[選択項目] 年度：1991〜2023 年　文中：　$\dfrac{dy}{dx}$

0.1　以下の問に答えよ．ただし，$y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ である．

(1)　微分方程式　$x^3y' + y^2 = 0$　を解け．

(2)　線形非同次方程式　$y'' + 2y' - 3y = e^{2x}$　の一般解を求めよ．

(北海道大 2003)　　(m20030102)

0.2　(1)　1 階微分方程式　$\dfrac{dy}{dx} = f\left(\dfrac{y}{x}\right)$　の一般解が　$x = C\exp\left[\displaystyle\int^{y/x} \frac{du}{f(u) - u}\right]$　であることを示せ．ただし，C は任意定数，$u = \frac{y}{x}$ である．

(2)　次の微分方程式の一般解を求めよ．　$x\dfrac{dy}{dx} - y = xe^{y/x}$

(北海道大 2004)　　(m20040101)

0.3　次の 2 階の微分方程式 :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = 0 \ ,$$

は, $y_1 = y$, $y_2 = dy/dx$ の変数変換により,

$$\frac{d}{dx}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} ,$$

と表せる．行列 :

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} ,$$

の固有値・固有ベクトルを計算することにより，y_1, y_2 の一般解を求めよ.

(北海道大 2005)　　(m20050101)

0.4　2 階微分方程式 $2y\dfrac{d^2y}{dx^2} = \left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2 - 1$ について，以下の問いに答えよ．

(1)　$p = \dfrac{dy}{dx}$ とおくことにより，p と y についての 1 階微分方程式に変形しなさい．

(2)　(1) で得られた 1 階微分方程式を利用して，一般解を求めなさい．

(北海道大 2006)　　(m20060101)

0.5　原点を通り x 軸上に中心を有する円 C は無数にあるが，一般にその方程式は，$x^2 + y^2 + ax = 0$（a は非ゼロの任意の実定数）と表せる．曲線 D は，y 軸およびすべての円 C に，交点において直交する．このような曲線 D を，以下の手順で求めよ．

(1)　円 C の点 (x, y) $(y \neq 0)$ における円 C の接線の勾配 m を求めよ．

(2)　曲線 D の方程式を $y = y(x)$ $(x \pm y \neq 0)$ とし，点 (x, y) における曲線 D の接線の勾配 $\dfrac{dy}{dx}$ と，(1) で求めた勾配 m には，直交関係 $m\dfrac{dy}{dx} = -1$ が成り立つ．これを用いて，曲線 D の方程式が満たすべき微分方程式

$$(x^2 - y^2)\frac{dy}{dx} - 2xy = 0$$

を導出せよ．

(3)　(2) の微分方程式を解き，題意を満たす曲線群 D が $x - y$ 平面上でどのような図形を描くか答えよ．

(北海道大 2009)　　(m20090104)

0.6 以下の微分方程式の一般解を計算せよ. 途中の計算手順を詳しく記述すること.

$y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.

(1) $y' - 3y = e^x$

(2) $y'' + 2y' + y = 0$

(北海道大 2010)　　(m20100101)

0.7 微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{2} + 1 \qquad (A)$$

について, 以下の設問に答えよ. 途中の計算手順を詳しく記述すること.

(1) 式 (A) の特殊解として $y = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x$ を仮定し, 係数 a_1, a_2, a_3 を定めよ.

(2) 式 (A) の一般解を求めよ.

(北海道大 2012)　　(m20120103)

0.8 以下の微分方程式の一般解を求めよ. なお, 途中の計算手順を詳しく記述すること.

(1) $(2x^2 + y^2)\dfrac{dy}{dx} = 2xy$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = 0$

(北海道大 2014)　　(m20140101)

0.9 以下の微分方程式の一般解を求めよ. 途中の計算手順についても, 詳しく記述すること.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = 2\Big(y^2 + y\Big)$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 2\dfrac{dy}{dx} + 10y = 9e^{-x}$

(北海道大 2016)　　(m20160101)

0.10 次の各設問に答えなさい.

設問 1. 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3\dfrac{dy}{dx} = 10\sin x$ の一般解を求めなさい.

設問 2. 微分方程式 $2xy\dfrac{dy}{dx} + x^2 - y^2 = 0$ の一般解を求め, xy 平面上でどのような図形となるかを説明しなさい.

(北海道大 2018)　　(m20180101)

0.11 次の微分方程式を解き, その一般解を求めなさい. ただし, 途中の計算手順についても詳しく記述すること.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{2y^2 + 3}{3x^2y}$

(2) $\dfrac{d^3y}{dx^3} + 2\dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{dy}{dx} - 9e^{2x} = 4\sin x$

(北海道大 2019)　　(m20190101)

0.12 以下の微分方程式の一般解を求めなさい.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{x} + \dfrac{x}{y}$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{dy}{dx} - 2y = e^{3x}$

(北海道大 2020)　　(m20200101)

0.13 (1) 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

$$\frac{dy}{dx} + y\cos x = \sin x \cos x$$

(2) 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = \sin 2x$$

(北海道大 2022)　　(m20220101)

0.14 次の関数 y の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ．

(1) $y = (2x+3)^2$　　(2) $y = x\log(x^2+1)$

(北見工業大 2007)　　(m20070201)

0.15 次の関数 y の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ．

(1) $y = (3x+4)^3$　　(2) $y = x^2 \log x$

(北見工業大 2011)　　(m20110201)

0.16 関数 $y = \log(x + \sqrt{x^2+1})$ の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ．

(北見工業大 2012)　　(m20120201)

0.17 次の微分方程式の一般解を, $y = e^{\lambda x}$ と置くことで求めよ．

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} - y = 0$$

(岩手大 2004)　　(m20040306)

0.18 次の微分方程式の一般解を求めなさい．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ である．

(1) $y' = y^2 + y$　　(2) $y + 2xy' = 0$　　(3) $y'' - 4y' + 3y = x$

(岩手大 2008)　　(m20080303)

0.19 1 階微分方程式

$$(x-1)\frac{dy}{dx} + 2y = 0 \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

および 2 階微分方程式

$$(y-1)\frac{d^2y}{dx^2} + 2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 0 \cdots\cdots ②$$

について，次の問いに答えなさい．

(1) 微分方程式 ① の一般解を求めなさい．

(2) 微分方程式 ② に対して，$\dfrac{dy}{dx} = u$ と変数変換することにより，y の関数 u についての 1 階微分方程式を求めなさい．ただし，$\dfrac{d^2y}{dx^2} = \dfrac{du}{dy}u$ である．

(3) (2) で求めた 1 階微分方程式の一般解を求めなさい．

(4) 微分方程式 ② の一般解を求めなさい．

(岩手大 2009)　　(m20090305)

0.20 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2}{2x+y-1}$ に関する次の問いに答えなさい．

(1) $u = 2x + y - 1$ とおき，与えられた微分方程式を変数分離形になおしなさい.

(2) この微分方程式の一般解を求めなさい.

(3) 初期条件「$x = 1$ のとき $y = -1$」を満たす特殊解を求めなさい.

(岩手大 2017) (m20170304)

0.21 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} - y = -2y^2$ について，次の問に答えなさい.

(1) $u = y^{-1}$ とおき，与えられた微分方程式を線形微分方程式になおしなさい.

(2) 与えられた微分方程式の一般解を求めなさい.

(3) 初期条件「 $x = 0$ のとき $y = \dfrac{1}{4}$ 」を満たす特殊解を求めなさい.

(岩手大 2020) (m20200304)

0.22 次の関数について，導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めなさい.

(1) $y = x^3 e^{-2x}$

(2) $y = \dfrac{2x+1}{\sin x}$

(2) $\begin{cases} x = & \cos t + t \sin t \\ y = & 2\sin t - 2t\cos t \end{cases}$

(4) $x^3 y + 3y^2 + 2x^4 = 0$

(秋田大 2003) (m20030401)

0.23 次の関数について, 導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めなさい.

(1) $y = \sin(\sin x)$

(2) $y = x^{\frac{1}{x}}$ （ただし, $x > 0$）

（秋田大 2004） (m20040401)

0.24 次の関数について, 導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めなさい.　$4x^2 = (y - x^2)^2 + 1$

（秋田大 2004） (m20040402)

0.25 $g(x, y) = \dfrac{x^2}{4} + y^2 - 1 = 0$ の条件で，$f(x, y) = xy$ の関係が成り立っている.
このとき，以下の問いに答えよ.

(1) y を x の関数とするとき，$g(x, y) = 0$ の両辺を x で微分して，$\dfrac{dy}{dx}$ を x と y の式で求めよ.

(2) y を x の関数であることに注意し，設問 (1) の結果を用いて，$\dfrac{df}{dx}$ を x と y の式で求めよ.

(3) $f(x, y)$ が極値を取るときの x と y の関係式を，設問 (2) の結果を用いて求めよ.

(4) $f(x, y)$ が極値を取るときの $g(x, y)$ 上の点を全て求めよ.

(秋田大 2019) (m20190403)

0.26 次の問いに答えよ.

(1) 次の微分方程式を $y(0) = a$ の条件の下に解け.

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{2}xy = x + \frac{1}{4}x^3 \qquad (*)$$

(2) x の関数 $y(x) = \displaystyle\int_0^\infty e^{-t^2}(\cos xt + x^2 t)dt$ について，式 $(*)$ が成り立つことを示せ．ただし，微分と積分の順序は交換できるものとする.

(東北大 1996) (m19960502)

0.27 $y = y(x)\ (y \neq 0)$, $z = z(x)$ とする．このとき，以下の問に答えよ．

(1) $z = y^{-4}$ のとき，$\dfrac{dz}{dx}$ を y および $\dfrac{dy}{dx}$ を用いて表せ．

(2) 変数変換 $z = y^{-4}$ を用いて，微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} + yP(x) = y^5 Q(x)$ を z に関する微分方程式に書き表せ．

(3) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} + xy = \dfrac{1}{2}xy^5$ の一般解を求めよ．

(東北大 2007)　　(m20070506)

0.28 $x = a\cos^3 t,\ y = a\sin^3 t \quad (0 \leqq t \leqq 2\pi)$ で表される xy 平面上の曲線について，以下の問に答えよ．ただし，a は正の実数とする．

(1) $\dfrac{dy}{dx}$ を t の関数として示せ．

(2) この曲線の概形を描き，曲線の全長を求めよ．

(3) この曲線が囲む面積を求めよ．

(東北大 2015)　　(m20150503)

0.29 微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} + p(x)\frac{dy}{dx} + q(x)y = 0$$

の独立な 2 つの解 $y_1(x),\ y_2(x)$ を用いて，微分方程式

$$\frac{d^2z}{dx^2} + p(x)\frac{dz}{dx} + q(x)z = f(x)$$

の特解を

$$z(x) = c_1(x)y_1(x) + c_2(x)y_2(x)$$

とおく．$\dfrac{dc_1}{dx}y_1 + \dfrac{dc_2}{dx}y_2 = 0$ となるように $c_1(x),\ c_2(x)$ を選ぶことにより，特解が

$$z(x) = -y_1(x)\int^x \frac{f(x')y_2(x')}{W(x')}\,dx' + y_2(x)\int^x \frac{f(x')y_1(x')}{W(x')}\,dx'$$

と与えられることを示せ．ここで，$W = y_1\dfrac{dy_2}{dx} - y_2\dfrac{dy_1}{dx}$ である．

(お茶の水女子大 2009)　　(m20090609)

0.30 以下の微分方程式を ( ) 内の条件のもとで解け．

(1) $\dfrac{dy}{dx} = -xy \qquad (x = 0,\ y = 2)$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + y = 2x \qquad (x = 0,\ y = 5$　および　$x = 1,\ y = 6)$

(お茶の水女子大 2017)　　(m20170608)

0.31 (1) 以下の完全微分方程式を解け．

$$(3x^2 + 2xy - 2y^2)dx + (x^2 - 4xy)dy = 0$$

(2) 以下の微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = 2x + 3$$

(お茶の水女子大 2018)　　(m20180603)

0.32　以下の (1)〜(3) に答えよ.

(1)　以下の微分方程式の一般解を求めよ.

$$x^2\frac{dy}{dx} - xy - y^2 = 0$$

(2)　以下の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = 2x + 3$$

(3)　以下の微分方程式を ( ) 内の初期条件のもとで解け.

(a) $\cos x\cos^2 y + \dfrac{dy}{dx}\sin^2 x\sin y = 0$　　$\left(x = \dfrac{\pi}{2},\ y = 0\right)$

(b) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0$　　$\left(x = 0,\ y = 1\ \ and\ \ x = \dfrac{\pi}{4},\ y = 0\right)$

(お茶の水女子大 2019)　　(m20190601)

0.33　以下の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = e^{2x}$$

(お茶の水女子大 2020)　　(m20200614)

0.34　以下の微分方程式を解け.

(1)　$\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} - 4y = 2x - 2$

(2)　$xydy - (3x^2 + y^2)dx = 0$

(お茶の水女子大 2021)　　(m20210601)

0.35　以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1)　$ydx - x^4dy = 0$　　　(2)　$x\dfrac{dy}{dx} + y = x^4y^3$

(お茶の水女子大 2022)　　(m20220601)

0.36　次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1)　$3x - y = (x + y)\dfrac{dy}{dx}$

(2)　$6x - 2y - 3 + (-2x - 2y + 1)\dfrac{dy}{dx} = 0$

(東京大 2003)　　(m20030702)

0.37　以下の微分方程式の解を求めよ.

(1)　$x^2y'' - 2xy' + 2y = 0$

(2)　$y'' + Ay' + By - Cx - D = 0$　(ただし，A, B, C, D は実数とする．)

(3)　$ydx - (3x + 2y^2)dy = 0$

(4)　$yy'' + (y')^2 - 5y' = 0$

ただし，上の式において $y' = \dfrac{dy}{dx},\ y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする．

(東京大 2004)　　(m20040703)

0.38　微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = f(x) \qquad \text{(a)}$$

ただし，　$x = 0$　のとき，　$y = 1$　かつ　$\dfrac{dy}{dx} = 0$　について，以下の問いに答えよ．

(1) $f(x)=0$ のときの解を求めよ．

(2) $f(x)=\sin 2x$ のときの解を求めよ．ただし，(a) の特解が $y_p=x(A\cos 2x+B\sin 2x)$ の形となることを利用してよい．A,B は定数である．

(3) $f(x)=\displaystyle\sum_{N=1}^{100}\sin Nx$ のときの解を y_S とする．x が十分大きいとき，$\dfrac{y_S}{x}$ を x の関数として表せ．

(東京大 2006)　　(m20060703)

0.39 (1) 以下の微分方程式の一般解を求めよ．　$xy\dfrac{dy}{dx}=x^2+2y^2$

(2) 微分方程式　$\dfrac{d^2y}{dx^2}+\dfrac{n}{x}\dfrac{dy}{dx}+a^2y=0$　について，以下の問いに答えよ．ただし，n は整数，a は 0 でない実数とする．

(a) $n=0$ の場合の一般解を求めよ．　　(b) $n=2$ の場合の一般解を求めよ．

(東京大 2007)　　(m20070701)

0.40 (1) 微分方程式

$$P(x,y)dx+Q(x,y)dy=0 \qquad (1)$$

について，左辺がある関数 $u(x,y)$ の全微分 $du(x,y)=\dfrac{\partial u}{\partial x}dx+\dfrac{\partial u}{\partial y}dy$ に等しいならば，微分方程式 (1) の一般解は $u(x,y)=C$ (C は任意定数) で与えられる．このような方程式 (1) は完全微分形であるという．以下の設問に答えよ．

(a) 微分方程式

$$-ydx+xdy=0$$

は，完全微分形ではないが，両辺に $\dfrac{1}{xy^{\alpha}}$ をかけることによって完全微分形の方程式を得ることができる (αは定数)．α の値を求め，完全微分形の微分方程式を導出せよ．

(b) (a) で得られた完全微分形の微分方程式を，$x=1$ のとき　$y=e$ の条件の下で解け．ただし，e は自然対数の底である．

(2) (a) 微分方程式

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}-x\frac{dy}{dx}+y=0 \qquad (2)$$

について，$x=e^t$ と変数変換することにより定係数の微分方程式を導出せよ（その過程も示せ）．ただし，e は自然対数の底である．

(b) (a) で導出した微分方程式を解くことにより微分方程式 (2) の一般解を求めよ．

(c) 微分方程式

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}-x\frac{dy}{dx}+y=x\log_e x$$

について，$x=1$ において　$y=1$，$\dfrac{dy}{dx}=0$ となる解を求めよ．

(東京大 2009)　　(m20090705)

0.41 以下の問いに答えよ. ただし, $y'=\dfrac{dy}{dx}$，$y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする．

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$y''+2y'-3y=x+\cos x$$

(2) 微分方程式

$$2yy''-3(y')^2=y^2 \qquad y(0)=1\,,\ y'(0)=1 \qquad (*)$$

を考える. ただし, $y>1/2$，$y'>0$ とする．

(a) $p = y'$ とおいて, 式 $(*)$ を p と y の 1 階微分方程式
$$f(y,p)\frac{dp}{dy} - 3p^2 = y^2 \qquad (**)$$
の形に変形する. このとき $f(y,p)$ を求めよ.

(b) 式 $(**)$ を解いて, p を y の式で表せ.

(c) 式 $(*)$ を解いて, y を x の式で表せ.

(東京大 2010)　　(m20100702)

0.42 以下の問いに答えよ．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする．

(1) 微分方程式
$$y' = p(x) + q(x)y + r(x)y^2 \qquad (*)$$
は，特殊解 $y_1(x)$ 持つことがわかっているとする．

(a) 式 $(*)$ の一般解を $y = y_1(x) + 1/u(x)$ とおき，$u(x)$ に関する微分方程式を $p(x)$, $q(x)$, $r(x)$, $y_1(x)$ を用いて表せ.

(b) $y' = (x^2 + x + 1) - (2x + 1)y + y^2$ は，特殊解 $y_1(x) = x$ を持つことがわかっている．一般解を求めよ．(a) で求めた結果を用いてもよい.

(2) 微分方程式
$$\alpha y'' + y' + y = 0 \qquad y(x=0) = 1,\ \ y'(x=0) = 2 \qquad (**)$$
を考える.

(a) $y = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x}$ を一般解とする．λ_1, λ_2, C_1, C_2 をそれぞれ α で表せ．ただし，e は自然対数の底とする.

(b) $x \geqq 0$ において，式 $(**)$ の解を
$$y' + y = 0 \qquad y(x=0) = \beta$$
の解で近似することを考える．α が十分小さい場合，β をどのように選べば近似できるか，(a) で求めた λ_1, λ_2, C_1, C_2 を用いて説明せよ.

(東京大 2011)　　(m20110701)

0.43 (1) 微分方程式
$$\frac{dy}{dx} = (y-k)y \qquad (*)$$
について以下の問いに答えよ. ただし，k は正の定数である.

(a) y と k の関係に注意し，$(*)$ の一般解を求めよ.

(b) $x = 0$ のとき，$y = y_0$ とする．この場合の $(*)$ の解を求めよ．ただし，$y_0 > 0$ とする.

(c) (b) の解について，y_0 を k により適切に場合分けし，y と x の関係を図示せよ.

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ．ただし，e は自然対数の底である.
$$\frac{dy}{dx} + 2y = \sin x + e^{-5x}$$

(東京大 2012)　　(m20120701)

0.44 次の微分方程式を，初期条件 $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ のもとに解け．ただし，e は自然対数の底である，また，$y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.
$$y'' - 4y' + 3y = e^{-x}$$

(東京大 2013)　　(m20130706)

0.45 以下の問いに答えよ.

(1) 次の微分方程式において $y(0)=1$ を満たす解を求めよ.

$$\frac{dy}{dx}+\frac{1}{x^2+1}y=e^{-\tan^{-1}x}$$

(2) $-\frac{\pi}{4}<x<\frac{\pi}{4}$ で定義された関数 y についての微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2}+4y=\frac{1}{\cos 2x} \qquad (*)$$

の一般解を以下の設問の手順にしたがって求めることを考える.

(a) 微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2}+4y=0$$

の 2 つの一次独立解 $y_1,\ y_2$ を実関数の形で求め，そのロンスキ行列式 $W(y_1,\ y_2)$ を計算せよ．ここでロンスキ行列式とは

$$W(y_1,\ y_2)=y_1\frac{dy_2}{dx}-y_2\frac{dy_1}{dx}$$

のことである.

(b) 式 $(*)$ の特殊解が,

$$\frac{du}{dx}y_1+\frac{dv}{dx}y_2=0$$

を満たす $u(x),\ v(x)$ を用いて

$$y=u(x)y_1+v(x)y_2$$

という形に書けると仮定したとき，$u(x),\ v(x)$ それぞれが満たす 1 階の微分方程式を導け.

(c) 式 $(*)$ の一般解を求めよ.

(東京大 2015)　　(m20150701)

0.46 微分方程式に関する以下の問いに答えよ; ただし，$y'=\frac{dy}{dx},\ y''=\frac{d^2y}{dx^2}$ とする.

(1) 次の定係数微分方程式

$$y''-(a+2)y'+2ay=f(x)$$

について以下の問いに答えよ．ただし，a は実数とする.

(a) $f(x)=0$ のとき，一般解を求めよ.

(b) $f(x)=5e^{-3x}$ かつ $a<0$ のとき，一般解を求めよ.
ただし，e は自然対数の底とする.

