[選択項目] 年度：1991〜2023 年　 文中：　y ″

0.1 以下の問に答えよ．ただし，$y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ ，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ である．

(1) 微分方程式　 $x^3y' + y^2 = 0$　 を解け．

(2) 線形非同次方程式　 $y'' + 2y' - 3y = e^{2x}$　 の一般解を求めよ．

(北海道大 2003)　　(m20030102)

0.2 以下の微分方程式の一般解を計算せよ. 途中の計算手順を詳しく記述すること.

$y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.

(1) $y' - 3y = e^x$

(2) $y'' + 2y' + y = 0$

(北海道大 2010)　　(m20100101)

0.3 以下の微分方程式を解きなさい.

(1) $y' = xy - x - y + 1$　　(2) $y'' - 6y' + 5y = 13\cos x$

(北海道大 2017)　　(m20170107)

0.4 $y = e^{-x^2}$ とする, y' , y'' を求め, グラフの概形を書け.

(北見工業大 2005)　　(m20050203)

0.5 関数 $y = e^{-x^2}$ について

(1) y' および y'' を計算せよ.

(2) 増減表を作り, グラフを描け.

(北見工業大 2011)　　(m20110204)

0.6 関数 $y = e^{-x}\sin x$　（ただし，$0 < x < 2\pi$ の範囲で考える）について次の問 (1), (2) に答えよ.

(1) y' および y'' を計算せよ.

(2) y', y'' の符号を調べ，増減・凹凸がはっきりわかるようにグラフを描け.

(北見工業大 2017)　　(m20170204)

0.7 関数 $y = e^{-x^2}$ について次の問 (1), (2) に答えよ.

(1) y' および y'' を計算せよ.

(2) y', y'' の符号を調べ，増減，凹凸がはっきりわかるようにグラフを描け.
（変曲点があれば変曲点における $y = e^{-x^2}$ の接線も同じ xy 平面上に描くこと.）

(北見工業大 2019)　　(m20190210)

0.8 以下の問に答えよ．

(1) 次の微分方程式の一般解を $y = C_1e^{Ax} + C_2e^{Bx}$ と仮定して求めよ．ただし，C_1 及び C_2 は任意定数とする．

$$y'' - 5y' + 4y = 0$$

(2) 次の微分方程式の特殊解を $y = Ae^{Bx}$ と仮定して求めよ．

$$y'' - 5y' + 4y = e^x$$

(3) 次の 2 つの微分方程式

$$y'' + P(x)y' + Q(x)y = R_1(x), \quad y'' + P(x)y' + Q(x)y = R_2(x)$$

の一般解をそれぞれ $y = f(x),\ y = g(x)$ とするとき，$y = f(x) + g(x)$ は次の微分方程式

$$y'' + P(x)y' + Q(x)y = R_1(x) + R_2(x)$$

の解であることを示せ．

(4) (3) の結果を用いて，次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$y'' - 5y' + 4y = e^x + e^{4x}$$

(岩手大 1997)　　(m19970303)

0.9 次の微分方程式の一般解を求めなさい．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx},\ y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ である．

(1) $y' = y^2 + y$　　(2) $y + 2xy' = 0$　　(3) $y'' - 4y' + 3y = x$

(岩手大 2008)　　(m20080303)

0.10 2 階微分方程式 $y'' + 9y = 0$ について，次の問いに答えなさい．

(1) 関数 $y = A\sin 3x - B\cos 3x$（$A,\ B$ は任意定数）は一般解であることを証明しなさい．

(2) 初期条件「$x = 0$ のとき $y = 1,\ y' = 3$」を満たす特殊解を求めなさい．

(3) 境界条件「$x = \dfrac{\pi}{3}$のとき $y = 1,\ x = \dfrac{\pi}{9}$のとき $y = 1$」を満たす特殊解を求めなさい．

(岩手大 2012)　　(m20120304)

0.11 2 階微分方程式 $y'' + 2y' + 2y = -85\sin 3x$ について，次の問いに答えなさい．

(1) $y = 6\cos 3x + 7\sin 3x$ が上の微分方程式の 1 つの解であることを示しなさい．

(2) (1) の結果を利用して上の微分方程式の一般解を求めなさい．

(3) $x = 0$ のとき $y = 0,\ y' = 0$ を満たす上の微分方程式の解を求めなさい．

(岩手大 2013)　　(m20130304)

0.12 2 階微分方程式 $y'' + 3y' + 2y = 4x^2 - 14$ について，次の問いに答えなさい．

(1) 上の微分方程式の特性方程式 $S^2 + 3S + 2 = 0$ の解を求めなさい．

(2) 微分方程式 $y'' + 3y' + 2y = 4x^2 - 14$ の一般解を求めなさい．

(3) 上の (2) の微分方程式について，初期条件 $y(0) = 1,\ y'(0) = -4$ を満たす特殊解を求めなさい．

(岩手大 2016)　　(m20160303)

0.13 微分方程式 $y'' + 2y' + 2y = 10\cos 2x$ について，以下の問いに答えなさい．

(1) 微分方程式の特性方程式を示し，その解を求めなさい．

(2) 微分方程式の一般解を求めなさい．

(3) 微分方程式について，初期条件 $y(0) = 0,\ y'(0) = 2$ をみたす特殊解を求めなさい．

(岩手大 2018)　　(m20180304)

0.14 微分方程式 $y'' - 2y' + 4y = e^{2x}$ について，以下の問いに答えなさい．

(1) 微分方程式の特性方程式を示し，その解を求めなさい．

(2) 微分方程式の特殊解を求めなさい．

(3) 微分方程式の一般解を求めなさい．

(岩手大 2019)　　(m20190304)

0.15 微分方程式 $y'' - y' - 2y = g(x)$ について，以下の問いに答えなさい．

(1) $g(x) = 0$ のときの一般解を求めなさい．

(2) $g(x) = e^{3x}$ のときの特殊解を求めなさい．

(3) (2) のときの一般解を求めなさい．

(岩手大 2022)　　(m20220305)

0.16 次の微分方程式をそれぞれ解け．

(1) $y^2 + 1 - 2x\sqrt{x-1}\,y' = 0$　　(2) $y'' - \sqrt{1+y'} = 0$

(東北大 2022)　　(m20220504)

0.17 以下の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $(x+3y)dx + (3x-y)dy = 0$　　(2) $y'' + 2y' - 3y = e^x$

(お茶の水女子大 2016)　　(m20160613)

0.18 逆三角関数 $f(x) = \sin^{-1} x$ (ただし，$-\pi/2 \leq f(x) \leq \pi/2$) について，以下の問いに答えよ．

(1) $y = f(x)$ のグラフを描け．

(2) $\cos\left(\sin^{-1} x\right)$ を求めよ．

(3) $f(x)$ を x で微分せよ．

(4) $f(x)$ の不定積分を求めよ．

(5) $y = f(x)$ として $y''(1-x^2) = y'x$ がり立つことを示せ．

(6) $f(x)$ をマクローリン展開せよ．

(お茶の水女子大 2017)　　(m20170605)

0.19 以下の微分方程式の解を求めよ．

(1) $x^2y'' - 2xy' + 2y = 0$

(2) $y'' + Ay' + By - Cx - D = 0$ 　(ただし，A, B, C, D は実数とする．)

(3) $ydx - (3x + 2y^2)dy = 0$

(4) $yy'' + (y')^2 - 5y' = 0$

ただし，上の式において $y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする．

(東京大 2004)　　(m20040703)

0.20 (1) 次の微分方程式を解け．

(a) $(2xy + x^2)y' = 2(xy + y^2)$

(b) $y' + 2y\cos x = \sin(2x)$

(2) 次の微分方程式を示した条件のもとで解け.

$$y'' + y' - 2y = 3e^x\ ,\quad y(0) = 1\ ,\quad y'(0) = 1$$

(東京大 2005)　　(m20050701)

0.21 以下の問いに答えよ. ただし, $y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$y'' + 2y' - 3y = x + \cos x$$

(2) 微分方程式

$$2yy'' - 3(y')^2 = y^2 \qquad y(0) = 1\ ,\ y'(0) = 1 \qquad (*)$$

を考える. ただし, $y > 1/2$, $y' > 0$ とする.

(a) $p = y'$ とおいて, 式 $(*)$ を p と y の 1 階微分方程式

$$f(y,p)\frac{dp}{dy} - 3p^2 = y^2 \qquad (**)$$

の形に変形する. このとき $f(y,p)$ を求めよ.

(b) 式 $(**)$ を解いて, p を y の式で表せ.

(c) 式 $(*)$ を解いて, y を x の式で表せ.

(東京大 2010)　　(m20100702)

0.22 以下の問いに答えよ．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする．

(1) 微分方程式

$$y' = p(x) + q(x)y + r(x)y^2 \qquad (*)$$

は，特殊解 $y_1(x)$ 持つことがわかっているとする．

(a) 式 $(*)$ の一般解を $y = y_1(x) + 1/u(x)$ とおき，$u(x)$ に関する微分方程式を $p(x)$, $q(x)$, $r(x)$, $y_1(x)$ を用いて表せ．

(b) $y' = (x^2 + x + 1) - (2x + 1)y + y^2$ は，特殊解 $y_1(x) = x$ を持つことがわかっている．一般解を求めよ．(a) で求めた結果を用いてもよい．

(2) 微分方程式

$$\alpha y'' + y' + y = 0 \qquad y(x = 0) = 1,\ \ y'(x = 0) = 2 \qquad (**)$$

を考える．

(a) $y = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x}$ を一般解とする．λ_1, λ_2, C_1, C_2 をそれぞれ α で表せ．ただし，e は自然対数の底とする．

(b) $x \geqq 0$ において，式 $(**)$ の解を

$$y' + y = 0 \qquad y(x = 0) = \beta$$

の解で近似することを考える．α が十分小さい場合，β をどのように選べば近似できるか，(a) で求めた λ_1, λ_2, C_1, C_2 を用いて説明せよ．

(東京大 2011)　　(m20110701)

0.23 次の微分方程式を，初期条件 $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ のもとに解け．ただし，e は自然対数の底である，また，$y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする．

$$y'' - 4y' + 3y = e^{-x}$$

(東京大 2013)　　(m20130706)

0.24 微分方程式に関する以下の問いに答えよ; ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.

