立つことを示せ．ただし $\tan^{-1}$ は $\tan$ の逆関数の主値である.

(京都工芸繊維大 2004)　　(m20043407)

0.209 a を定数とするとき，極限 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(1+x)^a+(1-x)^a-2}{x^2}$ の値を求めよ.

(京都工芸繊維大 2004)　　(m20043408)

0.210 (1) $\tan\dfrac{x}{2}=t$ とおく．$\sin x$ と $\dfrac{dx}{dt}$ を t を用いて表せ.

(2) 不定積分 $\displaystyle\int \frac{dx}{2+\sin x}$ を求めよ.

(京都工芸繊維大 2004)　　(m20043409)

0.211 (1) y は x の関数である．変数変換 $x=e^t$ を行うと y は t の関数となる．このとき

$$\frac{dy}{dt}=x\frac{dy}{dx}, \quad \frac{d^2y}{dt^2}=x^2\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}$$

が成り立つことを示せ.

(2) 微分方程式 $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}-2y=0$ を解け.

(京都工芸繊維大 2004)　　(m20043410)

0.212 以下の設問に答えよ.

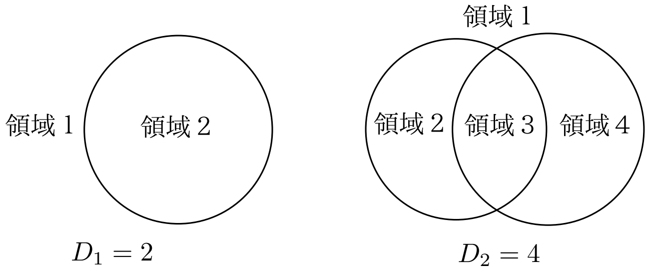
(1) 平面上に半径 $\dfrac{2}{3}$ の円 C および円 C 上に相異なる n 個の点 $P_1,\cdots,P_n$ がある. 各 P_i を中心とした半径 1 の円 C_i が描かれているとする $(1 \leqq\ i \leqq\ n)$. このとき, $P_1,\cdots,P_n$ と異なる C 上の点 P_{n+1} を適当にとり, P_{n+1} を中心とした半径 1 の円 C_{n+1} を描くと C_{n+1} は円 $C_1,\cdots,C_n$ と相異なる $2n$ 個の交点をもつようにできることを示せ.

(2) 平面を半径 1 の円でできるだけ多くの領域に分割することを考える. 円が 1 個,2 個のとき, 下の図のように 2 個,4 個の領域に分かれる. n 個の半径 1 の円での平面の最大の分割数を D_n と書くことにする $(n \geqq 1)$.

(a) $n = 3, 4$ のとき, 最大の分割数を与える図を書き, D_3 , D_4 を求めよ.

(b) $D_{n+1} = D_n + 2n$ を示せ.

(c) D_n を n の式で示せ.



(大阪大 2004)　　(m20043501)

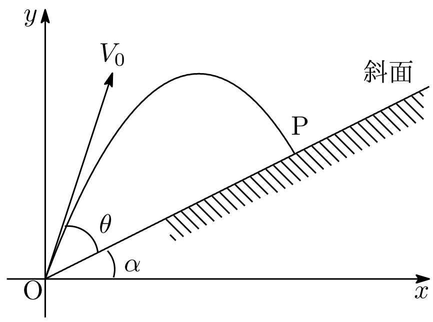
0.213 $a > 0,\ 0 \leqq x \leqq \pi$ のとき，関数 $y = \sin 2x + 2a(\sin x + \cos x) + 2$ について，以下の問いに答えよ.

(1) $t = \sin x + \cos x$ とおいて，y を t の関数として表せ.

(2) y の最大値および最小値を求めよ.

(大阪大 2004)　　(m20043502)

0.214 右図のように水平面と $\alpha\ (0 < \alpha < \pi/2)$ の角をなす斜面において，初速度 V_0 で斜面に対して $\theta\ (\theta > 0,\ 0 < \alpha + \theta < \pi/2)$ の方向に物体を投げる．以下の問いに答えよ.



(1) 物体の軌跡の x および y 座標は時間 t を媒介変数とするとき，

$$x = V_0 t \cos(\alpha + \theta)$$
$$y = -\frac{1}{2} g t^2 + V_0 t \sin(\alpha + \theta)$$

で与えられる．ただし，g は重力加速度である．斜面上の到達距離 OP を求めよ.

(2) 到達距離が最大となる投射角度 θ およびその時の到達距離 OP を求めよ.

(大阪大 2004)　　(m20043503)

0.215 曲線 $y = \dfrac{1}{2a}(e^{ax} + e^{-ax})\ (a > 0)$ について，以下の問いに答えよ.

(1) この曲線上の 2 点，$\mathrm{A}(0, \dfrac{1}{a}),\ \mathrm{B}(p, q)\ (p > 0)$ の間の弧の長さ ℓ を a と q で表せ.

(2) $\ell = \dfrac{\sqrt{3}}{a}$ のとき，点 $\mathrm{B}(p, q)\ (p > 0)$ の座標を求めよ.

（大阪大 2004）　　(m20043504)

0.216 以下の設問に答えよ.

(1) $x > 0$ の範囲で 3 つの関数 $f(x) = x - 1$, $g(x) = \log x$, $h(x) = -\dfrac{1}{ex}$ を考える. ただし, $\log x$ は自然対数, e は自然対数の底である. すべての $x > 0$ について, $f(x) \geqq g(x) \geqq h(x)$ を示せ. また, $f(x) \geqq g(x),\ g(x) \geqq h(x)$ の二つの不等式それぞれについて, 等式の成立する x の値を求めよ.

(2) $a_i > -1\ (i = 1, 2, 3, \cdots)$ をみたす任意の数列 $\{a_i\}$ と任意の n に対して,

$$\left(\sum_{i=1}^{n} a_i\right)\prod_{i=1}^{n}(1+a_i) > -\frac{1}{e}$$

を示せ. ただし, $\displaystyle\prod_{i=1}^{n}(1+a_i)$ は n 個の実数 $1+a_1, \cdots, 1+a_n$ をかけた数を表す.

(3) $a_i = t\ (i = 1, \cdots, n,\ t > -1)$ のとき, $\displaystyle\left(\sum_{i=1}^{n} a_i\right)\prod_{i=1}^{n}(1+a_i)$ を最小にする t の値と最小値を n を用いて表せ.

(4) 設問 (2) の不等式で, 右辺の $-\dfrac{1}{e}$ をより大きな数（n によらない）に変えても, $a_i > -1\ (i = 1, 2, 3, \cdots)$ をみたす任意の数列 $\{a_i\}$ と任意の n に対して, この不等式が成立するか. 理由を付けて答えよ.

（大阪大 2004）　　(m20043505)

0.217　s を実数, v を実数を成分とする 3 次元ベクトルとして,

$$A_s = E - sv\,{}^t v$$

と定義する. E は単位行列, ${}^t v$ は v の転置ベクトルを表す. ただし, v は零ベクトルではないとする. 以下の問に答えよ.

(1) A_s が直交行列となる s をすべて求めよ.

(2) 必要があれば, A_s が対称行列であることを用いて, A_s の固有値をすべて求めよ.

(3) 実数を成分とする 3 次元列ベクトル x_0 に対して

$$x_{i+1} = A_s x_i \quad i = 0, 1, 2, \cdots$$

と定める. このとき, すべてのベクトル x_0 に対して, x_i が収束するための s の範囲を求めよ. また, その時の極限 x_∞ を x_0 と v を用いて表せ. ただし, x_i が x_∞ に収束するとは, x_i の各成分が x_∞ の各成分に収束することである.