(2) 次のオイラー型の微分方程式の一般解を求めよ.

$$x^2y''-4xy'+6y=0$$

(3) 次の連立微分方程式において，$y_1(0)=4,\ y_2(0)=-3$ を満たす解を求めよ.

$$\begin{cases} y_1'+2y_2'=2y_1+5y_2 \\ 2y_1'-y_2'=14y_1+5y_2 \end{cases}$$

(東京大 2016)　　(m20160701)

0.47 (1) 関数 $y(x)$ に関する次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{dy}{dx}=\frac{y^2+2xy-x^2}{2x^2}$$

(2) 関数 $q(t)$ に関する次の微分方程式について，以下の問いに答えよ．ただし，R, C, E は 0 ではない正の実定数である．また，$q(t) \leqq CE$ が成り立つ．

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q = E$$

(a) 一般解を求めよ．

(b) 初期条件 $t = 0$, $q(t) = 0$ を満たす解を求めよ．

(c) 前問 (b) で求めた解の $t \geqq 0$ におけるグラフの概形を描け．

(3) 関数 $x(t)$ に関する次の 2 階の微分方程式について，

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + c\frac{dx}{dt} + kx = 0$$

下記のように変数変換を行なって 1 階の連立微分方程式に書き換えるとき，係数行列 A を求めよ．

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = A\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = x, \quad x_2 = \frac{dx}{dt}$$

ただし，m, c, k は実数定数であって，m は 0 ではない．

(東京大 2017)　　(m20170701)

0.48 微分方程式に関する以下の問いに答えよ．

(1) 微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = e^x$$

を境界条件 $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$ のもとで解け．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする．

(2) 微分方程式

$$\frac{dy}{dx} = (1-y)y$$

を解け．ただし，$y(0) = \dfrac{1}{2}$ とする．

(3) $x > 0$ の範囲で定義された関数 $u(x)$ に関する微分方程式

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{A}{x}\,\frac{du}{dx} - u = 0 \cdots (*)$$

に関して，以下の問いに答えよ．ただし，A は定数で $A \leq 1$ とする．

(a) 以下の微分方程式

$$\frac{d^2f_\alpha}{dx^2} + \frac{1}{x}\,\frac{d\,f_\alpha}{dx} - \left(1 + \frac{\alpha^2}{x^2}\right)f_\alpha = 0$$

を満たす関数 $f_\alpha(x) \neq 0$ があるとする．ただし，α は非負の定数とする．ここで，式 $(*)$ の解が，関数 $g(x)$ を用いて $u(x) = f_\alpha(x)g(x)$ と表せると仮定すると，

$$\Big[\quad (\text{ア}) \quad\Big]\frac{d\,f_\alpha}{dx} + \Big[\quad (\text{イ}) \quad\Big]f_\alpha = 0$$

が成り立つ．空欄 (ア), (イ) に入る数式を，$g(x)$, A, α を用いて表せ．

(b) (a) の空欄 (ア), (イ) に入る数式が常にゼロとなるよう，$g(x)$ および定数 α を A を用いて表せ．また，必要であれば，積分定数の記号としては C を用いよ．

(東京大 2018)　　(m20180701)

0.49 微分方程式に関する以下の問いに答えよ．

(1) 微分方程式

$$\frac{dv}{dt} = -a(v^2 - b^2)$$

を $t \geq 0$ の範囲で考える．ただし，a, b は定数で $a > 0$, $b > 0$ とする．

(a) v の一般解を求めよ．

(b) $v(0) = 0$ のとき，v を求めよ．

(c) (b) で求めた解のグラフの概形を描け．

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ．ただし，$x > 0$ とする．

$$6x^2\frac{d^2y}{dx^2} - 5x\frac{dy}{dx} + 5y = x$$

(3) 次の連立微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{d}{dx}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

(東京大 2020)　　(m20200701)

0.50 以下の問いに答えよ．ただし，x は実変数，y は x に関する実関数であり，
$y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする．また，e は自然対数の底とする．

(1) 次の微分方程式について考える．ただし，y は，任意の x に対し $y > 0$ を満たすものとする．

$$y' - 2y\sin^2(x) = \frac{e^{2x}\cos(2x)}{y}$$

(a) 関数 $f(x)$ を次式により定義する．定積分を計算し，$f(x)$ を求めよ．

$$f(x) = \int_0^x [-2\sin^2(t)]\,dt$$

(b) $z = ye^{f(x)}$ とするとき，$\dfrac{dz}{dx}$ を x と z の関数として表せ．

(c) y の一般解を求めよ．

(2) 次の微分方程式について考える．ただし，α および n は実定数であり，α は $-1 \leq \alpha \leq 1$ を満たすものとする．

$$y'' - 2\alpha y' + y = 2e^x$$

(a) y の特解を求めよ．

(b) y の一般解を求めよ．

(c) $\alpha = 1$ とする．$y(0) = 1$ および $y'(0) = 2$ を満たす y に関して，次の極限の収束・発散を調べよ．収束する場合にはその極限値を求めよ．

$$\lim_{x \to +0} y^{x^{-n}}$$

(東京大 2022)　　(m20220701)

0.51 微分方程式 $(*)$ $\dfrac{dy}{dx} = y + xy^2$ を考える．

(1) $z(x) = \dfrac{1}{y(x)}$ は どんな微分方程式を満たすか．

(2) $(*)$ の一般解を求めよ．

(東京工業大 1998)　　(m19980802)

0.52 $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$ $(0 < t < 2\pi)$ により定められる関数 $y = y(x)$ について，$\dfrac{dy}{dx}$ および $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を t を用いて表しなさい.

(東京農工大 2006) (m20060904)

0.53 次の微分方程式 $6\dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{dy}{dx} - y = 0$ の解 $y = y(x)$ のうちで $y(2) = 3$ および $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} y(x) = 0$ をみたすものを求めなさい.

(東京農工大 2007) (m20070901)

0.54 $x = e^t \sin t$, $y = e^t \cos t$ $\left(0 \leqq t \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ の表す xy 平面上の曲線を C とする．次の問いに答えなさい.

(1) $0 < t < \dfrac{\pi}{2}$ のとき $\dfrac{dy}{dx}$ を求め，t の式で表しなさい.

(2) $0 < t < \dfrac{\pi}{2}$ のとき $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を求め，t の式で表しなさい.

(3) x の関数 $y = f(x)$ の極値を求めなさい．ただし，極小値か極大値か，そのときの x の値も書きなさい.

(4) 曲線 C の全長 L を求めなさい.

(東京農工大 2009) (m20090902)

0.55 (1) 微分方程式

$$\frac{dy}{dx} + 3y = \cos 2x$$

の解 $y = y(x)$ のうちで周期関数となるものを求めなさい.

(2) 微分方程式

$$\frac{dy}{dx} + 3y = 1$$

の解 $y = y(x)$ について $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} y(x)$ の値を求めなさい.

(東京農工大 2011) (m20110901)

0.56 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3y = \cos\sqrt{3}x$ の解 $y = y(x)$ が，$y(0) = 1$，$\dfrac{dy}{dx}(0) = 1$ を満たすとき，y を求めなさい.

(東京農工大 2015) (m20150904)

0.57 微分方程式 $y'' + 2y' + 5y = 10\cos x$ の解 $y = y(x)$ が，$y(0) = 0$，$y'(0) = 1$ を満たすとき，y を求めなさい．ただし $y' = \dfrac{dy}{dx}$，$y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ である.

(東京農工大 2017) (m20170904)

0.58 x の関数 $y = y(x)$ についての微分方程式

$$y'' - y' - 2y = 18xe^{2x}$$

の解のうち，$y(0) = 0$，$y'(0) = 0$ を満たすものを求めなさい．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$，$y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ である.

(東京農工大 2019) (m20190904)

0.59 x の関数 $y = y(x)$ についての微分方程式 $y'' + 6y' + 9y = 3e^{-3x}$ の解で，

初期条件 $y(0) = 1$，$y'(0) = 1$ を満たすものを求めなさい．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$，$y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ である.

(東京農工大 2020) (m20200904)

0.60 次の微分方程式の解 $y = y(x)$ で，$y(0) = 0$, $\dfrac{dy}{dx}(0) = 0$ を満たすものを求めなさい．

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = 3x + e^{-x}$$

(東京農工大 2022)　　(m20220905)

0.61 方程式 $y + e^{1-xy} = 0$ を満たし，$y(0) = -e$ であるような微分可能な関数 $y = y(x)$ について，次の問に答えよ．

(1) 導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ および，2 次導関数 $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を x, y の有理式で表し，それらの $x = 0$ における値を求めよ．

(2) $y(x)$ が定義される最大区間を $(-\infty, a)$ とするとき，a の値を求め，極限値 $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} y(x)$，$\displaystyle\lim_{x\to a-0} y(x)$ を求めよ．

(電気通信大 2001)　　(m20011003)

0.62 次の微分方程式を解け．

(1) $\sin x \cos^2 y - \dfrac{dy}{dx}\cos^2 x = 0$

(2) $\dfrac{dy}{dx} + y\tan x = \sin 2x$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 4\dfrac{dy}{dx} + 5y = \sin 2x$

(電気通信大 2009)　　(m20091004)

0.63 a を正の定数とし，関数 $f(x)$ を

$$-\frac{a}{2} < x < \frac{a}{2} \quad のとき，\quad f(x) = \frac{1}{a}$$

$$x < -\frac{a}{2} \text{ および } x > \frac{a}{2} \quad のとき，\quad f(x) = 0$$

と定義する．微分方程式

$$x \neq \pm\frac{a}{2} \quad のとき，\quad \frac{d^2y}{dx^2} - y = f(x)$$

$$x = \pm\frac{a}{2} \quad のとき，\quad \frac{dy}{dx} \quad は連続$$

$$x \to \pm\infty \quad のとき，\quad y = 0$$

について，次の問に答えよ．

(1) 微分方程式の解を $y(x)$ とするとき，$y(-x) = y(x)$ を示せ．

(2) 上記の微分方程式の解を求めよ．

(3) a を 0 に近づけると，解はどのような関数に近づくか？

(横浜国立大 2001)　　(m20011101)

0.64 微分方程式 $$\frac{dy}{dx}\left(\frac{dy}{dx} - y\right) = x(x - y)$$

を満たし，かつ，$x = 0$ で $y = 0$ となる関数 $y(x)$（ただし，$x \geq 0$）を求めよ．

(横浜国立大 2003)　　(m20031101)

0.65 次の微分方程式を解け．

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x - 1}{2x^2y}$$

(横浜国立大 2005)　　(m20051103)

0.66 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+\dfrac{dy}{dx}-6y=6x^3+3x^2-14x+3$ (2) $\dfrac{dy}{dx}+2xy=\dfrac{x}{y^2}$

(横浜国立大 2006) (m20061101)

0.67 次の微分方程式を解き，与えられた初期条件を満たす解を求めよ.

(1) $(2x+y)+(4x+2y-3)\dfrac{dy}{dx}=0$ 初期条件 : $x=2$ のとき，$y=-1$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-\dfrac{dy}{dx}-6y=-4e^{2x}$ 初期条件 : $x=0$ のとき，$y=2$，$\dfrac{dy}{dx}=0$

(横浜国立大 2007) (m20071102)

0.68 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=x+y$ (2) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y^2-x^2}{2xy}$

(横浜国立大 2008) (m20081102)

0.69 次の微分方程式を解け.

(1) $x^2\dfrac{dy}{dx}-y=0$

(2) $x\dfrac{dy}{dx}+y+4x=0$

(横浜国立大 2009) (m20091101)

0.70 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{2y^5-6x^4y}{3xy^4-3x^5}$ (2) $\dfrac{dy}{dx}-2xy=-2x$

(横浜国立大 2010) (m20101102)

0.71 次の微分方程式を解け.

(1) $x^2\dfrac{dy}{dx}=y^2+xy-x^2$ (2) $\dfrac{dy}{dx}+y=\cos x$

(横浜国立大 2011) (m20111102)

0.72 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\left(xy^3+3x^3y\right)\dfrac{dy}{dx}-\left(y^4+4x^2y^2+x^4\right)=0$

(2) $xy\dfrac{dy}{dx}=\sqrt{4-y^2}$

(横浜国立大 2012) (m20121102)

0.73 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $x\dfrac{dy}{dx}-y=\sqrt{x^2+y^2}$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+\dfrac{2}{x}\dfrac{dy}{dx}=0$

(横浜国立大 2013) (m20131102)

0.74 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-4\dfrac{dy}{dx}+3y=3e^{-2x}$

(2) $(x+1)\dfrac{dy}{dx}=(2x+3)y$

(横浜国立大 2014)　　(m20141102)

0.75 次の微分方程式の一般解を求めよ,

(1) $x(x^2-1)\dfrac{dy}{dx}+2y(x^2-x-1)=0$

(2) $\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{2xy}{x^2+y^2}$

(横浜国立大 2015)　　(m20151102)

0.76 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=y+e^x\sin x$　　(2) $x\sqrt{1+y^2}+y\sqrt{1+x^2}\dfrac{dy}{dx}=0$

(横浜国立大 2016)　　(m20161102)

0.77 (1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+Kx=1$ が区間 $[0,L]$ で与えられている. 一般解を求め, $y(0)=y(L)=0$ を境界条件とする解を求めよ.

(2) $\dfrac{d^3y}{dx^3}=xe^x$ を解け.

(3) $(1+\exp(x))\dfrac{dy}{dx}=y$ が与えられている.　$y(0)=1$ を境界条件とする解を求めよ.

(横浜国立大 2017)　　(m20171101)

0.78 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=(y-x)^2$　　(2) $\dfrac{dy}{dx}=(y+\cos x)\sin x$

(横浜国立大 2017)　　(m20171104)

0.79 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $y^2\left(\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2+1\right)=1$　　(2) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{x-y}{x+y}$

(横浜国立大 2018)　　(m20181102)

0.80 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{2xy}{x^2-y^2}$　　(2) $\dfrac{dy}{dx}=\cos(x+y)-\cos(x-y)$

(横浜国立大 2019)　　(m20191102)

0.81 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y^2-1}{\tan x}$　　(2) $\dfrac{dy}{dx}=x^n-\dfrac{y}{x}$　　ただし, n は正の整数である.

(横浜国立大 2020)　　(m20201102)

0.82 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $(x^2-1)^2\dfrac{dy}{dx}+2xy(x^2-1)=2$

(2) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{2\sin y\cos y}{\cos x}$

(横浜国立大 2021)　　(m20211102)

0.83 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $2\dfrac{dy}{dx}+\dfrac{y}{x}+\dfrac{y^2}{x^2}=0$　　　　(2) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{1+\cos y}{\sin^2 x\ \cos^2 x}$

(横浜国立大 2022)　　(m20221102)

0.84 極座標による曲線 $r=r(\theta)$ を x,y 座標に変換したとき，次の関係が成り立つことを示せ．

$$\frac{dy}{dx}=\frac{r'\sin\theta+r\cos\theta}{r'\cos\theta-r\sin\theta}\quad ,\quad \frac{d^2y}{dx^2}=\frac{r^2-rr''+2{r'}^2}{(r'\cos\theta-r\sin\theta)^3}$$

ただし，　$r'=\dfrac{d}{d\theta}r(\theta)\quad ,\quad r''=\dfrac{d^2}{d\theta^2}r(\theta)$

(千葉大 1996)　　(m19961201)

0.85 微分方程式

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}+4x\frac{dy}{dx}+2y=1\ ,\ y(x)\Big|_{x=1}=\frac{dy}{dx}\Big|_{x=1}=0 \qquad \text{(i)}$$

に関する以下の設問に答えなさい．

(1) 変数変換 $x=e^t$ を考える．変数 x の定義域が $[1,\infty]$ であるとき，変数 t の定義域を求めなさい．

(2) 合成関数 $y(x(t))$ の微分公式は $\dfrac{dy}{dt}=\dfrac{dy}{dx}\dfrac{dx}{dt}$ で与えられる．合成関数 $y(x(t))$ の 2 階微分 $\dfrac{d^2y}{dt^2}$ を $\dfrac{d^2y}{dx^2}$，$\dfrac{d^2x}{dt^2}$，$\dfrac{dy}{dx}$，$\dfrac{dx}{dt}$ を用いて表しなさい．

(3) 変数変換 $x=e^t$ を用いることによって，式 (i) の微分方程式が

$$\frac{d^2y}{dt^2}+3\frac{dy}{dt}+2y=1\ ,\ y(t)\Big|_{t=0}=\frac{dy}{dt}\Big|_{t=0}=0 \qquad \text{(ii)}$$

に変換できることを示しなさい．

(4) 式 (ii) の微分方程式を解きなさい．

(5) 設問 (4) で求めた微分方程式 (ii) の解から微分方程式 (i) の解 $y(x)$ を求めなさい．

(千葉大 2001)　　(m20011202)

0.86 次の微分方程式の初期条件を満たす解を求め，$x\geq 0$ の範囲で解曲線を図示しなさい．

$\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}+y=2\cos x$　　　初期条件 ： $y(0)=1\,,\ y'(0)=0$

(千葉大 2002)　　(m20021203)

0.87 (1) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}=-xy$ の一般解を求めなさい．

(2) 初期値問題 $\begin{cases}\dfrac{dy}{dx}=-xy+xe^{-x^2/2}\\ y(0)=1\end{cases}$ の解を求めなさい．

(千葉大 2004)　　(m20041203)

0.88 次の微分方程式の解を求めなさい．

(1) $\dfrac{dy}{dx}=a(y+b)$　　ただし，a,b は定数であり，初期値は $y(0)=y_0\ \ (y_0\neq -b)$ とする．

(2) $\dfrac{dy}{dx}=ky(p-y)$　　ただし，k,p は正の定数であり，初期値は $y(0)=y_0\ \ (0<y_0<p)$ とする．

(千葉大 2007)　　(m20071209)

0.89 次の微分方程式について，以下の問いに答えよ．

$$\frac{d^2y}{dx^2}-\frac{4+x}{x}\frac{dy}{dx}+\frac{6+2x}{x^2}y=0$$

(1) $y = x^2$ がこの微分方程式の解となっていることを示しなさい.

(2) $y = ux^2$ （u は x の関数）がこの微分方程式の解となるために，u の満たすべき微分方程式を求めなさい.

(3) (2) で求めた微分方程式を u について解き，最初の微分方程式の解を求めなさい.

(千葉大 2009)　　(m20091204)

0.90　次の微分方程式を解きなさい.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = -2xy + 3x$

(2) $\dfrac{dy}{dx} = 3xy - 5xy^{-\frac{1}{3}}$ （ヒント：y の 4/3 乗を z とおいて z の微分方程式に変換すると線形になる.）

(千葉大 2011)　　(m20111204)

0.91　次の微分方程式の一般解を求めなさい.

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{dy}{dx} - 2y = 8e^{2x}$

(2) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2x - y}{x - 2y}$ $\Big($ヒント：未知関数を $u(x) = \dfrac{y}{x}$ に変換すると変数分離になる$\Big)$

(千葉大 2013)　　(m20131204)

0.92　次の微分方程式の一般解を求め，与えられた初期条件を満たす解曲線の概形を図示しなさい.

(1) $\left(x^2 - xy\right)\dfrac{dy}{dx} + y^2 = 0$　初期条件：$x = e,\ y = e$，ここで，e は自然数の底である.
（ヒント：$\dfrac{y}{x} = u$ とおいて未知関数 $y(x)$ を $u(x)$ に変換する ）

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 2\dfrac{dy}{dx} + 17y = 0,\ x \geqq 0$　初期条件：$x = 0,\ y = 1,\ y' = -1$

(千葉大 2015)　　(m20151204)

0.93　次の微分方程式を解きなさい.

(1) $\dfrac{d^2y}{dt^2} + 2y = \sin t$　初期条件：$t = 0,\ y = 1,\ \dfrac{dy}{dt} = 1 + \sqrt{2}$

(2) $\dfrac{dy}{dx} + 2xy = 4xe^{x^2}$ の一般解を求めなさい.

(千葉大 2016)　　(m20161204)

0.94　次の微分方程式を解け.

$$x^4\frac{dy}{dx} + y^2 = 0$$

(筑波大 2004)　　(m20041316)

0.95　微分方程式　$\dfrac{d^2y}{dx^2} - 5\dfrac{dy}{dx} + 6y = 0$　の一般解を求めよ.

(筑波大 2007)　　(m20071317)

0.96　$u = \dfrac{y}{x}$ とおいて微分方程式 $2xyy' - y^2 + x^2 = 0$ を解き，それがどのような曲線群を表すか述べよ. なお，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ である.

(筑波大 2008)　　(m20081309)

0.97　微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{xy}{x^2 - 1}$ の一般解を求め, それが xy 平面上でどのような曲線群になるか調べよ. さらに, 代表的な場合（一通りとは限らない）について, そのグラフを xy 平面上に図示せよ.

(筑波大 2010)　　(m20101307)

0.98 微分方程式

$$y' = \frac{1}{x}y + xy^2$$ の解を求めよ．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする．

(筑波大 2012) (m20121301)

0.99 逆正接関数 $f(x) = \mathrm{Tan}^{-1}x \ \left(-\dfrac{\pi}{2} < f(x) < \dfrac{\pi}{2}\right)$ に関する以下の問いに答えよ．

(1) $y = \mathrm{Tan}^{-1}x$ とおき，$x = \tan y$ とすることで，$\dfrac{dy}{dx}$ を y の関数として求めよ．

(2) $(1 + x^2)f'(x) = 1$ が成り立つことを示せ．

(3) $f^{(n)}(x)$ に関する漸化式 $(1 + x^2)f^{(n+1)}(x) + 2nxf^{(n)}(x) + n(n-1)f^{(n-1)}(x) = 0$ が成り立つことを示せ．ただし，n は 1 以上の整数である．

(4) $f^{(n)}(0)$ に関する漸化式を解き，m を 0 以上の整数として $f^{(2m)}(0)$ および $f^{(2m+1)}(0)$ を求めよ．

(筑波大 2014) (m20141309)

0.100 y に関する以下の線形微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx} - \dfrac{3}{x}y = 2x^3 + x^2 + x$　　(2) $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2} + x\dfrac{dy}{dx} - n^2y = 0$　(n は定数)

(筑波大 2018) (m20181304)

0.101 $y = \tan x$ の逆関数を $y = \arctan x$ と書く．ある y の値に対して $y = \tan x$ を満たす x は多数存在するが，定義域を $-\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}$ に限る場合，$y = \tan x$ は単射となり一意に逆関数を定義することができる．この定義域における $y = \tan x$ の逆関数を $y = \mathrm{Arctan}\,x$ と書くこととする．

上記の定義域において，次の問に答えよ

① $y = \mathrm{Arctan}\,x$ について，$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{1+x^2}$ を証明せよ．

② 次の無限級数 S の値を求めよ．ただし，その導出過程を示すこと．

$$S = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+2^2} + \frac{n}{n^2+3^2} + \cdots + \frac{n}{n^2+n^2}\right)$$

(筑波大 2020) (m20201305)

0.102 以下の問いに答えなさい．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$，$y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$，$D = \dfrac{d}{dt}$ である．

(1) 次の 1 階微分方程式の一般解を求めなさい．　$2xyy' = x^2 + y^2$

(2) 次の 2 階微分方程式の一般解を求めなさい．　$y'' - 7y' + 10y = 6x + 8e^{2x}$

(3) 次の連立微分方程式の一般解を求めなさい．　$\begin{cases} Dx = 4x - y \\ Dy = x + 2y \end{cases}$

(埼玉大 2003) (m20031406)

0.103 次の微分方程式の一般解を求めよ．ただし，$y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ である．

(1) $y'' - y' - 2y = 2x^2 - 6x$

(2) $x^3yy' = y^2 + 1$

(3) $(y + xy')xy = x^2 + 2$

(埼玉大 2004) (m20041405)

0.104 次の微分方程式の一般解を求めよ. ただし，$y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ である．

(1) $2x^2y' = x^2 + y^2$

(2) $y'' + 2\varepsilon y' + {\omega_0}^2 y = F \sin \omega x$　　　（ただし, $\varepsilon \neq 0$, ${\omega_0}^2 > \varepsilon^2$）

(埼玉大 2005)　　(m20051403)

0.105 次の微分方程式を解け.