(1) 次の定係数微分方程式

$$y'' - (a+2)y' + 2ay = f(x)$$

について以下の問いに答えよ．ただし，a は実数とする.

(a) $f(x) = 0$ のとき，一般解を求めよ.

(b) $f(x) = 5e^{-3x}$ かつ $a < 0$ のとき，一般解を求めよ.
ただし，e は自然対数の底とする.

(2) 次のオイラー型の微分方程式の一般解を求めよ.

$$x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$$

(3) 次の連立微分方程式において，$y_1(0) = 4$, $y_2(0) = -3$ を満たす解を求めよ.

$$\begin{cases} y_1' + 2y_2' = 2y_1 + 5y_2 \\ 2y_1' - y_2' = 14y_1 + 5y_2 \end{cases}$$

(東京大 2016)　　(m20160701)

0.25 以下の問いに答えよ．ただし，x は実変数，y は x に関する実関数であり，
$y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする．また，e は自然対数の底とする.

(1) 次の微分方程式について考える．ただし，y は，任意の x に対し $y > 0$ を満たすものとする.

$$y' - 2y\sin^2(x) = \frac{e^{2x}\cos(2x)}{y}$$

(a) 関数 $f(x)$ を次式により定義する．定積分を計算し，$f(x)$ を求めよ.

$$f(x) = \int_0^x [-2\sin^2(t)]\,dt$$

(b) $z = ye^{f(x)}$ とするとき，$\dfrac{dz}{dx}$ を x と z の関数として表せ.

(c) y の一般解を求めよ.

(2) 次の微分方程式について考える．ただし，α および n は実定数であり，α は $-1 \leq \alpha \leq 1$ を満たすものとする.

$$y'' - 2\alpha y' + y = 2e^x$$

(a) y の特解を求めよ.

(b) y の一般解を求めよ.

(c) $\alpha = 1$ とする．$y(0) = 1$ および $y'(0) = 2$ を満たす y に関して，次の極限の収束・発散を調べよ．収束する場合にはその極限値を求めよ.

$$\lim_{x \to +0} y^{x^{-n}}$$

(東京大 2022)　　(m20220701)

0.26 2階線形微分方程式 $y'' - 2y' + 5y = e^x$ に対して，初期値問題 $y(0) = p$, $y'(0) = q$ の解を求めよ.

(東京工業大 1999)　　(m19990802)

0.27 微分方程式 $y'' + 2y' + y = e^x$ の解で，$y(0) = 1$, $y(1) = e/4$ を満たすものを求めよ.

(東京工業大 2003)　　(m20030802)

0.28 (1) $y'' - 3y' + 2y = 0$ を解け.

(2) $y'' - 3y' + 2y = e^x$ を解け.

(東京農工大 1996) (m19960905)

0.29 x の関数 $y = y(x)$ についての微分方程式

$$y'' - 4y' + 4y = 4x$$

の解のうち, $y(0) = 0$, $y(1) = 2$ を満たすものを求めなさい.

(東京農工大 2010) (m20100904)

0.30 微分方程式

$$y'' - 2y' + y = (3x+1)e^x$$

の解 $y = y(x)$ のうち, $y(0) = 3,\ y'(0) = -2$ を満たすものを求めなさい.

(東京農工大 2012) (m20120904)

0.31 x の関数 $y = y(x)$ について以下の問いに答えなさい.

(1) 微分方程式 $y' = y(1-y)$ の解のうち, $y(0) = \dfrac{1}{3}$ を満たすものを求めなさい.

(2) 微分方程式 $y'' + 4y = e^x$ の解のうち, $y(0) = \dfrac{6}{5},\ y\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{6}{5}e^{\frac{\pi}{4}}$ を満たすものを求めなさい.

(東京農工大 2013) (m20130905)

0.32 微分方程式

$$y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{1+x^2}$$

の解 $y = y(x)$ のうちで条件 $y(0) = 0,\ y'(0) = \dfrac{1}{2}$ を満たすものを求めなさい.

(東京農工大 2014) (m20140903)

0.33 x の関数 $y = y(x)$ についての微分方程式 $y'' - y' - 6y = 6x + 4e^{-x}$
の解のうち, $y(0) = 0,\ y'(0) = 0$ を満たすものを求めなさい.

(東京農工大 2016) (m20160904)

0.34 微分方程式 $y'' + 2y' + 5y = 10\cos x$ の解 $y = y(x)$ が, $y(0) = 0,\ y'(0) = 1$ を満たすとき, y を求めなさい. ただし $y' = \dfrac{dy}{dx},\ y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ である.

(東京農工大 2017) (m20170904)

0.35 x の関数 $y = y(x)$ についての微分方程式

$$y'' - y' - 2y = 18xe^{2x}$$

の解のうち, $y(0) = 0,\ y'(0) = 0$ を満たすものを求めなさい. ただし, $y' = \dfrac{dy}{dx},\ y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ である.

(東京農工大 2019) (m20190904)

0.36 x の関数 $y = y(x)$ についての微分方程式 $y'' + 6y' + 9y = 3e^{-3x}$ の解で,
初期条件 $y(0) = 1,\ y'(0) = 1$ を満たすものを求めなさい. ただし, $y' = \dfrac{dy}{dx},\ y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ である.

(東京農工大 2020) (m20200904)

0.37 以下の各問いに答えよ.

(1) 微分方程式 $y' = y^2 - 1$ の解 $y = y(x)$ で, 初期条件 $y(0) = 0$ を満たすものを求めよ.

(2) 次の各微分方程式の一般解をそれぞれ求めよ．

(i) $y' + 2y\cos x = \cos x$　　(ii) $y'' + 2y' + 2y = \cos 3x$

(電気通信大 2019)　　(m20191004)

0.38 次の微分方程式を解け．

(3) $y'' + 2y' + y = \sin 2x$

(電気通信大 2021)　　(m20211005)

0.39 以下の 3 問から 2 問選択して解答せよ．3 問解答してはならない．

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ．　$y' = \dfrac{4x - 2y}{2x - y - 1}$

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ．　$y'' - y' + y = 0$

(3) 微分方程式　$xy' - y - x\log x = 0$　において，初期条件 $y(1) = 0$ を満たす特殊解を求めよ．

(横浜国立大 2016)　　(m20161103)

0.40 微分方程式　$y'' + 4y' + 4y = x^2$　の一般解を求めよ．

(千葉大 1996)　　(m19961203)

0.41 原点を O とする左手系の直交座標を，x-O-y とする．原点 O を，$(x, y) = (1, 2)$ に平行移動した座標系を X-O'-Y とする．座標系 X-O'-Y をその原点 O' の周りに反時計方向に，$\pi/4$ 回転した座標系を x'-O'-y' とする．原点 O の周りに反時計方向に，座標系 x-O-y を $\pi/4$ 回転した座標系を X'-O-Y' とする．X'-O-Y' の原点を $(X', Y') = (1, 2)$ に平行移動した座標系を x''-O''-y'' とする．これらの座標系に関して以下の設問に答えなさい．

(1) 座標系 x-O-y と座標系 x'-O'-y' との関係を図示しなさい．

(2) 座標系 x-O-y と座標系 x''-O''-y'' との関係を図示しなさい．

(3) x-y 座標系の原点を中心とする半径 1 の円を C とする．座標系 x'-y', x''-y'' において，この図形を式で表しなさい．

(千葉大 2001)　　(m20011203)

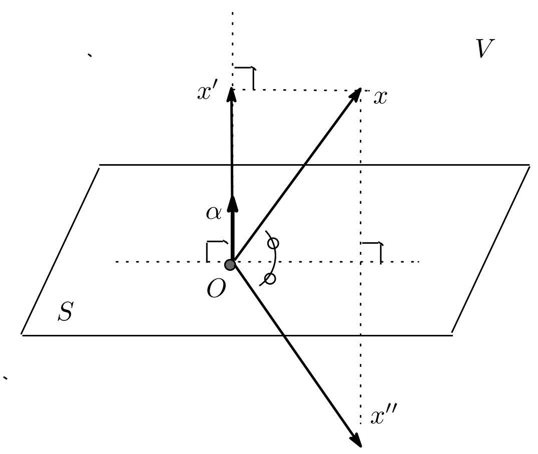
0.42 3 次元空間において，下図に示す平面 S とベクトル $\boldsymbol{x}$ を考える．平面 S は原点 O を通り，その法線ベクトルは $\boldsymbol{a}(\neq 0)$ である．また $\boldsymbol{x}$ は原点 O を始点とする任意のベクトルである．以下の問いに答えよ．ベクトル $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ の内積を $\boldsymbol{x}\cdot\boldsymbol{y}$ と表すこと．

(1) $\boldsymbol{x}$ の $\boldsymbol{a}$ への正射影を $\boldsymbol{x}'$ とする，$\boldsymbol{x}'$ を $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{x}$ を用いて表せ．

(2) $\boldsymbol{x}$ の平面 S に関する折り返しを表すベクトルを $\boldsymbol{x}''$ とする．$\boldsymbol{x}''$ を $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{x}$ を用いて表せ．

(3) (2) において，$\boldsymbol{x}$ に $\boldsymbol{x}''$ を対応させる写像は線形写像である．いま，$\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$,

$\boldsymbol{x}'' = \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix}$ とおいた場合に，この線形写像を表す行列を求めよ．



(筑波大 2011)　　(m20111304)

0.43　$y = \tan^{-1} x^2$ について，次の問に答えよ．

(1)　グラフの概形を描け．

(2)　$x = 0$ における 2 次の微分係数 $y''(0)$ を求めよ．

（埼玉大 2001）　　(m20011403)

0.44　以下の問いに答えなさい．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$, $D = \dfrac{d}{dt}$ である．

(1)　次の 1 階微分方程式の一般解を求めなさい．　$2xyy' = x^2 + y^2$

(2)　次の 2 階微分方程式の一般解を求めなさい．　$y'' - 7y' + 10y = 6x + 8e^{2x}$

(3)　次の連立微分方程式の一般解を求めなさい．　$\begin{cases} Dx = 4x - y \\ Dy = x + 2y \end{cases}$

(埼玉大 2003)　　(m20031406)

0.45　次の微分方程式の一般解を求めよ．ただし，$y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$, $y' = \dfrac{dy}{dx}$ である．

(1)　$y'' - y' - 2y = 2x^2 - 6x$

(2)　$x^3yy' = y^2 + 1$

(3)　$(y + xy')xy = x^2 + 2$

(埼玉大 2004)　　(m20041405)

0.46　次の微分方程式の一般解を求めよ. ただし，$y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$, $y' = \dfrac{dy}{dx}$ である.