(大阪大 2004)　　(m20043506)

0.218　次の行列

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

について，以下の問いに答えよ．

(1) 行列 A の固有値，固有ベクトルを求めよ．

(2)

$$(A^8 + 3A - 4I)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0$$

を満足する点 (x, y, z) の集合はどのような図形となるか．図形の方程式を導出せよ．ただし，I は 3 次の単位行列である．

（大阪大 2004）　　(m20043507)

0.219　(1) n を自然数とするとき，　$\dfrac{1}{2^{n-1}+1} + \dfrac{1}{2^{n-1}+2} + \cdots + \dfrac{1}{2^n} > \dfrac{1}{2}$　が成り立つことを示せ．

(2) 上のことを使って，$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}=\infty$ が成り立つことを示せ．

(神戸大 2004)　(m20043801)

0.220 x を 0 でない実数とする．このとき，次の等式を示せ．

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left\{1+\cos\left(\frac{1}{n}x\right)+\cos\left(\frac{2}{n}x\right)+\cdots+\cos\left(\frac{n-1}{n}x\right)\right\}=\frac{\sin x}{x}$$

(神戸大 2004)　(m20043802)

0.221 正の整数 n, および実数 x に対し

$$e^x=1+x+\cdots+\frac{x^n}{n!}+\frac{x^{n+1}}{(n+1)!}e^{\theta_{x,n}x}$$

と表し, 数列 $\{\theta_{x,n}\}$ を定義する．ここで，$0<\theta_{x,n}<1$ $(n=1,2,\cdots)$ である. このとき, 次の各問に答えよ.

(1) 次の式が成り立つことを示せ.

$$e^{\theta_{x,n}x}=1+\frac{x}{n+2}e^{\theta_{x,n+1}x}$$

(2) 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\theta_{x,n}$ を求めよ.

（神戸大 2004）　(m20043803)

0.222 $\varepsilon>0$ とし，$D_\varepsilon=\{(x,y)\in\mathbf{R}^2 \mid \varepsilon^2\leq x^2+y^2\leq 1\}$ とおく．このとき次の値を求めよ．

$$\lim_{\varepsilon\to+0}\iint_{D_\varepsilon}\frac{x^2-y^2}{x^4+y^4}dxdy$$

(神戸大 2004)　(m20043804)

0.223 次の各問に答えよ.

(1) 積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^6\theta d\theta$ の値を求めよ.

(2) 次の D 上の重積分を, $x=r\cos\theta$, $y=r\sin\theta$ と変数変換することにより求めよ.

$$\iint_D x^2dxdy\,,\ \ D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leq x\}$$

(神戸大 2004)　(m20043805)

0.224 未知関数 $x(t),y(t)$ に関する微分方程式 $x'(t)=y(t)\,,\ y'(t)=-x(t)$ を，初期条件 $x(0)=a\,,\ y(0)=b$ の下で解け．

(神戸大 2004)　(m20043806)

0.225 次の n 次正方行列の行列式を求めよ．

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & \cdots & a_n \\ a_1 & b_2 & a_3 & a_4 & \cdots & a_n \\ a_1 & b_2 & b_3 & a_4 & \cdots & a_n \\ a_1 & b_2 & b_3 & b_4 & \cdots & a_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1 & b_2 & b_3 & b_4 & \cdots & a_n \\ a_1 & b_2 & b_3 & b_4 & \cdots & b_n \end{pmatrix}$$

(神戸大 2004)　(m20043807)

0.226 次の各問に答えよ.

(1) 行列 $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ の余因子行列 $\widetilde{A}$ を求めよ.

(2) 行列 $B=\begin{pmatrix} x & 1 & a & b \\ y^2 & y & 1 & c \\ yz^2 & z^2 & z & 1 \\ yzt & zt & t & 1 \end{pmatrix}$ の行列式 $\det(B)$ を求めよ.

（神戸大 2004） (m20043808)

0.227 行列 $A=\begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ とするとき, 次の問に答えよ.

(1) A の固有値を求めよ.

(2) A が対角可能か否か, 理由を述べて答えよ. また対角可能ならば, 対角化せよ.

(神戸大 2004) (m20043809)

0.228 ベクトルの組 a, b, c は $\mathbf{R^3}$ の基底であるとする.

$$u = a+b+c$$
$$v = a+b$$
$$w = a$$
$$x = b$$

とベクトル u, v, w, x を定めるとき，次の各問いに答えよ.

(1) ベクトルの組 u, v, w は $\mathbf{R^3}$ の基底であることを示せ.

(2) ベクトルの組 u, v, w, x は $\mathbf{R^3}$ の基底でないことを示せ.

(神戸大 2004) (m20043810)

0.229 微分可能な関数 $y=f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は次式で与えられる.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

このことを用いて, 次の問いに答えなさい.

(1) $y=\log_e x$ の導関数を求めなさい. ただし，$e=\lim_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x$ とする.

(2) $y=x^n$ の導関数を求めなさい. ただし，n は正の整数とする.

（鳥取大 2004） (m20043901)

0.230 次の積分を計算しなさい.

(1) $\displaystyle\int_{-L}^{L} \cos\left(\frac{n\pi}{L}x\right)\cos\left(\frac{m\pi}{L}x\right)dx$ ただし，L は正で，n, m は正の整数をとるものとする.

(2) $\displaystyle\int_0^\infty x^2 e^{-ax+b}dx$ ただし，a は正とする.

（鳥取大 2004） (m20043902)

0.231 $x = 0$, $y = 0$, $2x + y = 2$ の 3 つの直線に囲まれた領域で次の積分を計算しなさい.

$$\iint \left(x^2 - xy\right) dxdy$$

(鳥取大 2004)　　(m20043903)

0.232 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

(鳥取大 2004)　　(m20043904)

0.233 飛行している物体の時刻 t での位置座標 (x, y, z) が次式で与えられる.

$x = a \sin t$

$y = a \cos t$

$z = bt$

ただし, a, b は定数である. 次の問いに答えなさい.

(1) この物体の速度の大きさを求めなさい.

(2) この物体が $1 \leq t \leq 3$ の間に飛行した軌跡の長さを求めなさい.

（鳥取大 2004）　　(m20043905)

0.234 曲線 $y = x^2$ の接線のうち, 点 $(2, 3)$ を通る接線をすべて求めなさい.

(山口大 2004)　　(m20044301)

0.235 関数 $y = \dfrac{2x}{1 + x^2}$ の増減を調べ, グラフを描きなさい.

(山口大 2004)　　(m20044302)

0.236 定積分 $\displaystyle\int_0^{\infty} x^2 e^{-x}\, dx$ を計算しなさい.

（山口大 2004）　　(m20044303)

0.237 次の等式を満たす $f(x)$ を求めよ.

$$f(x) = \sin x - \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) \cos t\, dt$$

（山口大 2004）　　(m20044304)

0.238 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$2xyy' - x^2 - y^2 = 0$

(山口大 2004)　　(m20044305)

0.239 微分方程式 $x\dfrac{dy}{dx} = 2x + y$ の一般解を求めよ.

(山口大 2004)　　(m20044306)

0.240 三角形 $P_0P_1P_2$ において P_i の位置ベクトルを $\boldsymbol{r}_i$ とする. 一辺 P_1P_2 の中点 M_0 の位置ベクトルと, 中線 P_0M_0 を $2:1$ に内分する点 G の位置ベクトルを $\boldsymbol{r}_i$ を用いて表しなさい.

（山口大 2004）　　(m20044307)

0.241 $\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ の逆行列を求めなさい.