(1) $x(x-y)\dfrac{dy}{dx} + y^2 = 0$　　(2) $\dfrac{dy}{dx} - xy = x$　　(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + y = 2\sin x$

(埼玉大 2006)　　(m20061405)

0.106 次の微分方程式を解け.

(1) $2x^2\dfrac{dy}{dx} = x^2 + y^2$　　(2) $\dfrac{dy}{dx} + y\tan x + \cot^2 x = 0$

(埼玉大 2007)　　(m20071406)

0.107 以下の微分方程式を解け.

(1) $(x^2 + 2xy)dx + (x^2 - y^2)dy = 0$　　(2) $2x\dfrac{dy}{dx} - y = -xy^3$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx} - 2y = 10\cos x$　　(4) $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3x\dfrac{dy}{dx} + 4y = x$

(埼玉大 2008)　　(m20081404)

0.108 以下の微分方程式の解を求めなさい. ただし, c は実定数とする.

(1) $\dfrac{dy}{dx} + y = x$

(2) $\dfrac{dy}{dx} - xy = -y^3 e^{-x^2}$

(3) $e^y dx + xe^y dy = 0$

(4) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + cy = 0$

(埼玉大 2009)　　(m20091403)

0.109 (1) 以下の微分方程式を解け.

(a) $\dfrac{dy}{dx} = \tan x \cdot \tan y$

(b) $\cos x \dfrac{dy}{dx} - y\sin x = 2\cos x\, \sin x$

(c) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{dy}{dx} - 6y = e^x$

(2) $y(t)$ が時刻 t における物体の位置を表すとすると, $f'(t)$ は速度, $f''(t)$ は加速度を表す.

(a) 下記の運動方程式を満たすこの物体の位置 $y(t)$ を求めよ.
$y''(t) + k^2 y(t) = 0$　($k > 0$ の定数)

(b) 初期条件　$y(0) = A_0$, $y'(0) = 0$　を満たす解を求めよ.

(埼玉大 2010)　　(m20101408)

0.110 以下の微分方程式を解け.

(1) $x\dfrac{dy}{dx} - 2x^2 y = y$　　(2) $4y^2 + \left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2 = 4$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 6\dfrac{dy}{dx} + 8y = 0$　　(4) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 6\dfrac{dy}{dx} + 9y = \sin 3x$

(埼玉大 2011)　　(m20111406)

0.111 (1) 以下の微分方程式を解け.

(a) $\dfrac{dy}{dx} + 2y = x^2$

(b) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 2\dfrac{dy}{dx} + y = 6e^{-x}$

(2) 室温が 20 ℃ の部屋に置いたコーヒーの温度の変化率は，時刻 t[分] におけるコーヒーの温度 $T(t)$[℃] と室温の差に比例する.

(a) このときの比例係数を $-k(k > 0)$ とし，時間 t と温度 $T(t)$ の関係を微分方程式を用いて表せ.

(b) $t = 0$ で 100 ℃ だったコーヒーが，3 分後に 60 ℃ になったとするとき，40 ℃ になるまでの時間を求めよ.

(埼玉大 2012) (m20121406)

0.112 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $x\dfrac{dy}{dx} = 3y$

(2) $\dfrac{(x^2 - y^2)}{2}\dfrac{dy}{dx} = xy$

(3) $\dfrac{dy}{dx}e^x - x + ye^x = 0$

(4) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3\dfrac{dy}{dx} - 10y = 0$

(埼玉大 2013) (m20131407)

0.113 以下の微分方程式を解け.

(1) $x\dfrac{dy}{dx} = y - 1$ (2) $x + y\dfrac{dy}{dx} = 2y$ (3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3\dfrac{dy}{dx} = e^{3x}$ (4) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx} - 2y = \sin x$

(埼玉大 2014) (m20141404)

0.114 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} - 2xy = 0$

(2) $x\left(\dfrac{dy}{dx} + \sin x\right) + y = 0$

(3) $3\dfrac{d^2y}{dx^2} + 5\dfrac{dy}{dx} + 2y = 0$

(4) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 2\dfrac{dy}{dx} + y - x - 3 = 0$

(埼玉大 2015) (m20151407)

0.115 以下の微分方程式を解け.

(1) $2\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{\tan x}$ (2) $x\dfrac{dy}{dx} - 2y = x^3e^x$ (3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + y = \cos x$

(4) $\dfrac{d^4y}{dx^4} - 8\dfrac{d^2y}{dx^2} + 16y = x^2$

(埼玉大 2016) (m20161407)

0.116 以下の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = e^{2y-x}$ (2) $2xy\dfrac{dy}{dx} = y^2 - 4x^2$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + y = 4e^x$ (4) $\sin x\dfrac{dy}{dx} - 2y\cos x = 2x\sin^3 x$

(埼玉大 2017) (m20171406)

0.117 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $1-(\cos x)^2\dfrac{dy}{dx}=0$ (2) $x\dfrac{dy}{dx}=x^2+y$

(3) $x^2\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2+5xy\dfrac{dy}{dx}+6y^2=0$ (4) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+5\dfrac{dy}{dx}+4y=x^3+1$

(埼玉大 2018) (m20181406)

0.118 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=(2y+1)^2xe^{-x}$

(2) $\dfrac{x}{y}\dfrac{dy}{dx}-\dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{y}-1=0$

(3) $\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2+2\sin x\dfrac{dy}{dx}-\dfrac{1}{2}\cos 2x=0$

(埼玉大 2019) (m20191407)

0.119 (1) $y=2\sqrt{1+x}+\log\left|\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt{1+x}+1}\right|$ について，$\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.

(2) 不定積分 $\displaystyle\int\frac{\log x}{\sqrt{1+x}}\,dx$ を求めよ.

(茨城大 2001) (m20011701)

0.120 $y=x+\dfrac{1}{x^2}$ について

(1) $\dfrac{dy}{dx}=0$ となる x と，そのときの y の値を求めよ.

(2) $y=x+\dfrac{1}{x^2}$ のグラフの増減，凹凸および漸近線を調べ，グラフの概形をかけ.

(茨城大 2003) (m20031701)

0.121 関数 $y=\tan x$ の定義域を $-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}$ に制限すると, その逆関数 $y=\mathrm{Arctan}\,x$ を考えることができる. 次の各問に答えよ.

(1) $y=\mathrm{Arctan}\,x$ の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ は $\dfrac{1}{1+x^2}$ となることを示せ.

(2) 定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}}\mathrm{Arctan}\,x\,dx$ を求めよ.

(茨城大 2005) (m20051702)

0.122 (1) $x=e^t$ とおくとき, x の関数 y に対して,

$$x\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dt},\quad x^2\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{d^2y}{dt^2}-\frac{dy}{dt}$$

を満たすことを示せ.

(2) 微分方程式

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}-x\frac{dy}{dx}-8y=0$$

の一般項を求めよ.

(茨城大 2005) (m20051703)

0.123 次の微分方程式の一般解を求めよ. $(1+y^2)\dfrac{y}{x}+(1-y)^2\left(\dfrac{dy}{dx}-\dfrac{y}{x}\right)=0$

(茨城大 2006) (m20061703)

0.124 (1) 関数 $y = \cos(x^2)$ について, $\dfrac{dy}{dx}$ と $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を求めよ.

(2) 次の連立不等式で表される範囲を xy 平面に図示せよ.

$$0 \leqq y \leqq \frac{\sqrt{\pi}}{2}, \quad y \leqq x \leqq \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

(3) 次の累次積分の順序を交換し, 値を計算せよ.

$$\int_0^{\frac{\sqrt{\pi}}{2}} \left(\int_y^{\frac{\sqrt{\pi}}{2}} \cos(x^2) dx \right) dy$$

(茨城大 2009) (m20091701)

0.125 (1) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = x$ を解け.

(2) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = y$ を解け.

(3) 次の連立微分方程式を初期条件 $x(0) = 0$, $y(0) = 1$ のもとで解け.

$$\frac{dx}{dt} = -y, \quad \frac{dy}{dt} = x$$

(茨城大 2009) (m20091703)

0.126 初期条件 $x = 1$, $y = 1$ のもとで, 微分方程式 $x\dfrac{dy}{dx} = y(1+y)$ の解を求めよ.

(茨城大 2010) (m20101703)

0.127 以下の各問に答えよ.

(1) 初期条件 $x = 0,\ y = 1$ のもとで, 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = xy$ を解け.

(2) 初期条件 $x = 0,\ y = 1$ のもとで, 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = x + y$ を解け.

(茨城大 2012) (m20121706)

0.128 $y = y(x)$ に関する微分方程式

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{y} + \frac{y}{x} \ \cdots\cdots \ (*)$$

について, 以下の各問に答えよ.

(1) 新しい未知関数 $u = u(x)$ を $u = \dfrac{y}{x}$ によって定義する. このとき, 微分方程式 $(*)$ を $u = u(x)$ に関する微分方程式に書き換えよ.

(2) 初期条件 $x = 2,\ y = 4$ のもとで, 微分方程式 $(*)$ の解を求めよ.

(茨城大 2014) (m20141703)

0.129 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = y^2$ の解を求めよ.

(山梨大 2002) (m20021804)

0.130 (1) $1 + x^3$ を実数の範囲で因数分解せよ.

(2) $\displaystyle\int \frac{1}{1+x^3} dx$ を求めよ.

(3) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = (x + y + 1)^3$ を解け.

(山梨大 2002) (m20021805)

0.131　次の微分方程式を解きなさい.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x-y}$$

(山梨大 2010)　　(m20101808)

0.132　次の微分方程式を解きなさい.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x-2y}{2x+y}$$

(山梨大 2013)　　(m20131804)

0.133　関数 $y = \sin(\sin(\sin x))$ の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.

（新潟大 2004）　　(m20042001)

0.134　次の微分方程式を解け.

(1)　$(2x-2y-1)\,dx + (-2x+6y+3)\,dy = 0$

(2)　$\dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx} - 6y = -2\cos 2x$

(新潟大 2010)　　(m20102009)

0.135　次の微分方程式を解け.

(1)　$\dfrac{dy}{dx} = a\sin x$　ただし，$x = \dfrac{\pi}{2}$ のとき $y = a$ とする.

(2)　$y\dfrac{dy}{dx} + x = 0$　ただし，$x = 1$ のとき $y = 0$ とする.

(3)　$x^2\dfrac{dy}{dx} + y = 0$　ただし，$x = 1$ のとき $y = 1$ とする.

(新潟大 2011)　　(m20112001)

0.136　次の常微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{dy}{dx} = 1 - \frac{y}{2}$$

(新潟大 2014)　　(m20142008)

0.137　次の (1)，(2) の微分方程式の一般解を求めよ.

(1)　$\dfrac{dy}{dx} = xy$　　(2)　$m\dfrac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$　(m, k は定数)

(新潟大 2015)　　(m20152016)

0.138　定数係数の 2 階線形微分方程式

$$\frac{d^2y}{dt^2} - 4\frac{dy}{dt} + 3y = e^{5t} \qquad (1)$$

の一般解を求める.

(a)　斉次微分方程式

$$\frac{d^2y}{dt^2} - 4\frac{dy}{dt} + 3y = 0$$

の基本解を求めよ.

(b)　式 (1) の特解を $y(t) = Ce^{\alpha t}$ とおいて，定数 C と α を求めよ.

(c)　式 (1) の一般解を求めよ.

次に，変数係数の 2 階微分方程式

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} - 3x\frac{dy}{dx} + 3y = x^5 \qquad (2)$$

の一般解を求める.

(d) $x=e^t$ とおくことで，式 (2) が式 (1) に書き換えられることを示せ.

(e) 式 (2) の一般解を求めよ.

(新潟大 2017)　　(m20172018)

0.139 次の (1),(2) の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=2xy^2$　　(2) $\dfrac{dy}{dx}=\left(\dfrac{y}{x}\right)^2+\dfrac{y}{x}$

(新潟大 2018)　　(m20182004)

0.140 微分方程式 $x^2\dfrac{dy}{dx}+y=0$ を解け．ただし，$x=2$ のとき，$y=1$ とする.

(新潟大 2019)　　(m20192003)

0.141 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{4x}{x^2-1}y$ を解け．ただし，$-1<x<1$, $y>0$ かつ $x=0$ のとき，$y=1$ とする.

(新潟大 2020)　　(m20202003)

0.142 次の 2 つの微分方程式の一般解をそれぞれ求めよ.

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-2\dfrac{dy}{dx}+2y=0$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-2\dfrac{dy}{dx}+2y=x$

(長岡技科大 1992)　　(m19922105)

0.143 $y=e^{-2x}\sin 3x$ とする.

(1) 導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ および 2 階導関数 $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を求めよ.

(2) y が微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+a\dfrac{dy}{dx}+by=0$ の解となるような定数 a,b の値を求めよ．また，そのときの一般解を求めよ.

(長岡技科大 2001)　　(m20012105)

0.144 微分方程式 $(*)$ $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}+x\dfrac{dy}{dx}-4y=x$ について, 以下の問いに答えよ.

(1) $y=x^n$ が $(*)$ の右辺を 0 とした方程式 $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}+x\dfrac{dy}{dx}-4y=0$ の解となるような整数 n を求めよ.

(2) $y=ax$ が $(*)$ の解となるような定数 a の値を求めよ.

(3) 微分方程式 $(*)$ の一般解を求めよ.

(長岡技科大 2004)　　(m20042102)

0.145 (1) 微分方程式 : $\dfrac{dy}{dx}+ay=0$ の初期条件 $y(0)=b$ を満たす解を求めよ. ここで a,b は定数である.

(2) 微分できる関数 $f(t)$ に対して, $z=f(x+2y)$ とおく. この z が $\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{\partial z}{\partial y}+z=0$ を満たし, かつ $f(0)=2$ となる $f(t)$ を求めよ.

(長岡技科大 2005)　　(m20052105)

0.146 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+2\dfrac{dy}{dx}+ay=0$ (a は $a>1$ なる定数) について、以下の問に答えなさい.

(1) 一般解を求めなさい.

(2) 初期条件 $y(0)=1$, $y'(0)=-1$ を満たす解を求めなさい.

(3) 前問で求めた解が $y(\pi)=0$ を満たすような定数 a の値を求めなさい.

(長岡技科大 2006)　　(m20062104)

0.147 微分方程式

$$(*) \qquad \frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - x^2}{2xy}$$

を考える．下の問いに答えなさい．

(1) $z = \dfrac{y}{x}$ とおいて，$\dfrac{dy}{dx}$ を z，$\dfrac{dz}{dx}$，x で表しなさい．

(2) 微分方程式 $(*)$ を z と x に関する微分方程式として表しなさい．

(3) 前問 (2) の微分方程式を解くことによって，微分方程式 $(*)$ を解きなさい．

(長岡技科大 2014) (m20142103)

0.148 微分方程式

$$(*) \qquad y\frac{dy}{dx} + y^2 = e^x$$

について，下の問いに答えなさい．

(1) $z = y^2$ とおいて，微分方程式 $(*)$ を z と x に関する微分方程式として表しなさい．

(2) 前問 (1) の微分方程式を解くことによって，微分方程式 $(*)$ を解きなさい．

(長岡技科大 2015) (m20152102)

0.149 微分方程式

$$(*) \qquad x^2\frac{d^2y}{dx^2} + 4x\frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

を考える．$x = e^t$ とするとき，下の問いに答えなさい．

(1) $\dfrac{dy}{dt}$ を，$\dfrac{dy}{dx}$ と x とで表しなさい．

(2) $\dfrac{d^2y}{dt^2}$ を，$\dfrac{d^2y}{dx^2}$ と $\dfrac{dy}{dx}$ と x とで表しなさい．

(3) 微分方程式 $(*)$ の一般解を求めなさい．

(長岡技科大 2016) (m20162103)

0.150 次の微分方程式を解きなさい．

(1) $(1+x)y + x(1-y)\dfrac{dy}{dx} = 0$

(2) $\dfrac{dx}{dt} = ay \quad , \quad \dfrac{dy}{dt} = -ax \qquad (a > 0)$

(金沢大 1999) (m19992205)

0.151 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

(1) $\dfrac{dy}{dx} = e^{x+y}$ (2) $\dfrac{dy}{dx} + y = 1$

(金沢大 2017) (m20172209)

0.152 (1) $\displaystyle\int \frac{x}{x^2+1}dx$ を求めよ．

(2) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{x(y^2+1)}{y(x^2+1)}$ の一般解を求めよ．

(富山大 2001) (m20012304)

0.153 次の微分方程式を解け．

(1) $\dfrac{dy}{dx} + y = 1$ の一般解を求めよ．

(2) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2x+y}{y}$ の一般解を求めよ.

(3) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{2x+xy^2}{2y+x^2y}$ の一般解を求めよ.

(4) (3) で求めた一般解から，$y(1)=3$ を満たす特解を求めよ.

(富山大 2003)　　(m20032305)

0.154 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} - 2y = 1$

(2) $2xy(1+x)\dfrac{dy}{dx} = 1+y^2$

(3) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y-x+1}{y-x+2}$

(富山大 2004)　　(m20042305)

0.155 次の微分方程式 3 問のうち, 2 問を選択し, それぞれ一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = y+y^2$

(2) $(\sin x)\dfrac{dy}{dx} + (\cos x)y = 0$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{dy}{dx} - 2y = 0$

(富山大 2005)　　(m20052306)

0.156 以下の常微分方程式の一般解を求めよ．ただし，(4) については $y=\cdots$ の形で表現する必要はない.
また，y' , y'' は，それぞれ $\dfrac{dy}{dx}$, $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を意味する.

(1) $y'+y-2=0$　　(2) $y''=2y'+3y$

(3) $xy-(2+x)y'=0$　　(4) $y(y+2x)dy+(y^2-x^2)dx=0$

(富山大 2007)　　(m20072307)

0.157 次の微分方程式の解を $y=f(x)$ の形で求めよ．ただし，(1)〜(3) については一般解，また，(4) については特殊解とする.

(1) $x^3\dfrac{dy}{dx} + y = 0$　　(2) $x\dfrac{dy}{dx} = y + \sqrt{x^2+y^2}$

(3) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{4x+2y}{2x+y-1}$　　(4) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3\dfrac{dy}{dx} - 10y = 0$　$\left(x=0 \text{ の時 } \ y=0,\ \dfrac{dy}{dx}=7\right)$

(富山大 2008)　　(m20082305)

0.158 次の微分方程式のついて，(1)〜(3) については一般解を，また，(4) については特殊解をそれぞれ求めよ。

(1) $(y+3x)dx+(x+1)dy=0$

(2) $x\dfrac{dy}{dx} = 2x\left(1+x^2\right) - y$

(3) $y''-y=0$

(4) $xdx - e^x dy = 0$　　$(x=0 \text{ のとき } y=1)$

(富山大 2009)　　(m20092305)

0.159 次の微分方程式 4 問中から 3 問を選択し, それぞれの一般解を求めよ.
ただし, $\sinh x = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$, $\cosh x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ である.

(1) $y^2 + 1 - 2y\dfrac{dy}{dx} = 0$　　(2) $x^2 + y^2 - 2xy\dfrac{dy}{dx} = 0$

(3) $(\cosh x)\dfrac{dy}{dx} + (y - x)\sinh x = 0$　　(4) $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2} + x\dfrac{dy}{dx} - 4y = 0$

(富山大 2010)　(m20102306)

0.160 変数 x の未知関数 y に関する微分方程式

$(*)$　$\dfrac{dy}{dx} - 2xy = xy^2$

について, 次の問いに答えよ.

(1) $u = y^{-1}$ $(y \neq 0)$ とおいて, $(*)$ から u に関する 1 階線形微分方程式を導け.

(2) (1) を用いて微分方程式 $(*)$ を解け.

(富山大 2011)　(m20112304)

0.161 次の微分方程式の一般解を求めよ. ただし, (3) についてはすべての一般解を求め, (4) については特殊解を求めよ.

(1) $e^{2x-y} + e^{x+y}\dfrac{dy}{dx} = 0$

(2) $(x^3 + y^3)dx - 3xy^2dy = 0$

(3) $\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2 - (2x + 3y)\dfrac{dy}{dx} + 6xy = 0$

(4) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} - 15y = 0$　$\left(x = 0 \text{ のとき}\quad y = 5,\ \dfrac{dy}{dx} = 1\right)$

(富山大 2014)　(m20142306)

0.162 次の各問いに答えよ. ただし, 計算の概略も示すこと.

(1) 次の微分方程式が, 一般解 $y = A\sin(nx + \alpha)$ をもつとき, $p(x)$ と $q(x)$ を求めよ. ただし, A, α は任意定数, $n \neq 0$ とする.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + p(x)\frac{dy}{dx} + q(x)y = 0$$

(2) xy 平面上の点 (a, b) を中心とする直径 $R(> 0)$ の円が満たす微分方程式を求めよ. ただし, 微分方程式に a, b および R を含んではならない.

(3) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$x^{-1}\frac{dy}{dx} + 2y = 2$$

(富山大 2017)　(m20172306)

0.163 $y = a\arcsin\left(\sqrt{\dfrac{x}{a}}\right) + \sqrt{ax - x^2}$　(a : 定数, $0 < x \leq a$) の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.

(富山大 2018)　(m20182301)

0.164 $\log_e y - a^x$　(a : 定数, $a > 0$) で定義される関数 y の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.

(富山大 2018)　(m20182302)

0.165 以下の微分方程式の一般解を求めよ. また, 特異解がある場合は特異解も求めよ.

(1) $\alpha\dfrac{dy}{dx}=\beta-\gamma y$ 　（ $\alpha,\ \beta,\ \gamma$ は全て正の定数とする．）

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+9y=3\sin 3x$ 　　(3) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{2xy}{2x^2+y^2}$

(富山大 2020)　　(m20202305)

0.166 変数 $x,\ y$ が次の式を満たすとき，導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ．ただし，計算の概略も示すこと．

$$x^4y+4y=2y^3+8$$

(富山大 2022)　　(m20222301)

0.167 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{y}{x-3}$ を解け．さらに，解曲線を図示せよ．

(福井大 2000)　　(m20002408)

0.168 微分方程式 $x\cdot\cos\dfrac{y}{x}\cdot\dfrac{dy}{dx}=-x+y\cdot\cos\dfrac{y}{x}$ を解け．

(福井大 2000)　　(m20002409)

0.169 微分方程式

$$x^2\frac{dy}{dx}+y=0$$

を解きなさい. ただし, $x\neq 0$, $y\neq 0$ とする.