(1)　$2x^2y' = x^2 + y^2$

(2)　$y'' + 2\varepsilon y' + {\omega_0}^2 y = F \sin \omega x$　　（ただし, $\varepsilon \neq 0$, ${\omega_0}^2 > \varepsilon^2$）

(埼玉大 2005)　　(m20051403)

0.47　(1)　以下の微分方程式を解け.

(a)　$\dfrac{dy}{dx} = \tan x \cdot \tan y$

(b)　$\cos x \dfrac{dy}{dx} - y \sin x = 2 \cos x \, \sin x$

(c)　$\dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{dy}{dx} - 6y = e^x$

(2)　$y(t)$ が時刻 t における物体の位置を表すとすると, $f'(t)$ は速度, $f''(t)$ は加速度を表す.

(a)　下記の運動方程式を満たすこの物体の位置 $y(t)$ を求めよ.
$y''(t) + k^2 y(t) = 0$　($k > 0$ の定数)

(b) 初期条件 $y(0)=A_0\,,\ y'(0)=0$ を満たす解を求めよ.

(埼玉大 2010) (m20101408)

0.48 次の微分方程式を解け.

$$y''+2y'+10y=e^{-t}\sin t\,,\ \ y(0)=1\,,\ y'(0)=0$$

(茨城大 1998) (m19981702)

0.49 (1) 微分方程式 $\begin{cases} y''+2y'+2y=0 \\ y(0)=1\,,\ y'(0)=-1 \end{cases}$ の解 $y(t)$ を求めよ.

(2) (1) で求めた関数 $y(t)$ のグラフを $0\leqq t\leqq 4\pi$ の範囲でかけ.

(茨城大 1999) (m19991705)

0.50 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$y'''-2y''-y'+2y=\sin x$$

(茨城大 2004) (m20041702)

0.51 次の微分方程式を解け, $y''-y=e^x\,,\quad y(0)=0\,,\quad y'(0)=1$

(茨城大 2007) (m20071703)

0.52 $y=y(x)$ に関する微分方程式について，以下の各問に答えよ.

(1) $y'''-6y''+11y'-6y=0$ の一般解を求めよ.

(2) $y'''-6y''+11y'-6y=e^{4x}$ の一般解を求めよ.

(茨城大 2015) (m20151703)

0.53 $y=\sqrt{\cos x}$ のとき，y'' を求めよ.

(新潟大 2015) (m20152007)

0.54 微分方程式

$$(x+1)y''+xy'-y=0$$

を以下の手順により解け.

(1) $y=ue^{-x}$ がこの微分方程式の解になるために u が満たすべき微分方程式を求めよ.

(2) 前問で求めた微分方程式を解け.

(3) もとの微分方程式を解け.

(長岡技科大 1994) (m19942104)

0.55 次の 2 つの微分方程式について，以下の問いに答えよ.

$$y''-y=0 \qquad (*)$$

$$y''-y=e^{2x}\cos x \qquad (**)$$

(1) 微分方程式 $(*)$ の一般解を求めよ.

(2) $y=e^{2x}(a\cos x+b\sin x)$ が $(**)$ の解となるような定数 a,b を求めよ.

(3) 微分方程式 $(**)$ の一般解を求めよ.

(長岡技科大 1996) (m19962103)

0.56 微分方程式 $y'' - 2y' + 2y = 0$ の一般解を求めよ．

(長岡技科大 1997)　　(m19972104)

0.57 微分方程式 $y'' - \dfrac{(y')^2}{y} + y = 0$ の解で初期条件 $y(0) = 1,\ y'(0) = 0$ を満たすものを $y = y(x)$ とする．以下の問いに答えなさい．

(1) $z = \log y$ とおくとき，$z = z(x)$ の満たす微分方程式を求めなさい．

(2) y を求めなさい．

(長岡技科大 2007)　　(m20072105)

0.58 x の関数 y についての微分方程式

$$(*) \qquad y'' - y = e^x \sin x$$

を考える．下の問いに答えなさい．

(1) 微分方程式 $y'' - y = 0$ の一般解を求めなさい．

(2) a, b を定数として，$y = ae^x \cos x + be^x \sin x$ が微分方程式 $(*)$ を満たすような a, b の値を求めなさい．

(3) 微分方程式 $(*)$ の一般解を求めなさい．

(長岡技科大 2017)　　(m20172102)

0.59 x の関数 y についての微分方程式を

$$(*) \qquad xy'' + 2y' + 4xy = 0$$

とする．下の問いに答えなさい．

(1) $z = xy$ とおいて，$(*)$ を z についての微分方程式として表しなさい．

(2) 前問 (1) で求めた微分方程式を解くことによって，微分方程式 $(*)$ の一般解を求めなさい．

(長岡技科大 2018)　　(m20182102)

0.60 x の関数 $y = y(x)$ に関する微分方程式

$$(*) \quad y'' + y = \sin x$$

を考える．

$u = u(x) = -y\cos x + y'\sin x,\ \ v = v(x) = y\sin x + y'\cos x$

とおくとき，下の問いに答えなさい．

(1) $-u\cos x + v\sin x = y$ が成り立つことを示しなさい．

(2) $u',\ v'$ を x の関数として表しなさい．

(3) $u,\ v$ を x の関数として表しなさい．

(4) 微分方程式 $(*)$ の一般解を求めなさい．

(長岡技科大 2020)　　(m20202102)

0.61 微分方程式 $y'' - 4y' + 5y = x$ の一般解を求めなさい．

(金沢大 2022)　　(m20222212)

0.62 次の常微分方程式３問のうち，２問を選択し, それぞれ一般項を求めよ．ただし, (3) については, $y = \cdots$ の形で表現する必要はない．また y' , y'' は, それぞれ dy/dx , d^2y/dx^2 を意味する．

(1) $y'' + 6y' + 9y = 0$ (2) $xy' + y^2 = 4$ (3) $y' = \dfrac{2x - 2y + \cos x}{2x - 4y - \sin y}$

(富山大 2006) (m20062307)

0.63 2× 2 行列 $L = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{1-\beta^2} & -\beta/\sqrt{1-\beta^2} \\ -\beta/\sqrt{1-\beta^2} & 1/\sqrt{1-\beta^2} \end{pmatrix}$ とするとき（ただし，$0 < \beta < 1$ とする），以下の問いに答えよ．

(1) L による 1 次変換 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = L \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ を行ったとき，$x'^2 - y'2 = x^2 - y^2$ が成り立つことを示せ．

(2) L が行列の方程式 $L^2 - 2L/\sqrt{1-\beta^2} + I = O$ を満足することを示せ．ただし，I は 2× 2 の単位行列で，O は 2× 2 の零行列である．

(3) L の固有値を求めよ．

(4) L と別の 2× 2 行列 $M = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{1-\gamma^2} & -\gamma/\sqrt{1-\gamma^2} \\ -\gamma/\sqrt{1-\gamma^2} & 1/\sqrt{1-\gamma^2} \end{pmatrix}$ を用いた 1 次変換 $\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = ML \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ を行ったとき，$x''^2 - y''^2 = x^2 - y^2$ が成り立つことを示せ．ただし，$0 < \gamma < 1$ とする．

(5) L の逆行列を求めよ．

(富山大 2007) (m20072303)

0.64 以下の常微分方程式の一般解を求めよ．ただし，(4) については $y = \cdots$ の形で表現する必要はない．また，y' , y'' は，それぞれ $\dfrac{dy}{dx}$，$\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を意味する．

(1) $y' + y - 2 = 0$ (2) $y'' = 2y' + 3y$

(3) $xy - (2+x)y' = 0$ (4) $y(y+2x)dy + (y^2 - x^2)dx = 0$

(富山大 2007) (m20072307)

0.65 次の微分方程式のついて，(1)〜(3) については一般解を，また，(4) については特殊解をそれぞれ求めよ。

(1) $(y + 3x)dx + (x+1)dy = 0$

(2) $x\dfrac{dy}{dx} = 2x\left(1 + x^2\right) - y$

(3) $y'' - y = 0$

(4) $xdx - e^x dy = 0$ $\quad$ ($x = 0$ のとき $y = 1$)

(富山大 2009) (m20092305)

0.66 次の各問いに答えよ．

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$(1 - x^2)y' = \frac{x}{y}$$

(2) 次の微分方程式について，与えられた条件を満たす特殊解を求めよ．

$$xy^2y' - 2x + 4 = 0, \qquad x = 1 \text{ の時, } y = 3$$

(3) 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$x^2 + y^2 - 2xyy' = 0$$

(4) 次の微分方程式について，一つの特殊解を求めた上で，一般解を求めよ．

$$2y'' - 6y' + 5y = 5e^{-2x}$$

(富山大 2018)　　(m20182308)

