[選択項目] 年度：1991〜2023 年　文中：極値

0.1 $\mathbb{R}^2$ 上の関数 $f(x,y)=x^3-6xy+3y^2+6$ の臨界点（停留点 ）を全て求め，それぞれの点で関数が極値をとるかどうか判定せよ.

(北海道大 2017)　(m20170103)

0.2 $y=xe^{-x}$ の極値を求めよ.

(北見工業大 2006)　(m20060203)

0.3 (1) 関数 $y=-x^3+\dfrac{9}{2}x^2-6x-1$ のグラフを描き, 極値を求めよ.

(2) (1) の関数の $x=0$ および $x=2$ における接線を求め, その交点の座標を求めよ.

(北見工業大 2010)　(m20100202)

0.4 関数 $y=|x^3-3x|$ の増減をしらべ, 極値を求め, かつ, グラフの概形を描け.

(北見工業大 2012)　(m20120205)

0.5 次の問いに答えよ.

(1) 関数 $y=x^2e^{-x}$ の増減を調べ，その極値を求めよ.

(2) 極限 $\displaystyle\lim_{x\to\infty} x^2e^{-x}$ を求めよ.

(北見工業大 2013)　(m20130203)

0.6 次の関数の極値とそのときの x の値，および変曲点における関数の値と x の値を求めよ．ただし，極値については極大であるか極小であるかを明記せよ.

(1) $f(x)=3x^3-6x^2+9x-3$

(2) $f(x)=1/(1+x^2)$

(岩手大 1994)　(m19940305)

0.7 x-y 平面上の半楕円

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2+y^2=1 \qquad (x \geqq 0)\cdots\cdots\cdots \text{(i)}$$

と x，y の関数

$$z=2+xy+\frac{1}{2}(x^2+y^2) \qquad \cdots\cdots\cdots \text{(ii)}$$

を考える．ただし，半楕円上の点 (x,y) に対し，原点と点 $\left(\dfrac{x}{2}\ ,\ y\right)$ を結ぶ線分が x 軸となす角を θ とする．次の問に答えよ.

(1) θ を媒介変数とする半楕円 (i) の媒介変数方程式を求めよ．θ のとる範囲も明示せよ.

(2) 条件 (i) のもとでの関数 (ii) の極値を求めるために，関数 (ii) を θ のみの関数として表せ.

(3) 前問で得られた θ の関数 $z=f(\theta)$ が極値をとる $\cos\theta$，$\sin\theta$ の値を求めよ.

(4) $z=f(\theta)$ の極値を求めよ.

(5) $f(0)$，$f\left(\pm\dfrac{\pi}{4}\right)$，$f\left(\pm\dfrac{\pi}{2}\right)$ を求めよ.

(6) $z=f(\theta)$ のおよそのグラフを描け.

(7) 媒介変数 θ を用いずに，条件 (i) のもとでの関数 (ii) の極値を，ラグランジュの乗数法で求めたい．極値をとる (x,y) の値を求めるための条件式を書け.

(8) 極値をとる (x,y) の値を求めよ.

(岩手大 1998)　(m19980308)

0.8 関数 $f(x) = x^2 e^{-x+2}$ に関する次の問いに答えなさい.

(1) $y = f(x)$ の増減と極値を調べ，そのグラフをかきなさい.

(2) $\lim_{x \to \infty} f(x)$ を求めなさい.

(3) $\int_0^{\infty} f(x)dx$ を求めなさい,

(岩手大 2017)　　(m20170303)

0.9 関数 $f(x) = xe^{-2x}$ について次の問いに答えなさい.

(1) 関数 $f(x)$ を微分しなさい.

(2) 関数 $f(x)$ の極値および変曲点を求めなさい.

(3) 関数 $f(x)$ の極限値 $\lim_{x \to \infty} f(x)$ および $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ をそれぞれ求めなさい.

(4) 関数 $f(x)$ の増減表を作成し，概形を図示しなさい．また，極値と変曲点の座標も示しなさい.

(岩手大 2018)　　(m20180303)

0.10 関数 $f(x) = x^2 e^x$ について，以下の問いに答えなさい.

(1) 関数 $f(x)$ の極値および変曲点を求めなさい.

(2) 関数 $f(x)$ の極限値 $\lim_{x \to \infty} f(x)$ および $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ をそれぞれ求めなさい.

