作成責任者：軽井沢数学 IC 数学教育研究所 所長 碓氷長 (94 歳)

0.1 以下の問いに答えよ．

(1) 次の有理関数の不定積分を求めよ．

$$\frac{7}{2x^2+5x-3}$$

(2) 次のカテナリー（懸垂線）の長さを求めよ．ただし，$0 \leq x \leq a$ とする．

$$y = \frac{1}{2}\left(e^x + e^{-x}\right)$$

(筑波大 2025)　　(m20251301)

0.2 2 つの曲線 $y = x$ と $y = x^2$ で囲まれた領域を D とする．このとき次の二重積分を求めよ．

$$\iint_D xy\,dxdy$$

(筑波大 2025)　　(m20251302)

0.3 関数 $z = \exp\left(-\frac{1}{2}(x^2+y^2)\right)$ が描く曲面 S において，点 $(1, 1, e^{-1})$ における接平面の方程式を求めよ．

(筑波大 2025)　　(m20251303)

0.4 以下の問いに答えよ．ただし，n は自然数とする．

(1) 次の不等式が成り立つことを示せ．

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} > \int_1^{n+1} \frac{dx}{x}$$

(2) (1) の不等式と次の不等式

$$\int_{(n-1)\pi}^{n\pi} \frac{|\sin x|}{x} dx > \frac{2}{n\pi}$$

が成り立つことを用いて，次の広義積分が無限大に発散することを示せ．

$$\int_0^{+\infty} \frac{|\sin x|}{x} dx$$

(筑波大 2025)　　(m20251304)

0.5 次の連立方程式について，a を実数の定数として以下の問いに答えよ．

$$\begin{cases} x - y - z = -1 \\ ax + 2y + 3z = 3 \\ 3x + y + az = 2 \end{cases}$$

(1) 連立方程式の解が 1 組に決まる条件を係数行列の行列式を用いて示せ．また，そのときの a の条件を示せ．

(2) 解がない場合の a の値を求めよ．

(3) 解が一意に定まらない場合の a の値を求めよ．またその解が，任意定数 t を用いて
$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ 1 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} c_3 \\ c_4 \\ 0 \end{pmatrix}$ で与えられる場合，定数 c_1，c_2，c_3，c_4 を求めよ．

(筑波大 2025)　　　(m20251305)

0.6 行列 $A=\begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}$ について，以下の問いに答えよ．ただし，θ は実数の定数である．

(1) 行列 A の転置行列を ${}^tA$ で表す場合，${}^tAA$ を求めよ．

(2) 行列 A の固有値 λ_1, λ_2 を求めよ．ただし，固有値 λ_1, λ_2 は複素数である．

(3) 行列 A の固有値 λ_1, λ_2 に対する固有ベクトル $\boldsymbol{u}_1$, $\boldsymbol{u}_2$ を求めよ．

(4) $A^n \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ を求めよ．

(筑波大 2025)　　　(m20251306)

0.7 2 次曲線 $5x^2-2xy+5y^2+10\sqrt{6}\,x-2\sqrt{6}\,y+18=0$ について考える．

(1) $\boldsymbol{z}=\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}$ とし，上記の 2 次曲線を ${}^t\boldsymbol{z}A\boldsymbol{z}+2\,{}^t\boldsymbol{b}\,\boldsymbol{z}+c=0$ と表す．
対称行列 A，ベクトル $\boldsymbol{b}$，スカラー c を求めよ．ただし，ベクトル $\boldsymbol{x}$ の転置は ${}^t\boldsymbol{x}$ と表す．

(2) (1) で求めた行列 A の固有値および長さ 1 の固有ベクトルを求めよ．

(3) (2) で求めた固有ベクトルを横に並べた行列 P を用いて，$\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=P\begin{pmatrix}X\\ Y\end{pmatrix}$ という変数変換を行い，2 次曲線を新たな変数 X, Y を用いて表せ．

(4) 変数 X, Y で表された 2 次曲線を楕円 $\dfrac{s^2}{a}+\dfrac{t^2}{b}=1$ の形式（a, b は正の定数）に変形し，新たな変数 s, t を変数 X, Y で表せ．