（山口大 2004）　　(m20044308)

0.242 行列式の計算において, 行列式の 1 つの行（または列）の全ての要素に同一の数をかけて得られる行列式の値はもとの行列式の値にその数をかけたものと等しいことを行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ を例として使って説明しなさい.

（山口大 2004）　　(m20044309)

0.243 行列 $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ に対する固有値および固有ベクトルを求めよ. 固有ベクトルはひとつの固有値に対してひとつ求めればよい.

(山口大 2004)　　(m20044310)

0.244 一般項が $a_n \geqq 0$ の級数（正項級数）$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ に対して, 次を示せ.

(1) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ が収束するとき $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$ および $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1+na_n}$ は収束する.

(2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$ が収束するとき $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ は収束する.

(3) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1+na_n}$ が収束しても $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ は収束しないことがある. その具体的な例を示せ.

(4) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ の収束, 発散に関係なく $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1+n^2 a_n}$ は収束する.

（徳島大 2004）　　(m20044401)

0.245 原点を中心とする半径 $a > 0$ の閉円板を $D(a) = \{(x, y) \in R^2\ ;\ x^2 + y^2 \leqq a^2\}$ とする.

(1) 2 重積分 $I(a) = \displaystyle\iint_{D(a)} \frac{dxdy}{(1 + x^2 + y^2)^4}$ を求めよ.

(2) 平面の全体における広義積分 $I = \displaystyle\iint_{R^2} \frac{dxdy}{(1 + x^2 + y^2)^4}$ を求めよ.

(徳島大 2004)　　(m20044402)

0.246 微分方程式 $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2} - x\dfrac{dy}{dx} + y = 4x$ を考える.

(1) 変数変換 $x = e^t$ により, $x\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{dy}{dt}$, $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2} = \dfrac{d^2y}{dt^2} - \dfrac{dy}{dt}$ となることを示せ.

(2) 変数変換 $x = e^t$ により, $y = y(t)$ の方程式に直せ.

(3) 上の変換で得られた方程式の一般解 $y = y(t)$ を求めよ.

(4) もとの微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ.

(徳島大 2004)　　(m20044403)

0.247 行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ に対して, 次の問に答えよ.

(1) A の固有値 λ と, それに対応する長さが 1 の固有ベクトル $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ を求めよ.

(2) 上で求めた λ と x に対して, $Ay = \lambda y + x$ となるベクトル $y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$ で x と直交するものを求めよ.

(3) このとき $P = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{pmatrix}$ とおいて, $\Lambda = P^{-1}AP$ を求めよ.

(徳島大 2004)　　(m20044404)

0.248 $\tan^{-1} x$ の値域は $\left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right)$ とする.

(1) $y = \tan^{-1} x$ のグラフをかけ.

(2) $x > 0$ のとき, $\tan^{-1} x > x - \dfrac{1}{3}x^3$ が成り立つことを示せ.

（愛媛大 2004）　　(m20044601)

0.249 次の積分を求めよ.

(1) $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{dx}{x(1+x^2)}$　　(2) $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{4 - \cos^2 x} dx$

（愛媛大 2004）　　(m20044602)

0.250 $f(x)$ を連続関数とし, $F(x) = \displaystyle\int_0^x f(t)\ dt$ とする.

(1) 関数 $g(x) = \displaystyle\int_{3x}^{x^2} f(t)\ dt$ を積分記号を使わず, $f(x)$, $F(x)$ を用いて表せ.

(2) 関数 $g(x)$ の導関数 $g'(x)$ を積分記号を使わず, $f(x)$, $F(x)$ を用いて表せ.

(3) 関数 $h(x) = \displaystyle\int_{3x}^{x^2} tf(t)\ dt$ の導関数 $h'(x)$ を積分記号を使わず, $f(x)$, $F(x)$ を用いて表せ.

(愛媛大 2004)　　(m20044603)

0.251 領域 $D = \{(x, y)\ ;\ x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ x + y \leqq 1\}$ における関数 $f(x, y) = xy(1 - x - y)$ の最大値を求めよ.

（愛媛大 2004）　　(m20044604)

0.252 α, β, γ が定数で, $f(x)$ が微分可能のとき, $g(s,t) = \gamma + (t - \alpha) f\left(\dfrac{s - \beta}{t - \alpha}\right)$ によって定義される関数 $g(s,t)$ は次の関係式を満たすことを示せ.

$$g(s,t) = \gamma + (t - \alpha)\frac{\partial g}{\partial t}(s,t) + (s - \beta)\frac{\partial g}{\partial s}(s,t)$$

(愛媛大 2004)　　(m20044605)

0.253 $D = \{(x, y)\ ;\ x^2 + y^2 \leqq \pi^2\}$ とするとき, 次の重積分を求めよ.

$$\iint_D \sin\sqrt{x^2 + y^2}\, dxdy$$

(愛媛大 2004)　　(m20044606)

0.254 次の積分を計算せよ.　$\displaystyle\iint_D xy\ dxdy$　　$D: x^2 + y^2 \geqq 1,\ 0 \leqq y \leqq x + 2,\ 0 \leqq x \leqq 1$

(愛媛大 2004)　　(m20044607)

0.255 A を正方行列とし, ${}^tA$ で A の転置行列を表すものとする.

(1) $A + {}^tA$ は対称行列, $A - {}^tA$ は交代行列であることを示せ.

(2) 任意の正方行列は対称行列と交代行列の和として一意的に表せることを示せ.

ただし，$A = {}^tA$ をみたす正方行列を対称行列，$A = -{}^tA$ をみたすものを交代行列という．

(愛媛大 2004)　　(m20044608)

0.256 (1) 行列 $\begin{pmatrix} 10 & 6 & 3 \\ 5 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ の逆行列を求めよ．

(2) 次の連立方程式を解け．

$$\begin{cases} 10x + 4y + z = 10 \\ 10x + 6y + 3z = 0 \\ 5x + 4y + 3z = 0 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

(愛媛大 2004)　　(m20044609)

0.257 零ベクトルを $\vec{0}$ と記す．

(1) A を n 次正方行列とする．実数 λ に対して，n 次元数ベクトル $\vec{u}$, $\vec{v}$ が条件

$$\vec{u} \neq \vec{0},\ A\vec{u} = \lambda\vec{u},\ A\vec{v} = \vec{u} + \lambda\vec{v} \qquad (*)$$

を満足していると仮定する．このとき，$\vec{u}$, $\vec{v}$ は 1 次独立であることを示せ．

(2) a, b, c, d を実数とする．2 次方程式 $x^2 - (a+d)x + ad - bc = 0$ が，a とは異なる実数 λ を 2 重解としてもつと仮定する．2 次正方行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ について，(1) の条件 (*) を満足する 2 次元数ベクトル $\vec{u}$, $\vec{v}$ が存在することを示せ．

(3) (2) における $\vec{u}$, $\vec{v}$ を $\vec{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$，$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ とおく．行列 $P = \begin{pmatrix} u_1 & v_1 \\ u_2 & v_2 \end{pmatrix}$ は正則であることを示し，$P^{-1}AP$ を求めよ．

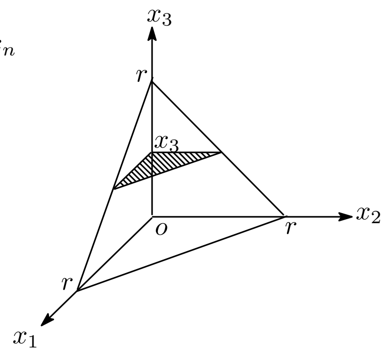
(愛媛大 2004)　　(m20044610)

0.258 正の数 r と整数 $n \geq 1$ に対して

$$K_n(r) = \{(x_1, x_2, \cdots, x_n) \mid x_i \geq 0 \ (1 \leq i \leq n)\ ,\ \sum_{i=1}^{n} x_i \leq r\}$$

とおくと, $K_n(r)$ の体積 $|K_n(r)|$（ただし, $n = 1$ のときは長さであり, $n = 2$ のときは面積）は次で与えられる.

$$|K_n(r)| = \int \cdots \int_{K_n(r)} 1 \ dx_1 \cdots dx_n$$



次の問に答えよ.