(3) 関数 $f(x)$ の増減表を作成し，概形を図示しなさい．また，(1) で求めた極値と変曲点の座標も示しなさい.

(4) $\int_{-\infty}^{0} f(x)dx$ を求めなさい.

(岩手大 2019)　　(m20190303)

0.11 関数 $f(x) = e^{-x} \sin x$ について，次の問に答えなさい.

(1) $f(x)$ の第 1 次導関数と第 2 次導関数を求めなさい.

(2) $0 \leqq x \leqq 2\pi$ における $f(x)$ の増減表を作成し，この範囲における $f(x)$ のグラフの概形をかきなさい．また，極値と変曲点の座標も示しなさい.

(3) 不定積分 $\int f(x)dx$ を求めなさい.

(4) 広義積分 $\int_0^{\infty} f(x)dx$ を求めなさい.

(岩手大 2020)　　(m20200303)

0.12 関数 $f(x) = 4x^4 \log_e x$ について，次の問いに答えなさい．ただし，$x > 0$ とする.

(1) 関数 $f(x)$ の極値および変曲点を求めなさい.

(2) 関数 $f(x)$ の $\lim_{x \to +0} f(x)$ および $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ をそれぞれ求めなさい.

(3) 関数 $f(x)$ の増減表を凹凸を含めて作成しなさい．また，極値と変曲点の座標も示しなさい.

(4) 不定積分 $\int f(x)dx$ を求めなさい.

(岩手大 2021)　　(m20210303)

0.13 e を自然対数の底とする．次の問いに答えなさい.

(1) 次の関数 $f(x)$ を考える.

$$f(x)=e^{-x^2}$$

関数 $f(x)$ の極値および変曲点を調べ，増減表を作成しなさい.

(2) 関数 $f(x)$ のグラフの概形を描きなさい.

(岩手大 2022)　　(m20220303)

0.14 関数 $f(x)=xe^x$ について，次の問いに答えなさい.

(1) 増減と極値を調べなさい.

(2) グラフの凹凸と変曲点を調べなさい.

(3) $\lim_{x\to\infty} f(x)$ と $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ を求めなさい.

(4) グラフの概形をかきなさい.

(秋田大 2012)　　(m20120403)

0.15 $g(x,y)=\dfrac{x^2}{4}+y^2-1=0$ の条件で，$f(x,y)=xy$ の関係が成り立っている.
このとき，以下の問いに答えよ.

(1) y を x の関数とするとき，$g(x,y)=0$ の両辺を x で微分して，$\dfrac{dy}{dx}$ を x と y の式で求めよ.

(2) y を x の関数であることに注意し，設問 (1) の結果を用いて，$\dfrac{df}{dx}$ を x と y の式で求めよ.

(3) $f(x,y)$ が極値を取るときの x と y の関係式を，設問 (2) の結果を用いて求めよ.

(4) $f(x,y)$ が極値を取るときの $g(x,y)$ 上の点を全て求めよ.

(秋田大 2019)　　(m20190403)

0.16 関数 $f_1(x)$ と $f_2(x)$ を　$f_1(x)=\dfrac{1}{10}e^{2x}$,　$f_2(x)=x^2\log(x+1)$　と定義する.

(1) 定積分 $S_1=\displaystyle\int_0^a f_1(x)dx$,　$S_2=\displaystyle\int_0^b f_2(x)dx$ を求めよ.

(2) $a+b=1$ という関係があるとき，$S=S_1+S_2$ を b の関数として表せ.

(3) 変数 a と b は

$$a+b=1,\quad 0<a<1,\quad 0<b<1$$

を満たすと仮定する. $S=S_1+S_2$ が極値をとる条件を a と b により表せ.

(東北大 2001)　　(m20010502)

0.17 関数 $f(x)$ のマクローリン展開は以下のように与えられる.

$$f(x)\sim f(0)+f'(0)x+\frac{1}{2}f''(0)x^2+\cdots$$

ただし，f' と f'' は，それぞれ f の導関数と第 2 次導関数を示す.

(1) 関数　$f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$　をマクローリン展開し，x^2 の項まで示せ.