0.67 次の微分方程式を解け．

(1) $y' = -2xy^2$　　(2) $y'' - 3y' + 2y = 3e^{2x}$

(福井大 2005)　　(m20052412)

0.68 曲率 ρ(注) に関する以下の微分方程式について答えなさい．

$$y'' = \rho(1 + {y'}^2)^{\frac{1}{2}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする．

(1) $\dfrac{d\rho}{dx}$ を求めなさい．

(2) 円の方程式 $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$ のとき，(1) の曲率 ρ に関する x の微分 $\dfrac{d\rho}{dx}$ が 0 となり，曲率 ρ は一定であることを示しなさい．

(3) ρ を定数として，微分方程式 ① を解きなさい．必要であれば，以下の置換法 $y' = \nu = \tan\theta \left(-\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{\pi}{2}\right)$ を用いること．

（注）曲線上の各点において，その曲線の曲がりの程度を示す値．

(福井大 2015)　　(m20152425)

0.69 次の微分方程式 ① について以下の問に答えよ．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする．

$$xy'' + 2y' + xy = 0 \quad \cdots\cdots ①$$

(1) 関数 $y_1 = \dfrac{\cos x}{x}$ は，微分方程式 ① の解であることを示せ．

(2) x の関数 u について，$y = uy_1$ が微分方程式 ① の解であるとき，u は次の微分方程式

$$\frac{d^2u}{dx^2} - 2(\tan x)\frac{du}{dx} = 0$$

を満たすことを示せ．

(3) $\dfrac{du}{dx} = v$ とおくとき v を求めよ．

(4) u を求めよ．

(5) 微分方程式 ① の一般解を求めよ．

(静岡大 2011)　　(m20112509)

0.70 次の各微分方程式の初期値問題を解け．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする．

(1) $y'' + 4y' + 3y = 0$,　$y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$

(2) $y'' + 4y' + 4y = 0$,　$y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$

(3) $y'' + 4y' + 5y = 0$,　$y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$

(静岡大 2011)　　(m20112510)

0.71 微分方程式 $y'' + y' - 2y = 0$ に対して，

(1) 一般解を求めよ．

(2)　初期値 $y(0) = 4,\ y'(0) = 1$ が与えられたときの解を求めよ．

(岐阜大 2001)　　(m20012607)

0.72　初期条件 $y(0) = 1$，$y'(0) = 1$ を満たす，次の微分方程式の解を求めよ．

$$y'' + 3y' + 2y = 0$$

(岐阜大 2003)　　(m20032605)

0.73　次の微分方程式の一般解を求めよ. ただし, y は x の関数であり, y'' は 2 階導関数, y' は 1 階導関数を表わす.

(1)　$y' - y^2 = 0$　　　(2)　$y'' + 3y' + 2y = 0$

(岐阜大 2004)　　(m20042604)

0.74　次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $4y'' - 4y' - 3y = 0$　　　(2) $y' = \dfrac{4xy}{x^2+1}$

(岐阜大 2005)　　(m20052601)

0.75　関数 $y = \sin x$ の n 次導関数を求めよ.

[ヒント 1 ：関数 y を次々に微分していき ($y', y'', \cdots$) , n 次導関数の検討をつける.]

[ヒント 2 ：$\sin x = \sin(x + 2\pi)$]

(岐阜大 2005)　　(m20052616)

0.76　次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1)　$y' = y^2 + 2y - 3$　　　(2)　$y'' + 6y' + 10y = 0$

(岐阜大 2008)　　(m20082603)

0.77　y は x の関数であるとして，次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1)　$y''+y = 0$　　　(2)　$y''-7y'+12y = 6x^2+5x+18$　　　(3)　$y''-4y'+4y = \cos x$

(岐阜大 2008)　　(m20082616)

0.78　次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1)　$x^2y' + 2y = 0$　　　(2)　$y'' - 6y' + 8y = 0$

(岐阜大 2009)　　(m20092616)

0.79　$y(x)$ を未知関数とする微分方程式

$$y'' + 2y' + ay = 0 \qquad (*)$$

に対して以下の問に答えよ．ただし，a は定数とする.

(1)　$a = 1$ のとき，方程式 $(*)$ の一般解を求めよ.

(2)　$a > 0$ のとき，方程式 $(*)$ の任意の解 y に対し $\lim_{x\to\infty} y(x) = 0$ が成り立つことを示せ.

(岐阜大 2011)　　(m20112607)

0.80　(1)　微分方程式 $x(-1 - 2xy)y' = 2y(1 + xy)$ を解け.

(2)　微分方程式 $y'' + 2y' + 5y = \exp x$ を解き，y の一般解を求めよ.

(名古屋大 2006)　　(m20062802)

0.81 微分方程式 $y'' - 5y' + 6y = 0$ を解き，y の一般解を求めよ．

(名古屋大 2008)　　(m20082803)

0.82 以下の問に答えよ．なお，$\dfrac{dy}{dt} = y'$ と記すことにする．

(1) 常微分方程式 $y'' + 2y' + y = e^{-t}$ の一般解を求めよ．

(2) $y(0) = 0,\ y'(0) = 1$ を満たす解を求めよ．

(名古屋大 2011)　　(m20112801)

0.83 (1) 常微分方程式 $y'' + 6y' + 5y = 5x$ の一般解を求めよ．

(2) 常微分方程式 $y'' + \dfrac{x-1}{x}y' - \dfrac{1}{x}y = xe^{-x}$ について

(i) この微分方程式の右辺を 0 とした同伴方程式の基本解の 1 つが $y_1 = e^{-x}$ であることを示せ．

(ii) 微分方程式の一般解を $y = ue^{-x}$ とおいて解け．ただし，u は x の関数である．

(名古屋大 2015)　　(m20152802)

0.84 (1) 微分方程式 $y''+2y'-3y = e^x x$ を解くために，$y = e^x z$ とおくと，微分式方程式 $z''+az'+bz = x$ が導かれる．定数 a, b の値を求めよ．

(2) 上で導かれた微分方程式 $z'' + az' + bz = x$ の一般解を求めよ．

(名古屋工業大 1997)　　(m19972902)

0.85 次の問に答えよ．

(1) 微分方程式 $y'' + y = 0$ の一般解を求めよ．

(2) $w = w(x)$ を微分方程式

$$4xw'' + 2w' + w = 0 \qquad (*)$$

の解とする．独立変数 x を $x = t^2$ により t に変換し，$u = w(t^2)$ と置くとき，u の満たす微分方程式を求めよ．

(3) 微分方程式 $(*)$ の一般解を求めよ．

(名古屋工業大 1999)　　(m19992905)

0.86 $x > 0$ で微分方程式 $(*) x^2y'' + xy' - y = 0$ を考察する．

(1) $y_1 = x$ は方程式 $(*)$ の解であることを示せ．

(2) $y = y_1 z$ とおく．y が $(*)$ の解であるとき，z の満たすべき方程式を求めよ．

(3) y_1 と独立な微分方程式 $(*)$ の解を求めよ．

(名古屋工業大 2003)　　(m20032902)

0.87 定数係数の 2 階線形微分方程式

$$y'' + \alpha y' + \beta y = \gamma e^x\ , \quad (\alpha \neq 0,\ \beta \neq 0,\ \gamma \neq 0\ \text{定数})$$

が一つの特殊解 $y = e^{2x} + (1 + x)e^x$ を持つとする. このとき, 次の問に答えよ.

(1) 係数 $\alpha,\ \beta,\ \gamma$ を決めよ.

(2) 微分方程式の一般解を求めよ.

(名古屋工業大 2011)　　(m20112909)

0.88 微分方程式 $y''+3y'+2y=3$ の一般解を求めよ．但し，y', y'' はそれぞれ関数 $y=y(x)$ の 1 次及び 2 次の導関数とし，$y(0)=1,\ y'(0)=2$ を満たすとする．

（愛知県立大 2000）　(m20003002)

0.89 微分方程式の初期値問題 $y''-2y'+5y=x,\ y(0)=1,\ y'(0)=0$ の解を求めよ．
ただし，$y'=\dfrac{dy}{dx},\ y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$ である．

(三重大 2013)　(m20133104)

0.90 以下の問いに答えなさい．ただし，$y'=\dfrac{dy}{dx},\ y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$ である．
$y''+4y'+3y=e^{2x}$ の一般解を求めよ．

(三重大 2016)　(m20163105)

0.91 以下の問いに答えなさい．ただし，y は x の関数であり，$y'=\dfrac{dy}{dx},\ y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする．

(1) 初期条件を $y(1)=0,\ y'(1)=1$ とするとき，微分方程式　$xy''+y'=0$　を解きなさい．

(2) 区間 $\sqrt{3}\leqq x\leqq 2\sqrt{2}$ において，(1) の解である関数が描く曲線の長さ L を求めなさい．ただし，区間 $a\leqq x\leqq b$ の関数 $y=f(x)$ の曲線の長さ L は，$L=\displaystyle\int_a^b\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$　で与えられる．

(三重大 2020)　(m20203109)

0.92 $f(x),\ g(x)$ を実数全体で微分可能な関数とする．

(1) $y=f(x),\ xy''=2y',\ f(-1)=-2,\ f(1)=2$ とする．ただし，$x\neq 0$ のとき，$y'\neq 0$ とする．$f(x)$ を求めなさい．

(2) $y=g(x),\ y'''-3y''+3y'-y=x^2-6x+6,\ g(-1)=\dfrac{1}{e}-1,\ g(0)=0,\ g(1)=e-1$ とする．$g(x)$ を求めなさい．

(三重大 2020)　(m20203110)

0.93 微分方程式 $y''-y'-2y=0$ の，初期条件 $y(0)=2,\ y'(0)=1$ を満たす解を求めよ．

(京都工芸繊維大 2001)　(m20013407)