(5) 変数 x, y を変数 s, t に変換する変数変換を「回転（または鏡映）」および「平行移動」の語を用いて説明せよ．

(筑波大 2025)　　　(m20251307)

0.8 (1) 次の実正方行列 A の行列式を求めよ．

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ a & b & c & d\\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2\\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3\end{pmatrix}$$

(2) (1) の行列 A が正則となる条件を a,b,c,d を用いて述べよ．

(3) 2 次元平面上の 4 つの点 $(x_i,\ y_i)$ $(i=1,2,3,4)$ を通る次のような多項式 $y=h_0+h_1x+h_2x^2+h_3x^3$ を決める問題を考える．y 座標および多項式の係数についての列ベクトルを，それぞれ，
$\boldsymbol{y}={}^t(y_1,\ y_2,\ y_3,\ y_4)$，$\boldsymbol{h}={}^t(h_0,\ h_1,\ h_2,\ h_3)$ と定めるとき，多項式が 4 つの点すべてを通る条件を $\boldsymbol{y}$, $\boldsymbol{h}$ と 4 次正方行列を用いて表せ．ただし，ベクトル $\boldsymbol{z}$ の転置は ${}^t\boldsymbol{z}$ と表す．

(4) (3) の x_i $(i=1,\ 2,\ 3,\ 4)$ がすべて異なるとき，多項式が一意に決まることを示せ．

(筑波大 2025)　　　(m20251308)

0.9 区間 $[0,u]$ 上で定義された次の連続関数 $f(x)$, $g(x)$ を考える．

$$f(x)=\left(\alpha+\frac{1}{\sqrt{\beta+x^2}}\right)^{-1}, \qquad g(x)=x-f(x)$$

ただし，α, β は正の定数である．また，$f(u)<u$ であると仮定する．

(1) 区間 $(0,u)$ において $0<f'(x)<\dfrac{u}{\sqrt{\beta+u^2}}$ である．このことを示せ．

(2) $g(x)=0$ を満たす $x=x^*$ が区間 $(0,u)$ に存在し，かつ，そうした x^* が唯一であることを示せ．

次に，区間 $(x^*,\ u]$ 内の任意の初期値 x_0 から次のようにして生成される数列 $\{x_n\}$ を考える．

$$x_{n+1}=f(x_n) \qquad n=0,1,2,\cdots$$

(3) $x^*<x_{n+1}<x_n$ であることを示せ．

(4) 数列 $\{x_n\}$ が極限値を持ち，かつ，その極限値が x^* となることを示せ．

(筑波大 2025)　　(m20251309)

0.10 次の関数を考える．ただし，e はネイピア数である．

$$f(x,y)=e^{\alpha x}\sin(\beta y) \qquad (\alpha\neq 0,\ \beta\neq 0)$$

(1) 関数 $z=f(x,y)$ の点 $(0,0)$ における接平面を求めよ．

(2) 関数 $z=f(x,y)$ の点 $(0,0)$ における テイラー展開を 3 次の項まで求めよ．

次の関数を考える．

$$g(x,y)=-x^2-\frac{1}{4}y^2+4x+\frac{1}{2}y-\frac{17}{4}$$

(3) 関数 g の勾配とヘッセ行列を示せ．

(4) 関数 g のヘッセ行列の定値符号（正定値，負定値，不定値のいずれか）を答えよ．その理由も述べること．

(5) 関数 g の極値を求めよ．

(筑波大 2025)　　(m20251310)

0.11 確率 p で成功し，確率 $1-p$ で失敗する独立な実験を n 回繰り返す．X_i は i 回目の実験に成功したときに $X_i=1$，失敗したときに $X_i=0$ となる確率変数である．$P(E)$ は事象 E が起こる確率を表す．