(2) 以下の関係が成り立つことを示せ.

$$\frac{d}{dx}\left(\mathrm{Tan}^{-1}x\right)=\frac{1}{1+x^2}$$

ただし，関数 $y=\mathrm{Tan}^{-1}x$ は，関数 $y=\tan x$ の逆関数であり，原点を通る.

(3) 関数　$F(x)=\mathrm{Tan}^{-1}x$
について，$-\infty<x<\infty$ での増減・極値・グラフの凹凸・変曲点を調べよ.

(4) $y=F(x)$ のグラフの概形を描け.

(東北大 2003)　　(m20030501)

0.18 関数 $f(x)$ の $x=a$ を中心とするテイラー展開は以下のように与えられる.

$$f(x) \sim f(a) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} f^{(n)}(a)(x-a)^n = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{1}{2} f''(a)(x-a)^2 + \cdots$$

ただし, $f^{(n)}(x)$ は $f(x)$ の第 n 次導関数 $\dfrac{d^n f}{dx^n}$ を表す. また, $f'(x)$ および $f''(x)$ は $f(x)$ の導関数 $\dfrac{df}{dx}$ および第 2 次導関数 $\dfrac{d^2 f}{dx^2}$ をそれぞれ表す. 特に, $-1 < x < 1$ に対する関数 $\dfrac{1}{1-x}$ および $-\infty < x < \infty$ に対する関数 e^x の $x=0$ を中心とするテイラー展開はそれぞれ次のように与えられる.

$$\frac{1}{1-x} \sim \sum_{n=0}^{\infty} x^n \qquad , \qquad e^x \sim \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} x^n$$

x を実数とし, 関数 $g(x)$ と $h(x)$ を

$$g(x) = e^{x^2} \qquad , \qquad h(x) = \frac{e^{x^2}}{2-x}$$

と定義する.

(1) $g(x)$ の $x=0$ を中心とするテイラー展開を求めよ.

(2) 問 (1) の結果を用いて, $h(x)$ の $x=0$ を中心とするテイラー展開の x^2 の項までを求めよ.

(3) $h(x)$ の導関数 $h'(x)$ を求めよ.

(4) $y = h(x)$ の $-\infty < x < \infty$ における発散する点, 極値を与える点に注意して, グラフの概略を描け.

（東北大 2004） (m20040502)

0.19 x を実数として, 関数 $f(x)$ を $f(x) = x^2 e^{ax}$ と定義する. ただし, a は負の定数である.

(1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$, 第 2 次導関数 $f''(x)$ を求めよ.

(2) $x \to +\infty$ のとき, $f(x)$ の極限 $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x)$ を求めよ.

(3) $f(x)$ の増減, 極値, グラフの凹凸, 変曲点を調べ, 増減表を書き, $y = f(x)$ の概形を描け.

(東北大 2005) (m20050502)

0.20 x を実数とし, 関数 $f(x)$ を $f(x) = x - \sin x$ と定義する．このとき, 以下の問に答えよ.

(1) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ および第 2 次導関数 $f''(x)$ を求めよ.

(2) $f'(x) = 0$ を満たすすべての実数 x および $f''(x) = 0$ を満たすすべての実数 x をそれぞれ求めよ.

(3) 関数 $y = f(x)$ の区間 $-2\pi \leqq x \leqq 2\pi$ における増減, 極値, グラフの凹凸, 変曲点を調べ, 増減表を書き, グラフの概形を描け.

(4) 任意の実数 x について不等式 $|x| \geqq \sin|x|$ が成り立つことを証明せよ.

(東北大 2006) (m20060502)

0.21 x を実数とし，関数 $f(x)$ を $f(x) = e^{-\frac{1}{2}(x-2)^2}$ と定義する.

(1) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ および第 2 次導関数 $f''(x)$ を求めよ.

(2) $f'(x) = 0$ を満たすすべての実数 x および $f''(x) = 0$ を満たすすべての実数 x をそれぞれ求めよ.

(3) 関数 $y = f(x)$ の区間 $-5 \leqq x \leqq 5$ における増減，極値，グラフの凹凸，変曲点を調べ，増減表を書き，グラフの概略を描け.

(4) 関数 $g(x)$ を $g(x) = \dfrac{d}{dx} \displaystyle\int_{-x+2}^{x} (t-1)(t-3) f(t)\,dt$ により定義する．このとき，$g(2)$ を求めよ.