0.94 微分方程式　$y''+2y'+5y=10\sin x$　を考える．

(1) $a\cos x+b\sin x$ がこの微分方程式の解になるように定数 a,b を定めよ．

(2) 初期条件 $y(0)=1,\ y'(0)=0$ を満たす解を求めよ．

(京都工芸繊維大 2005)　(m20053410)

0.95 微分方程式　$y''-2y'-3y=3x^2+x$　を考える．

(1) x の 2 次多項式で，この微分方程式の解であるものを求めよ．

(2) この微分方程式の一般解を求めよ．

(京都工芸繊維大 2006)　(m20063405)

0.96 関数 $y=y(x)$ は $\begin{cases} yy''+(y')^2+yy'=x \\ y(0)=1,\ y'(0)=0 \end{cases}$　を満たしている．関数 $z=z(x)$ を $z=yy'$ で定める．

(1) $(e^xz)'$ を x の式で表せ．

(2) z を x の式で表せ．

(3) y を x の式で表せ．

(京都工芸繊維大 2014)　　(m20143404)

0.97 微分方程式

$$y'' + 4y' + 4y = 0$$

の解 $y = y(x)$ のうちで，$y(0) = 0$ を満たし，かつ x が実数全体を動くときの最大値が 2 であるものを求めよ．

(京都工芸繊維大 2015)　　(m20153404)

0.98 a を正の定数とする．2 階の微分方程式　$y'' + ay = 0$　の解のうち，
2 条件　$y'(0) = 0,\quad y'(1) = 0$　を満たすものをすべて求めよ．

(京都工芸繊維大 2016)　　(m20163404)

0.99 x の関数 $y = y(x)$ に関する定数係数線形常微分方程式について以下の問に答えよ．

(1) $y'' - 2y' + 5y = 0$ の一般解を求めよ．

(2) $y'' - 2y' + 5y = 4e^x$ の解を一つ求めよ．

(3) $y'' - 2y' + 5y = 4xe^x$ の解を一つ求めよ．

(4) $y'' - 2y' + 5y = 4e^x + 4xe^x$ の解で $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ となる解を求めよ．

(大阪大 1997）　　(m19973503)

0.100 以下の設問に答えよ，ただし $\log x$ は自然対数, e は自然対数の底を表すものとする.

(1) 関数 $y(x)$ に関する微分方程式 :

$$y'' + 2y' + y = 0$$

の一般解を求めよ.

(2) 関数 $z(x)$ $(x > 0)$ に関する微分方程式

$$x^2 z'' + 3xz' + z = 0 \qquad (*)$$

を考える. $x = e^t$, すなわち $t = \log x$ と変数変換したとき $z(e^t) = w(t)$ の満たす微分方程式を求めよ.

(3) 微分方程式 $(*)$ の一般解を求めよ.

(4) $(*)$ の解で更に条件 :

$$z(1) = 0\,, \qquad \int_1^e z(x)dx = 1$$

を満たすものを求めよ.

(大阪大 2005)　　(m20053505)

0.101 α および β を実数とするとき, 常微分方程式

$$y''(x) + \alpha y'(x) + \beta y(x) = 0 \qquad (*)$$

を考える. このとき, 以下の問に答えよ.

(1) $(*)$ 式の一般解を求めよ.

(2) $\phi(x)$ をある実数 x_0 に対して $\phi(x_0) = \phi'(x_0) = 0$ を満たす $(*)$ 式の解とする. このとき, $\phi(x) = 0$ であることを示せ.

(3) (2) の結果を用いて, ある実数 $x_0,\ C_1,\ C_2$ に対して $\phi(x_0) = C_1$ および $\phi'(x_0) = C_2$ を満たす $(*)$ 式の解は唯一であることを示せ.

(大阪大 2005)　　(m20053508)

0.102　微分方程式

$$x^2y'' - xy' + y = f(x) \qquad (A)$$

について，以下の問に答えなさい．ただし $x > 0$ とする．

(1)　$f(x) = 0$ のとき，$y_1 = x$ は微分方程式 (A) の特殊解であることを示しなさい．

(2)　u を $y = uy_1$ を満足する関数，w を $w = u'$ を満足する関数とするとき，微分方程式 (A) を w の x に関する一階の微分方程式に変形しなさい．

(3)　$f(x) = 0$ のとき，微分方程式 (A) を解きなさい．

(4)　$f(x) = x^2\sqrt{x}$ のとき，微分方程式 (A) を解きなさい．

(大阪大 2006)　　(m20063503)

0.103　実軸上で定義された関数 $y(x)$ についての微分方程式

$$xy'' - (x+1)y' + y = 2x^2e^{2x} \qquad (A)$$

の一般解を求めたい．

(1)　(A) に対応する斉次方程式　$xy'' - (x+1)y' + y = 0$　は $y = e^{px}$ (p は定数) の形の解をもつ．この解を求めよ．

(2)　$y = e^{px}u$ (p は (1) で得られた値，u は x の関数) とおいて (A) に代入し，u が満たすべき微分方程式を求めよ．

(3)　(2) で得られた微分方程式を解くことにより，(A) の一般解を求めよ．

(大阪大 2006)　　(m20063505)

0.104　常微分方程式

$$4y''(x) + y(x)(4e^{2x} - 1) = 0 \quad (x \in \mathbb{R}) \qquad (*)$$

を考える．

(1)　$t = e^x$ と変換することによって $z(t) = y(\log t)$ に関する常微分方程式を導け．

(2)　$z(t) = \displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} c_k t^{k+\rho}$ ($\rho \in \mathbb{R}$, $c_0 \neq 0$) とおく．この級数を (1) で得られた常微分方程式に代入し係数比較することにより ρ と c_k ($k = 1, 2, \cdots$) の間に成立する関係式を導け．また，$\rho = \pm 1/2$ を導け．

(3)　$c_1 = 0$ とする．(2) で得られた関係式から c_k を定め，基本解 $z_1(t)$, $z_2(t)$ を求めよ．

(4)　$(*)$ の常微分方程式の基本解 $y_1(x)$, $y_2(x)$ で

$$e^x(y_1(x)^2 + y_2(x)^2) = 1 \quad (\forall x \in \mathbb{R})$$

を満たすものを一組求めよ．

(大阪大 2009)　　(m20093505)

0.105　以下の微分方程式の解を求めよ．ただし，y は x の関数，y' および y'' はそれぞれ 1 階および 2 階微分を示している．

(1)　$y'' - 4y' + 5y = 0$　ただし，$y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ とする．

(2)　$\dfrac{x}{y}y' + \log(xy) + 1 = 0$　ただし，$y(1) = 1$ とする．なお，対数の底は e とする．

(大阪大 2018)　　(m20183502)

0.106 $y=y(x)$ は

$$y''(x)-(x^2-1)y(x)=0\ ,\quad y(0)=1\ ,\ y'(0)=0$$

を満たすとする．

(1) $z(x)=y'(x)+xy(x)$ とおく．z が満たす微分方程式と $z(0)$ を求めよ．

(2) $z(x)$ を求めよ．

(3) 問い (2) を利用して，$y(x)$ を求めよ．

（大阪府立大 2001）　　(m20013603)

0.107 $y=\sin^{-1}x$ のとき，等式 $(1-x^2)y''-xy'=0$ が成り立つかどうか調べよ．

(神戸大 1998）　　(m19983802)

0.108 $y''-4y'+3y=9x^2+1$ の一般解を求めよ．

(神戸大 1999)　　(m19993805)

0.109 次の微分方程式を解け．　$y''+4y'+4y=x^3$

(神戸大 2003)　　(m20033807)

0.110 (1) a,b を定数とする. y を未知関数とする微分方程式

$$y''-(a+b)y'+aby=0$$

の一般解を求めよ.

(2) 微分方程式 $y'=y^2$ の一般解を求めよ. 解のグラフの概形を書きなさい.

(神戸大 2005)　　(m20053803)

0.111 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $y''-y=0$　　(2) $y''+y=0$

(神戸大 2007)　　(m20073806)

0.112 関数 $y=y(x)$ は微分方程式 $y''+(5-x^2)y=0$ を満たすとする．このとき，以下の問いに答えよ.

(1) $y=ze^{-x^2/2}$ とおいて，関数 $z=z(x)$ が満たす微分方程式を求めよ.

(2) z を 2 次関数とするとき，z を求めよ.

(神戸大 2007)　　(m20073809)

0.113 次の微分方程式の一般解を求めよ．ただし，y', y'' はそれぞれ $\dfrac{dy}{dx}$, $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を表す.

(1) $y''-y'-2y=0$

(2) $y''-y'-2y=\cos x$

(神戸大 2009)　　(m20093808)

0.114 常微分方程式

$$y''-y=e^{-x}$$

を初期条件 $y(0)=a,\ y'(0)=b$ のもとで解け．また，$x\geq 0$ で有界な解が存在するための a と b の必要十分条件を求めよ．（ここで $y'=\dfrac{dy}{dx},\ y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$ である.）

(神戸大 2011)　　(m20113805)

0.115 微分方程式 $y'' - 2y' = xe^{2x}$ について以下の問いに答えよ．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする．

(1) この方程式は $y = (Ax^2 + Bx)e^{2x}$（A, B は定数）の形の特殊解を持つことを示し，A, B を決めよ．

(2) この方程式の一般解を求めよ．

(神戸大 2014)　　(m20143809)

0.116 未知関数 $y = y(x)$ に関する以下の各微分方程式に対し，その一般解を求めよ．
ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする．

(1) $2y'' - 5y' + 2y = 0$,　　(2) $2y'' - 5y' + 2y = e^x$,

(神戸大 2015)　　(m20153806)

0.117 (1) 微分方程式 $y'' + \sqrt{5}y' - y + 2 = 0$ の解 $y(x)$ を求めよ．

(2) 上記の解のうち，$x > 0$ で $y(x) > 0$ となるものをすべて求めよ．

(神戸大 2023)　　(m20233802)

0.118 y は x の関数とする, 次の微分方程式を解け.