(1) 以下の確率変数 Y は n 回の実験における成功割合を表す．確率変数 Y の期待値と分散を求めよ．

$$Y=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$$

(2) 確率 $p_1,\ p_2,\ \cdots,\ p_n$ で値 $z_1,\ z_2,\ \cdots,\ z_n$ をとる確率変数 Z の期待値を μ，分散を σ^2 とする．ただし，$\displaystyle\sum_{i=1}^{n}p_i=1,\ \ p_i\geq 0\ \ (i=1,2,\cdots,n)$ とし，$\sigma^2>0$ とする．このとき，実数 $t>0$ に対して，分散 σ^2 の定義式を用いて以下の不等式が成り立つことを証明せよ．

$$P\left(|Z-\mu|\geq t\sigma\right)\leq\frac{1}{t^2}$$

(3) 独立な実験を 2500 回繰り返したとき，0.99 以上の確率で成功割合 Y が期待値 ± 0.1 の範囲で収まることを，(2) の不等式を用いて証明せよ．

(筑波大 2025)　　(m20251311)

0.12 A 県と B 県において，ある政党への支持率を調査した．A 県から無作為に抽出した 300 人のうち 90 人，B 県から無作為に抽出した 200 人のうち 35 人が支持すると回答した．A 県と B 県の政党支持率をそれぞれ p_A と p_B とする．必要に応じて付表を参照すること．

(1) 政党支持率 p_A は 4 割未満であると言えるか，有意水準 5% で検定せよ．

(2) 政党支持率 p_A と p_B に差があると言えるか，有意水準 5% で検定せよ．

付表 1：標準正規分布表

付表 2：

$\sqrt{2} = 1.414$	$\sqrt{3} = 1.732$	$\sqrt{5} = 2.236$	$\sqrt{6} = 2.449$	$\sqrt{7} = 2.646$	$\sqrt{10} = 3.162$

(筑波大 2025)　　(m20251312)

0.13 実数を成分とする n 次正方行列全体からなる集合 $M_n(\mathbb{R})$ を行列の和とスカラー倍を演算とする $\mathbb{R}$ 上のベクトル空間とみなす．行列 $A = (a_{ij}) \in M_n(\mathbb{R})$ のトレース $\mathrm{tr}\,A$ は，A の対角成分の総和として

$$\mathrm{tr}\,A = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

で定まる．以下の問いに答えよ．

(1) $(i,\ j)$ 成分が 1 で他のすべての成分が 0 であるような n 次正方行列を E_{ij} で表す．n^2 個の行列 E_{ij} $(1 \leq i, j \leq n)$ は $M_n(\mathbb{R})$ の基底であることを示せ．

(2) 写像 $f : M_n(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$ を $f(A) = \mathrm{tr}\,A$ で定める．このとき f は線形写像であることを示せ．

(3) $M_n(\mathbb{R})$ の部分集合 V を

$$V = \left\{ A \in M_n(\mathbb{R}) \;\middle|\; \mathrm{tr}\,A = 0 \right\}$$

で定める．このとき，V は $M_n(\mathbb{R})$ の部分ベクトル空間であることを示し，その次元 $\dim V$ を求めよ．

(4) 正則行列 $P \in M_n(\mathbb{R})$ に対して，$M_n(\mathbb{R})$ の部分集合 W を

$$W = \left\{ A \in M_n(\mathbb{R}) \;\middle|\; \mathrm{tr}\,(P^{-1}AP) = 0 \right\}$$

で定める．このとき，W は $M_n(\mathbb{R})$ の部分ベクトル空間であることを示し，その次元 $\dim W$ を求めよ．.

(筑波大 2025)　　(m20251313)

0.14 以下の問いに答えよ．

(1) 関数 $\cosh t = \dfrac{e^t + e^{-t}}{2}$ $(t \in \mathbb{R})$，$\sinh t = \dfrac{e^t - e^{-t}}{2}$ $(t \in \mathbb{R})$ について，

$$\cosh^2 t - \sinh^2 t = 1$$

を示せ．

(2) 関数 $\tanh t = \dfrac{\sinh t}{\cosh t}$ $(t \in \mathbb{R})$ の逆関数を求めよ．

(3) $D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; 0 \leq y \leq x/2,\ x^2 - y^2 \leq 1 \right\}$ と定義する．このとき，重積分

$$\iint_D \frac{1}{(1 + x^2 - y^2)^2} dxdy$$

を求めよ．

(筑波大 2025)　　(m20251314)