(東北大 2008)　　(m20080501)

0.22　x を実数とし，関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \sin(a\cos x)$$

と定義する．ただし，a は実数の定数である．$f(x)$ の導関数を $f'(x)$ とするとき，以下の問いに答えよ．

(1)　$a = 1$ のとき $f(x) = 0$ を満たすすべての実数 x を求めよ．

(2)　$a = 1$ のとき $f'(x) = 0$ を満たすすべての実数 x を求めよ．

(3)　$a = \pi$ のとき $y = f(x)$ の区間 $0 \leqq x \leqq 2\pi$ における増減,極値を調べ，増減表を書き，グラフの概形を描け．ただし，グラフには $y = 0$ となる点の x の値も記すこと．

(東北大 2009)　　(m20090502)

0.23　x を実数とし，　関数 $f(x)$ を

$$f(x) = e^{-x}\cos x$$

と定義する．このとき，以下の問いに答えよ．

(1)　関数 $f(x)$ の第 n 次導関数を $\dfrac{d^n f}{dx^n}$ とするとき，

$$\frac{d^n f}{dx^n} = \left(-\sqrt{2}\right)^n e^{-x}\cos\left(x - \frac{n\pi}{4}\right)$$

であることを数学的帰納法を用いて証明せよ．

(2)　関数 $y = f(x)$ の区間 $0 \leqq x \leqq 2\pi$ における増減，極値，グラフの凹凸，変曲点を調べ，増減表を書き，グラフの概略を描け．

(3)　曲線 $y = f(x)$ $\left(\text{区間 } 0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ と x 軸および y 軸で囲まれた図形を，x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積 V を求めよ．

(東北大 2011)　　(m20110502)

0.24　実変数 x, y の関数 $f(x, y) = x^3 - y^2$ について以下の問に答えよ．

(1)　(x, y) が実平面全体をうごくとき，$f(x, y)$ の臨界点 $\left(\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{\partial f}{\partial y} = 0 \text{ となる点}\right)$ をすべて求めよ．

(2)　各臨界点について，それが f の極値を与えるか調べよ．

(3)　点 (x, y) が円 $x^2 + y^2 = 1$ の上をうごくとき，関数 $f(x, y)$ の最大，最小とそのときの x, y の値を求めよ．

(東北大 2012)　　(m20120507)

0.25　$0 \leq t < 1$ とする．各 t について，次の関数の極大値をとる点と極小値をとる点を求めよ．極値を求める必要はないが，極大か極小であるかは明記すること．

$$f(x, y) = \left(x^2 + y^2 - 1\right)(x - t) \qquad \left((x, y) \in \mathbb{R}^2\right)$$

(東北大 2017)　　(m20170507)

0.26　関数 $f(x)$ を，以下のように定義する．次の問いに答えよ．

$$f(x) = e^{2x}(\cos^2 x - \sin^2 x) \quad (0 \leqq x \leqq \pi)$$

(1)　$f(x) = 0$ となる x を求めよ．

(2) 関数 $f(x)$ の極値を求めよ．また，この関数の増減表を示せ.

(3) k を実数とする．$f(x)=k$ の実数解の個数を求めよ.

(東北大 2018)　　(m20180502)

0.27 次の関数 $f(x,y)$ について，以下の問に答えよ．x, y の範囲はそれぞれ $0<x<\pi/2$, $0<y<\pi/2$ とする.

$$f(x,y)=\sin(x+y)+\cos(x-y)$$

(1) 次の偏導関数を求めよ.

$$\frac{\partial f}{\partial x},\ \frac{\partial f}{\partial y},\ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2},\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2},\ \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}$$

(2) 次式を満足する (x,y) の値をすべて求めよ.

$$\frac{\partial f}{\partial x}=\frac{\partial f}{\partial y}=0$$

(3) $f(x,y)$ の極値をすべて求めよ.

(東北大 2021)　　(m20210506)

0.28 $\mathbb{R}^2$ 上の関数 f を

$$f(x,y)=2x^2+2y^2+xy-2x+2y \qquad \big((x,y)\in\mathbb{R}^2\big)$$

と定める．以下の問いに答えよ.

(1) f の極値を求めよ.

(2) $\mathbb{R}^2$ の閉領域

$$E=\left\{\,(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;\middle|\; x^2+y^2\leq 1\right\}$$

における f の最大値と最小値を求めよ.