(福井大 2004)　　(m20042414)

0.170 次の微分方程式の解を求めよ．

(1) $\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{x}{t^2}$ 　ただし，$x(1)=1$ 　　(2) $x\dfrac{dy}{dx}=y^2-1$ 　ただし，$y(1)=0$

(3) $x^2\dfrac{dy}{dx}=y^2-1$ 　ただし，$y(1)=0$

(福井大 2006)　　(m20062407)

0.171 次の微分方程式を解け．

(1) $\dfrac{dy}{dx}=y^2-1$ 　(2) $x(x-y)\dfrac{dy}{dx}+y^2=0$ 　(3) $x\dfrac{dy}{dx}+2y=x^2$ 　(4) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+y=\cos x$

(福井大 2006)　　(m20062412)

0.172 次のような微分方程式について，問に答えよ．　$x\dfrac{dy}{dx}=y^2-9$

(1) 一般解を導け.　　(2) $y(1)=0$ であるような解を求めよ.

(福井大 2007)　　(m20072410)

0.173 次のような微分方程式について，問に答えよ．　$x^2\dfrac{dy}{dx}=y^2+9$

(1) 一般解を導け.　　(2) $y(1)=0$ であるような解を求めよ.

(福井大 2007)　　(m20072411)

0.174 以下に示されるような関数 $y(x)$ に関する常微分方程式が与えられている.

$$2\frac{d^2y}{dx^2}+\alpha\frac{dy}{dx}+2y=4$$

ここで，α は実数であるとし，以下の問いに答えよ.

(1) $\alpha = 5,\ y(0) = 0,\ \dfrac{dy(0)}{dx} = -2$ とするとき，微分方程式の解 $y(x)$ を求めよ．

(2) $x \to \infty$ とするとき，$\alpha > 0$ という条件下では $y(x)$ がある有限の定数 y_p に収束することが知られている（すなわち $\displaystyle\lim_{x\to\infty} y(x) = y_p$）．そのときの y_p の値を求めよ．

(3) (2) の条件の下で $y(x)$ が収束するとき，$y(x)$ が振動しながら収束するための α の条件を求めよ．

(福井大 2008)　　(m20082410)

0.175 (1) 次の関数を微分せよ．

(a) $y = \sin^3 4x$

(b) $y = a^x$

(2) 極座標系 (r, θ) についての方程式 $r = 2a\cos\theta$ の $\theta = \alpha$ における接線の方程式を求める．以下の各問に従って解答せよ．

なお，必要に応じて右下の公式を利用せよ．

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin 2A = 2\sin A\cos A \\ \cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 2\cos^2 A - 1 = 1 - 2\sin^2 A \\ \cos(A \pm B) = \cos A\cos A \mp \sin A\sin B \end{array} \right\}$$

(a) 極座標系 (r, θ) と直交座標系 (x, y) との関係を求めよ．

$$x =$$
$$y =$$

(b) $\theta = \alpha$ における接線の傾き dy/dx を求めよ．

$$\frac{dy}{dx}_{(\theta=\alpha)} =$$

(c) $\theta = \alpha$ における接線の方程式を求めよ．ただし，解答は途中の計算を示すとともに，$\boxed{}$ 内に記号または数字を入れて方程式を完成せよ．

$$\frac{1}{r} = \frac{\cos\left(\boxed{}\boxed{} - \boxed{}\right)}{\boxed{}\, a\cos^2\boxed{}}$$

(福井大 2009)　　(m20092401)

0.176 次の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $x^2 dy - (y^2 - 1)dx = 0$

(2) $\dfrac{dy}{dx}\cos x = -y\sin x$

(3) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y^2}{xy - x^2}$　　（変数変換を用いよ）

(福井大 2009)　　(m20092404)

0.177 次の関数の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を計算せよ．

(1) $x^3y^5 + y^6 + 2x - 1 = 0$　　(2) $xy = \sin(x + y)$

(福井大 2010)　　(m20102402)

0.178 次の微分方程式の一般解を導出して, 初期条件を満たす解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx} + xy = x$　($x = 1$ のとき，$y = 0$)

(2) $x\dfrac{dy}{dx} + x + y = 0$　($x = 1$ のとき，$y = 0$)

(3) $\dfrac{dy}{dx} = (x + y)^2$　($x = 1$ のとき，$y = -1$)

(福井大 2010)　　(m20102410)

0.179　次の微分方程式を解け.

(1)　$xy\dfrac{dy}{dx} = y - 1$　　(2)　$\dfrac{dy}{dx} + y = x$　　(3)　$x\dfrac{dy}{dx} - y = \sqrt{x^2 + y^2}$

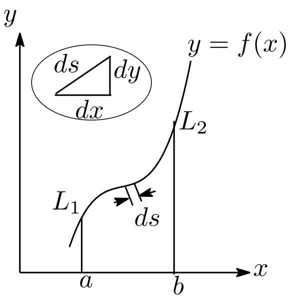
(福井大 2010)　　(m20102420)

0.180　次の各問にしたがって，半径 R の円の円周の長さを求めよ.

(1)　右の図のように，関数 $f(x)$ の L_1 から L_2 の長さは $\displaystyle\int_{L_1}^{L_2} ds$ で求めることができる.

$$\int_{L_1}^{L_2} ds = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\, dx$$

となることを導け.



(2)　点 (x, y) と x 軸との間の角度を θ とすると，x および y を θ の関数で表せ．また，dy/dx を求めよ.

(3)　$\displaystyle\int_{L_1}^{L_2} ds = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\, dx$ の積分の式を用いて，半径 R の円の円周の長さが $2\pi R$ となることを示せ．ただし，計算の途中過程も必ず示すこと.

(福井大 2011)　　(m20112404)

0.181　つぎの微分方程式の一般解を導出して，初期条件を満たす解を求めよ.

(1)　$\dfrac{dy}{dx} - xy = x$　(初期条件 : $x = 0$ のとき，$y = 0$)

(2)　$\dfrac{dy}{dx} + e^x y = 2e^x$　(初期条件 : $x = 0$ のとき，$y = 1$)

(3)　$\dfrac{dy}{dx} + y\cos x = \sin x\, \cos x$　(初期条件 : $x = 0$ のとき，$y = 0$)

(福井大 2011)　　(m20112408)

0.182　次に示す微分方程式について以下の問いに答えよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2a\frac{dy}{dx} + 5y = f(x)$$

(1)　$f(x) = 5$ として，以下の問いに答えよ.

(a)　この微分方程式の特解 y_s を求めよ.

(b)　この微分方程式の余関数（斉次方程式の一般解）が $C_1 e^{\alpha x} + C_2 e^{\beta x}$（ただし　α, β は異なる実数）の形となり，$x \to \infty$ で 0 に収束するための a の条件を求めよ.

(2)　$a = 1$, $f(x) = 10\sin x$, $y(0) = -1$, $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=0} = 0$ として，この微分方程式を解け.

(福井大 2011)　　(m20112410)

0.183　つぎの微分方程式の一般解を導出して，初期条件を満たす解を求めよ.

(1)　$\dfrac{dy}{dx} + 2xy = x$　(初期条件 ： $x = 0$ のとき，$y = 0$)

(2)　$\dfrac{dy}{dx} - y\sin x = \sin x$　(初期条件 ： $x = 0$ のとき，$y = 0$)

(3)　$x\dfrac{dy}{dx} + y = x(1 - x^2)$　(初期条件 ： $x = 1$ のとき，$y = 0$)

(福井大 2012)　(m20122411)

0.184 a を定数とする，次の

$$x^3-3xy+y^3=a$$

により定まる陰関数 $y=\varphi(x)$ にたいして，$\dfrac{dy}{dx}$ と $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を求めよ．

(福井大 2013)　(m20132401)

0.185 次の微分方程式の一般項を導出して，初期条件を満たす解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx}+x^2y=x^2$ （初期条件：$x=0$ のとき $y=2$ ）

(2) $\dfrac{dy}{dx}=y^2+y$ （初期条件：$x=0$ のとき $y=1$ ）

なお，必要であれば，$\dfrac{1}{y^2+y}=\dfrac{1}{y}-\dfrac{1}{y+1}$ の関係を用いること．

(3) $\dfrac{dy}{dx}+2y\tan x=\sin x$ （初期条件：$x=0$ のとき $y=0$ ）

(福井大 2013)　(m20132414)

0.186 次の微分方程式の一般解を導出して，初期条件を満たす解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx}+y=x$ (初期条件：$x=0$ のとき，$y=1$)

(2) $\dfrac{dy}{dx}=y^2-1$ (初期条件：$x=0$ のとき，$y=0$)

(福井大 2014)　(m20142411)

0.187 以下の問いに答えよ．

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+3\dfrac{dy}{dx}+2y=0$ の一般解を求めよ．

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+3\dfrac{dy}{dx}+2y=e^x$ の特殊解を求めよ．

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+3\dfrac{dy}{dx}+2y=e^x$ の一般解を求めよ．

(福井大 2014)　(m20142412)

0.188 以下の常微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx}=ay$　(2) $\dfrac{d^2x}{dt^2}+\dfrac{dx}{dt}+x=\cos 2t$

(福井大 2014)　(m20142425)

0.189 次の微分方程式の一般解を導出せよ

(1) $\dfrac{dy}{dx}+2y=x$　(2) $\dfrac{dy}{dx}=y+y^2$　(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-3\dfrac{dy}{dx}=0$

(福井大 2015)　(m20152410)

0.190 以下の微分方程式の一般解を，(　) 内の変数変換を利用して求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{2x+y}{x+2y}$ (変数変換 $z=\dfrac{y}{x}$)

(2) $\dfrac{dy}{dx}(2x+2y-1)+x+y+1=0$ (変数変換 $z=x+y-2$)

(福井大 2015)　(m20152411)

0.191 曲率 $\rho^{(注)}$ に関する以下の微分方程式について答えなさい.

$$y'' = \rho(1+y'^2)^{\frac{1}{2}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする.

(1) $\dfrac{d\rho}{dx}$ を求めなさい.

(2) 円の方程式 $x^2+y^2+2x+2y+1=0$ のとき，(1) の曲率 ρ に関する x の微分 $\dfrac{d\rho}{dx}$ が 0 となり，曲率 ρ は一定であることを示しなさい.

(3) ρ を定数として，微分方程式 ① を解きなさい．必要であれば，以下の置換法 $y' = \nu = \tan\theta \left(-\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{\pi}{2}\right)$ を用いること.

（注）曲線上の各点において，その曲線の曲がりの程度を示す値.

(福井大 2015)　　(m20152425)

0.192 次の微分方程式の一般解を導出せよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} + y\sin x = 0$　　(2) $\sqrt{x}\dfrac{dy}{dx} + 2xy = x$　　(3) $(x+y)\dfrac{dy}{dx} = -y$

(福井大 2016)　　(m20162408)

0.193 次の微分方程式を解け.

(1) $x\dfrac{dy}{dx} = y + \sqrt{x^2+y^2}$　　(2) $(1+x)dy + (1+y)dx = 0$

(福井大 2016)　　(m20162413)

0.194 (1) $F(x,y)=0$ のとき，$F_y \neq 0$ ならば $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{F_x}{F_y}$ となることを示せ.

(2) $f(x,y) = \arctan\dfrac{y}{x}$ のとき，$\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$ となることを示せ.

(福井大 2018)　　(m20182401)

0.195 以下の微分方程式を解きなさい.

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = 0$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = \cos x$

(福井大 2018)　　(m20182408)

0.196 以下の微分方程式を解きなさい．また，特殊解のグラフは一般解のグラフにどのように関係づけられるかを答えなさい.

$$y = x\frac{dy}{dx} + \frac{1}{2}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$$

(福井大 2018)　　(m20182409)

0.197 次の微分方程式を解け.

$$(7x+4y)\frac{dy}{dx} = -8x - 5y$$

(福井大 2018)　　(m20182427)

0.198 次の微分方程式の解を求めよ.　　$x^2 + y^2 - 2xy\dfrac{dy}{dx} = 0$

(福井大 2020)　　(m20202411)

0.199 次の微分方程式の一般解を求めよ.　　$\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = e^{3x}$

(福井大 2020)　　(m20202412)

0.200 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx} = x^2 + 2x - 1$

(福井大 2020) (m20202426)

0.201 次の問に答えよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = x^2 + \dfrac{1}{x}$ を解け. (2) $(2x + y) + (x + 2y)\dfrac{dy}{dx} = 0$ を解け.

(3) $x\dfrac{dy}{dx} - y = x \log x$ を解け.

(静岡大 2005) (m20052506)

0.202 (1) $\dfrac{dy}{dx} = -ky + \cos \omega x$ を解け. (2) $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{1 - y^2}{1 - x^2} = 0$ を解け.

(3) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{y}{x} + x^2y^3$ を解け （ヒント：$u = y^{-2}$ と置け）.

(静岡大 2006) (m20062508)

0.203 次の微分方程式を解きなさい. $\dfrac{dy}{dx} = (x + y + 2)^2$

(静岡大 2006) (m20062511)

0.204 (1) 常微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} + 2xy = 0$ の一般解を求めよ.

(2) 常微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} + 2xy = x + x^3$, $y(0) = 1$ を解け.

(静岡大 2007) (m20072506)

0.205 次の各微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = -2y$ (2) $\dfrac{dy}{dx} = y(1 - 2y)$

(3) $\dfrac{dy}{dx} = -2y + \sin x$ (4) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3\dfrac{dy}{dx} - 10y = 0$

(静岡大 2007) (m20072508)

0.206 (1) 常微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = xe^{x+y}$ の一般解を求めよ.

(2) 常微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{\cos x}{\sin x}y = \dfrac{1}{\cos^2 x}$ の初期条件 $y\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 2$ を満たす解を求めよ.

(静岡大 2008) (m20082503)

0.207 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = y(1 - x)$ (2) $\dfrac{dy}{dx} = y(1 - y)$ (3) $\dfrac{dy}{dx} = y(1 - y^2)$

(静岡大 2008) (m20082505)

0.208 次の常微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $x^2\dfrac{dy}{dx} + y^2 = 0$, (2) $\dfrac{dy}{dx} - \dfrac{y}{x} = x^3$, $(x \geq 0)$

(静岡大 2009) (m20092506)

0.209 1 階線形微分方程式

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

の一般解は

$$y = e^{-\int p(x)dx}\left\{\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx + C\right\}$$

と表せることを示せ. ただし, C は積分定数とする.

(静岡大 2009) (m20092507)

0.210 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x-2y-4}{2x+4y}$ (2) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x-2y-4}{2x-4y}$ (3) $\dfrac{d^5y}{dx^5} - \dfrac{d^4y}{dx^4} - \dfrac{d^3y}{dx^3} + 3\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2y = 0$

(静岡大 2009) (m20092508)

0.211 次の微分方程式の初期値問題の解 $y = y(x)$ を求めよ.

(1) $\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} + y - y^2 = 0 \\ y(0) = \dfrac{1}{2} \end{cases}$ (2) $\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} + y = x \\ y(0) = 0 \end{cases}$

(静岡大 2010) (m20102507)

0.212 次の各微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = 2xy$ (2) $\dfrac{dy}{dx} = 2xy(1-y)$ (3) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x+y}{x-y}$

(静岡大 2010) (m20102508)

0.213 次の 2 階の微分方程式 ② について以下の問に答えよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 3y = 0 \quad \cdots\cdots \quad ②$$

(1) 微分方程式 ② の一般解を求めよ.

(2) $y' + y = u \cdots$ ③ とおくとき, u は次の微分方程式 ④ をみたすことを示せ.

$$\frac{du}{dx} + 3u = 0 \quad \cdots\cdots \quad ④$$

(3) 微分方程式 ④ の一般解を求めよ.

(4) 微分方程式 ③ を (2) で求めた u を非同次項とする y についての 1 階線形微分方程式とみなすことにより, 微分方程式 ③ の一般解を求めよ.

(静岡大 2010) (m20102510)

0.214 次の微分方程式の初期値問題の解 $y = y(x)$ を求めよ.

(1) $\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = y^2 \sin 2x \cos 3x & (x \geqq 0) \\ y(0) = \dfrac{5}{3} \end{cases}$ (2) $\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x+2y}{x} & (x \geqq 1) \\ y(1) = 1 \end{cases}$

(静岡大 2011) (m20112507)

0.215 次の各微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = y \sin x$ (2) $\dfrac{dy}{dx} = y(1-y)(2-y)$ (3) $\dfrac{dy}{dx} = y + \sin x$

(静岡大 2011) (m20112508)

0.216 次の微分方程式 ① について以下の問に答えよ．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.

$$xy'' + 2y' + xy = 0 \quad \cdots\cdots \quad ①$$

(1) 関数 $y_1 = \dfrac{\cos x}{x}$ は，微分方程式 ① の解であることを示せ.

(2) x の関数 u について，$y = uy_1$ が微分方程式 ① の解であるとき，u は次の微分方程式

$$\frac{d^2u}{dx^2} - 2(\tan x)\frac{du}{dx} = 0$$

を満たすことを示せ.

(3) $\dfrac{du}{dx} = v$ とおくとき v を求めよ.

(4) u を求めよ.

(5) 微分方程式 ① の一般解を求めよ.

(静岡大 2011)　　(m20112509)

0.217 次の各微分方程式の初期値問題を解け．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.

(1) $y'' + 4y' + 3y = 0\ ,\quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$

(2) $y'' + 4y' + 4y = 0\ ,\quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$

(3) $y'' + 4y' + 5y = 0\ ,\quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$

(静岡大 2011)　　(m20112510)

0.218 次の微分方程式の解 $y = y(x)$ を求めよ $\big($(1) は一般解を求めよ$\big)$.

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + y = 0$　　(2) $\begin{cases} \dfrac{d^2y}{dx^2} + y = x^2\ , \\ y(0) = 0\ , \\ \dfrac{dy}{dx}(0) = 0 \end{cases}$

(静岡大 2012)　　(m20122503)

0.219 次の各微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $x\dfrac{dy}{dx} = 2y$　　(2) $\dfrac{dy}{dx}\sin x + y\cos x = x$　　(3) $(2x^2y + y^2)\,dx + (x^3 + xy)\,dy = 0$

(静岡大 2012)　　(m20122508)

0.220 $g(x, y)$ および $h(x, y)$ が m 次同次関数であるとき

$$\frac{dy}{dx} = \frac{g(x, y)}{h(x, y)}$$

は同次形微分方程式であることを示せ．ただし，m 次同次関数とは，任意の実数 t に対して

$$f(tx, ty) = t^m f(x, y)$$

を満たす関数 $f(x, y)$ のことをいう.

(静岡大 2012)　　(m20122509)

0.221 次の微分方程式 ① および ② について以下の問いに答えよ.

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = 0 \qquad \cdots\cdots ①$$

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = x \qquad \cdots\cdots ②$$

(1) 微分方程式 ① の一般解を求めよ.

(2) $y = \dfrac{x\log x}{2}$ は微分方程式 ② の特殊解であることを示せ.

(3) 微分方程式 ② の一般解を求めよ.

(静岡大 2012)　　(m20122510)

0.222 次の常微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ．ただし，$\log$ は自然対数を表す.

(1) $x\dfrac{dy}{dx} - y = x\log x\quad (x > 0)$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 4\dfrac{dy}{dx} + 3y = e^{2x}$

(静岡大 2013)　　(m20132506)

0.223 微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}+2y=0$$

について，以下の問に答えよ．

(1) 一般解を求めよ．

(2) 初期条件

$$y(0)=\frac{1}{2},\qquad \frac{dy}{dx}(0)=2$$

を満たす特殊解を求めよ．

(3) 一般に，微分方程式（a,b は定数とする）

$$\frac{d^2y}{dx^2}+a\frac{dy}{dx}+by=0$$

の 2 つの解を $y_1(x),y_2(x)$ とするとき，

$$f(x)=\frac{dy_1}{dx}y_2-y_1\frac{dy_2}{dx}$$

が満たす微分方程式を求めよ．また，この $f(x)$ が，ある x_0 で $f(x_0)\neq 0$ ならば，すべての x で $f(x)\neq 0$ であることを示せ．

(岐阜大 2000)　　(m20002601)

0.224 (1) 関数を $x=a\sin t$，$y=b\cos t$ とするとき，$\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ．

(2) 次の関数の概略図を描け．

(a) $\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$　　(b) $\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$　　(c) $\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$

(3) ある曲線 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a,b>0)$ で囲まれる部分の面積を求めよ．

(岐阜大 2001)　　(m20012603)

0.225 次の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $9y\dfrac{dy}{dx}+4x=0$　　(2) $x\dfrac{dy}{dx}+y=\sin x$

(岐阜大 2001)　　(m20012608)

0.226 次の 1 階の微分方程式を解け．

(1) $\dfrac{dy}{dx}-\dfrac{3}{xy}=0$　　(2) $\dfrac{dy}{dx}-3y=5$

(岐阜大 2004)　　(m20042603)

0.227 次の微分方程式を解け. ただし, $x=0$ のとき $y=y_0$ とする.

$$\frac{dy}{dx}=a-by\quad (a,b \text{ は定数})$$

(岐阜大 2005)　　(m20052608)

0.228 次の微分方程式を解け．　$x\dfrac{dy}{dx}-\dfrac{1}{x}+xe^x=0$

(岐阜大 2006)　　(m20062603)

0.229 次の微分方程式を解け．ただし，$x=1$ のとき $y=1$ とする．　$\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{y^2}{x^3}$

(岐阜大 2006)　　(m20062612)

0.230 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+6\dfrac{dy}{dx}+9y=25e^{2x}$ を解け.

(岐阜大 2006) (m20062620)

0.231 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}=(1-y)y$ について，次の問いに答えよ.

(1) 初期条件 $y(0)=a$ をみたす解を求めよ．ただし，a は正の実数とする.

(2) 上で求めた解 $y(x)$ について，$\displaystyle\lim_{x\to\infty} y(x)$ を求めよ.

(岐阜大 2007) (m20072605)

0.232 次の微分方程式を，与えられた初期条件の基で解け.

$$x^2\frac{dy}{dx}+y=0 \qquad \text{初期条件は，} x=1 \text{ で } y=1\ .$$

(岐阜大 2007) (m20072617)

0.233 微分方程式 $y\dfrac{dy}{dx}=e^{2x}$ の一般解と初期条件 $y(0)=1$ を満たす特殊解を求めよ.