(1) $y' = xy$,　$y(0) = 2$.

(2) $y'' - 2y' + 2y = 0$,　$y(0) = 1$,　$y'(0) = 0$.

(鳥取大 2005)　　(m20053907)

0.119 以下の微分方程式の一般解を求めなさい.

(1) $(3x + y + 3)dx + (x + 3y + 2)dy = 0$　　(2) $y'' - 4y' + 3y = 2x$

(鳥取大 2007)　　(m20073912)

0.120 次のような関数が与えられている．ただし，$x > 0$ とする．　$y = \dfrac{x}{(x^2+1)^{3/2}}$

(1) 1 階および 2 階の導関数 y', y'' をそれぞれ求めよ．

(2) この関数の極値を求めるための関数値の変化表を作成し，その極値を求めよ．

(鳥取大 2008)　　(m20083902)

0.121 x の関数 y に関する，次の微分方程式の一般解を求めなさい．

(1) $(x + 3)y' + xy^2 = 0$

(2) $y'' - 6y' + 8y = x^2 + 1$

(鳥取大 2012)　　(m20123901)

0.122 c_1, c_2 を定数とする．y を微分方程式　$(1 - x^2)y'' - 2xy' = 0,\ y(0) = c_1,\ y'(0) = c_2$　の解とする．

(1) 非負な整数 n に対して，$y^{(n)}(0)$ を求めよ．　　(2) y を求めよ．

(岡山大 2006)　　(m20064003)

0.123 (1) $\displaystyle\int \frac{dy}{y\sqrt{1-y^2}}$ を計算せよ．

(2) $p\dfrac{dp}{dy} = y - 2y^3$ $(0 \leqq y < 1)$, $p(0) = 0$ の解 $p \in C^1([0,1))$ をすべて求めよ．

(3) (1) と (2) を利用して $\begin{cases} y'' - y + 2y^3 = 0, \ 0 \leqq y < 1, \ x \in \boldsymbol{R}, \\ \lim_{x \to 0} y(x) = 1, \end{cases}$ の解を求めよ.

(岡山大 2007) (m20074003)

0.124 次の微分方程式を解け.

$$y'' + 2y' + 3y = 2\cos x$$

(山口大 1999) (m19994303)

0.125 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

(1) $xy' + y + 1 = 0$ (2) $y'' - 2y' + y = e^{5x}$ (3) $x^2 y'' - 2y = 2x^2 \quad (x > 0)$

(山口大 2003) (m20034308)

0.126 次の微分方程式の一般解を求めなさい.

$$y'' - 2y' - 3y = 0$$

(山口大 2009) (m20094308)

0.127 次の微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ.

(1) $y'' - 3y' + 2y = 0$

(2) $y'' - 3y' + 2y = \cos x$

(3) $y'' - 2y' + y = 0$

(4) $y'' - 2y' + y = e^x$

(徳島大 1999) (m19994403)

0.128 $y = y(x)$ に対する微分方程式 $y'' + y' - 2y = 0$ を考える.

(1) 一般解を求めよ.

(2) a を定数として，初期条件 $y(0) = 1$, $y'(0) = a$ を満たす解を求めよ.

(3) (2) の解が $\lim_{x \to +\infty} y(x) = 0$ となるように，a の値を定めよ.

(徳島大 2003) (m20034403)

0.129 $y = y(x)$ が微分方程式 $y'' + 2y' + 5y = 0$ を満たす. 次の問に答えよ.

(1) 微分方程式の一般解を求めよ. ただし, 最終結果に複素数が現れてはならない.（必要ならオイラーの公式 $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ を用いてもよい.）

(2) 初期条件 $y(0) = y'(0) = -e^{\frac{3}{4}\pi}$ を満たす微分方程式の解 $y(x)$ を求めよ.

(3) (2) で求めた $y(x)$ に対し, $y\left(\dfrac{3}{4}\pi\right)$ と $\lim_{x \to +\infty} y(x)$ を求めよ.

(徳島大 2005) (m20054404)

0.130 次の微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ.

(1) $y' + 2y = 1$ (2) $y'' + 2y' + 2y = x$

(徳島大 2006) (m20064403)

0.131 (1) $y' + 2y = e^{-x}$ の一般解を求めよ.

(2) $y'' + 3y' + 2y = e^{-x}$ の一般解を求めよ.

(徳島大 2009) (m20094404)

0.132 (1) $y' + xy = 0$ の一般解を求めよ.

(2) $y' + xy = x$ の一般解を求めよ.

(3) $y' + xy = x$ の両辺を x で微分した式を求めよ.

(4) $y'' + xy' + y = 1$ の解のうち, 初期条件 $y(0) = 2,\ y'(0) = 0$ を満たすものを求めよ.

(徳島大 2010) (m20104405)

0.133 $y = y(x)$ に対する微分方程式 $y'' + x(y')^2 = 0$ について，次の問いに答えよ.

(1) $p = y'$ とおいて，p の満たす微分方程式を求めよ.

(2) (1) で導かれた微分方程式の一般解 $p = p(x)$ を求めよ.

(3) もとの微分方程式の解で，$y(0) = 1$, $y'(0) = -2$ を満たす解 y を求めよ.

(徳島大 2012) (m20124408)

0.134 $y = f(x)$ に対する次の微分方程式を解け.

(1) $y' + 2y = y^2$ (2) $y'' + 2y = x^2$

(徳島大 2013) (m20134404)

0.135 (1) $f(x) = \log(1 + x^2)$ とする．$f''(x)$ を求めよ.

(2) $y = y(x)$ が微分方程式 $y'' - 2y' + y = 0$ を満たしている．このとき，$u = e^{-x}y$ とおいて，u が満たす微分方程式を求めよ．また，この u の微分方程式の一般解を求めよ.

(3) 微分方程式 $y'' - 2y' + y = \dfrac{2(1 - x^2)}{(1 + x^2)^2}e^x$ の一般解を求めよ.

(徳島大 2015) (m20154404)

0.136 y を x の関数，a , b を定数とする．また，微分方程式 $y'' + ay' + by = f(x)$ に対する特解を y_1 とし，$y'' + ay' + by = g(x)$ に対する特解を y_2 とする．このとき，

(1) 微分方程式 $y'' + ay' + by = f(x) + g(x)$ に対する一つの特解は $y_1 + y_2$ となることを示せ.

(2) 微分方程式 $y'' + y' - 2y = \cos x + e^{-x}$ に対する一般解を求めよ.

(九州大 2003) (m20034704)

0.137 次の 2 階微分方程式について以下の問に答えよ.

$$y'' + y' - 6y = e^x$$

(1) 同次形の微分方程式 $y'' + y' - 6y = 0$ の一般解を求めよ.

(2) 微分方程式 $y'' + y' - 6y = e^x$ を次の初期条件の下に解け.

$$y(0) = 1\ ,\ y'(0) = 1$$

(九州大 2004) (m20044703)

0.138 ω を実数として，$y(x)$, $-\infty < x < \infty$ に関する二階常微分方程式 $y'' + 2y' + y = \sin \omega x$ を考える.

(1) $\omega = 0$ のとき，この微分方程式の一般解を求めよ.

(2) $\omega \neq 0$ のとき，この微分方程式の一般解を求めよ.

(3) 各 ω に対して，$x \to -\infty$ のとき $y(x)$ が有界にとどまる解はただ一つ存在することを示せ.

(九州大 2007) (m20074706)

0.139 関数 $y = y(x)$, $z = z(x)$ のそれぞれについて，x に関する微分を y', z' とし，2 階微分を y'', z'' とする．以下の問いに答えよ．

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$y'' + 5y' + 4y = 0$$

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$y'' + 5y' + 4y = e^{2x}$$

(3) 次の y と z に関する連立微分方程式の一般解を求めよ．

$$\begin{cases} y' + 2y + 2z = -e^{2x} \\ y + z' + 3z = 0 \end{cases}$$

(九州大 2012)　　(m20124702)

0.140 次の微分方程式を解け．

(1) $x^2 y' = (2x + y)(x + y)$　　(2) $y'' \sin x + y' \cos x = 0$　　(3) $y'' + y = \sin x$

(九州大 2017)　　(m20174706)

0.141 (1) 次の $y(x)$ に関する微分方程式を初期条件 $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$ のもとで解け．

$$y'' + 4y' + 20y = 0$$

(2) 次の $y(x)$ に関する微分方程式の一般解を求めよ．

$$y'' + 2y' + y = 50 \sin x \cos x$$

(3) 次の完全微分形の方程式について，一般解を求めよ．

$$(4x^3 - 6xy)dx + (8y - 3x^2)dy = 0$$

(九州大 2018)　　(m20184701)

0.142 t の関数 y に対して，$y''' = \dfrac{d^3y}{dt^3}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dt^2}$, $y' = \dfrac{dy}{dt}$ とおく．以下の問いに答えよ．

(1) A, B を実定数とする．$y = A\cos t + B\sin t$ が次の微分方程式

$$y''' - y'' + 4y' - 4y = \cos t \qquad \cdots \text{(Q1)}$$

を満たすように A, B を定めよ．

(2) 微分方程式 (Q1) の一般解を求めよ．

(3) 次の微分方程式に対して $z = \dfrac{1}{y}$ とおいて z に関する微分方程式を導出せよ．

$$y' - \frac{1}{2}y = -y^2 \qquad \cdots \text{(Q2)}$$

(4) 微分方程式 (Q2) の一般解を求めよ．

(九州大 2019)　　(m20194702)

0.143 (1) 次の $y(x)$ に関する微分方程式の一般解を求めよ．

$$y'' - y' - 2y = e^{2x}$$

(2) 次の $y(x)$ および $z(x)$ に関する連立微分方程式の一般解を求めよ.

$$y' - 2y - z = e^x \ , \quad y' - 6y + z' = 0$$

(3) 次の $y(x)$ に関する微分方程式の一般解を求めよ.

$$\left(\frac{y'}{y^2}\right)' - \frac{1}{y} = 0$$

(九州大 2020)　　(m20204705)

0.144　(1) 次の $y(x)$ に関する微分方程式の一般解を求めよ.

$$y'' - 2y' + 5y = \sin 2x$$

(2) 次の $y(x)$ に関する微分方程式の一般解を求めよ.

$$y'' + 2y' - 3y = e^{-3x}$$

(3) 次の $y(x)$ に関する微分方程式の一般解を求めよ.

$$\left(\frac{y'}{y^3}\right)' - \frac{4y'}{y^3} - \frac{2}{y^2} = 0$$

(九州大 2021)　　(m20214702)

0.145　次の微分方程式の特殊解を（　）内の形で求め, さらに一般解を求めよ.

$$y'' + 2y' + y = e^{-x} \qquad (\ y = Ax^2 e^{-x}\ )$$

(佐賀大 2004)　　(m20044922)

0.146　次の微分方程式を解け.