0.15 以下の問いに答えよ．

(1) 集合 $A,\ B,\ C$ に対して，

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

を示せ．

(2) $\varnothing$ を空集合とする．$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \;\middle|\; 0 \leq x < 1 \right\}$ とし，実数 $a \in \mathbb{R}$ に対して $B(a) = \left\{ x \in \mathbb{R} \;\middle|\; -1 \leq x - a \leq 1 \right\}$ とする．$A \cap B(a) = \varnothing$ となるような a の範囲を求めよ．

(3) $A=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;\middle|\; x^2-4x+3=0\right\}$, $B=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;\middle|\; y^2-5y+4=0\right\}$,
$C=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;\middle|\; y\geq x\right\}$ とする．$A\cap B\cap C$ の要素の個数を求めよ．

(筑波大 2025)　　(m20251315)

0.16 次式に示される領域 D の体積を重積分を用いて求める．

$$D=\left\{(x,y,z)\;\middle|\; x^2+y^2+\frac{1}{4}z^2\leq 1,\ 0\leq x,\ 0\leq y,\ 0\leq z\right\}$$

ここで x,y,z について，次のように変数変換して考える．

$x=r\sin\theta\cos\varphi,\ y=r\sin\theta\sin\varphi,\ z=2r\cos\theta\quad(r\geq 0,\ 0\leq\theta\leq\pi,\ 0\leq\varphi\leq 2\pi)$

(1) $(r,\ \theta,\ \varphi)$ から (x,y,z) への変数変換のヤコビ行列 J を求めなさい．

(2) $(r,\ \theta,\ \varphi)$ から (x,y,z) への変数変換のヤコビアン $|J|$ を求めなさい．

(3) (2) で求めた $|J|$ を用いて，領域 D の体積を求めなさい．途中の計算も記述すること．

(筑波大 2025)　　(m20251316)

0.17 正の実数 a を含む 2 次関数 $f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2+2axy+2ayz$ は実対称行列 A と実ベクトル

$\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$ を用いて，$f(x,y,z)=\boldsymbol{x}^TA\boldsymbol{x}$ と表せる．

また，$f(x,y,z)$ は直交行列 B と実ベクトル $\boldsymbol{u}=\begin{pmatrix}u\\v\\w\end{pmatrix}$ を用いた 1 次変換 $\boldsymbol{x}=B\boldsymbol{u}$ によって，

$g(u,v,w)=\lambda_1u^2+\lambda_2v^2+\lambda_3w^2$ の形に変換される（ただし，$\lambda_1,\ \lambda_2,\ \lambda_3$ は実数とする）．

このとき，以下の設問に答えなさい．

(1) 行列 A を求めなさい．

(2) 行列 A の固有値をすべて求めなさい．

(3) $f(x,y,z)=1$ が楕円面となるための a の条件を求めなさい．

(4) $|\lambda_1|,\ |\lambda_2|,\ |\lambda_3|$ のうち最も値が大きいものが $\dfrac{3}{2}$ となるとき，a および行列 B を求めなさい．

(筑波大 2025)　　(m20251317)

0.18 次の極限を調べ，それが存在する場合は極限値を求め，存在しない場合はその理由を述べよ．
ただし，$a,\ b>0$ は定数とし，$\sin^{-1}x$ は $\sin x\left(-\dfrac{\pi}{2}\leq x\leq\dfrac{\pi}{2}\right)$ の逆関数とする．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x-\sin^{-1}x}{x^3}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\frac{a^{\frac{1}{x}}+b^{\frac{1}{x}}}{2}\right)^x$　　(3) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{x^2y}{x^4+y^2}$

(信州大 2025)　　(m20251901)

0.19 次の問いに答えよ．

(1) 不定積分 $\displaystyle\int x^3e^{-x^2}dx$ を求めよ．

(2) $D_n=\left\{(x,y)\;\middle|\; x^2+y^2\leqq n^2\right\}$ $(n=1,2,\cdots)$ とおき，領域 D_n 上での 2 重積分

$$I_n=\iint_{D_n}(x^2+y^2)^2e^{-(x^2+y^2)}dxdy$$

を考える．このとき，極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}I_n$ を求めよ．

(信州大 2025)　　(m20251902)