(岐阜大 2007) (m20072624)

0.234 以下の文において，(2)〜(7) に適切な式または値を入れよ.

微分方程式 $\dfrac{d^2x}{dt^2}=\dfrac{a}{\dfrac{dx}{dt}+b}\cdots(1)$ を解くことを考える．$y=\dfrac{dx}{dt}$ とおくと，式 (1) は y と t に関する微分方程式 $\boxed{\quad(2)\quad}$ に変換される．これを解くと式 $\boxed{\quad(3)\quad}$ が得られる.

一方，$\dfrac{dy}{dt}=\dfrac{dy}{dx}\cdot\dfrac{dx}{dt}$ であることを用いると，式 (1) は y と x に関する微分方程式 $\boxed{\quad(4)\quad}$ に変換される．これを解くと式 $\boxed{\quad(5)\quad}$ が得られる.

さて，新幹線の新しい車両では，力行時の加速度は速度 $\nu[m/s]$ によって変り $\dfrac{37.5}{\nu+50}[m/s^2]$ と表せる．すなわち，$\nu=0\,[m/s]$ での加速度は $0.75[m/s^2]$ であり，速度が大きくなるにつれて加速度は低下する．この車両が停止時から加速して $75[m/s](=270[km/h])$ に達するまでの時間は $\boxed{\quad(6)\quad}$ $[s]$ であり，その間に走行する距離は $\boxed{\quad(7)\quad}$ $[m]$ である.

(岐阜大 2008) (m20082611)

0.235 y は x の関数であるとする．微分方程式

$$\frac{dy}{dx}+y\cos x=\sin x\cos x$$

について，以下の問いに答えよ.

(1) 初期条件 $y(0)=0$ を満たす解を求めよ.

(2) 上で求めた解 $y(x)$ の $0\leqq x\leqq\pi$ における最大値を求めよ.

(岐阜大 2009) (m20092606)

0.236 $y'=\dfrac{dy}{dx}$ とする．以下の問に答えよ.

(1) 微分方程式

$$(E_1)\quad y'-yx=0$$

の一般解を求めよ.

(2) 微分方程式

$$(E_2) \quad y' - yx\cos(x^2) = 0$$

の一般解を求めよ.

(3) e を自然対数の底として，$\alpha,\ \beta$ を実数とする．微分方程式

$$(E_3) \quad y' - \alpha y = e^{\beta x}$$

の一般解を求めよ.

(4) γ を実数とする．微分方程式

$$(E_4) \quad y' - yx(\gamma + \cos(x^2)) = 0$$

の解 $y(x)$ で初期条件 $y(0) = 1$ を満たすものを求めよ． $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{y(x)}{x}$ の収束・発散を判定せよ.

(岐阜大 2022)　　(m20222602)

0.237 　$x = a\cos^3 t$ ， $y = a\sin^3 t$ 　のとき， $\dfrac{dy}{dx}$ 　を求めよ.

(豊橋技科大 1997)　　(m19972702)

0.238 　以下は微分方程式の解き方のあらすじである．それについて以下の (1)〜(3) の各問に答えよ.

次の方程式を満たす y を求める.

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x) \qquad （イ）$$

$P(x)$ ， $Q(x)$ は， x のみの関数である．まず u ， v を x の関数として，

$$y = uv \qquad （ロ）$$

とおく．ここで

$$v = e^{-\int P(x)dx} \qquad （ハ）$$

とすると

$$\frac{dv}{dx} + P(x)v = 0 \qquad （ニ）$$

となる．次に du/dx を求め，これを $F(x)$ とすると

$$\frac{du}{dx} = F(x) \qquad （ホ）$$

これから

$$u = \int F(x)dx + C \quad (C \text{ は任意定数}) \qquad （ヘ）$$

と書けるので， y が求まる.

(1) （イ）（ロ）（ハ）を用いて

$$\frac{dv}{dx} + P(x)v = 0$$

であることを示せ.

(2) （イ）（ロ）（ハ）を用いて du/dx を求めることにより， $F(x)$ を $P(x)$ ， $Q(x)$ で表せ.

(3) $x\dfrac{dy}{dx} + y = \log x$ 　を満たす y を求めよ．ただし，log は自然対数を表す.

(豊橋技科大 1999)　　(m19992705)

0.239 次の微分方程式の一般解 $y(x)$ を示せ．ただし，任意定数として新たな記号を用いた場合には，その記号が任意定数であることを明記せよ．また，$i = \sqrt{-1}$ とする．

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

(豊橋技科大 2000)　　(m20002705)

0.240 次の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx} + y = x$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 4\dfrac{dy}{dx} + 3y = e^{2x}$

(豊橋技科大 2006)　　(m20062703)

0.241 次の関数 $f(t)$ と $g(t)$ について，以下の問いに答えよ．ここで，e は自然対数の底である．

$f(t) = 5e^{-t}$,　　$g(t) = t^2 + t + 1$

(1) $\dfrac{df}{dt}$, $\dfrac{dg}{dt}$ をそれぞれ求めよ.

(2) t を媒介変数とする媒介変数方程式

$$\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$$

に対し，以下の問いに答えよ.

ア. $\dfrac{dy}{dx}$ を t の関数で表せ.

イ. $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を t の関数で表せ.

(3) $z(t) = f(t)g(t)$ とし，以下の問いに答えよ．なお，答えは e を含んだままでもよい.

ア. $z(t)$ に関して，すべての極値を求めよ．また，そのときの t も示せ.

イ. $\displaystyle\int_0^1 z(t)dt$ を求めよ.

(豊橋技科大 2016)　　(m20162701)

0.242 (1) $x = 0$ のとき $y = 4$ を満たす微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{3}{16}y^2$ の解を求めよ.

(2) xy 平面上で，アで得られた解が表す曲線と，$x = 0$, $x = 4$, $y = 0$ の 3 つの直線で囲まれる領域に含まれる点 (x, y) のうち，x, y が共に自然数となる点の数を求めよ．ただし，境界上の点は含まないものとする.

(豊橋技科大 2022)　　(m20222705)

0.243 (1) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = e^x y^2$ を解け.

(2) (1) で得られた解の中で $x = 0$ のとき $y = 1$ をみたす関数の $-1 \leqq x \leqq 0$ における最小値を求めよ.

(豊橋技科大 2023)　　(m20232705)

0.244 次のサイクロイド曲線に対して，以下の問いに答えよ.

$$\begin{cases} x = a(\theta - \sin\theta) \\ y = a(1 - \cos\theta) \end{cases} \qquad (a > 0,\ 0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

(1) 曲線の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.

(2) $\theta = \pi$ における接線の方程式を求めよ.

(3) 曲線を x 軸のまわりに回転させるときにできる立体の体積を求めよ．なお，次の公式を用いてもよい．

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x\,dx = \begin{cases} \dfrac{(n-1)!!}{n!!}\,\dfrac{\pi}{2} & (n : \text{偶数}) \\ \dfrac{(n-1)!!}{n!!} & (n : \text{奇数}) \end{cases}$$

ただし，$n!! = \begin{cases} n(n-2)(n-4)\cdots 2 & (n : \text{偶数}) \\ n(n-2)(n-4)\cdots 1 & (n : \text{奇数}) \end{cases}$

(名古屋大 2008)　　(m20082802)

0.245 (1) 次の常微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = x + 1$$

(2) 次の常微分方程式の一般解を求めよ．（ヒント：$u = y/x$ と置換せよ）

$$x\frac{dy}{dx} = -x + y$$

(名古屋大 2018)　　(m20182804)

0.246 (1) 逆三角関数 $y = \arcsin x$ (ただし，$-\pi/2 \leq y \leq \pi/2$) の導関数は

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

であることを示せ.

(2) 次の定積分の値を部分積分法を用いて求めよ.

$$\int_0^1 (\arcsin x)^2 dx$$

(名古屋工業大 2000）　　(m20002902)

0.247 (1) オイラーの微分方程式

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + px\frac{dy}{dx} + qy = R(x)$$

は，独立変数を $x = e^t$ によって x から t に変換すると，2 階線形微分方程式

$$\frac{d^2y}{dt^2} + (p-1)\frac{dy}{dt} + qy = R(e^t)$$

に書き換えられることを示せ.

(2) 次のオイラーの微分方程式

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} - 3x\frac{dy}{dx} + 4y = x^2$$

の一般解を求めよ.

(名古屋工業大 2000)　　(m20002904)

0.248 次の定数係数 2 階線形微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = x^2$$

(名古屋工業大 2005)　　(m20052903)

0.249 境界条件「$x = 0$ のとき, $y = 1$」のもとで, 微分方程式

$$\frac{dy}{dx} = 1 + x + y$$

の整級数の解 $y = c_0 + c_1x + c_2x^2 + \cdots + c_nx^n + \cdots$ を求めよ.

(名古屋工業大 2010)　　(m20102908)

0.250 関数 $y=e^x$ が微分方程式 $xy'+p(x)y=x$ の 1 つの解である．ただし，$y'=\dfrac{dy}{dx}$ である．このとき，次の問に答えよ．

(1) 関数 $p(x)$ を求めよ．

(2) 微分方程式の一般解を求めよ．

(3) 境界条件：$x=\ln 2$ のとき，$y(x)=0$ を満たす微分方程式の特殊解を求めよ．

(名古屋工業大 2013)　　(m20132909)

0.251 $y=f(x)$ に関して，次の微分方程式の一般解を求めなさい．　$x^2\dfrac{dy}{dx}=y$

(三重大 2002)　　(m20023113)

0.252 次の微分方程式の一般解を求めなさい．　$\dfrac{dy}{dx}+y=x$

(三重大 2003)　　(m20033107)

0.253 次の微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2}+a^2y=a^2(b+1) \qquad (a>0\,,\ b>0)$$

について, 以下の問いに答えよ．

(1) 一般解を求めよ．

(2) $x=0$ で $y=0$，$\dfrac{dy}{dx}=0$，および $x=\pi$ で $y=b$ のとき，y が無限大となる a の条件を求めよ．

(三重大 2004)　　(m20043109)

0.254 $y=y(x)$ に関する次の微分方程式の一般解を求めなさい．

$$\frac{d^2y}{dx^2}+5\frac{dy}{dx}+6y=5$$

(三重大 2004)　　(m20043110)

0.255 微分方程式 $\left(1+x^2\right)\dfrac{dy}{dx}=xy$ を解け．

(三重大 2005)　　(m20053102)

0.256 次の常微分方程式に関する以下の問に答えなさい．ただし，e は自然対数の底，a，b はともに実定数とする．

$$\frac{dy}{dx}+ay=f(x)$$

(1) $f(x)=0$ の場合の一般解を求めなさい．

(2) $f(x)=e^{bx}$ の場合の一般解を求めなさい．

(三重大 2005)　　(m20053109)

0.257 次の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y}{x}$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+4\dfrac{dy}{dx}+3y=0$

(三重大 2007)　　(m20073104)

0.258 以下の微分方程式 (1) および積分方程式 (2) を解きなさい．

(1) $\dfrac{dy}{dx}=y$ を満たす関数 $y=f(x)$ を求めよ．ただし，$f(0)=1$ とする．

(2) $xf(x)=\displaystyle\int_1^x \frac{1}{x}f(x)dx+1$ を満たす関数 $y=f(x)$ を求めよ．

(三重大 2009)　　(m20093101)

0.259 次の (1) から (3) の微分方程式を，それぞれ与えられた初期条件のもとで解きなさい．

(1) $\dfrac{dy}{dx} = 3y$ （初期条件は $x = 0$ のとき $y = 5$）

(2) $\dfrac{dy}{dx} = 2\dfrac{y}{x}$ （初期条件は $x = 1$ のとき $y = 3$）

(3) $\dfrac{dy}{dx} = \cos(x + y)$ （初期条件は $x = 0$ のとき $y = 0$）

(三重大 2009)　　(m20093105)

0.260 (1) 未知関数 $y(x)$ についての微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} + xy = x$ について，初期条件 $y(0) = 0$ を満たす解を求めよ．

(2) 未知関数 $y(x)$ についての微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 2\dfrac{dy}{dx} + y = 0$ の一般解を求めよ．

(三重大 2009)　　(m20093111)

0.261 次の微分方程式の一般解を求めなさい. ただし, $x \neq 1$ とする.

$$(x-1)\frac{dy}{dx} + y - 1 = 0$$

(三重大 2010)　　(m20103107)

0.262 指示に従って導関数を求めなさい.

(1) $y = \left(e^x + e^{-x}\right)^2$ を x で微分せよ． e は自然対数の底を表す.

(2) $y = x \cdot \sqrt{\dfrac{a-x}{a+x}}$ を x で微分せよ． a は定数を示す.

(3) $x = \sin t,\ y = \cos 2t$ のとき， $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.

(三重大 2011)　　(m20113101)

0.263 $y = x \log x$ のとき，y' を求めよ． ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ であり，$\log$ は自然対数である.

(三重大 2013)　　(m20133102)

0.264 微分方程式の初期値問題 $y'' - 2y' + 5y = x,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0$ の解を求めよ.
ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx},\ y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ である.

(三重大 2013)　　(m20133104)

0.265 次の微分方程式の解を求めなさい.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = 0$$

(三重大 2014)　　(m20143105)

0.266 以下の問いに答えなさい． ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ である.

$y = x^x\ (x > 0)$ のとき，y' を求めよ.

(三重大 2016)　　(m20163103)

0.267 以下の問いに答えなさい． ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx},\ y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ である.

$y'' + 4y' + 3y = e^{2x}$ の一般解を求めよ.

(三重大 2016)　　(m20163105)

0.268 $y = y(x)$ に関する微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} - \dfrac{1}{x}y = x$ の一般解を求めなさい.

(三重大 2017) (m20173106)

0.269 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + y = \cos 2x$ の一般解を求めよ.

(三重大 2017) (m20173117)

0.270 以下の問いに答えなさい. ただし, y は x の関数であり, $y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.

(1) 初期条件を $y(1) = 0,\ y'(1) = 1$ とするとき, 微分方程式 $\quad xy'' + y' = 0 \quad$ を解きなさい.

(2) 区間 $\sqrt{3} \leqq x \leqq 2\sqrt{2}$ において, (1) の解である関数が描く曲線の長さ L を求めなさい. ただし, 区間 $a \leqq x \leqq b$ の関数 $y = f(x)$ の曲線の長さ L は, $\quad L = \displaystyle\int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\, dx \quad$ で与えられる.

(三重大 2020) (m20203109)

0.271 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y+2}{x+1}$ (2) $\dfrac{dy}{dx} + y = \sin x$ (3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx} - 2y = 0$

(奈良女子大 2013) (m20133206)

0.272 微分方程式に関する以下の問いに答えよ.

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{dy}{dx} = (y+1)(x^2 + 2x)$$

(2) 解の形として $x = ae^{i\omega t}$ を仮定し, 以下に示す手順で微分方程式

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - \lambda\frac{dx}{dt}$$

を解く. ここで, a は正の実定数で ω は複素定数とする.

(a) $\dfrac{dx}{dt}$ を計算し, それを x を用いて表せ.

(b) $\dfrac{d^2x}{dt^2}$ を計算し, それを x を用いて表せ.

(c) ω が満たすべき方程式を導け.

(d) 上で求めた方程式を解くことによって, ω を求めよ.

(奈良女子大 2014) (m20143203)

0.273 次の微分方程式に関する問いに答えよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{d^2y}{dx^2} + \left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2$ を解け.

(2) 上の解で $x = 0$ で $y = 0$, $\dfrac{dy}{dx} = 0$ (or 0.5) のとき, 曲線の概形を描け.

(京都大 1998) (m19983303)

0.274 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 9y = 7\cos 3x$ を $\quad \left(\dfrac{d}{dx} + 3i\right)\left(\dfrac{d}{dx} - 3i\right)y = 7\cos 3x \quad$ と書く.
$z = \left(\dfrac{d}{dx} - 3i\right)y$ と置くことにより, 上の微分方程式は $\left(\dfrac{d}{dx} + 3i\right)z = 7\cos 3x$ となる. これを用いて, 上の微分方程式の一般解を以下の問いに従って求めよ.

(1) $\dfrac{dz}{dx} + 3iz = 7\cos 3x$ の解 z を求めよ．

(2) 上の解 z を使って，$\dfrac{dy}{dx} - 3iy = z$ の解 y を求めよ．

(京都大 2002)　　(m20023302)

0.275 以下の問に答えよ．

(1) $P(x)$ と $Q(x)$ は独立変数 x だけを含む関数とする．この時次のような 1 階線形微分方程式

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

の一般解は

$$y = e^{-\int P dx}\left[\int Q e^{\int P dx} dx + c\right]$$

になることを証明せよ．

(2) 上記の関係式を使って次の 2 つの微分方程式の一般解を求めよ．

(a) $2x\dfrac{dy}{dx} + y = 2x^2$

(b) $(1+x^2)\dfrac{dy}{dx} = xy + 1$

(京都大 2004)　　(m20043302)

0.276 次の微分方程式について，(　　) 内の初期条件を満たす解を求めよ．

(1) $2y\dfrac{dy}{dx} = x^2 + 2x$　　($x = 1$ のとき $y = 0$)

(2) $\dfrac{dy}{dx} = ay + \dfrac{b}{y}$　　($x = 0$ のとき $y = 1$)　　ただし，a, b は定数で $a \neq 0$

(3) $\dfrac{dy}{dx} = (1 - y^2)\tan x$　　($x = 0$ のとき $y = 2$)

(京都大 2014)　　(m20143301)

0.277 次の微分方程式について，(　) 内の条件を満たす解を求めよ．

(1) $x + y\dfrac{dy}{dx} = 0$　　($x = 0$ のとき $y = 2$)

(2) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2x + y}{y}$　　($x = 1$ のとき $y = 1$)

(京都大 2015)　　(m20153301)

0.278 微分方程式 $2x\dfrac{dy}{dx} - y = 0$ の一般解が，$y^2 = Cx$（C は任意定数）であることを示せ．次に，条件（$x = 1$ のとき $y = 3$）を満たす微分方程式の解を求めよ．

(京都大 2017)　　(m20173301)

0.279 次の微分方程式について，(　) 内の条件を満たす解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx} = y^2 + y$　（$x = 0$ のとき $y = 3$）

(2) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{7x - 3y + 2}{3x - 4y + 5}$　（$x = 0$ のとき $y = 1$）

(3) $(2x - y + 1)dx + (2y - x - 1)dy = 0$　（$x = 0$ のとき $y = 3$）

(京都大 2017)　　(m20173302)

0.280 次の三角関数を含む微分方程式の一般解を，定数 C を用いて求めよ．

（イ） $x\tan\dfrac{y}{x} - y + x\dfrac{dy}{dx} = 0$　　（ロ） $\left(\tan y - 6x^2\right)dx + \dfrac{x}{\cos^2 y}dy = 0$

(京都大 2018)　(m20183304)

0.281 次の指数関数を含む微分方程式の一般解を，定数 C を用いて求めよ．

（イ） $\dfrac{dy}{dx} + e^x y = 7e^x$　　（ロ） $(y + e^x \sin y)\,dx + (x + e^x \cos y)\,dy = 0$

(京都大 2018)　(m20183305)

0.282 (1) 次の微分方程式の一般解を，定数 C を用いて求めよ．

（イ） $\dfrac{dy}{dx} = y^2 + y - 6$

（ロ） $\dfrac{dy}{dx} = 2 + \dfrac{y}{x} + e^{-\frac{y}{x}}$

（ハ） $\left(\dfrac{3}{x} + \dfrac{y}{x^2}\right)dx + \left(3y - \dfrac{1}{x}\right)dy = 0$

(2) 次の微分方程式の一般解を，定数 C を用いて求めよ．
なお，積分因子は $\sin x$ である．

$$(2\sin y\cos x - 2)\,dx + \cos y\sin x\,dy = 0 \qquad (0 < x < \pi)$$

(京都大 2022)　(m20223301)

0.283 $x > 0$ で定義された関数 $y = x^x$ に対して，$\dfrac{dy}{dx}$ を計算せよ．

(京都工芸繊維大 1999)　(m19993401)

0.284 (1) y は x の関数である．変数変換 $x = e^t$ を行うと y は t の関数となる．このとき

$$\frac{dy}{dt} = x\frac{dy}{dx}, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx}$$

が成り立つことを示せ．

(2) 微分方程式 $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2y = 0$ を解け．

(京都工芸繊維大 2004)　(m20043410)

0.285 (1) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = 0$ の一般解を求めよ．

(2) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = 1$ の解で，初期条件 $y(0) = 1$，$y'(0) = 0$ を満たすものを求めよ．

(京都工芸繊維大 2007)　(m20073405)

0.286 次の微分方程式を考える．

$$(*) \qquad \frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{x^2} - 2$$

(1) $\dfrac{y}{x} = u$ とおいて，$(*)$ を u に関する微分方程式に書き換えよ．

(2) 初期条件 $y(1) = 3$ を満たす $(*)$ の解を求めよ．

(京都工芸繊維大 2009)　(m20093404)

0.287 次の微分方程式を考える．

$$(*) \qquad \frac{dy}{dx} = 2x(y^2 + 1)$$

(1) $(*)$ の一般解を求めよ．

(2) 初期条件 $y(0) = 1$ を満たす $(*)$ の解を求めよ．

(京都工芸繊維大 2012)　　(m20123404)

0.288 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}=e^{2x-y}$ の解 $y=y(x)$ で，$y(0)=1$ を満たすものを求めよ．さらに，極限 $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{y(x)}{x}$ を求めよ．

(京都工芸繊維大 2018)　　(m20183405)

0.289 $x>0$ の範囲において，関数 $y=y(x)$ に関する微分方程式

$$(*)\qquad \frac{d^2y}{dx^2}-4\frac{dy}{dx}+3y=\frac{8}{x^3}+\frac{13}{x^2}+9\log x$$

を考える．

(1) $(*)$ の解のうち，定数 a,b を用いて $y=\dfrac{a}{x}+b\log x$ と書けるものを 1 つ求めよ．

(2) $(*)$ の解のうち，条件

$$y(1)=0 \quad \text{かつ} \quad \frac{dy}{dx}(1)=0$$

を満たすものを求めよ．

(京都工芸繊維大 2019)　　(m20193404)

0.290 (1) 関数 $z=z(t)$ $(-\infty<t<\infty)$ に関する微分方程式

$$(*)\qquad \frac{d^2z}{dt^2}+\frac{dz}{dt}-6z=4e^t$$

を考える．

(a) 微分方程式 $\dfrac{d^2z}{dt^2}+\dfrac{dz}{dt}-6z=0$ の一般解を求めよ．

(b) $(*)$ の一般解を求めよ．

(2) 関数 $y=y(x)$ $(x>1)$ に関する微分方程式

$$(**)\qquad (x-1)^2\frac{d^2y}{dx^2}+2(x-1)\frac{dy}{dx}-6y=4x-4$$

を考える．変数変換 $x(t)=e^t+1$ $(-\infty<t<\infty)$ により，$z(t)=y\left(x(t)\right)$ とおく．

(a) $\dfrac{dz}{dt}$ および $\dfrac{d^2z}{dt^2}$ を $\dfrac{dy}{dx}$，$\dfrac{d^2y}{dx^2}$ および x を用いて表せ．

(b) $(x-1)^2\dfrac{d^2y}{dx^2}+2(x-1)\dfrac{dy}{dx}-6y=\dfrac{d^2z}{dt^2}+\dfrac{dz}{dt}-6z$ が成り立つことを示せ．

(c) $(**)$ の一般解を求めよ．

(京都工芸繊維大 2020)　　(m20203405)

0.291 関数 $y=y(x)$ $(x>0)$ に関する次の微分方程式 $(*)$ を考える．

$$(*)\qquad x^2\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}-y=x$$

(1) 関数 $z=z(x)$ $(x>0)$ を $y=xz$ により定める．$(*)$ と同値な，z に関する微分方程式を導け．

(2) $(*)$ の一般解 $y(x)$ $(x>0)$ を求めよ．

(京都工芸繊維大 2021)　　(m20213405)

0.292 (1) $x>0$ における微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}+\dfrac{2}{x}y=0$ の一般解を求めよ．

(2) $x>0$ における微分方程式の初期値問題

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx}+\dfrac{2}{x}y=e^{2x} \\ y(1)=0 \end{cases}$$

の解を求めよ．

(京都工芸繊維大 2022)　　(m20223404)

0.293 微分方程式 $\frac{d^2y}{dx^2}+a\frac{dy}{dx}+by=0$ の解 $y=y(x)$ を

(1) $b=-2a^2$, (2) $b=\dfrac{a^2}{4}$, (3) $b=2a^2$

の場合にそれぞれ求めよ．ただし，a は定数（実数）とする．

(大阪大 2001) (m20013502)

0.294 次の微分方程式に関する以下の問に答えよ.