$y''(x) + 2ay'(x) + y(x) = 0$　(a は正の定数とする)

（ a の値によって場合分けすること）

(佐賀大 2004)　　(m20044924)

0.147　次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $x^2 y'(x) + y(x)^2 = 0$

(2) $y''(x) + 4y(x) = 0$

(佐賀大 2005)　　(m20054912)

0.148　次の微分方程式を解け. ただし, $y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ である.

(1) $y'' - 4y' - 12y = 0$　　(2) $y'' - 4y' - 12y = 12x - 8$　　(3) $\dfrac{dy}{dx} + y = y^2(\cos x - \sin x)$

(佐賀大 2006)　　(m20064931)

0.149　(1) 関数 $\dfrac{1}{\sqrt{1-x}}$ を $x = 0$ の周りでテイラー展開し, x^3 の項まで書け.

(2) 微分方程式 $y''(x) + 9y(x) = 0$ の一般解を求めよ.

(3) 関数 $f(x) = x$（定義域を $-\pi \leq x \leq \pi$ とする）を　$f(x) = a_0 + \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} [\ a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)\ ]$

と書くとき, a_0, a_n, b_n を求めよ.

(佐賀大 2007)　　(m20074906)

0.150 次の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $x\dfrac{dy}{dx}+y=x^3y^3$ (2) $y''-2y'+10y=0$ (3) $y''-2y'+10y=2\cos 2x+10\sin 2x$

(佐賀大 2007) (m20074918)

0.151 次の微分方程式を解け．ただし，$y'=\dfrac{dy}{dx}$, $y''=\dfrac{dy'}{dx}$ とする．

(1) $y''=ax$ (2) $y''+2y'+y=e^{-x}\cos x$

(佐賀大 2008) (m20084903)

0.152 次の微分方程式を解け．ただし，$y'=\dfrac{dy}{dx}$, $y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする．

(1) $y''=e^{3x}$

(2) $y''+3y'+2y=e^{2x}$

(佐賀大 2009) (m20094912)

0.153 次の微分方程式を解け．ただし e は自然対数の底である．

(1) $y''+3y'+2y=2e^{2x}$ (2) $4x-3y+2=(2x-y-1)y'$

(佐賀大 2016) (m20164914)

0.154 (1) 微分方程式 $y'=-\dfrac{y}{x^2}$ の一般解を求めなさい．

(2) 微分方程式 $2y''+y'-y=5x-3$ の一般解を求めなさい．

(佐賀大 2018) (m20184907)

0.155 次の微分方程式が与えられているとき, 設問 (1) から (3) に答えよ．

$$y''(x)+4y'(x)+7y(x)=Q(x) \qquad \text{(i)}$$

(1) 上の (i) 式において $Q(x)=0$ とする．初期条件 $y(0)=0$, $y'(0)=-3$ が与えられているとき, 微分方程式の解 $y(x)$ を求めよ．

(2) 上の (i) 式において $Q(x)=3e^{-5x}$ のとき, 微分方程式の解を少なくとも一つ求めよ．

(3) 次に，$Q(x)$ が具体的に与えられていない場合を考える．(i) 式の解の 1 つを $y_1(x)$ とするとき，$y_2(x)=5y_1(x)$ は必ず, 微分方程式

$$y''(x)+4y'(x)+7y(x)=5Q(x) \qquad \text{(ii)}$$

の解であるか. 理由を述べて説明せよ．

(長崎大 2004) (m20045008)

0.156 次の微分方程式を解け．ここで，$y'=\dfrac{dy}{dx}$ とする．

(1) $y''+16y=0$ (2) $y''+16y=17e^x$

(3) 初期条件 $y(0)=6,\ y'(0)=-2,\ (x=0$ のとき $y=6,\ y'=-2)$ を満たす $y''+16y=17e^x$ の解を求めよ．

(長崎大 2008) (m20085006)

0.157 次の微分方程式を解け．ここで，$y'=\dfrac{dy}{dx}$ とする．

(1) $y''+4y=0$

(2) $y''+4y=\sin 3x$

(3) 初期条件 $y(0)=0,\ y'(0)=1.4$ （$x=0$ のとき $y=0,\ y'=1.4$）を満たす $y''+4y=\sin 3x$ の解を求めよ.

(長崎大 2009) (m20095009)

0.158 (1) 微分方程式 $y''+2y'-35y=0$ の一般解を求めよ.
なお, $y'=\dfrac{dy}{dx}$, $y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.

(2) 微分方程式 $y''+2y'-35y=12e^{5x}+37\sin 5x$ の特殊解を求めよ.

(3) 微分方程式 $y''+2y'-35y=12e^{5x}+37\sin 5x$ の一般解を求めよ.

(長崎大 2009) (m20095013)

0.159 以下の問いに答えよ.

(1) 微分方程式 $y''+y=0$ の一般解を求めよ, なお, $y'=\dfrac{dy}{dx}$, $y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.

(2) 微分方程式 $y''+y=6\sin x$ の特殊解を求めよ,

(3) 微分方程式 $y''+y=6\sin x$ の一般解を求めよ,

(長崎大 2011) (m20115012)

0.160 微分方程式に関する以下の問に答えよ.

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(a) $ydy=3(x^2y^2+xy^2)dx$

(b) $ye^{y-x}dy=dx$

(2) 次の微分方程式が, 右に示す解をもつことを示せ. ただし, a,b は任意の定数とする.

$$y''+4y'+8y=0 \qquad : \quad y=ae^{-2x}\cos 2x+be^{-2x}\sin 2x$$

(鹿児島大 2005) (m20055402)

0.161 次の微分方程式の解を求めなさい. ここで, 初期条件は, $x=0$ のとき $y=0,\ y'=0$ を満たすものとする.

$$y''-2y'-3y=4$$

(鹿児島大 2005) (m20055407)

0.162 微分方程式に関する以下の問に答えよ.

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(a) $2xdx-dy=x(xdy-2ydx)$ (b) $(y^2+\cos x)dx+(2xy-\sin y)dy=0$

(2) 次の微分方程式の完全解を求めよ.

$$y''+4y'+4y=xe^{-2x}$$

(鹿児島大 2006) (m20065402)

0.163 (1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(a) $\left(x^2+2xy\right)dx+xydy=0$ (b) $\left(xy^2+\sin x\right)dx+\left(x^2y+\cos y\right)dy=0$

(2) 次の微分方程式の完全解を求めよ.

$$y''+4y'+3y=3e^{-x}$$

(鹿児島大 2007) (m20075402)

0.164 (1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(a) $(xy + 2x - 3y - 6)dx + dy = 0$ (b) $(x^2 y + \cos x)dx + (x^3/3 + \sin y)dy = 0$

(2) 次の微分方程式の完全解を求めよ. $y'' + 2y' + 2y = 4\sin x$

(鹿児島大 2008) (m20085402)

0.165 次の微分方程式の初期値問題を解け.

$$y''(x) - 4y'(x) + 3y(x) = 0,\ y(0) = -1,\ y'(0) = -5 \quad ここで,\ y''(x) = \frac{d^2y(x)}{dx^2},\ y'(x) = \frac{dy(x)}{dx}$$

(鹿児島大 2008) (m20085412)

0.166 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $y' = (2x + y - 5)^2 + 3(2x + y - 5)$ （ヒント）$z = 2x + y - 5$ の変換を試みよ.

(2) $(x^2 y - xy^2 + x^2)dx + (x^3/3 - x^2 y + y^2)dy = 0$

(3) $y'' + 4y' + 5y = 0$

(鹿児島大 2009) (m20095402)

0.167 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $5xy^2 dy + 2(x^3 - 3x)ydx = 0$

(2) $(xy + \sin x \cdot \cos y)dx + (x^2/2 + \cos x \cdot \sin y)dy = 0$

(3) $y'' + 2y' + y = 0$

(鹿児島大 2009) (m20095414)

0.168 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $2xydx + xydy + ydx + 2xdy = 0$

(2) $(2xy^2 + \sin x)dx + (2x^2 y + \cos y)dy = 0$

(3) $y'' + y' - 2y = e^{-2x} + 3e^{2x}$

(鹿児島大 2010) (m20105403)

0.169 以下の問いに答えよ.

(1) $y_1 = ae^{-x}$, $y_2 = be^{2x}$（$a,\ b$ は任意定数）はそれぞれ微分方程式 $yy'' - (y')^2 = 0$ の解であることを示し， 次に二つの解を足し合わせた関数 $y = y_1 + y_2$ は解ではないことを示せ.

(2) 次の微分方程式について，与えられた条件を満たす解 $y = y(x)$ を求めよ.

$$y'' + 9y = 0 \quad : \ x = 0 \text{ のとき } y = 2,\ y' = 6$$

(鹿児島大 2011) (m20115402)

0.170 微分方程式 $y'' + 7y' + 12y = 0$ の一般解を求めなさい.