0.20 t は実数とする．行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 3 \\ 1 & t & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ について，次の問いに答えよ．

(1) A の行列式の値を求めよ．また，A が正則なとき，t が満たす条件を求めよ．

(2) t が (1) で求めた条件を満たすとき，A の逆関数を求めよ．

(信州大 2025)　　(m20251903)

0.21 a は実数とする．行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ a-1 & 1 & a-1 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ が対角化可能なとき，a が満たす条件を求め，対角化せよ．

(信州大 2025)　　(m20251904)

0.22 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$，$B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ とする．以下の問いに答えよ．

(1) 行列式 $|A|$ の値を求めよ．

(2) 行列 A の逆行列を求めよ．

(3) 等式 $XA = |A|B$ を満たす行列 X を求めよ．

(豊橋技科大 2025)　　(m20252701)

0.23 関数 $f(x, y) = \cos x + \sin y \ \ (0 < x < 2\pi,\ 0 < y < 2\pi)$ について答えよ．

ア．偏導関数 $f_x(x, y)$，$f_y(x, y)$ をそれぞれ求めよ．

イ．$f_x(x, y) = f_y(x, y) = 0$ を満たす点 (x, y) を全て求めよ．

ウ．$f(x, y)$ の極値を求めよ．

(豊橋技科大 2025)　　(m20252702)

0.24 次の定積分および 2 重積分を求めよ．

ア．$\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{x^2+1}dx$

イ．$\displaystyle\iint_D (4x^2 - y^2)dxdy \ \ , \quad D = \left\{(x, y) \ \middle| \ |2x - y| \leqq 1,\ |2x + y| \leqq 2\right\}$

(豊橋技科大 2025)　　(m20252703)

0.25 赤色の玉が 1 個，黄色の球が 1 個，青色の玉が 1 個，合計 3 個の玉が入っている袋がある．この袋の中から玉を 1 個取り出し，その玉の色を確認して元に戻すという操作を n 回 $(n \geqq 3)$ 繰り返す．このとき，取り出した n 個の玉の色が 1 種類である確率を p_n，2 種類である確率を q_n, 3 種類である確率を r_n とする．次の問いに答えよ．ただし，答えが分数になるときは既約分数で答えよ．また，必要ならば，$2^{12} = 4096$，$3^{12} = 531441$ であることは用いてもよい．

ア．p_3 を求めよ．

イ．q_3 を求めよ．

ウ．$n=3$ のとき，取り出した 3 個の玉の色の種類の数 X の期待値を求めよ．

エ．r_{12} を求めよ．

(豊橋技科大 2025)　　　(m20252704)

0.26　次の微分方程式の一般解を求めよ．

ア．$\dfrac{dy}{dx}+y=0$

イ．$\dfrac{d^2y}{dx^2}+\dfrac{dy}{dx}=0$

(豊橋技科大 2025)　　　(m20252705)

0.27　関数 $f(x)=e^{-x^2}-x\sin x$ に対し，$f(x)$ のマクローリン展開を x^4 の項までで打ち切って得られる高々 4 次の多項式 $g(x)$ を求めよ．

(名古屋工業大 2025)　　　(m20252901)

0.28　次の不定積分を求めよ．

$$\int \frac{dx}{x^2+2x+3}$$

(名古屋工業大 2025)　　　(m20252902)

0.29　次の関数が原点 $(0,0)$ において極値をとるかどうかを，それぞれ判定せよ．なお，極値をとる場合については極大・極小の区別を明示すること．

$$\begin{aligned} f(x,y) &= (1+x^2-y^2)\cos(3x-2y) \\ g(x,y) &= x^2+4xy^3+5y^6 \end{aligned}$$

(名古屋工業大 2025)　　　(m20252903)

0.30　次の重積分の値を求めよ．

$$\iint_D \frac{dxdy}{\sqrt{(60-4x+y-x^2)^3}} \qquad \text{ただし} \qquad D=\left\{(x,y)\;\middle|\;x^2\leqq y\leqq 2x+3\right\}$$