(1) $|K_1(r)|$, $|K_2(r)|$ を求めよ.

(2) 右図を参考にして $|K_3(r)|$ を求めよ.

(3) $|K_n(r)|$ を求めよ.

(九州大 2004)　　(m20044701)

0.259 (1) 次の線形非同次微分方程式

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

の一般解は

$$y = e^{-\int P(x)dx}\left(\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx + c\right)$$

で与えられることを示せ. ただし, $P(x), Q(x)$ は x の連続関数であり, c は任意の定数である.

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$x\frac{dy}{dx} - y = x(1+2x^2)$$

(3) 適切な変数変換を利用して, 次の微分方程式の一般解を求めよ. さらに, $x=1$ のとき $y=1$ となるような解を求めよ.

$$\frac{dy}{dx} - \frac{y}{2x} = \frac{\log x}{2x}y^3$$

(九州大 2004)　　(m20044702)

0.260 次の 2 階微分方程式について以下の問に答えよ.

$$y'' + y' - 6y = e^x$$

(1) 同次形の微分方程式 $y'' + y' - 6y = 0$ の一般解を求めよ.

(2) 微分方程式 $y'' + y' - 6y = e^x$ を次の初期条件の下に解け.

$$y(0) = 1\,,\ y'(0) = 1$$

(九州大 2004)　　(m20044703)

0.261 次の連立 1 次方程式 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ を考える. ただし,

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 4 & 8 & 4 \\ 0 & 6 & 14 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 16 \\ 20 \end{pmatrix}$$

である. このとき, 以下の問いに答えよ.

(1) 上三角行列 $\boldsymbol{U}$ と, 対角成分が 1 の下三角行列 $\boldsymbol{L}$ を用いて, $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{L}\boldsymbol{U}$ と書くとき, $\boldsymbol{L}$ と $\boldsymbol{U}$ を求めよ.

(2) $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ の解は以下の 2 つの問題を解くことで求まることを説明せよ.

$$\begin{cases} \boldsymbol{L}\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{U}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{y} \end{cases}$$

(3) (2) の方法で $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ を解け.

(九州大 2004)　　(m20044704)

0.262 3 変数 x, y, z の 2 次形式 $f(x,y,z) = 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 2xy - 2yz + 2zx$ は, 適当な直交行列 P で変換変数

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = {}^tP \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

すれば,$f(x,y,z) = aX^2 + bY^2 + cZ^2$ (a, b, c は実数) になるという, ただし ${}^tP$ は行列 P の転置行列である. 次の問に答えよ.

(1) 等式 $f(x,y,z) = (x,y,z)A\,{}^t(x,y,z)$ を満たす実対称行列 A を求めよ.

(2) 上の直交行列 P と実数 a, b, c を求めよ.

（九州大 2004）　　(m20044705)

0.263 n を 1 以上の整数とし, n 個の連続関数 $1, x, x^2, \cdots, x^{n-1}$ の 1 次結合全体を $L[1, x, x^2, \cdots, x^{n-1}]$ と表す. 線形写像

$$f \in L[1, x, x^2, \cdots, x^{n-1}] \longrightarrow f' \in L[1, x, x^2, \cdots, x^{n-1}]$$

を T で表す. ただし f' は f の導関数である. 次の問に答えよ.

(1) n 個の連続関数 $1, x, x^2, \cdots, x^{n-1}$ は 1 次独立であることを証明せよ.

(2) $\mathrm{Ker}(T), \mathrm{Im}(T)$ を求め, それぞれの次元を求めよ. ここで, 記号 $\mathrm{Ker}(T), \mathrm{Im}(T)$ はそれぞれ

$$\mathrm{Ker}(T) = \{f \in L[1, x, x^2, \cdots, x^{n-1}] \mid \text{恒等的に } Tf = 0\},$$
$$\mathrm{Im}(T) = \{Tf \mid f \in L[1, x, x^2, \cdots, x^{n-1}]\}$$

を表す.

(九州大 2004)　　(m20044706)

0.264 $f = x^2 + y^2 + \dfrac{1}{4}z^2 - 1$ とする. 座標系の原点を O, x, y, z 軸上で正の向きをもつ単位ベクトルをそれぞれ i, j, k とし, 以下の問に答えよ.

(1) スカラー場 f の勾配を計算せよ.

(2) 曲面 $f = 0$ 上の点 $P(x_0, y_0, z_0)$ における勾配ベクトル a とベクトル $\overrightarrow{OP}$ とのなす角を, z_0 を用いて表せ.

(3) $x = \sin\theta\cos\varphi$, $y = \sin\theta\sin\varphi$, $z = 2\cos\theta$ とおく. ただし, $0 \leq \theta \leq \pi$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ である. 曲面 $f = 0$ 上の点 $Q(\sin\theta\cos\varphi,\ \sin\theta\sin\varphi,\ 2\cos\theta)$ における接平面を張る二つのベクトルの組を示し, 法線ベクトルを計算せよ.

(4) (3) と同じ表記の下で, $0 \leq \theta \leq \theta_0$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ により囲まれる曲面の面積を $S(\theta_0)$ とする. $\dfrac{dS}{d\theta_0}$ を求めよ. ただし, $0 \leq \theta_0 \leq \pi$ である.

(九州大 2004)　　(m20044707)

0.265 複素平面上の中心 a, 半径 r の半円 $C_r(a)$ を $C_r(a) = \{z = a + re^{i\theta}\ ;\ 0 \leq \theta \leq \pi\}$ で定める. ただし, $i = \sqrt{-1}$ である.

(1) 正則関数 $f(z)$ に対して次式を示せ. $z = a + \varepsilon e^{i\theta}$ とおいて考えよ.

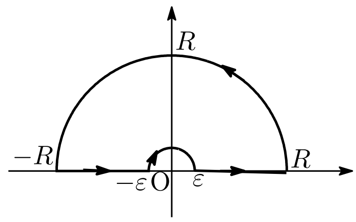
$$\lim_{\varepsilon \to 0} \int_{C_\varepsilon(a)} \frac{f(z)}{z - a} dz = i\pi f(a)$$

(2) 不等式 $\dfrac{2}{\pi}\theta \leq \sin\theta \left(0 \leq \theta \leq \dfrac{\pi}{2}\right)$ が成立つことを示せ.

(3) (2) の結果を用いて次式を証明せよ.

$$\lim_{R \to \infty} \int_{C_R(0)} \frac{e^{iz}}{z} dz = 0$$

(4) 関数 $\dfrac{e^{iz}}{z}$ の積分を図の矢印に示す道に沿って考えることにより, 定積分 $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\sin x}{x} dx$ の値を計算せよ.



(九州大 2004)　　(m20044708)

0.266 関数 $f(x, y, z)$ を $f(x, y, z) = \sin x + \sin y + \sin z$ とし, $u = (u_1, u_2, u_3)$ を方向ベクトル（単位ベクトル）とする. 次の問に答えよ.

(1) 原点における f の u 方向の方向微分を u_1, u_2, u_3 を用いて表せ.