(1) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+3\dfrac{dy}{dx}+y=0$ の一般解 $y=y(x)$ を求めよ.

(2) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+3\dfrac{dy}{dx}+y=x^2+3x+1$ の一般解 $y=y(x)$ を求めよ.

(3) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+3\dfrac{dy}{dx}+y=x^2+3x+1$ の解 $y=y(x)$ を
初期条件「$x=0$ の時に，$y=10$ かつ $\dfrac{dy}{dx}=-6$」のもとで求めよ.

(大阪大 2012) (m20123502)

0.295 微分方程式に関する以下の問いに答えよ.

(1) 微分方程式 $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}-2x\dfrac{dy}{dx}+2y=0$ を $x=e^t$ と変数変換することで，一般解 $y(x)$ を求めよ.
ただし，$x>0$ とする.

(2) 微分方程式 $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}-2x\dfrac{dy}{dx}+2y=6x^4$ の特殊解を $y=Ax^4$ と表すとき，A の値を求めよ.

(3) (2) の微分方程式の解 $y(x)$ を求めよ．ただし，$x=1$ のとき，$y=4$ かつ $\dfrac{dy}{dx}=9$ とする.

(大阪大 2013) (m20133502)

0.296 次の微分方程式について，以下の問いに答えよ.

$$\frac{dy}{dx}=\frac{y^2}{2}-\frac{y}{x}-\frac{1}{2x^2}\qquad(x\neq 0)\qquad(*)$$

(1) $u(x)=xy$ とおくとき，関数 $u(x)$ が満たすべき微分方程式を示せ.

(2) 微分方程式 $(*)$ の一般解 $y=y(x)$ を求めよ.

(3) 微分方程式 $(*)$ の解 $y=y(x)$ を，初期条件「$x=1$ のときに $y=2$」のもとで求めよ.

(大阪大 2017) (m20173502)

0.297 α を 1 以上の実数とする． 1 回微分可能な関数 $f(x)$ が

$$f(x)=\frac{1}{2}\int_2^{2x}\left\{f\left(\frac{t}{2}\right)\right\}^{\alpha}dt+1\qquad ①$$

を満たすという．以下の設問に答えよ.

(1) $f(1)=A$ を満たす実数 A を求めよ.

(2) $y=f(x)$ とおく．式 ① の両辺を x で微分することにより，微分方程式

$$\frac{dy}{dx}=y^{\alpha}\qquad ②$$

が成り立つことを示せ.

(3) 初期条件「$x=1$ のとき $y=A$ （ただし A は (1) で求めた値)」のもとで微分方程式 ② の特殊解を Y とする．「1 以上の任意の実数 x に対して，Y の x における値が実数になる」ための，α に対する条件を求めよ．

(大阪大 2018)　　(m20183505)

0.298 以下の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $(x^3+y^3)dx+(3xy^2)dy=0$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-2\dfrac{dy}{dx}-3y=8e^{3x}$

(大阪大 2019)　　(m20193502)

0.299 (1) 関数 $y=y(x)$ が微分方程式

$$(1+x^2)\frac{dy}{dx}=2xy+(1+x^2)^2+y^2$$

を満たしているとする．このとき，関数 $z=z(x)$ を

$$z=\frac{y}{1+x^2}$$

によって定義する．z が満たす微分方程式を求めよ．

(2) (1) の微分方程式の，初期条件 $y(0)=0$ の下での解を求めよ．

(3) (2) で求めた解は，0 を含むある有界開区間 $(a,\ b)$ 上で連続であり

$$\lim_{x\to a+0}|y(x)|=\lim_{x\to b-0}|y(x)|=\infty$$

を満たしている．このような $a,\ b$ を求めよ．

(4) 関数 $u=u(x)$ が微分方程式

$$(1+x^2)\frac{du}{dx}=2xu+(1+x^2)\sqrt{(1+x^2)^2+u^2}$$

を満たしているとする．この微分方程式の，初期条件 $u(0)=0$ の下での解を求めよ．

(大阪大 2022)　　(m20223509)

0.300 次の微分方程式の一般解を定数変化法で求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx}+4y=\cos(x)$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+y=\cos(x)$

(大阪府立大 2003)　　(m20033601)

0.301 次の微分方程式を解きなさい．

(1) $\dfrac{5xy+4}{y}dx=\dfrac{3y+4x}{y^2}dy$　　(2) $\dfrac{d^3y}{dx^3}+2\dfrac{d^2y}{dx^2}-\dfrac{dy}{dx}-2y=e^{2x}$

(大阪府立大 2005)　　(m20053602)

0.302 次の形に書ける微分方程式を同次形という．　$\dfrac{dy}{dx}=f\left(\dfrac{y}{x}\right)$

(1) 同次形の微分方程式は，変数分離型に変換して解くことができる．この変換を示して，解を得るプロセスについて説明せよ．

(2) (1) を利用して　$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{x^2+y^2}{2xy}$　の一般解を求めよ．

(大阪府立大 2006)　　(m20063602)

0.303 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \left(\dfrac{a}{x+y}\right)^2 \quad (a > 0)$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 4\dfrac{dy}{dx} + 4y = 6e^{2x}$

(大阪府立大 2007) (m20073602)

0.304 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x+3y}{x}$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + y = \dfrac{1}{2}x^2 + x + e^x$

(大阪府立大 2008) (m20083602)

0.305 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{dy}{dx} = 4x^3y$$

(大阪府立大 2010) (m20103612)

0.306 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $(x+1)\dfrac{dy}{dx} - xy = 0$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 5\dfrac{dy}{dx} + 6y = e^x$

(大阪府立大 2011) (m20113608)

0.307 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

(1) $\dfrac{dy}{dx} + xy = x$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{dy}{dx} = 0$

(大阪府立大 2013) (m20133601)

0.308 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = y^2 - y$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 4\dfrac{dy}{dx} + 4y = \sin x$

(大阪府立大 2013) (m20133607)

0.309 次の微分方程式を解け.

(1) $(1+x^2)dy + (1+y^2)dx = 0$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 2\dfrac{dy}{dx} - 8y = e^{3x}$

(大阪府立大 2016) (m20163602)

0.310 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = x + y$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 2\dfrac{dy}{dx} - 3y = e^{2x}$

(大阪府立大 2017) (m20173602)

0.311 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x^2 + 2y^2}{xy}$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} = 6$

(大阪府立大 2018) (m20183602)

0.312 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{x+y+1}{2x+2y-1}$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = \cos x$

(大阪府立大 2019) (m20193602)

0.313 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{(1+y^2)x}{(1+x^2)y}$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} = x^2$

(大阪府立大 2020) (m20203602)

0.314 微分方程式

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{3x-y}{x+y}$ を $u = \dfrac{y}{x}$ とおいて u の微分方程式にせよ.

(2) (1) の一般解を求めよ.

(3) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x}{y}\dfrac{(6x^2-y^2-2)}{(x^2+y^2+2)}$ の一般解を求めよ.

(神戸大 1994) (m19943802)

0.315 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx} - y = e^{mx} \quad (m \in \boldsymbol{R})$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + y = 0$

(神戸大 2008) (m20083809)

0.316 次の微分方程式の一般解を求めよ．ただし，y', y'' はそれぞれ $\dfrac{dy}{dx}$, $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を表す.

(1) $y'' - y' - 2y = 0$

(2) $y'' - y' - 2y = \cos x$

(神戸大 2009) (m20093808)

0.317 微分方程式

$$\frac{dy}{dx} - y = -y^2 \cdots\cdots\cdots (*)$$

について, 以下の問いに答えよ.

(1) $z = y^{-1}$ とおいて, z を満たす微分方程式を求めよ.

(2) (1) で求めた微分方程式の一般解を求めよ.

(3) 初期条件「$x = 0$, $y = 1/2$」のもとで, 微分方程式 $(*)$ を解け.

(神戸大 2010) (m20103805)

0.318 常微分方程式

$$y'' - y = e^{-x}$$

を初期条件 $y(0) = a$, $y'(0) = b$ のもとで解け．また，$x \geq 0$ で有界な解が存在するための a と b の必要十分条件を求めよ．（ここで $y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ である.）

(神戸大 2011) (m20113805)

0.319 微分方程式 $y'' - 2y' = xe^{2x}$ について以下の問いに答えよ．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.

(1) この方程式は $y = (Ax^2 + Bx)e^{2x}$（A, B は定数）の形の特殊解を持つことを示し，A, B を決めよ.

(2) この方程式の一般解を求めよ.

(神戸大 2014) (m20143809)

0.320 未知関数 $y = y(x)$ に関する以下の各微分方程式に対し，その一般解を求めよ．

ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする．

(1) $2y'' - 5y' + 2y = 0$,　　(2) $2y'' - 5y' + 2y = e^x$,

(神戸大 2015)　(m20153806)

0.321 次のように $F(x,y)$ を定める．

$$F(x,y) = x^3 - 3xy + y^2 - 3y$$

$F(x,y) = 0$ で定められる x の陰関数 y について，以下の各問いに答えよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx} = 0$ となる x の値とそのときの y の値の組 (x,y) をすべて求めよ．

(2) (1) で求めた x の各値における $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ の値を求めよ．

(3) (1) で求めた x の各値において陰関数 y は極大となるか，極小となるか，そのいずれでもないかを答えよ．

(神戸大 2021)　(m20213805)

0.322 $y = \tan^{-1}\left(\dfrac{x}{a}\right)$ の微分係数 $\dfrac{dy}{dx}$ が次式で与えられることを証明せよ．ただし，a は定数で $a > 0$ である．

$$\frac{dy}{dx} = \frac{a}{a^2 + x^2}$$

(鳥取大 1997)　(m19973901)

0.323 微分方程式　$(1 - x^2)\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2x\dfrac{dy}{dx} + 6y = 0$　の解のうちで，多項式で表わされるものを求めよ．

(鳥取大 2001)　(m20013906)

0.324 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

(鳥取大 2004)　(m20043904)

0.325 (1) $x = \tan y$ のとき，逆関数 $y = \tan^{-1} x$ が定義できる．このとき，逆関数の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ．

(2) $y = x^4 e^{-1/x}$ を微分せよ．

(3) 次の関数を微分せよ．ただし，$x > 0$ とし，また $\log$ の底は e とする．

$$y = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

(鳥取大 2008)　(m20083901)

0.326 次の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx} + 3xy = 0$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 5\dfrac{dy}{dx} + 6y = \sin 2x$

(鳥取大 2008)　(m20083907)

0.327 方程式 $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2x\dfrac{dy}{dx} + 2y = 0$ の一般解を求めよ．

(鳥取大 2009)　(m20093901)

0.328 方程式 $\dfrac{dy}{dx} = x(1 - x)$ を初期条件 $x(0) = x_0$ (> 0) の下で解け．

(鳥取大 2009)　(m20093903)

0.329 以下の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $2x^2y\dfrac{dy}{dx}+xy^2+x=0$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-3\dfrac{dy}{dx}+2y=4x+6e^{3x}$

(鳥取大 2009)　　(m20093909)

0.330 次の問に答えよ．

(1) 陰関数 $f(x,y)=x^4-4xy+y^4=0$ において，$\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ．

(2) 次の関数の極値を求めよ．また，それは極大値か極小値か答えよ．

$$f(x,y)=x^2+xy+y^2-6x-3y+9$$

(鳥取大 2011)　　(m20113902)

0.331 以下の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx}=1-y^2$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-\dfrac{dy}{dx}-2y=\cos x$

(鳥取大 2011)　　(m20113908)

0.332 以下の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $(x^2+2)\dfrac{dy}{dx}-xy=0$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+4\dfrac{dy}{dx}+3y=4e^{-x}$

(鳥取大 2013)　　(m20133903)

0.333 a,b は実定数で $a\neq 0$ とするとき，次の問いに答えよ．

(1) 不定積分 $\displaystyle\int e^{ax}\sin bx\,dx\,,\quad \int e^{ax}\cos bx\,dx$ を求めよ．

(2) 1 階線形微分方程式

$$\frac{dy}{dx}+ay=\cos bx \tag{$*$}$$

の一般解を求めよ．

(3) 初期値 $y(0)$ がどのような値であっても，$x\to\infty$ のとき微分方程式 $(*)$ の解 $y(x)$ が収束するための必要十分条件を a と b を用いて表せ．

(広島大 2006)　　(m20064105)

0.334 関係式 $y=e^{-x}e^{-y}$ から，$\dfrac{dy}{dx}$ を y のみを用いて表せ．

(広島大 2011)　　(m20114104)

0.335 次の微分方程式の解を求めよ．ただし，$x=1$ のとき $y=2$ とする．

$$x\frac{dy}{dx}+y=2x$$

(広島大 2012)　　(m20124112)

0.336 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}+y=0$$

(広島大 2014)　　(m20144105)

0.337 (1) $x = a\cos^3 t,\ y = a\sin^3 t\ \ (a > 0)$ のとき，$\dfrac{dy}{dx}$，$\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を求めよ．ただし，途中の計算式も解答用紙に明記すること．

(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} x^{\frac{1}{x}}$ の値を求めよ．ただし，途中の計算式も解答用紙に明記すること．

(広島大 2016) (m20164109)

0.338 次の微分方程式を解け．

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \tan x \cot y$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 8\dfrac{dy}{dx} + 15y = 0$

(広島大 2021) (m20214107)

0.339 次の微分方程式を解け．

$$3\frac{d^2y}{dx^2} - \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 9 = 0$$

(広島大 2022) (m20224104)

0.340 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{d^3y}{dx^3} - \frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 5y = 0$$

(広島大 2023) (m20234101)

0.341 $x = 1 - 2t\,,\ y = e^{2t}\sin t$ とする．

(1) $\dfrac{dx}{dt}$ と $\dfrac{dy}{dt}$ を求めよ． (2) $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ．

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を求めよ．

(広島市立大 2011) (m20114201)

0.342 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} + ay = b$ を解け．ただし，a, b は 0 でない定数である．

(広島市立大 2012) (m20124202)

0.343 次の微分方程式を，与えられた初期条件のもとで解け．

$$\frac{dy}{dx} = \log x \quad \text{初期条件「}x = 1\text{ のとき }y = 1\text{」}$$

(山口大 2000) (m20004302)

0.344 (1) $y = \log\left(x + (x^2+1)^{\frac{1}{2}}\right)$ で $\dfrac{dy}{dx}$ を求めなさい．

(2) $x = 1 - t^2,\ y = t^3$ の関係が成り立っているとき，$\dfrac{dy}{dx}$ を求めなさい．

（山口大 2001） (m20014307)

0.345 次の微分方程式の一般解を求めなさい． $\dfrac{dy}{dx} = 2xy$

(山口大 2001) (m20014313)

0.346 $y = xu$ とおいて，次の微分方程式の一般解を求めなさい．

$$x(x-y)\frac{dy}{dx} + y^2 = 0$$

(山口大 2001) (m20014314)

0.347 (1) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{x}$ を変数分離により解きなさい．

(2)　微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{x}$ を，$u = \dfrac{y}{x}$ の変数変換を行うことにより解きなさい．

(山口大 2003)　　(m20034307)

0.348　微分方程式 $x\dfrac{dy}{dx} = 2x + y$ の一般解を求めよ．

(山口大 2004)　　(m20044306)

0.349　微分とは, 導関数を求めることをいう. 導関数とは, 関数 $f(x)$ における微分係数を, x の関数で表した関数 $\dfrac{df(x)}{dx}$ のことをいう. 微分係数とは, x から $x + \Delta x$ の区間における関数 $f(x)$ の平均変化率において, $\Delta x \to 0$ の極限を取った値をいう. そのような定義に従って

(1)　$y = x^2$ を x について微分すると, $\dfrac{dy}{dx} = 2x$ となることを示しなさい.

(2)　$y = \sqrt{x+1}$ を x について微分すると, $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}$ となることを示しなさい.

(山口大 2005)　　(m20054307)

0.350　次の微分方程式を解きなさい.

(1)　$x\dfrac{dy}{dx} + y = 0$

(2)　$x\dfrac{dy}{dx} + y = x\log x$　を (1) の結果を利用して解きなさい.

(3)　$\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + 5y = e^x \cos 2x$

(山口大 2005)　　(m20054308)

0.351　次の微分方程式を解きなさい.　　$(3xy^2 + x^3)\dfrac{dy}{dx} = 3x^2y + y^2$

(山口大 2008)　　(m20084304)

0.352　次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{dy}{dx} = e^{x+y}$$

(山口大 2009)　　(m20094309)

0.353　$y = \dfrac{1}{4}\left(e^{2x} + e^{-2x}\right)$ に関する次の問いに答えなさい.

(1)　$\sqrt{1 + \left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2}$ を求めなさい.

(2)　区間 $-1 \leqq x \leqq 1$ における曲線 y の長さを求めなさい.

(山口大 2009)　　(m20094312)

0.354　次の微分方程式を解きなさい．ただし，a は定数であり，$y(0) = y_0$ とする．

$$\frac{dy}{dx} - 2xy = ax$$

(山口大 2009)　　(m20094315)

0.355　次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + 2$$

(山口大 2010)　　(m20104301)

0.356 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x - y}{x - 2y}$$

(山口大 2011) (m20114301)

0.357 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$(\tan x)\frac{dy}{dx} = 2y$$

(山口大 2012) (m20124301)

0.358 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

$$2x\frac{dy}{dx} = y$$

(山口大 2014) (m20144301)

0.359 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

$$9\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + y = 2e^x$$

(山口大 2015) (m20154301)

0.360 次の初期値問題を求めなさい．

(1) 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

$$\frac{dy}{dx} = xe^{-2y}$$

(2) さらに，次の式を満足する上記 (1) で求めた一般解の特殊解を求めなさい．

$$y(0) = 2$$

(山口大 2016) (m20164301)

0.361 $y = \frac{1}{3}x\sqrt{x} + 3$ に関する次の問いに答えなさい．

(1) $\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$ を求めなさい．

(2) 区間 $(4 \leq x \leq 8)$ における曲線 y の長さ L を求めなさい．

(山口大 2016) (m20164304)

0.362 次の初期値問題について答えなさい．

(1) 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

$$\frac{dy}{dx} = -y\tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

(2) さらに，次の式を満足する上記 (1) で求めた一般解の特殊解を求めなさい．

$$y(0) = \frac{1}{2}$$

(山口大 2017) (m20174301)

0.363 次式 (1) に関する次の問題 (A) と (B) を解答しなさい．

$$(y')^2 + (xy - 2x + y + 1)y' + xy^2 - xy - 2x = 0 \cdots\cdots (1)$$

ただし，$y' = \frac{dy}{dx}$ とする．

(A) 式 (1) を 1 次の微分方程式の積に因数分解しなさい．

(B) 式 (1) の一般解を求めなさい．

(山口大 2018)　　(m20184301)

0.364 次の初期値問題について解答しなさい.

(1) 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{dy}{dx} = y^2 - 4$$

(2) 次の式を満足する上記 (1) で求めた一般解の特殊解を求めなさい.

$$y(0) = 4$$

(山口大 2021)　　(m20214301)

0.365 微分方程式 $x^2 \dfrac{d^2y}{dx^2} - x\dfrac{dy}{dx} + y = 4x$ を考える.

(1) 変数変換 $x = e^t$ により, $x\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{dy}{dt}$, $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2} = \dfrac{d^2y}{dt^2} - \dfrac{dy}{dt}$ となることを示せ.

(2) 変数変換 $x = e^t$ により, $y = y(t)$ の方程式に直せ.

(3) 上の変換で得られた方程式の一般解 $y = y(t)$ を求めよ.

(4) もとの微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ.

(徳島大 2004)　　(m20044403)

0.366 $\dfrac{dy}{dx} - 2x^2e^xy + e^xy^2 = 2x - x^4e^x$ に対して，次の問いに答えよ.

(1) x^a が微分方程式の解となるように実数 a を求めよ.

(2) a を (1) で求めたものとする. $y = x^a + z$ を微分方程式に代入して，z の満たす微分方程式を求めよ.

(3) (2) で求めた z の微分方程式を解いて，もとの微分方程式の解 y 求めよ.