(名古屋工業大 2025)　　　(m20252904)

0.31　(1)　実対称行列 $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ の固有値を全て求めよ．

(2)　$\mathbb{R}^4$ の正規直交基底で，(1) の行列 A の固有ベクトルからなるものを一組求めよ．

(名古屋工業大 2025)　　　(m20252905)

0.32　(1)　次の行列 A の階数を求めよ．ただし，a は定数である．

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^3 & a^4 \end{pmatrix}$$

(2)　$x,\ y,\ z$ についての次の連立 1 次方程式を解け．ただし，a は定数である．

$$\left\{\begin{array}{ccc} x+y+z & = & 1 \\ x+ay+a^2z & = & a \\ x+a^3y+a^4z & = & 1+a-a^2 \end{array}\right.$$

(名古屋工業大 2025)　　　(m20252906)

0.33 以下では，行列の成分はすべて実数であるとする．E を 2 行 2 列の単位行列とし，O を 2 行 2 列の零行列とする．2 行 2 列の行列

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

に対し，2 行 2 列の行列 $\widetilde{A}$ と実数 $\mathrm{tr}(A)$ を

$$\widetilde{A} = \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}, \quad \mathrm{tr}(A) = a + d$$

と定める．また，$|A|$ は A の行列式であるとする．

(1) 行列の積 $A\widetilde{A}$ および $\widetilde{A}A$ を求めよ．

(2) $A - \mathrm{tr}(A)E + \widetilde{A}$ を求めよ．

(3) 等式 $A^2 - \mathrm{tr}(A)A + |A|E = O$ が成り立つことを示せ．

(4) 次の条件 (i) と条件 (ii) は同値であることを示せ．

(i) $A^2 = O$

(ii) $|A| = 0$ かつ $\mathrm{tr}(A) = 0$

(京都工芸繊維大 2025)　　(m20253401)

0.34 極限 $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{2^{x^2} - \cos x}{\tan^2 x}$ を求めよ．

(京都工芸繊維大 2025)　　(m20253402)

0.35 定積分 $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{dx}{4x^4 + 3x^2 - 1}$ を求めよ．

(京都工芸繊維大 2025)　　(m20253403)

0.36 xy 平面上の関数

$$f(x, y) = x^2y^2 - 4x^3 - 4xy + 8x$$

について，以下の問いに答えよ．

(1) 関数 $f(x, y)$ の 1 次および 2 次の偏導関数をすべて求めよ．

(2) 関数 $f(x, y)$ が極小値をとるような xy 平面の点 (x, y) をすべて求めよ．

(京都工芸繊維大 2025)　　(m20253404)

0.37 (1) 未知関数 $y = y(x)$ に関する微分方程式の初期値問題

$$\begin{cases} y' - 3x^2y = x^2e^{-x^3} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

の解を求めよ．

(2) 未知関数 $y = y(x)$ に関する微分方程式

$$y'' - 4y' + 4y = x$$

の一般解を求めよ．

(京都工芸繊維大 2025)　　(m20253405)

0.38 $f(x) = \dfrac{x+3}{x^2(x+1)}$ の不定積分を求めよ．

(広島大 2025)　　(m20254101)

0.39 x 軸，y 軸および曲線 $\sqrt{x}+\sqrt{y}=1$ によって囲まれた部分の面積を求めよ．

(広島大 2025)　　(m20254102)

0.40 方程式 $\dfrac{d^2y}{dt^2}-2\dfrac{dy}{dt}+5y=0$ の解を求めよ．ただし，$t=0$ のとき $y=1$，$\dfrac{dy}{dt}=4$ とする．

(広島大 2025)　　(m20254103)

0.41 行列 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} a & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1-a & 0 & 4 \end{bmatrix}$ の固有値の一つは 4 である．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) 実数 a の値を求めよ．

(2) $\boldsymbol{A}$ の残りの二つの固有値と，全固有値に対する固有ベクトルを求めよ．

(3) $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{A}^4-7\boldsymbol{A}^3+14\boldsymbol{A}^2$ を求めよ．また $\boldsymbol{B}$ の固有値を求めよ．

(広島大 2025)　　(m20254104)