(2) 原点の於いて関数 $f(x, y, z)$ がもっとも急速に増加する方向と, もっとも急速に減少する方向をそれぞれ求めよ.

(九州大 2004)　　(m20044709)

0.267 関数 $f(x) = \dfrac{1}{x}$ は半開区間 $(0, 1]$ で一様連続でないことを次の手順で示せ.

(1) 一様連続であることを $\varepsilon - \delta$ 法を用いて書け.

(2) (1) の否定命題を作れ.

(3) (2) が成り立つことを示せ.

（佐賀大 2004）　(m20044901)

0.268 次の問に答えよ.

(1) $\sqrt{1+2\log x}$ を x について微分せよ.

(2) 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0}\left(\tan x-\frac{1}{\cos x}\right)$ を求めよ.

（佐賀大 2004）　(m20044902)

0.269 次の関数の 1 次微分を求めなさい.

(1) $y=(2x^3+5x^2)^2$

(2) $y=e^{2x}\sin(x)$

(3) $y=(x^2-3x^3)/(1-x)$

（佐賀大 2004）　(m20044903)

0.270 次の極限値を求めよ.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{x^2}$$

（佐賀大 2004）　(m20044904)

0.271 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ について以下の問に答えよ.

(1) 導関数 $f'(x)$ の定義を示せ.

(2) 定義に基づいて $f(x)=x^n$ (n : 自然数) の導関数 $f'(x)$ を求めよ.

(3) $f(x)=x^x$ $(x>0)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ.

（佐賀大 2004）　(m20044905)

0.272 $f(x),\ g(x)$ がいずれも n 回微分可能とするとき,

$\displaystyle\{f(x)g(x)\}^{(n)}=\sum_{r=0}^{n}{}_nC_r f^{(n-r)}(x)g^{(r)}(x)$ を証明せよ.

（佐賀大 2004）　(m20044906)

0.273 次の各問に答えよ.

(1) $x>0$ のとき次の不等式が成り立つことを示せ.

$$e^x>1+x+\frac{x^2}{2}$$

(2) $y=\log|x+\sqrt{x^2+a}|$ $(a\neq 0)$ を微分せよ.

(3) $y=x\sin x$ $(-\pi\leq x\leq\pi)$ のグラフの概形を描け.

（佐賀大 2004）　(m20044907)

0.274 以下の積分を計算せよ.

(1) $\displaystyle\int x^4e^{3x}dx$　(2) $\displaystyle\int\frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$　(3) $\displaystyle\int 2^x dx$　(4) $\displaystyle\int_1^e 4x\log x dx$

（佐賀大 2004）　(m20044908)

0.275 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin x dx$ を計算せよ.

（佐賀大 2004）　　(m20044909)

0.276 次の不定積分を求めなさい. ただし, $\exp(z)$ は $\exp(z) = e^z$ を意味する.

(1) $\displaystyle\int (3x^2 + 5x + 2) dx$

(2) $\displaystyle\int 2/(1 - 2x) dx$

(3) $\displaystyle\int x\ \exp(-x^2) dx$

（佐賀大 2004）　　(m20044910)

0.277 次の積分を計算せよ.

(1) $\displaystyle\int \frac{1}{\sin x} dx \quad \left(\text{ヒント : } \tan\frac{x}{2} = t \text{ とおく}\right)$

(2) $\displaystyle\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2}\ dx \quad (a > 0)$

(3) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \cos mx \cos nx\ dx \quad (m, n\ :\ 0 \text{ 以上の整数})$

（佐賀大 2004）　　(m20044911)

0.278 $\displaystyle I = \int \frac{x}{(x+1)(x+2)} dx$ 　を求めよ.

（佐賀大 2004）　　(m20044912)

0.279 $f(x) = x^3 - 2x^2$ を $x = 1$ のまわりでテイラー展開し, 最初の第 2 項まで用いて, x についての線形式を求めよ.

（佐賀大 2004）　　(m20044913)

0.280 $f(x) = \cos x$ を $x = a$ のまわりで Taylor 展開せよ.

（佐賀大 2004）　　(m20044914)

0.281 以下の 2 変数関数に極値があるかどうか調べ, 極値がある場合はそれを求めよ.

(1) $f(x, y) = 3xy(3 - x - y)$

(2) $f(x, y) = 2x^2 - 6x^2 y + 2y^3$

（佐賀大 2004）　　(m20044915)

0.282 $z = f(x, y)$ は全微分可能とし, $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$ とするとき, $x\dfrac{\partial z}{\partial x} + y\dfrac{\partial z}{\partial y} = 0$ ならば, $f(x, y)$ は θ だけの関数であることを示せ.

（佐賀大 2004）　　(m20044916)

0.283 $f(x, y) = x\exp(8xy)$ について, 次の 1 次偏微分及び 2 次偏微分を求めなさい. ただし, $\exp(z)$ は $\exp(z) = e^z$ を意味する.

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \qquad\qquad \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}\right)$$

（佐賀大 2004）　　(m20044917)

0.284 関数 $f(x, y) = \tan^{-1}\left(\dfrac{x}{y}\right)$ を x と y でそれぞれ偏微分せよ.

（佐賀大 2004）　　(m20044918)

0.285　以下の重積分を計算せよ.

$$\iint_D 3xdxdy \qquad D = \{\ x^2+y^2 \leq 1\ ,\ x \geq 0\}$$

(佐賀大 2004)　　(m20044919)

0.286　$\displaystyle\iint_D (x+y)e^{x-y}dxdy\ , \qquad D=\{(x,y)\mid 0 \leq x+y \leq 1\ ,\ 0 \leq x-y \leq 1\}$
を計算せよ.

(佐賀大 2004)　　(m20044920)

0.287　次の２重積分を求めよ.

$$I = \iint_D (px^2+qy^2)dxdy \qquad D=\{(x,y)\ :\ x^2+y^2 \leq a^2\} \quad (p,q\ \text{は定数})$$

(佐賀大 2004)　　(m20044921)

0.288　次の微分方程式の特殊解を（　）内の形で求め, さらに一般解を求めよ.

$$y''+2y'+y=e^{-x} \qquad (\ y=Ax^2e^{-x}\ )$$

(佐賀大 2004)　　(m20044922)

0.289　直線上を運動する質点が, 原点から変位に比例する力で引っ張られるとき, 運動方程式はどのように表せるか, また時刻 $t=0$ において, 原点を速度 v_0 で正の向きに物体が通過したとするとき, 任意の時刻 t における質点の位置を求めよ.

(佐賀大 2004)　　(m20044923)

0.290　次の微分方程式を解け.

$y''(x)+2ay'(x)+y(x)=0$　(a は正の定数とする)

（ a の値によって場合分けすること）

(佐賀大 2004)　　(m20044924)

0.291　ある年 t の人口 N の増加率 dN/dt は, 次の (i)(ii) の２ケースがそれぞれ成り立つものと仮定する.
(i) その年 t の人口 N に比例する. (ii) 人口の上限を N_{max} とすると $N(1-N/N_{max})$ に比例する.
各ケースともに, その比例定数を k, また基準となる年を $t=0$ とし, その時の人口を N_0 とする.
２ケース (i)(ii) の場合の微分方程式を立て, 人口と時間（年）の関係をそれぞれ求めよ.