(東北大 2021)　　(m20210511)

0.29 $\mathbb{R}^2$ 上の関数 f を

$$f(x,y)=x^4-4x^3y-4xy^3+y^4 \qquad \big(\,(x,y)\in\mathbb{R}^2\,\big)$$

と定める．以下の問いに答えよ.

(1) 関数 f の x,y に関する偏導関数 $\dfrac{\partial f}{\partial x}$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ を求めよ.

(2) $\dfrac{\partial f}{\partial x}(a,\ b)=\dfrac{\partial f}{\partial y}(a,\ b)=0$ となる $\mathbb{R}^2$ の点 (a,b) をすべて求めよ.

(3) 設問 (2) で求めたすべての点について，その点で f が極小値をとるか，極大値をとるか，または極値をとらないか判定せよ.

(東北大 2022)　　(m20220510)

0.30 関数 $f(x)=e^{-\frac{1}{2}x^2}$ を考える.

(1) $f(x)$ の極値とそのときの x の値を求めなさい.

(2) $f(x)$ の変曲点を求めなさい.　　(3) $y=f(x)$ の概形を描きなさい.

(お茶の水女子大 2007)　　(m20070601)

0.31 関数 $f(x)$ を $x=a$ のまわりで定義された関数とし，その定義域を D とする．D のなかに a を含むある開区間 $I \subset D$ があり，$x \in I,\ x \neq a$ ならば $f(x) > f(a)$ となるとき f は $x=a$ で極小値をとるといい，同様に, $x \in I,\ x \neq a$ ならば $f(x) < f(a)$ となるとき f は $x=a$ で極大値をとるという．極小値をとるとき，または極大値をとるとき，　極値をとるという．

以下の各問いに答えよ．

(1) 関数 $f(x)$ の $x=a$ での微分係数の定義を述べよ．

(2) 関数 $f(x)$ は $x=a$ で極値をとるとする．f が $x=a$ で微分可能であるとき，$f'(a)=0$ となることを示せ．

(3) g は $(-\infty,\ \infty)$ で定義され C^2- 級関数であるとする．g が $x=0$ と $x=1$ で極値をとるとき，ある $0<c<1$ で $g''(c)=0$ となることを示せ．

(4) 上問 (3) において g が $x=0$ と $x=1$ で共に極大値をとるとき，$g''(x)=0$ となるような x は開区間 $(0,1)$ の中に少なくとも 2 つ存在することを示せ．

(お茶の水女子大 2014)　　(m20140601)

0.32 関数 $y(x)$ は, $x=1$ を含むある区間で定義された連続関数で, $x=1$ で極値をとり, $y^3+3xy^2+x^3y=1$ を満たすとする. このとき以下の問に答えよ.

(1) $y(1)$ を求めよ.

(2) $y(x)$ の $x=1$ のまわりでのテイラー展開を 2 次の項まで求めよ.

(3) $x=1$ における極値が, 極大, 極小のいずれかを答えよ.

(東京大 2005)　　(m20050702)

0.33 2 変数関数 $f(x,y)$ を次で定める．　$f(x,y)=x^3-3x(1+y^2)$

(1) $f(x,y)$ は極値をもたないことを示せ．

(2) 閉円板 $D=\{(x,y)\in \mathbf{R}^2 | x^2+y^2 \leq 1\}$ の上で $f(x,y)$ の最大値を求めよ．

(東京工業大 2004)　　(m20040801)

0.34 二変数 x,y の関数　　$z=xy(x^2+y^2-1)$　　の極値を求めよ．

(東京工業大 2005)　　(m20050801)

0.35 (x,y) 平面の領域 $\{x>0,\ y>0\}$ で定義された関数　$f(x,y)=x^{\log y}$　について次の問いに答えよ．

(1) f の二階までの偏導関数をすべて求めよ．　　(2) f は狭義の極値を持たないことを示せ．

(東京工業大 2007)　　(m20070801)

0.36 関数

$$f(x,y)=x^2+y^2-2xy+\log(x^2+y^2+2xy+1)$$

の極値を求めよ．

(東京工業大 2011)　　(m20110803)

0.37 関数 $f(x,y)=(x^2+y^2)e^{-x-y}$ の極値を求めよ．

(東京工業大 2012)　　(m20120801)

0.38 関数 $x^2+2xy+y^2-2x^4-2y^4$ の極値を求めよ．

(東京工業大 2013)　　(m20130803)

0.39　2 変数関数

$$f(x, y) = xye^{-\frac{1}{2}(x^2+y^2)}$$

の極値を全て求めよ.