(徳島大 2011)　　(m20114404)

0.367 次の微分方程式の一般解を求めよ.　　$\dfrac{dy}{dx} = 2xy$

(愛媛大 2007)　　(m20074617)

0.368 (1) 次の線形非同次微分方程式

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

の一般解は

$$y = e^{-\int P(x)dx}\left(\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx + c\right)$$

で与えられることを示せ. ただし, $P(x), Q(x)$ は x の連続関数であり, c は任意の定数である.

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$x\frac{dy}{dx} - y = x(1 + 2x^2)$$

(3) 適切な変数変換を利用して, 次の微分方程式の一般解を求めよ. さらに, $x = 1$ のとき $y = 1$ となるような解を求めよ.

$$\frac{dy}{dx} - \frac{y}{2x} = \frac{\log x}{2x}y^3$$

(九州大 2004)　　(m20044702)

0.369 次の x に関する微分方程式

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} - 3y = 0 \qquad \text{(i)}$$

について，以下の設問に答えよ.

(1) $x = e^z$ とおくことで $\dfrac{dy}{dx}$ を $\dfrac{dy}{dz}$ と x を用いて表せ．また，$\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を $\dfrac{d^2y}{dz^2}$, $\dfrac{dy}{dz}$, x を用いて表せ．

(2) $x = e^z$ とおくことで x に関する微分方程式 (i) を z に関する微分方程式に変換せよ．

(3) x に関する微分方程式 (i) の一般解を求めよ．

(九州大 2007)　　(m20074701)

0.370 (1) (a) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + \omega^2 y = 0$ について，$x = 0$ および $x = L$ において $y = 0$ となる解を求めよ．ただし，ω, L は正の実数である．

(b) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 2\gamma\omega\dfrac{dy}{dx} + \omega^2 y = F\cos\omega x$ について，$x = 0$ において $y = 0$, $\dfrac{dy}{dx} = 0$ となる解を求めよ．ただし，γ, ω, F は実数であり，$\omega > 0$, $0 < \gamma < 1$ である．

(2) (a) 次の微分方程式の一般解を求めよ． $\dfrac{dy}{dx} + y = y^2$

(b) (a) の解を利用して，次の微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} + (2x+1)y - y^2 = x^2 + x + 1$ の一般解を求めよ．

(九州大 2008)　　(m20084706)

0.371 曲線 C は xy-平面の第一象限と第二象限に描かれているとし，次の条件を満たすとする．

- C は y 軸上の点 $(0, a)$ $(a > 0)$ を通る．
- 第一象限内では接線の傾きが $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{y}{\sqrt{a^2 - y^2}}$ で与えられ，第二象限内では接線の傾きが $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{\sqrt{a^2 - y^2}}$ で与えられる．

このとき

(1) 曲線 C は第一象限内では $x = a\log\dfrac{a + \sqrt{a^2 - y^2}}{y} - \sqrt{a^2 - y^2}$ で与えられ，第二象限内では $x = a\log\dfrac{a - \sqrt{a^2 - y^2}}{y} + \sqrt{a^2 - y^2}$ で与えられることを示し，C の概形を描け．

(2) 曲線 C を x 軸の周りに回転させて出来る回転体の体積を求めよ．

(九州大 2009)　　(m20094712)

0.372 以下の問いに答えよ．

(1) 次の $y(x)$ に関する微分方程式の一般解を求めよ．ただし，c は定数である．

$$\frac{dy}{dx} = y^2 - c^2$$

(2) 次の $y(x)$ に関する微分方程式を，$y(0) = 1$, $y(0.5) = 2e$ のもとで解け．

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + \pi^2 + 4 = 0$$

(3) 一定温度 T_a に維持されたオーブンに鉄球を入れて温めるとき，時刻 t での鉄球の温度 $T(t)$ の変化率は $T_a - T(t)$ に比例する．これを微分方程式の形に定式化し，$T(t)$ を求めよ．

(九州大 2013)　　(m20134702)

0.373 (1) 次の定数係数線形常微分方程式について，以下の問いに答えよ．

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + ay = F(x)$$

ただし，x, $y(x)$, $F(x)$ は実数である．

(a) $F(x)=0,\ a=0$ のときの一般解を求めよ.

(b) $F(x)=0,\ a=1$ のときの一般解を求めよ.

(c) $F(x)=0,\ a=2$ のときの一般解を求めよ.

(d) $F(x)=e^{2x},\ a=1$ とする. 初期条件 $y(0)=1,\ \dfrac{dy}{dx}(0)=0$ を満足する解を求めよ.

(2) 常微分方程式

$$y\frac{dy}{dx}=-4(x-1)\ , \qquad y(1)=2$$

の解が描く曲線を xy 平面上に図示せよ.

(九州大 2014) (m20144702)

0.374 (1) 次の $y(x)$ に関する微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2}+4\frac{dy}{dx}+4y=0$$

(2) 次の $y(x)$ に関する微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2}+4\frac{dy}{dx}+4y=e^{3x}$$

(3) 次の $y(x)$ に関する微分方程式の一般解を求めよ.

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}-4\frac{dy}{dx}+6y=0$$

(九州大 2015) (m20154702)

0.375 C を区間 $0 \leqq t \leqq \dfrac{\pi}{2}$ で定義された媒介変数方程式 $x(t)=e^t\sin t,\ y(t)=e^t\cos t$ で表される xy 平面上の曲面とする.

(1) 導関数 $\dfrac{dx}{dt},\ \dfrac{dy}{dt},\ \dfrac{dy}{dx}$ をそれぞれ求めよ.

(2) 曲線 C の増減を調べ, xy 平面上にグラフをかけ. ただし, $e^{\frac{\pi}{4}} \fallingdotseq 2.19$ である.

(3) 曲線 C の x 軸, y 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ.

(九州大 2015) (m20154703)

0.376 (1) 次の $y(x)$ に関する微分方程式について, 以下の問いに答えよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}+3y=f(x)$$

(a) $f(x)=0$ のときの一般解を求めよ.

(b) $f(x)=\sin x$ のときの一般解を求めよ.

(2) 次の $y(x)$ に関する微分方程式を, $y(1)=1$ のもとで解け.

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{y}{2y+x}$$

(九州大 2016) (m20164702)

0.377 (1) 式 ① を x で微分せよ.

$$f(x)=2x+3+\int_0^x f(t)dt \quad \cdots ①$$

(2) 式 ① を満たす $f(x)$ を求めよ.

(3) $a,\ b$ を実定数として，式 ② の微分方程式

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}+ax\frac{dy}{dx}+by=0 \quad \cdots ②$$

は $x=e^t$ とおくことにより式 ③ になることを示せ.

$$\frac{d^2y}{dt^2}+(a-1)\frac{dy}{dt}+by=0 \quad \cdots ③$$

(4) 式 ④ の微分方程式の一般解 y を x の関数として求めよ.

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}+6x\frac{dy}{dx}+6y=0 \quad \cdots ④$$

(九州大 2022) (m20224701)

0.378 次の微分方程式を解きなさい.

(1) $\dfrac{dy}{dx}-2x=3e^x$ (2) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y^2}{x^2}$

（佐賀大 1999） (m19994906)

0.379 以下の常微分方程式を解きなさい.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=x^2y^2$ (2) $\dfrac{dy}{dx}-2y=3e^{5x}$

（佐賀大 2001） (m20014905)

0.380 次の微分方程式を解け. $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{x-y}{x+y}$

(佐賀大 2003) (m20034921)

0.381 次の微分方程式を解け.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=y^2-4$ (2) $y^2+(x^2-xy)\dfrac{dy}{dx}=0$

(佐賀大 2003) (m20034923)

0.382 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

(1) $-\dfrac{dy}{dx}=3y$ (2) $-\dfrac{dy}{dx}=5y-2e^{-2x}$

(佐賀大 2005) (m20054923)

0.383 (1) 関数 $f(x)=\sin^2 x$ を微分せよ.

(2) $y=e^{-t}$, $t=x^2$ のとき, $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.

(佐賀大 2005) (m20054930)

0.384 $x=\cos^4 t,\ y=\sin^4 t$ とするとき，導関数 $\dfrac{dy}{dx}$, $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を求めよ．ただし，結果は t の関数のままでよい.

(佐賀大 2006) (m20064913)

0.385 次の微分方程式を解け．ただし，$y'=\dfrac{dy}{dx}$, $y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$ である.

(1) $y''-4y'-12y=0$ (2) $y''-4y'-12y=12x-8$ (3) $\dfrac{dy}{dx}+y=y^2(\cos x-\sin x)$

(佐賀大 2006) (m20064931)

0.386 (1) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{x+y}{x-y}$ の一般解を求めよ。

(2) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+4\dfrac{dy}{dx}+13y=0$ の一般解を求めよ。

(佐賀大 2006) (m20064941)

0.387 次の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $x\dfrac{dy}{dx}+y=x^3y^3$　(2) $y''-2y'+10y=0$　(3) $y''-2y'+10y=2\cos 2x+10\sin 2x$

(佐賀大 2007)　(m20074918)

0.388 以下の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx}=2x(1-y)$　(2) $\dfrac{d^2y}{dt^2}-2\dfrac{dy}{dt}-3t=5\sin t$

(佐賀大 2007)　(m20074927)

0.389 次の微分方程式を解け．ただし，$y'=\dfrac{dy}{dx}$, $y''=\dfrac{dy'}{dx}$ とする．

(1) $y''=ax$　(2) $y''+2y'+y=e^{-x}\cos x$

(佐賀大 2008)　(m20084903)

0.390 次の微分方程式を解け．ただし，$y'=\dfrac{dy}{dx}$, $y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする．

(1) $y''=e^{3x}$

(2) $y''+3y'+2y=e^{2x}$

(佐賀大 2009)　(m20094912)

0.391 (1) 微分方程式 $\dfrac{dx}{dy}=2x(1-y)$ の一般解を求めよ．

(2) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+3\dfrac{dy}{dx}+2y=8x$ の一般解を求めよ．

(佐賀大 2009)　(m20094928)

0.392 つぎの微分方程式を解け．

(1) $\dfrac{dy}{dx}-y=e^{-x}$　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-2\dfrac{dy}{dx}-3y=x$

(佐賀大 2011)　(m20114908)

0.393 次の微分方程式を解きなさい．ただし，a は定数であり，$x=x_0$ のとき $y=y_0$ とする．

$$\frac{dy}{dx}=\frac{ay}{x^2}$$

(佐賀大 2012)　(m20124910)

0.394 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

(1) $\dfrac{dy}{dx}=2xy$　(2) $\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{2x+xy^2}{2y+x^2y}$

(佐賀大 2013)　(m20134926)

0.395 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

(1) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{x^2}{2y}$　(2) $x\dfrac{dy}{dx}=y(1+xy)$

(佐賀大 2015)　(m20154908)

0.396 次の微分方程式を解きなさい．

(1) $x\dfrac{dy}{dx}=y^2-1$　(2) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{2xy}{x^2-y2}$

(佐賀大 2016)　(m20164910)

0.397 $u = \dfrac{y}{x}$ と置くことによって，次の 1 階微分方程式の一般解を求めよ． $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x^2 + 2y^2}{2xy}$

(佐賀大 2016) (m20164916)

0.398 次の微分方程式を解け． $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{y}{x} = -x^3y^3$

(佐賀大 2016) (m20164924)

0.399 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

(1) $x\dfrac{dy}{dx} = y^2 - 1$ (2) $(x^2 - y^2)dy = 2xydx$

(佐賀大 2016) (m20164933)

0.400 次の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{y}{x} = \sin 2x$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{dy}{dx} - 6y = e^{-3x}$

(佐賀大 2017) (m20174903)

0.401 次の微分方程式を解け．

(1) $\dfrac{dy}{dx} + y\tan x = \sin 2x$ (2) $\dfrac{dy}{dx} = x\left(1 + y^2\right)$

(佐賀大 2017) (m20174910)

0.402 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 6x = 0$ (2) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x - y + 3}{x - y}$

(佐賀大 2017) (m20174914)

0.403 次の微分方程式を解きなさい．

(1) $2x\dfrac{dy}{dx} = y$ (2) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y^2}{x^2 + xy}$

(佐賀大 2018) (m20184925)

0.404 次の常微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $2\dfrac{d^2y}{dx^2} - 7\dfrac{dy}{dx} + 3y = 0$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 4\dfrac{dy}{dx} + 20y = 0$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx} - 2y = 2$

(佐賀大 2021) (m20214903)

0.405 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

$$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y + 2}{x + 2}$$

(佐賀大 2021) (m20214909)

0.406 (1) 次の微分方程式を解け．

$$\dfrac{dy}{dx} = (1 - y)y$$

ただし，$t = 0$ のとき $y = y_0$ とする．

(2) $y_0 = 0.5$ の場合において，t が -10 から 10 まで変化すると時の y の変化の概略をグラフにせよ．

(佐賀大 2021) (m20214914)

0.407 以下の微分方程式の一般項を求めなさい．

(1) $x\dfrac{dy}{dx} = y + \sqrt{x^2+y^2}$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 4\dfrac{dy}{dx} + 3y = 2e^{2x}$

(佐賀大 2021) (m20214927)

0.408 次の常微分方程式を解け.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 8\frac{dy}{dx} + 15y = 0\ ,\quad y(0) = 1\ ,\quad \frac{dy}{dx}(0) = 7$$

(佐賀大 2022) (m20224909)

0.409 次の関数 y の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めなさい.

(1) $y = (x+3)^8$ (2) $y = \sin(2x)$ (3) $y = e^{\cos x}$

(4) $y = \sqrt{x^3+x^2+1}$ (5) $y = \log(x^3+1)$ (6) $y = \dfrac{\log(x)}{x^2+3}$

(佐賀大 2022) (m20224919)

0.410 次の微分方程式の一般解を求めなさい. 必要な計算過程も記すこと.

(1) $x\dfrac{dy}{dx} = y^2 - y$ (2) $2xy\dfrac{dy}{dx} = y^2 - x^2$

(佐賀大 2022) (m20224922)

0.411 次の微分方程式の一般解を求めなさい. 答えだけでなく途中経過も記載すること.

(1) $x\cos\dfrac{y}{x}\dfrac{dy}{dx} = y\cos\dfrac{y}{x} - x$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = e^x + \cos x$

(佐賀大 2022) (m20224930)

0.412 x を $0 \leq x < \dfrac{\pi}{2}$ の実数とする. このとき, 以下の問に答えよ.

(1) $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ を用いて, 次の公式

$$\cos^2 x = \frac{1}{1+\tan^2 x}$$

を導きなさい.

(2) $y = \tan^{-1} x$ に対して, 逆関数の微分の公式

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\left(\dfrac{dx}{dy}\right)}$$

を用いて, $\dfrac{dy}{dx}$ を x を用いて表しなさい.

(3) n を自然数とし,

$$I_n = \int \frac{1}{(x^2+1)^n}dx$$

とおく. この I_n に対して, $n=1$ のときの I_1 を求めなさい.

(4) (3) で与えられた I_n を

$$I_n = \int \frac{1}{(x^2+1)^n}dx = \int 1 \times \frac{1}{(x^2+1)^n}dx$$

と考え, 部分積分法を用いて

$$I_{n+1} = \frac{x}{2n(x^2+1)^n} + \left(1 - \frac{1}{2n}\right)I_n$$

が成り立つことを示しなさい.

(5)　(3) で与えられた I_n に対して, $n=3$ のときの I_3 を求めなさい.

(長崎大 2005)　　(m20055001)

0.413　以下の問に答えよ. ただし, $y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする.

(1)　微分方程式 $y' - y = 0$ を解け.

(2)　初期条件 $y(0)=1$ を満たす微分方程式 $y' - y = e^{2x}$ の解を求め, この解のグラフを描け.

(長崎大 2005)　　(m20055012)

0.414　次の微分方程式を解け，ここで，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする.

(1)　$y' + y = 0$　　　　(2)　$y' + y = (x+1)^2$

(3)　初期条件 $y(0)=0$（ $x=0$ のとき $y=0$ ）を満たす $y' + y = (x+1)^2$ の解を求めよ.

(長崎大 2007)　　(m20075006)

0.415　次の微分方程式を解け．ここで，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする.

(1)　$y'' + 16y = 0$　　　　(2)　$y'' + 16y = 17e^x$

(3)　初期条件 $y(0)=6,\ y'(0)=-2,\ (x=0$ のとき $y=6,\ y'=-2)$ を満たす $y'' + 16y = 17e^x$ の解を求めよ.

(長崎大 2008)　　(m20085006)

0.416　次の微分方程式を解け.　　$\dfrac{dy}{dx} = x + y + 1$　　(長崎大 2008)　　(m20085012)

0.417　以下の問いに答えなさい．ただし，y は $-\dfrac{\pi}{2} < y < \dfrac{\pi}{2}$ とする.

(1)　$x = \tan y$ に対して，$\dfrac{dx}{dy}$ を求めなさい.

(2)　$y = \tan^{-1} x$ に対して，逆関数の微分の公式

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\dfrac{dx}{dy}}$$

を利用して，$\dfrac{dy}{dx}$ を x で表しなさい.

(長崎大 2009)　　(m20095001)

0.418　次の微分方程式の解を求めよ.

(1)　$\dfrac{dy}{dx} = ax$　　ただし，$x = x_0$ で $y = y_0$ とする.

(2)　$\dfrac{dy}{dx} = ay$　　ただし，$x = x_0$ で $y = y_0$ とする.

(長崎大 2009)　　(m20095005)

0.419　次の微分方程式を解け．ここで，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする.

(1)　$y'' + 4y = 0$

(2)　$y'' + 4y = \sin 3x$

(3)　初期条件 $y(0)=0,\ y'(0)=1.4$　（$x=0$ のとき $y=0,\ y'=1.4$）を満たす $y'' + 4y = \sin 3x$ の解を求めよ.

(長崎大 2009)　　(m20095009)

0.420 (1) 微分方程式 $y'' + 2y' - 35y = 0$ の一般解を求めよ.
なお，$y' = \dfrac{dy}{dx}$，　$y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.

(2) 微分方程式 $y'' + 2y' - 35y = 12e^{5x} + 37\sin 5x$ の特殊解を求めよ.

(3) 微分方程式 $y'' + 2y' - 35y = 12e^{5x} + 37\sin 5x$ の一般解を求めよ.

(長崎大 2009)　　(m20095013)

0.421 次の関数の $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.

(1)　$y = \tan(2x - 3)$　　　(2)　$x^3y^3 + y - x = 0$

(長崎大 2010)　　(m20105003)

0.422 つぎの微分方程式を解け. ここで, $y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする.

(1) $y' + 3y = 0$

(2) $y' + 3y = \sin x$

(長崎大 2010)　　(m20105015)

0.423 以下の問いに答えよ.

(1) 微分方程式 $y'' + y = 0$ の一般解を求めよ,　なお，$y' = \dfrac{dy}{dx}$，$y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.

(2) 微分方程式 $y'' + y = 6\sin x$ の特殊解を求めよ,

(3) 微分方程式 $y'' + y = 6\sin x$ の一般解を求めよ,

(長崎大 2011)　　(m20115012)

0.424 次の微分方程式の解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 2y = x$$

(長崎大 2011)　　(m20115020)

0.425 次の一階常微分方程式の解の公式を求めなさい.

(1)　$\dfrac{dy}{dx} + P(x)y = 0$　　　(2)　$\dfrac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$

(大分大 2005)　　(m20055101)

0.426 次の微分方程式を解きなさい.

$$\frac{dy}{dx} - y = e^x$$

(大分大 2009)　　(m20095102)

0.427 $x^2 + xy + 2y^2 = 1$ なる式から定まる陰関数 y について，以下の問いに答えなさい.

(1) 導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めなさい.

(2) 2 次導関数 $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を求めなさい.

(熊本大 2014)　　(m20145201)

0.428 $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{x}{y}$ の一般解を求めよ.

(熊本大 2020)　　(m20205201)

0.429 $\dfrac{dy}{dx} = y(1+x)$ の一般解を求めよ.

(熊本大 2021)　　(m20215203)

0.430 次の各問に答えよ.

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{dy}{dx} + 2xy = 0$$

(2) 次の微分方程式を解け.

$$\frac{dy}{dx} + 2xy = xe^{-x^2} \quad , \quad y(0) = 1$$

(宮崎大 2004)　　(m20045304)

0.431 (1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.　$(x+1)\dfrac{dy}{dx} + y = 0$

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ.　$(x+1)\dfrac{dy}{dx} + y = (x+1)\sin x$

(宮崎大 2006)　　(m20065305)

0.432 (1) 次の微分方程式を, $y(0) = 2$, $\dfrac{dy}{dx}(0) = 6$ という条件の下で解け.　$\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = 0$

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ.　$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{xy}{x^2+y^2}$

(宮崎大 2008)　　(m20085304)

0.433 (1) 次の微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

(2) 次の微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = \cos x$$

(宮崎大 2009)　　(m20095305)

0.434 (1) 次の微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ.

$$\frac{dy}{dx} + y = x$$

(2) 次の微分方程式を, $y(0) = \dfrac{dy}{dx}(0) = 0$ という条件のもとで解け.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = x$$

(宮崎大 2010)　　(m20105305)

0.435 次の微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ.

$$x\tan\frac{y}{x} - y + x\frac{dy}{dx} = 0$$

(宮崎大 2012)　　(m20125305)

0.436 次の各問に答えよ.