(佐賀大 2004)　　(m20044925)

0.292　次に示す３つのベクトル $\boldsymbol{x}_1$, $\boldsymbol{x}_2$, $\boldsymbol{x}_3$ について各問に答えよ.

$$\boldsymbol{x}_1=\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{x}_2=\begin{pmatrix}-1\\0\\2\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{x}_3=\begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix}$$

(1)　$\boldsymbol{x}_1$, $\boldsymbol{x}_2$, $\boldsymbol{x}_3$ のベクトルの一次結合により零ベクトルをつくり, これらのベクトルが一次従属であることを示しなさい.

(2)　$\boldsymbol{x}_1$, $\boldsymbol{x}_2$, $\boldsymbol{x}_3$ の各ベクトルを他の２つのベクトルの一次結合で表しなさい. また, この３つのベクトル系の階数が２であることを説明しなさい.

（佐賀大 2004）　　(m20044926)

0.293 正則行列

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

の逆行列を A^{-1} とするとき, A と A^{-1} の関係式を書け. また A^{-1} を求めよ.

（佐賀大 2004） (m20044927)

0.294 行列 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ の逆行列を A^{-1} を求めよ.

（佐賀大 2004） (m20044928)

0.295 以下の各問に答えよ. ただし, $\mathrm{adj}\,A$ は行列 A の余因子行列, E は単位行列, $\det A$ は行列 A の行列式を表すものとする.

(1) n 次行列 A について

$$(\mathrm{adj}\,A)A = A(\mathrm{adj}\,A) = (\det A)E$$

となることを利用して

$$\det(\mathrm{adj}\,A) = (\det A)^{n-1}$$

が成り立つことを示しなさい.

(2) 次の 3 次行列

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

について, $\det A$, $\mathrm{adj}\,A$, $\det(\mathrm{adj}\,A)$, A^{-1} を求めなさい.

（佐賀大 2004） (m20044929)

0.296 次の問に答えよ.

(1) 行列 $A=\begin{pmatrix} a+2 & 1 \\ 3 & a \end{pmatrix}$ が正則であるための条件を求めよ.

(2) a は $|A|$ を満たす整数であるとき, 次の連立方程式を逆行列を用いて解け.

$$\begin{cases} (a+2)x+y &= 1 \\ 3x+ay &= -3 \end{cases}$$

(佐賀大 2004) (m20044930)

0.297 次の連立方程式をクラーメルの解法で解け.

$$\begin{cases} 4x-3y &= 1 \\ 3x-y &= 2 \end{cases}$$

(佐賀大 2004) (m20044931)

0.298 次の対称行列の階数および行列式を求め, この行列が正則であるかどうか判断せよ. 正則な場合は, 逆行列を求めよ. さらに, 固有値と対応する固有ベクトルを求めて, この行列を対角化せよ.

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

(佐賀大 2004) (m20044932)

0.299 R^3 を実の 3 次列ベクトル全体のなすベクトル空間とする．3 次正方実行列 A と 3 次列ベクトル $a \in R^3$ を

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \\ 1 & -3 & -1 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

とする. さらに, $f\ :\ R^3 \to R^3$ を $f(x) = Ax\ (x \in R^3)$ で定義された R^3 の線形変換とする.

(1) A^2 および逆行列 A^{-1} を計算せよ.

(2) ベクトル $f(f(\boldsymbol{a}))$ を計算せよ.

(3) $f(\boldsymbol{u}) = \boldsymbol{a}$ となるベクトル $\boldsymbol{u} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \in R^3$ を求めよ.

(4) $f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}$ となるベクトル $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in R^3$ を求めよ.

(5) A の固有値とそれぞれの固有値に属する固有ベクトルを求めよ.

(佐賀大 2004)　　(m20044933)

0.300 実数体 R 上の線形空間 V の空でない部分集合 S が V の部分空間であるとは, 任意のベクトル $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \in S$ と任意のスカラー $\alpha \in R$ に対して,

(イ) $\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} \in S$,　　(ロ) $\alpha\boldsymbol{x} \in S$

を満たすことである. 次の $V = R^3$ の部分集合が部分空間になるかどうかを調べ, 部分空間になるものについては, その次元と基底 1 組を求めよ.

$$S_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in R^3\ ;\ x + y - z = 0 \right\},$$

$$S_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in R^3\ ;\ x + y - z \text{ は整数} \right\},$$

$$S_3 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in R^3\ ;\ x^2 + y^2 - z^2 = 0 \right\}.$$

(佐賀大 2004)　　(m20044934)

0.301 $f(x) = e^{-x}\sin x$ について以下の問いに答えなさい. ただし, $0 \leq x \leq 2\pi$ とする.

(1) 曲線 $y = f(x)$ の増減, 凹凸を調べ, その概形を描きなさい.

(2) f の最大値を $f_{\max}$ とし, そのときの x を $x_{\max}$ とする. また,f の最小値を $f_{\min}$ とし, そのときの x を $x_{\min}$ とする. このとき, $x_{\max}$, $x_{\min}$ および $\left|\dfrac{f_{\max}}{f_{\min}}\right|$ を求めなさい. ただし, $\left|\dfrac{f_{\max}}{f_{\min}}\right|$ は $\dfrac{f_{\max}}{f_{\min}}$ の絶対値を表す.

（長崎大 2004）　　(m20045001)

0.302 次の関数をに x ついて微分せよ.

$y = (2x^3 + x - 3)^5$　　　　$y' =$ ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

（長崎大 2004）　　(m20045002)

0.303 次の導関数を示せ.

(1) x^n (2) e^x (3) $\log x$ (4) $\sin x$ (5) $\tan x$

（長崎大 2004） (m20045003)

0.304 次の設問 (1),(2) に答えよ.

(1) 次の不定積分を求めよ.

$$\int e^{2x} \sin 3x dx$$

(2) 次の曲線で囲まれた図形を x 軸に関して回転してできる回転体の体積を求めよ.

$$y = \frac{1}{x+1} \quad , \qquad x \text{ 軸}, \quad y \text{ 軸}, \quad \text{直線 } x = 2$$

（長崎大 2004） (m20045004)

0.305 方程式 $y = x^2 + 2x + 2$ について, 以下の問に答えよ.

(1) この方程式を示すグラフを図示せよ.

(2) このグラフを x 軸方向に $+3$, y 軸方向に -2 移動したグラフの方程式を示せ.

(3) (2) のグラフと x 軸とで囲まれる領域を x 軸について回転させた時の体積を求めよ.

（長崎大 2004） (m20045005)

0.306 連続関数 $f(x)$ において Taylor 展開の $2, 3$ 項を記述せよ. ただし, h は x の微小な変化量である.

$$f(x+h) \approx f(x) + \boxed{} + \boxed{} + O(h^3)$$

(長崎大 2004) (m20045006)

0.307 次の 2 変数関数の x 偏微分 z_x を求めよ.

$z = e^{-(x^2+y^2)}$ $z_x =$ ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(長崎大 2004) (m20045007)

0.308 次の微分方程式が与えられているとき, 設問 (1) から (3) に答えよ.

$$y''(x) + 4y'(x) + 7y(x) = Q(x) \qquad \text{(i)}$$

(1) 上の (i) 式において $Q(x) = 0$ とする. 初期条件 $y(0) = 0$, $y'(0) = -3$ が与えられているとき, 微分方程式の解 $y(x)$ を求めよ.

(2) 上の (i) 式において $Q(x) = 3e^{-5x}$ のとき, 微分方程式の解を少なくとも一つ求めよ.

(3) 次に, $Q(x)$ が具体的に与えられていない場合を考える. (i) 式の解の 1 つを $y_1(x)$ とするとき, $y_2(x) = 5y_1(x)$ は必ず, 微分方程式

$$y''(x) + 4y'(x) + 7y(x) = 5Q(x) \qquad \text{(ii)}$$

の解であるか. 理由を述べて説明せよ.