(東京工業大 2014)　　(m20140801)

0.40　2 変数関数 $f(x, y) = \dfrac{xy}{x^4 + y^4 + 2}$ の極値を全て求めよ.

(東京工業大 2016)　　(m20160802)

0.41　a を負でない実数とするとき，関数 $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4axy$ の極値を求めよ．また，極値をとる時の x, y の値を求めよ.

(東京工業大 2017)　　(m20170803)

0.42　関数 $f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 6x^2 - 6y^2 + 9x$ の極値を求めよ.

(東京工業大 2019)　　(m20190803)

0.43　関数 $f(x, y) = x^3 - 3xy + y^3$ について以下の問に答えよ.

(1)　f_x , f_y を求めよ.

(2)　$f(x, y)$ の極値を求めよ.

(東京農工大 1996)　　(m19960903)

0.44　次の 2 変数関数の極値を求めなさい.　$f(x, y) = \dfrac{y^2}{2} + xy - 3y - \dfrac{x^3}{3} + x^2 - x$

(東京農工大 2007)　　(m20070902)

0.45　関数 $f(x, y) = 3x^2 + 2y^3 - 6xy - 3$ について，次の問に答えなさい.

(1)　$f(x, y)$ の極値を求めなさい.

(2)　$f(x, y) = 0$ の表す曲線 C 上の点 $(1, \sqrt{3})$ における C の接線の方程式を求めなさい.

(東京農工大 2008)　　(m20080902)

0.46　$x = e^t \sin t$, $y = e^t \cos t$　$\left(0 \leqq t \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ の表す xy 平面上の曲線を C とする．次の問いに答えなさい.

(1)　$0 < t < \dfrac{\pi}{2}$ のとき $\dfrac{dy}{dx}$ を求め，t の式で表しなさい.

(2)　$0 < t < \dfrac{\pi}{2}$ のとき $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を求め，t の式で表しなさい.

(3)　x の関数 $y = f(x)$ の極値を求めなさい．ただし，極小値か極大値か，そのときの x の値も書きなさい.

(4)　曲線 C の全長 L を求めなさい.

(東京農工大 2009)　　(m20090902)

0.47　2 変数関数 $f(x, y) = xy^2 - x^2y + 2$ について，$f(x, y) = 0$ で定まる陰関数 $y = \varphi(x)$ の極値を求めなさい．ただし，極小値か極大値か，そのときの x の値も書きなさい.

(東京農工大 2009)　　(m20090903)

0.48　次の 2 変数関数の極値とそのときの点 (x, y) を求めなさい. ただし極値が極大値であるか極小値であるかを明記すること.

$$f(x, y) = x^3 - x^2 + 2xy + x + y^2 + 1$$

(東京農工大 2010)　　(m20100902)

0.49 次の 2 変数関数の極値を求めなさい．

$$f(x,y)=x^3-xy^2-x^2+y^2$$

ただし，極小値であるか極大値であるかを明記し，そのときの点 (x,y) も書きなさい．

(東京農工大 2011)　　(m20110902)

0.50 関数 $f(x,y)=x^3+x^2+xy^2-x-2y^2$ の極値とそのときの点 (x,y) を求めなさい．
ただし，極値が極大値であるか極小値であるかを明記すること．

(東京農工大 2012)　　(m20120901)

0.51 関数 $f(x,y)=\dfrac{x^2}{2}+xy-3x-\dfrac{y^3}{3}+y^2-y-\dfrac{1}{3}$ の極値とそのときの点 (x,y) を求めなさい．ただし極値が極大値であるか極小値であるかを明記すること．

(東京農工大 2013)　　(m20130901)

0.52 2 変数関数 $f(x,y)=2x^3+3xy+3y^2$ について，次の問いに答えなさい．

(1) $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y)=\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y)=0$ を満たす点 (x,y) をすべて求めなさい．

(2) $z=f(x,y)$ の極値を求めなさい．

(東京農工大 2015)　　(m20150901)