(鹿児島大 2011) (m20115408)

0.171 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $(xy^2 - x)dx - (y + x^2 y)dy = 0$

(2) $(y^2 + 1)dx + (2xy + \cos y)dy = 0$

(3) $y'' + 4y' + 5y = 2\cos x + 3e^{-x}$

(鹿児島大 2012)　　(m20125403)

0.172 次の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $(x^2+y^2)y' = xy$　　（ヒント ： $y/x = u$ とおく.）

(2) $y''' + 3y' = 0$

(3) $y'' + 6y' + 10y = 4e^{-2x}$

(鹿児島大 2012)　　(m20125408)

0.173 微分方程式 $y'' + 8y' + 15y = 0$ の一般解を求めなさい．

(鹿児島大 2012)　　(m20125433)

0.174 以下の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $y' = \dfrac{1}{x+y}$

(2) $(x+y^2)dx + (2xy - e^y)dy = 0$

(3) $y'' - y' - 2y = 4\sin 2x$

(鹿児島大 2013)　　(m20135403)

0.175 以下の微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $y'' + 4y' + 4y = 4x$

(2) $2xydx + (x^2+3y^2)dy = 0$

(3) $\dfrac{dy}{dx} - 2xy = x$

(鹿児島大 2014)　　(m20145408)

0.176 初期値 $y(0) = 3,\ y'(0) = -4$ を満足する次の常微分方程式の解を求めよ．

$$y'' + y' - 6y = 0$$

ただし，$y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2},\ y' = \dfrac{dy}{dx}$ の意味である．

(室蘭工業大 2014)　　(m20145502)

0.177 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$y'' + 3y' + 2y = \cos x$$

(室蘭工業大 2018)　　(m20185503)

0.178 次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$y'' - 3y' - 4y = \cos x$$

ただし，$y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2},\quad y' = \dfrac{dy}{dx}$ の意味である．

(室蘭工業大 2021)　　(m20215507)

0.179 次の微分方程式の一般解を求めよ．なお，任意の定数は $C_1,\ C_2$ を用いること．

$$y'' + 2y' + y = x^2$$

ただし，$y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}\ ,\quad y' = \dfrac{dy}{dx}$ の意味である．

(室蘭工業大 2022)　　(m20225501)

0.180 関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2e^{-x}$ の増減・凹凸に関する以下の問いに答えよ.

(1) 関数 y の導関数 y' および 2 階導関数 y'' を求めよ.

(2) 関数 y の変曲点における x 座標を求めよ.

(3) 関数 y が極小となるときの x の値 $x_{\min}$ と極小値 $y_{\min}$, 　および, 関数 y が極大となるときの x の値 $x_{\max}$ と極大値 $y_{\max}$ を求めよ.

(4) 極小点, 極大点, および変曲点を考慮して関数 y のグラフを描け.

(島根大 2007)　　(m20075813)

0.181 以下の各設問に答えよ. ただし, x は実数とする.

(1) 関数 $f(x)$, $g(x)$ を $f(x)=x-\tan^{-1}x$, $g(x)=x-x\sin x$ と定義する. 以下の問いに答えよ.

(a) 導関数 $f'(x)$, 第 2 次導関数 $f''(x)$ を求めよ.

(b) 導関数 $g'(x)$, 第 2 次導関数 $g''(x)$ を求めよ.

(c) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{g(x)}$ の値を求めよ.

(2) 関数 $y(x)$ を $y(x)=(x^2+1)e^{-x}$ と定義する. 以下の問いに答えよ.

(a) 導関数 $y'(x)$, 第 2 次導関数 $y''(x)$ を求めよ.

(b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}y(x)=0$ であることを示せ.

(c) $y'(x)$, および $y''(x)$ の符号を用いて, 関数 $y(x)$ の増減表を作成せよ. また, 関数 $y(x)$ のグラフの概形をかけ.

(島根大 2012)　　(m20125801)

0.182 $\mathrm{Sin}^{-1}x$ $(-1<x<1)$ を $\sin x$ の逆関数とし, $f(x)=\sin(2\mathrm{Sin}^{-1}x)$ とおく. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) $y=f(x)$ は次の微分方程式をみたすことを示せ.

$$(1-x^2)y''-xy'+4y=0$$

(2) $y=f(x)$ に対して, $(1-x^2)^2y'''+p(x)y'+q(x)y=0$ が成り立つような x の多項式 $p(x)$, $q(x)$ を 1 組求めよ.

(3) $f(x)$ の増減を調べ, $f(x)$ が最大値をとる x の値と最小値をとる x の値をそれぞれ求めよ.

(4) 次の定積分を計算せよ.

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{Sin}^{-1}x\,dx$$

(島根大 2020)　　(m20205806)

0.183 次の微分方程式について特性方程式を示し, さらに一般解を求めよ, ただし, $y'=\dfrac{dy}{dx}$ とする.

$$y''-y'-2y=2x^2+2x$$

(首都大 2005)　　(m20055905)

0.184 (1) 未知関数 $y=f(x)$ に対する 2 階同次線形常微分方程式

$$y''-2\sqrt{3}y'+3y=0$$

の一般解を求めよ.

(2)　2 階非同次線形常微分方程式

$$y'' - 2\sqrt{3}y' + 3y = \sin x$$

の特殊解を求めよ．その結果を使って，一般解を書き下せ．

(滋賀県立大 2005)　　(m20056002)

0.185 (1) 未知関数 $y = y(x)$ に対する 2 階同次線形常微分方程式　$y'' - 2y' - 8y = 0$　の一般解を求めよ．

(2) 2 階非同次線形常微分方程式　$y'' - 2y' - 8y = 25\cos 3x$　の特殊解を求めよ，その結果をつかって，一般解を書け．

(滋賀県立大 2007)　　(m20076002)

0.186 (1) 未知関数 $y = y(x)$ に対する 2 階定数係数同次線形常微分方程式　$y'' + y' - 6y = 0$　の一般解を求めよ．

(2) 2 階定数係数非同次線形常微分方程式　$y'' + y' - 6y = \sin x$　の特殊解を求めよ．
（特殊解を $y = A\sin x + B\cos x$ と仮定してよい．A, B は定数である.）

(3) 上記 (2) の非同次線形常微分方程式の一般解を書き下せ．

[注；(1) における「同次」および (2) における「非同次」は，それぞれ「斉次」および「非斉次」といわれることもある.]

(滋賀県立大 2008)　　(m20086002)

0.187 (1) 未知関数 $y = y(x)$ に対する 2 階同次線形常微分方程式

$$y'' - 6y' + 9y = 0$$

の一般解を求めよ．

(2) 2 階非同次線形常微分方程式

$$y'' - 6y' + 9y = \cos x$$

の特殊解を求めよ．その結果をつかって，一般解を書き下せ．

(滋賀県立大 2011)　　(m20116002)

0.188 (1) 未知関数 $y = y(x)$ に対する 2 階定数係数同次線形常微分方程式

$$y'' + 5y' + 6y = 0$$

の一般解を求めよ．

(2) 2 階定数係数非同次線形常微分方程式

$$y'' + 5y' + 6y = \cos 2x$$

の特殊解を求めよ．

(3) 上記 (2) の非同次線形常微分方程式の一般解を書け．

[注: (1) における「同次」および (2) における「非同次」は，それぞれ「斉次」および「非斉次」といわれることもある.]

(滋賀県立大 2012)　　(m20126002)

0.189 (1) 未知関数 $y = y(x)$ に対する 2 階定数係数同次線形常微分方程式

$$y'' + y' - 12y = 0$$

の一般解を求めよ．

(2) 2 階定数係数非同次線形常微分方程式

$$y'' + y' - 12y = 2\cos x$$

の特殊解を求めよ．（特殊解を $y = A\sin x + B\cos x$ と仮定してよい.）

(3) 上記 (2) の非同次線形常微分方程式の一般解を書き下せ.

(滋賀県立大 2013)　　(m20136002)

0.190 (1) 未知関数 $y = y(x)$ に対する 2 階定数係数同次線形常微分方程式

$$y'' - 8y' + 16y = 0$$

の一般解を求めよ.

(2) 2 階定数係数非同次線形常微分方程式

$$y'' - 8y' + 16y = 2\cos x$$

の特殊解を求めよ.

（特殊解を $y(x) = A\sin x + B\cos x$ と仮定してよい.）

(3) 上記 (2) の非同次線形常微分方程式の一般解を書き下せ.

(滋賀県立大 2014)　　(m20146002)

0.191 未知関数 $y = y(x)$ に対する微分方程式：$y'' + 4y = e^{3x}$ の一般解を求めよ.

(滋賀県立大 2016)　　(m20166004)

0.192 微分方程式 $y'' - 3y' + 2y = -e^{2x}\sin x$ について以下の問に答えよ.

(1) 基本解をすべて求め, それらの 1 次独立性を確かめよ.　(2) 特殊解を求めよ.

(はこだて未来大 2007)　　(m20076308)

0.193 未知関数 $y = y(x)$ に対する微分方程式

$$y'' + y = \cos x$$

を初期条件 $y(0) = y'(0) = 1$ のもとで解け.

(はこだて未来大 2013)　　(m20136302)

0.194 以下の (1)，(2) に示す微分方程式の一般解をそれぞれ求めなさい．ただし，e は自然対数の基底である.

(1) $x^2y'' + 4xy' + 2y = 0$

(2) $y'' - 4y' + 4y = e^x$

(和歌山大 2017)　　(m20176507)

0.195 微分方程式 $y''(t) + 2y'(t) + 2y(t) = 0$ に対して，次の (1)〜(3) に答えなさい.

(1) 一般解を求めなさい.

(2) 初期条件 $y(0) = 1,\ y'(0) = 0$ を満たす解を求めなさい.

(3) (2) で求めた解 $y(t)$ に対して，極限値 $\displaystyle\lim_{t\to+\infty} y(t)$ を求めなさい.

(和歌山大 2018)　　(m20186504)