(長崎大 2004) (m20045008)

0.309 微分方程式 $(y')^2 = x$ を解け.

(長崎大 2004) (m20045009)

0.310 二つのベクトル $\overrightarrow{A}$, $\overrightarrow{B}$ の内積を求めよ.

$\overrightarrow{A} = (2, 3, 4)$, $\overrightarrow{B} = (5, -1, 2)$ $\overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{B} =$ ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

（長崎大 2004） (m20045010)

0.311 行列 A, T を $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & -5 \end{bmatrix}$, $T = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ とし, ベクトル $\boldsymbol{s}$ を $\boldsymbol{s} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ とする. また, t を $t \geq 0$ の実数とし, 指数関数 e^{-3x} , e^{-t} を用いて行列 $E(t)$ を $E(t) = \begin{bmatrix} e^{-3t} & 0 \\ 0 & e^{-t} \end{bmatrix}$ とする. これらの行列やベクトルに関して以下の問いに答えなさい.

(1) $\boldsymbol{x}(t) = TE(t)T^{-1}\boldsymbol{s}$ とする. この $\boldsymbol{x}(t)$ を求めなさい.

(2) $y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t)$ とする. このとき

$$J = \int_0^\infty y(t)^2 dt$$

を求めなさい.

(3) 行列 $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ とする. また, 未知数 p, q, r を用いて未知の対称行列を $P = \begin{bmatrix} p & q \\ q & r \end{bmatrix}$ とする. この P を

$$PA + A^T P = -Q$$

を満足するように決定し, $W = \boldsymbol{s}^T P \boldsymbol{s}$ を求めなさい. ただし, A^T は行列 A の転置行列を表し, $\boldsymbol{s}^T$ はベクトル $\boldsymbol{s}$ を転置したものを表す. （長崎大 2004） (m20045011)

0.312 次のベクトルに関して以下の問いに答えよ.

$$\boldsymbol{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

(1) $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{a}_3$ が一次従属系であることを示せ.

(2) 連立一次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ が解を持つためには, a, b, c にはどのような条件が必要か.
但し, 行列 A は $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{a}_3$ を, それぞれ第 $1, 2, 3$ 列とする行列である.

(3) 連立一次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$ の解 $\boldsymbol{x}$ を全て求めよ.

（長崎大 2004） (m20045012)

0.313 方程式 $z^5 = 1$ を満足するすべての z について以下に問いに答えなさい.

(1) 与えられた方程式を満足する z のうち, $z = 1$ を除いて偏角が最小のものを $z = \omega$ とする. このとき与えられた方程式のすべての解は $1, \omega, \omega^2, \omega^3, \omega^4$ であることを示しなさい. ただし, 複素数 z の偏角 $\arg z$ は $0 \leq \arg z \leq 2\pi$ の範囲で考えることにする.

(2) (1) で定義した ω は

$$1 + \omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 = 0$$

を満足していることを示しなさい.

（長崎大 2004） (m20045013)

0.314 以下に設問に答えよ.

(1) 複素数 z を $z = x + iy$ とするとき, x と y を z とその共役複素数 $\overline{z}$ で表わせ.

(2) 原点を中心とし, 半径 r の円を (x, y) 座標で表わせ.

(3) 原点を中心とし, 半径 r の円を, x と y をそれぞれ実部, 虚部とする複素数 z とその共役複素数 $\overline{z}$ で表わせ.

（長崎大 2004）　(m20045014)

0.315 次の積分を求めなさい.

$$\int_0^a \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}\ , \qquad (a>0)$$

（大分大 2004）　(m20045101)

0.316 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2}+m^2x(t)=0\ , \qquad (m>0)$$

(大分大 2004)　(m20045102)

0.317 W を荷重, ρ を密度, g を重力の加速度, $A(x)$ を面積とするとき, ある工学の問題において次式を満足する $A(x)$ を求めることが必要になる. 次の問に答えなさい. ただし, W , ρ および g は一定とする.

$$\sigma_0 A(x)=W+\int_0^x \rho g A(t)dt\ ,\ \ A_0=A(0)>0\ ,\ \ \sigma_0=\frac{W}{A(0)}$$

(1) 上式の両辺を x で微分した式を求めなさい.

(2) (1) で得られた式を解いて, $A(x)$ を求めなさい.

(大分大 2004)　(m20045103)

0.318 (1) $\arctan x$ の $x=0$ における Taylor 展開を，５次の項まで求めよ.

(2) $BC=10,\ AC=1,\ \angle C=\dfrac{\pi}{2}$ である直角三角形 ABC において，$\angle B$ の値（ラジアン）を小数第４位まで求めよ.

(熊本大 2004)　(m20045201)

0.319 $f(x,y)=e^{-x^2-y^2}(2x^2+y^2)$ の最大値，最小値を求めよ.

(熊本大 2004)　(m20045202)

0.320 n 次の実正方行列 A について，${}^tAA=E$ が成り立つとき，A は n 次の直交行列であるという. ここで，${}^tA$ は A の転置行列，E は n 次の単位行列だある．このとき，次の問いに答えよ.

(1) A,B が共に n 次の直交行列であれば，AB, A^{-1} も n 次の直交行列であることを示せ.

(2) ２次の直交行列 A は次の２つの行列のいずれかの形をしていることを示せ.
$\begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix},\begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ \sin\theta & -\cos\theta\end{pmatrix}$

(熊本大 2004)　(m20045203)

0.321 ３次の実正方行列 $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & -2\\ 2 & -1 & -2\\ -2 & 2 & 0\end{pmatrix}$ について，次の問いに答えよ.

(1) A の固有値と対応する固有ベクトルを求めよ.

(2) $P^{-1}AP$ が対角行列となる３次の正則行列 P を１つ求めよ.

(熊本大 2004)　(m20045204)

0.322 2 変数関数 $z=f(x,y)=e^{-x}\sin y$ について, 次の各問に答えよ.

(1) $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ を求めよ.

(2) 曲面 $z=f(x,y)$ の上の点 $P\left(0,\dfrac{\pi}{2},1\right)$ における接平面の方程式を求めよ.

（宮崎大 2004）　(m20045301)

0.323 2 変数関数 $f(x,y)=3x^2+2y^3-6xy$ について, 次の各問に答えよ.

(1) $f_x(x,y)=f_y(x,y)=0$ を満たす点 (x,y) を全て求めよ.

(2) (1) で求めた点について極大・極小の判定を行ない, $f(x,y)$ の極値を求めよ.

（宮崎大 2004） (m20045302)

0.324 重積分 $\displaystyle\iint_D \frac{dxdy}{x^2+y^2}$, $D\ :\ 1 \leqq x^2+y^2 \leqq 2$ の値を，次の指示に従って求めよ.

(1) 積分領域 D を xy 平面上に図示せよ.

(2) (x,y) を極座標 (r,θ) で表し，積分領域 D に対する (r,θ) の範囲を求めよ.

(3) ヤコビアン $\left|\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)}\right|$ を求めよ.

(4) (3) で求めたヤコビアンを用いて，重積分の値を求めよ.

(宮崎大 2004) (m20045303)

0.325 次の各問に答えよ.

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{dy}{dx}+2xy=0$$

(2) 次の微分方程式を解け.

$$\frac{dy}{dx}+2xy=xe^{-x^2} \quad , \quad y(0)=1$$

(宮崎大 2004) (m20045304)

0.326 行列 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ について, 次の各問に答えよ.

(1) 行列 $\boldsymbol{A}$ の固有値と固有ベクトルを求めよ.