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{dy}{dx} - y = x$$

(2) 次の微分方程式を，$y(0)=1$，$\dfrac{dy}{dx}(0)=-1$ という条件の下で解け．

$$\frac{d^2y}{dx^2}-\frac{dy}{dx}-6y=0$$

(宮崎大 2013)　　(m20135302)

0.437 次の微分方程式の一般解を求めよ

$\dfrac{d^2y}{dx^2}+4\dfrac{dy}{dx}+3y=0$　　　　$\dfrac{d^2y}{dx^2}+4\dfrac{dy}{dx}+3y=2e^{2x}$

(宮崎大 2014)　　(m20145301)

0.438 $y=y(x)$ に関する微分方程式

$$\frac{dy}{dx}=\frac{x+3y}{3x-y}\quad\cdots\cdots(*)$$

について，次の各問に答えよ．

(1) $y=xu$ とおいて，$(*)$ を $u=u(x)$ についての微分方程式に書き直せ．

(2) $(*)$ の一般解を求めよ．ただし，$\displaystyle\int\frac{1}{1+u^2}du=\tan^{-1}u+C$ （C は積分定数）を用いてもよい．

(宮崎大 2015)　　(m20155305)

0.439 次の微分方程式の一般解 $y=y(x)$ を求めよ

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+5\dfrac{dy}{dx}+6y=0$　　　　(2) $\dfrac{dy}{dx}-2y=e^{3x}$

(宮崎大 2016)　　(m20165304)

0.440 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}=2xy$ の一般解 $y=y(x)$ を求めよ．

(宮崎大 2017)　　(m20175303)

0.441 次の微分方程式を，$y(0)=2$，$\dfrac{dy}{dx}(0)=-2$ という条件の下で解け．

$\dfrac{d^2y}{dx^2}+2\dfrac{dy}{dx}-3y=0$

(宮崎大 2018)　　(m20185301)

0.442 (1) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}+y\sin x=0$ の一般解 $y=y(x)$ を求めよ．

(2) 関数 $y=a\cos x+b$ が微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}+y\sin x=\sin 2x$ の特殊解となるように，定数 a，b の値を定めよ．

(3) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}+y\sin x=\sin 2x$ を，$y(0)=5$ という条件の下で解け．

(宮崎大 2019)　　(m20195305)

0.443 次の微分方程式の一般解 $y=y(x)$ を求めよ．

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+7\dfrac{dy}{dx}+12y=0$　　　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+7\dfrac{dy}{dx}+12y=e^{-2x}$

(宮崎大 2020)　　(m20205303)

0.444 次の微分方程式の一般解 $y=y(x)$ を求めよ．

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-\dfrac{dy}{dx}-2y=0$　　　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-\dfrac{dy}{dx}+y=0$

(宮崎大 2021)　　(m20215301)

0.445 次の連立の微分方程式について，$y(0)=1,\ z(0)=0$ という条件の下での解 $y=y(x),\ z=z(x)$ を求めよ．

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = -y \\ \dfrac{dz}{dx} = y - 2z \end{cases}$$

(宮崎大 2022)　　(m20225305)

0.446 $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y+1}{x+1}$ を解け．

(鹿児島大 2006)　　(m20065416)

0.447 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 10\dfrac{dy}{dx} + 25y = 0$ の一般解を求めなさい．

(鹿児島大 2011)　　(m20115417)

0.448 以下の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $y'' + 4y' + 4y = 4x$

(2) $2xydx + (x^2+3y^2)dy = 0$

(3) $\dfrac{dy}{dx} - 2xy = x$

(鹿児島大 2014)　　(m20145408)

0.449 次の微分方程式を解きなさい．ただし，初期条件（$x=0$ のとき，y=1）が成り立つものとする．

$$\frac{dy}{dx} = -2xy$$

(鹿児島大 2014)　　(m20145418)

0.450 以下の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx} + 2xy = 0$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 2\dfrac{dy}{dx} + 5y = 0$

(3) $(1+2xy^2)dx + (1+2x^2y)dy$=0

(鹿児島大 2015)　　(m20155403)

0.451 (1) 次の完全微分方程式の一般解を求めよ．

(a) $(3x+4y)dx + (4x-5y)dy = 0$　　(b) $2xydx + (1+x^2)dy = 0$

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ．

(a) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} - 3y = 0$　　(b) $\dfrac{d^3y}{dx^3} - \dfrac{d^2y}{dx^2} = 0$　　(c) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx} - 2y = 0$

(鹿児島大 2015)　　(m20155414)

0.452 次の常微分方程式の一般解を求めなさい．

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 15y = 0$$

(鹿児島大 2015)　　(m20155419)

0.453 以下の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $xdy = 3ydx$　　(2) $5\dfrac{d^2y}{dx^2} + 6\dfrac{dy}{dx} + y = 0$　　(3) $(2xy+x^3)dx + (x^2+y^2)dy = 0$

(鹿児島大 2016)　　(m20165403)

0.454 以下の微分方程式の解を求めよ．ただし，虚数単位は i とする．

(1) $y\dfrac{dy}{dx}+x=0$ （ただし，$x=1$ のとき $y=1$ ）

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-6\dfrac{dy}{dx}+10y=0$ （ただし，$x=0$ のとき $y=1,\ \dfrac{dy}{dx}=4$ ）

(3) $(\cos x+y)dx+xdy=0$ （ただし，$x=\pi$ のとき $y=1$ ）

(鹿児島大 2017) (m20175403)

0.455 次の微分方程式 (1)，(2) の一般解を求めよ．解答は実数値関数を用いて表すこと．

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+4y=0$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-\dfrac{dy}{dx}-6y=0$

(鹿児島大 2017) (m20175414)

0.456 次の常微分方程式の一般解を求めなさい．

$$\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}-35y=0$$

(鹿児島大 2017) (m20175418)

0.457 以下の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $x(x+1)\dfrac{dy}{dx}=-y$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+2\dfrac{dy}{dx}+y=\sin x$ (3) $(2xy+x)dx+(x^2+y)dy=0$

(鹿児島大 2018) (m20185403)

0.458 以下の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+4\dfrac{dy}{dx}+4y=4x^2+6$ (2) $xdy=5ydx$ (3) $(xy^2-y)dx+x(xy-1)dy=0$

(鹿児島大 2018) (m20185422)

0.459 以下の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx}+\dfrac{y}{x}=1$ (ただし，$x>0$) (2) $(x+\sin y)dx+x\cos ydy=0$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-3\dfrac{dy}{dx}+2y=x^2$

(鹿児島大 2021) (m20215403)

0.460 以下の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $x\dfrac{dy}{dx}+\sqrt{1+y^2}=0$ （ただし，$x>0$） (2) $-x^2+y^2=2xy\dfrac{dy}{dx}$ （ただし，$x>0$）

(3) $\dfrac{4x-2y+1}{2x-y-1}=\dfrac{dy}{dx}$

(鹿児島大 2022) (m20225403)

0.461 微分方程式 $(2+x)y+(2+y)x\dfrac{dy}{dx}=0$ の一般解を求めよ．

(室蘭工業大 2006) (m20065502)

0.462 微分方程式 $x\dfrac{dy}{dx}-3y+x=0$ について，以下の問いに答えよ．

(1) $u(x)=\dfrac{y(x)}{x}$ とおくと，与えられた微分方程式が $x\dfrac{du}{dx}=2u-1$ と書けることを示せ．

(2) 初期条件 $x=1$ のとき $y(1)=2$ のもとで，与えられた微分方程式を解け．

(室蘭工業大 2007) (m20075510)

0.463 次の微分方程式の一般解を求めよ． $\dfrac{d^2y}{dx^2}-3\dfrac{dy}{dx}+2y=3e^{-x}$

(室蘭工業大 2008) (m20085502)

0.464 次の微分方程式の特殊解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} = -y$, 初期条件 $x = 0$ のとき $y = 5$

(2) $\dfrac{dy}{dx} = 3x^2 - e^x + \cos(x)$, 初期条件 $x = 0$ のとき $y = 2$

(室蘭工業大 2009) (m20095506)

0.465 次の微分方程式の解を求めよ。

(1) $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{x}{y} = 0$ (2) $\dfrac{dy}{dx} + y + 3 = 0$

(室蘭工業大 2010) (m20105504)

0.466 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} + 2x + y = 0$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = 0$

(室蘭工業大 2010) (m20105509)

0.467 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 6y = 4e^{-x}$$

(室蘭工業大 2011) (m20115502)

0.468 初期値 $y(0) = 3,\ y'(0) = -4$ を満足する次の常微分方程式の解を求めよ.

$$y'' + y' - 6y = 0$$

ただし, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2},\ y' = \dfrac{dy}{dx}$ の意味である.

(室蘭工業大 2014) (m20145502)

0.469 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{3x(y^2+3)}{5y(x^2+2)}$ の一般解を求めよ.

(室蘭工業大 2015) (m20155504)

0.470 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = -y$ を解きなさい.

(室蘭工業大 2016) (m20165506)

0.471 微分方程式に関する以下の問いに答えよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx} - 2e^{x+y} = 0$ の一般解を求めよ.

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 4\dfrac{dy}{dx} + 3y = 4e^x$ の一般解を求めよ.

(室蘭工業大 2016) (m20165512)

0.472 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} - 3y = 5e^{2x}$$

(室蘭工業大 2016) (m20165516)

0.473 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $(x^2 - 4)\dfrac{dy}{dx} = y$ (2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 4\dfrac{dy}{dx} + 4y = 8\sin(2x)$

(室蘭工業大 2017) (m20175505)

0.474 常微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+4\dfrac{dy}{dx}+3y=13\sin 2x$ に関する以下の問いに答えよ.

(1) この方程式の右辺がゼロの場合の解（同次解）y_0 を求めよ.

(2) 特解 y_1 を $y_1=A\sin 2x+B\cos 2x$ の形を仮定して求めよ．ただし，A, B は定数とする.

(3) 初期条件を，$x=0$ で，$y=0$, $\dfrac{dy}{dx}=2$ として，解 y を求めよ.

(室蘭工業大 2018)　　(m20185510)

0.475 以下の微分方程式を解きなさい.

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{x}{y}$$

(室蘭工業大 2018)　　(m20185516)

0.476 つぎの微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+2\dfrac{dy}{dx}-3y=0$　　(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+2\dfrac{dy}{dx}-3y=5e^{2x}$　　(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+2\dfrac{dy}{dx}-3y=8e^{x}$

(室蘭工業大 2021)　　(m20215502)

0.477 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$y''-3y'-4y=\cos x$$

ただし，$y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$,　$y'=\dfrac{dy}{dx}$ の意味である.

(室蘭工業大 2021)　　(m20215507)

0.478 次の微分方程式の一般解を求めよ．なお，任意の定数は C_1, C_2 を用いること.

$$y''+2y'+y=x^2$$

ただし，$y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$,　$y'=\dfrac{dy}{dx}$ の意味である.

(室蘭工業大 2022)　　(m20225501)

0.479 つぎの微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx}-2y=2$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+5\dfrac{dy}{dx}+6y=0$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+5\dfrac{dy}{dx}+6y=4e^{-2x}$

(室蘭工業大 2022)　　(m20225510)

0.480 関係式 $x^3-3xy+y^3+2=0$ で定まる x の関数 y について，$\dfrac{dy}{dx}$, $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を求めよ.

(岡山県立大 2005)　　(m20055603)

0.481 2 階の同次線形微分方程式

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}+ax\frac{dy}{dx}+by=0\ \text{（}a,b\text{ は定数係数）}$$

について，以下の問いに答えよ．ただし，$x>0$ とする.

(1) 変数 x を $x=e^t$ と変換する．このとき，$\dfrac{dy}{dt}$ を x と $\dfrac{dy}{dx}$ を用いて表せ.

(2) さらに，$\dfrac{d^2y}{dt^2}$ を x，$\dfrac{dy}{dx}$ および $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を用いて表せ.

(3) (1) と (2) を用いて，上記の微分方程式が，変数 x を $x = e^t$ と変形することにより定数係数同次線形微分方程式になることを示せ．

(4) (3) を参考にして，微分方程式 $x^2 \dfrac{d^2y}{dx^2} + 3x\dfrac{dy}{dx} + y = 0$ の一般解を求めよ．

(香川大 2007)　　(m20075701)

0.482 次の問に答えよ．

(1) 次の関数の 2 次偏導関数を求めよ．

(a) $z = 2x^3 - 3x^2y + 4xy^2$

(b) $z = \sin(2x + 3y)$

(2) $z = f(x, y)$, $y = g(x)$ のとき, 次の式を証明せよ．

$$\frac{dz}{dx} = f_x + f_y \frac{dy}{dx}$$

(島根大 2005)　　(m20055812)

0.483 微分方程式 $y = x\dfrac{dy}{dx} + 3 \cdot \sqrt{1 + \left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2}$ について，以下の設問に答えよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx} = p$ と置き，置き換えた式を示せ．

(2) 設問 (1) の結果を x に関して微分せよ．

(3) 設問 (2) の結果から p, x のみを含む微分方程式を示せ．

(4) $\dfrac{dp}{dx} \neq 0$ のとき x を p を用いて表せ．

(5) $\dfrac{dp}{dx} \neq 0$ のとき y を p を用いて表せ．

(6) $\dfrac{dp}{dx} \neq 0$ のとき x と y はある 1 つの半円上にあることを示せ．また，その半径を示せ．

(島根大 2016)　　(m20165806)

0.484 次の微分方程式を解け（一般解を求めよ）．

(1) $x\sqrt{1 + y^2} + y\sqrt{1 + x^2}\dfrac{dy}{dx} = 0$

(2) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{2x + xy^2}{2y + x^2y}$

(首都大 2003)　　(m20035906)

0.485 次の微分方程式は完全形であることを示し, さらに一般解を求めよ，ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする．

$$(2x + y - 4)y' = x - 2y + 3$$

(首都大 2005)　　(m20055904)

0.486 次の微分方程式について特性方程式を示し，さらに一般解を求めよ，ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする．

$$y'' - y' - 2y = 2x^2 + 2x$$

(首都大 2005)　　(m20055905)

0.487 次の微分方程式を解け．　$\dfrac{dy}{dx} - y = \cos x - \sin x$　　(首都大 2008)　　(m20085904)

0.488 次の微分方程式を解け.

$$x\frac{dy}{dx}+(y+5)=0$$

(首都大 2010)　　(m20105905)

0.489 次の微分方程式を解きなさい.

$$\frac{dy}{dx}=\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$$

(首都大 2011)　　(m20115905)

0.490 次の微分方程式を解きなさい.

$$\frac{dy}{dx}=\frac{y}{x+y}$$

(首都大 2012)　　(m20125905)

0.491 $t(0<t<2\pi)$ の関数 $x=a(t-\sin t),\ y=a(1-\cos t)$ について，以下の問いに答えよ．ただし，a は 0 でない定数とする.

(1) $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.　　(2) (1) の結果を用いて，$\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を求めよ.

(首都大 2016)　　(m20165911)

0.492 陰関数 $x^2+xy+y^2=3$ で定まる x の関数 y の極値および極値を与える x の値を求めたい．以下の問いに答えよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx}$ を x と y を用いて表せ.

(2) $\dfrac{dy}{dx}=0$ を満たす点 (x,y) をすべて求めよ.

(3) (2) において $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ の符号を調べることによって，y の極値および極値を与える x の値を求めよ.

(首都大 2016)　　(m20165912)

0.493 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{dy}{dx}=\frac{y}{x}-\frac{y^2}{x^2}$$

(首都大 2017)　　(m20175902)

0.494 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{dy}{dx}=\frac{2xy}{x^2-y^2}$$

(首都大 2019)　　(m20195904)

0.495 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$\frac{dy}{dx}=\frac{x^2+2xy-y^2}{x^2-2xy-y^2}$$

(東京都立大 2020)　　(m20205904)

0.496 (1) 次の関数について $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.　$x=\dfrac{a}{\cos\theta},\quad y=b\tan\theta$ （ $a,\ b$ は定数，ただし，$a\neq 0$ ）

(2) 次の関数について $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.　$y=\dfrac{1}{2}\left(x\sqrt{1-x^2}+\sin^{-1}x\right)$

(3) 次の極限値を求めよ.　$\displaystyle\lim_{x\to+0}x^x$

(東京都立大 2020)　　(m20205910)

0.497 実数 y は，実数 x の関数であり，その関係は式 (I) と (Ⅱ) で表される．以下の問いに答えよ．

$$y = xp - e^p \tag{I}$$

$$p = \frac{dy}{dx} \tag{Ⅱ}$$

(1) 式 (I) を x で微分して $p,\ p',\ x$ の関係を求めよ．ただし，$p' = \dfrac{dp}{dx}$ である．

(2) 前問 (1) で得られた関係を p と p' について解け．解答は x を含んでもよい．

(3) 前問 (2) で得られた関係を利用して y を x で表せ．

(東京都立大 2021) (m20215905)

0.498 (1) 以下の微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{dy}{dx} - 2y = 0$$

(2) 前問 (1) で得られた解を用いて以下の微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{dy}{dx} - 2y = 3x$$

(東京都立大 2022) (m20225907)

0.499 (1) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} + x(y^2 - 1) = 0$ の一般解を求めよ．

(2) 上の微分方程式の解で $y(0) = -1$ を満たすものを求めよ．

(滋賀県立大 2015) (m20156002)

0.500 以下の問に答えよ．

(1) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2 - a^2}\ (a \neq 0)$ を求めよ．

(2) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = y^2 - a^2\ (a \neq 0)$ を解きなさい．

(宇都宮大 2004) (m20046105)

0.501 (1) 関数 $y = e^{\sin x}$ を微分せよ．

(2) $x,\ y$ の関係が次のように媒介変数 t を用いて表されるとき，$\dfrac{dy}{dx}$ を t の式で表せ．

$$\begin{cases} x = 3t - 2 \\ y = 3t^2 - t - 2 \end{cases}$$

(宇都宮大 2010) (m20106105)

0.502 $y = \log\left(x^2 + 1\right)$ のとき，$\dfrac{dy}{dx}$ および $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を求めよ．

(宇都宮大 2014) (m20146104)

0.503 a, b を正の実定数とするとき，微分方程式

$$\frac{dy}{dx} + a^2y^2 = b^2 \tag{2-1}$$

について，下の問いに答えよ．

(1) $\alpha(\alpha \neq 0)$, β を実定数，C を積分定数とするとき，つぎの不定積分が成り立つことを示せ．

$$\int \frac{1}{\alpha x + \beta}dx = \frac{1}{\alpha}\log_e|\alpha x + \beta| + C \tag{2-2}$$

(2) 微分方程式 (2-1) の一般解を y について解け．なお，計算過程も記入せよ．

(3) 微分方程式 (2-1) を条件 $x=0,\ y=0$ のもとで y について解いた特殊解を求めよ．なお，計算過程も記入せよ．

(4) (3) で求めた特殊解は，x が十分に大きいとき一定の値に近づく．この一定の値を求めよ．なお，計算過程も記入せよ．

(宇都宮大 2019)　　(m20196102)

0.504 微分方程式，$y+x\dfrac{dy}{dx}=xy\dfrac{dy}{dx}$ の一般解を求めよ．

(工学院大 2003)　　(m20036204)

0.505 $x\dfrac{dy}{dx}=x+y$ を解き，点 $(1,2)$ を通る解を求めよ．

(工学院大 2004)　　(m20046204)

0.506 $x=2t-4,\ y=5-3t^2$ の関数があるとき，導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ．(x を用いて表せ．)

(工学院大 2004)　　(m20046209)

0.507 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}=2$　(2) $y+x\dfrac{dy}{dx}=0$　(3) $\dfrac{dy}{dx}+y=x$　(4) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-5\dfrac{dy}{dx}=0$

(和歌山大 2007)　　(m20076507)

0.508 (1) $\dfrac{dy}{dx}+2y=3$ において，$x=0$ のとき $y=0$ となるような解を求めなさい．

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+y=0$ の一般解を求めなさい．

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+7\dfrac{dy}{dx}+12y=0$ の一般解を求めなさい．

(和歌山大 2009)　　(m20096503)

0.509 次の微分方程式の一般解を求め, さらに, 与えられた初期条件を満たす特殊解を求めなさい．

(1) $y\dfrac{dy}{dx}=x^3\ ,\quad y(1)=1$

(2) $\dfrac{dy}{dx}=\cos 3x\ ,\quad y\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-5\dfrac{dy}{dx}+6y=0\ ,\quad y(0)=0\ ,\ y'(0)=1$

(和歌山大 2010)　　(m20106503)

0.510 次の微分方程式について，与えられた初期条件を満たす特殊解を求めなさい．

(1) $y\dfrac{dy}{dx}=3x^2\ ,\qquad y(0)=1$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+2\dfrac{dy}{dx}+y=0\ ,\qquad y(0)=1\ ,\ y'(0)=1$

(3) $\dfrac{dy}{dx}+y=2x\ ,\qquad y(0)=1$

(和歌山大 2012)　　(m20126506)

0.511 次の微分方程式について，与えられた初期条件を満たす特殊解を求めなさい．

(1) $y\dfrac{dy}{dx}=2x^2\ ,\qquad y(0)=1$

(2) $\dfrac{dy}{dx}=\sin 2x\ ,\qquad y\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+3\dfrac{dy}{dx}-4y=0\ ,\qquad y(0)=1,\ y'(0)=-1$

(和歌山大 2013)　　(m20136505)

0.512 次の微分方程式について，与えられた初期条件を満たす特殊解を求めなさい..

(1) $\dfrac{dy}{dx}=2xy\ ,\qquad y(0)=2$

(2) $\dfrac{dy}{dx}+y=x\ ,\qquad y(0)=0$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+4\dfrac{dy}{dx}+4y=0\ ,\qquad y(0)=1\ ,\qquad \dfrac{dy}{dx}(0)=y'(0)=-1$

(和歌山大 2014)　　(m20146507)

0.513 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=y(y+1)$　　(2) $\dfrac{dy}{dx}-2y=e^{5x}$　　(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+\dfrac{dy}{dx}-2y=6$

(和歌山大 2015)　　(m20156505)

0.514 次の微分方程式の一般解を求めなさい．ただし，e を自然対数の底とする.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=xe^{x-y}$　　(2) $\dfrac{dy}{dx}-2xy=4x$　　(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+\dfrac{dy}{dx}-6y=-6x+7$

(和歌山大 2016)　　(m20166505)

0.515 (1) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}=4y$ の一般解を求めなさい.

(2) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}=-9y$ を，次の初期条件のもとで解きなさい.

$$x=0 \text{ のとき } y=2,\ \ \frac{dy}{dx}=1$$

(和歌山大 20221)　　(m20216505)

0.516 (1) 級数の和 $S_n=\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{k!(k+2)}{(k+3)!}$ を求めよ．また，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}S_n$ を求めよ.

(2) $f(x)=e^{2x^2}$ のマクローリン級数を x^3 の項まで求めよ．また，$\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{f(x)-1}{x^2}$ を求めよ.

(3) 初期値問題 (a) と微分方程式 (b) の解が一致するよう α を定め，(b) の一般解を求めよ.

(a) $\dfrac{dy}{dx}+2y=e^{-x}\ ,\ \ y(0)=e^{-1}$　　(b) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-2\dfrac{dy}{dx}+\alpha y=8e^{-x}$

(京都府立大 2008)　　(m20086701)

0.517 (1) $y=x^x\quad (x>0)$ のとき，導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.

(2) 曲線 $y=2x-\dfrac{x^2}{2}$ と直線 $y=\dfrac{x}{2}-2$ で囲まれた領域の面積を求めよ.

(琉球大 2009)　　(m20096801)

0.518 (1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{dy}{dx}-2xy=0$$

(2) 次の初期値問題の解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2}-\frac{dy}{dx}-2y=3e^{2x}$$

$$y(0)=0\ ,\quad \frac{dy}{dx}(0)=-2$$

(琉球大 2009)　　(m20096802)