(2) ベクトル $\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ を 2 つの固有ベクトルの和で表せ.

(3) (2) の結果と固有ベクトルの性質を用いて, $\boldsymbol{A}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix}$ を示せ.

(宮崎大 2004) (m20045305)

0.327 次の問に答えよ.

(1) 行列 $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ について行列式の値を求めよ，さらに，全ての固有値を求めよ.

(2) 行列 $\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ について行列式の値を求めよ.

(首都大 2004) (m20045901)

0.328 $m\times\ n$ 行列のランク（階数）はその行列の線形独立（一次独立）な列ベクトルの最大個数等しい.
このとき

行列 $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ のランクを求めよ．解答には，その理由も述べよ.

(首都大 2004) (m20045902)

0.329 $n\times\ n$ 正方行列 A の特性多項式は

$$f_A(\lambda)=\det(A-\lambda I)=\lambda^n+a_{n-1}\lambda^{n-1}+\cdots+a_1\lambda+a_0$$

である.（ただし，係数 $a_{n-1},\cdots,a_0$ は定数であり，I は単位行列である.）

ここでこの多項式の λ に行列 A を代入した行列多項式は

$$f_A(A)=A^n+a_{n-1}A^{n-1}+a_{n-2}A^{n-2}+\cdots+a_1A+a_0I=0$$

となる.（これをケイリーハミルトンの定理という）

この定理を用いて

$A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ のときに, 次の行列をそれぞれ求めよ.

(1) A^3

(2) A^{-1}

注意：この定理を用いたことがわかるように解答すること

(首都大 2004)　　(m20045903)

0.330 関数 $f(x)=x^2\log_e\dfrac{1}{x^2}$ について以下の問に答えよ．ただし，e は自然対数の底である.

(1) 導関数 $f'(x)$ を求めよ.

(2) $f(x)$ の最大値を求めよ.

(3) 定積分 $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx$ を求めよ

(首都大 2004)　　(m20045904)

0.331 デカルト座標系 (x,y) で，$(x^2+y^2)^3=4x^2y^2$ と表現される曲線について以下の問に答えよ.

(1) 極座標系 (r,θ) での関係式に変換せよ $(r=\sqrt{x^2+y^2},\tan\theta=y/x)$.

(2) グラフの概形を図示せよ.

(3) 曲線が囲む図形の面積（複数の図形がある場合はすべての合計）を求めよ.

(首都大 2004)　　(m20045905)

0.332 以下の問に答えよ.

(1) $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ とする．A が正則行列かどうか調べ，正則ならば A^{-1} を求めよ.

(2) $B=\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & -2 \\ -3 & 9 & -3 \end{pmatrix}$ とする.

(a) B の固有値および固有ベクトルを求めよ．ただし，固有ベクトルの第 1 成分が 1 となるようにせよ.

(b) $P^{-1}BP$ が対角行列となるような P，およびそのときの $P^{-1}BP$ を求めよ.

(宇都宮大 2004)　　(m20046101)

0.333 以下の問に答えよ.

(1) $f:(x,y) \longrightarrow (2x, -x+y)$ において線形変換 f が与えられているとき，f をあらわす行列 A を求めよ．

(2) $D(x) = \begin{vmatrix} 1 & f(x) & f'(x) & f''(x) \\ 1 & g(x) & g'(x) & g''(x) \\ 1 & h(x) & h'(x) & h''(x) \\ 1 & k(x) & k'(x) & k''(x) \end{vmatrix}$ について，$\dfrac{dD(x)}{dx}$ を求めよ。

（ただし，$f(x)$ は x の関数，$f'(x) = \dfrac{df(x)}{dx}, f''(x) = \dfrac{d^2f(x)}{dx^2}$, $g(x), h(x), k(x)$ についても同様）

(宇都宮大 2004)　　(m20046102)

0.334 以下の問に答えよ．

(1) $x > 0$ における次の関数の極値とそのときの x の値を求めよ．

$$f(x) = e^{-ax} - e^{-bx} \qquad \text{ただし}, b > a > 0 \text{とする}.$$

(2) 次の定積分の大きさを求めよ。

$$\int_0^{\pi} \sin^3 \theta d\theta$$

(宇都宮大 2004)　　(m20046103)

0.335 関数 $f(x) = e^{-x} \sin \pi x (x \geqq 0)$ があるとき，以下の問に答えよ．

(1) $y = f(x)$ のグラフの概形を描け．

(2) $y = f(x)$ のグラフと x 軸とで囲まれる部分の面積を原点に近い方から $S_1, S_2, \cdots, S_n, \cdots$ とするとき，1 番目の面積 S_1 を求めよ．

(3) n 番目の面積 S_n を求めよ．

(4) $S_1, S_2, \cdots, S_n, \cdots$ の面積の総和を求めよ．

(宇都宮大 2004)　　(m20046104)

0.336 以下の問に答えよ．

(1) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2 - a^2}$ $(a \neq 0)$ を求めよ．

(2) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = y^2 - a^2$ $(a \neq 0)$ を解きなさい．

(宇都宮大 2004)　　(m20046105)

0.337 容器に n 個の部品を入れてある．このうち，m 個が不良品で残りが良品である．この容器からランダムに 2 個の部品を取り出したとき，1 個が不良品で 1 個が良品である確率を求めよ．

(工学院大 2004)　　(m20046201)

0.338 $y = \sin^2 x + \cos x$ $(0^\circ \leqq x < 360^\circ)$ の最小値を求めよ．

(工学院大 2004)　　(m20046202)

0.339 $\displaystyle\int_0^{\infty} \lambda x e^{-\lambda x} dx$ を解け．

(工学院大 2004)　　(m20046203)

0.340 $x\dfrac{dy}{dx} = x + y$ を解き，点 $(1, 2)$ を通る解を求めよ．

(工学院大 2004)　　(m20046204)

0.341 (1) 行列 $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ の固有値が実数となることを証明せよ．

(2) 行列 A の逆行列 A^{-1} を求め，$AA^{-1} = E$ となることを証明せよ．ただし，E は単位行列である．

(工学院大 2004)　　(m20046205)

0.342 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$ と $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -6 & 5 \end{pmatrix}$ において以下の値をそれぞれ求めよ．

(1) $A^2 + B^2$

(2) $(A+B)(A-B)$

(工学院大 2004)　　(m20046206)

0.343 2つのベクトル $\vec{a} = (1, 1)$, $\vec{b} = (-1+\sqrt{3},\ -1-\sqrt{3})$ の内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ．また，$\vec{a}$, $\vec{b}$ が成す角 θ を求めよ．

(工学院大 2004)　　(m20046207)

0.344 複素数 $4-3i$ の絶対値を求めよ．

(工学院大 2004)　　(m20046208)

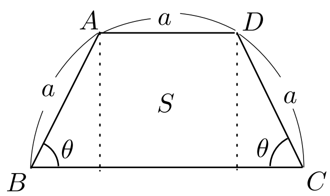
0.345 $x = 2t-4,\ y = 5-3t^2$ の関数があるとき，導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.（x を用いて表せ.）

(工学院大 2004)　　(m20046209)

0.346 曲線 $y = 2\sin^2 x$ 上の点 $x = \dfrac{\pi}{4}$ における接線の傾きと，接線の方程式を求めよ．

(工学院大 2004)　　(m20046210)

0.347 図のように辺 $AB = AD = DC = a$, $\angle ABC = \angle DCB = \theta$ の等脚台形がある．台形 $ABCD$ の面積 S を a, θ を用いて表せ．さらに面積 S を最大にするような θ の値を求めよ．



(工学院大 2004)　　(m20046211)