0.53 2 変数関数 $f(x,y)=3x^2y+xy^3-5xy$ の極値をすべて求めなさい．ただし，求めたすべての極値について極大値であるか極小値であるかを明記し，さらに極大値もしくは極小値をとる点 (x,y) も書きなさい．

(東京農工大 2016)　　(m20160901)

0.54 2 変数関数 $f(x,y)=x^2y+xy^2+x^2-6xy-y^2-7x+5y$ について次の問いに答えなさい．

(1) $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y)=\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y)=0$ を満たす点 (x,y) をすべて求めなさい．

(2) $z=f(x,y)$ が極値をとる点 (a,b) で，$a>0$，$b>0$ となるものを求め，$f(a,b)$ の値を求めなさい．さらに $f(a,b)$ が極大値であるか極小値であるか判定しなさい．

(東京農工大 2017)　　(m20170901)

0.55 2 変数関数 $f(x,y)=x^2-2xy+2y^2+3x-4y$ について，次の問いに答えなさい．

(1) $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y)=\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y)=0$ を満たす点 (x,y) を求めなさい．

(2) $z=f(x,y)$ の極値を求めなさい．

(東京農工大 2018)　　(m20180901)

0.56 2 変数関数 $f(x,y)=2x^3-2xy-y^2-3x+y$ の極値を求めなさい．ただし，極値が極大値であるか極小値であるかを明記すること．

(東京農工大 2019)　　(m20190901)

0.57 2 変数関数 $f(x,y)=-x^3+6xy-8y^3$ について次の問いに答えなさい．

(1) $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y)=\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y)=0$ を満たす点 (x,y) をすべて求めなさい．

(2) $z=f(x,y)$ の極値を求めなさい．

(東京農工大 2020)　　(m20200901)

0.58　2 変数関数 $f(x,y)=2x^3+xy^2+9x^2+y^2-2$ について以下の問いに答えなさい.

(1)　$\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y)=\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y)=0$ を満たす点 (x,y) をすべて求めなさい.

(2)　$z=f(x,y)$ の極値を求めなさい.

(東京農工大 2022)　　(m20220901)

0.59　次の関数の極値を求めよ.

(1)　$f(x,y)=8x^3+y^3-12xy$

(2)　$f(x,y)=x^4(x-2)^2+y^2$

(電気通信大 1994)　　(m19941001)

0.60　次の関数の極値を求めよ.　$f(x,y)=(ax^2+by^2)e^{-x^2-y^2}$　$(a>b>0)$

(電気通信大 1998)　　(m19981001)

0.61　関数 $f(x,y)=x^2y+xy^2+y^3-y$ について，次の問いに答えよ.

(1)　1 階および 2 階の偏導関数 f_x，f_y，f_{xx}，f_{xy}，f_{yy} を求めよ.

(2)　連立方程式 $\begin{cases} f_x=0 \\ f_y=0 \end{cases}$ の解を求めよ.

(3)　$z=f(x,y)$ の極値を求めよ.

(電気通信大 2000)　　(m20001002)

0.62　生産・経営問題に関連した下記の関数

$$f(x)=\frac{ax^n}{2}+\frac{b}{x^n},\quad x\geq 0,\quad a,b\geq 0,\quad n=1,2,\cdots$$

について，以下の設問に答えよ.

(1)　関数 $f(x)$ を最小にする最適解 x^* を，極値条件を用いて求めよ.

(2)　相加平均と相乗平均の関係を用いて，最適解 x^* と $f(x^*)$ を求めよ.

(3)　以上の結果を用いて，関数の右辺第 1 項目，第 2 項目，および $f(x)$ の概形を描け.

(電気通信大 2001)　　(m20011002)

0.63　(1)　$xy-$平面内の曲線 $f(x,y)=x^3+3xy+4y^4-x-4=0$ 上の点 $(2,-1)$ におけるこの曲線の接線の方程式を求めよ.

(2)　点 (x,y) が条件 $y^2-x^2-1=0$ を満たしながら動くときの関数 $f(x,y)=y^3+2x$ の極値を求めよ.

(電気通信大 2005)　　(m20051003)

0.64　つぎで定義される関数 $f(x,y)$ について，以下の問いに答えよ.

$$f(x,y)=x^3+3axy+y^3\qquad (a\text{ は定数})$$

(1)　$a\neq 0$ のとき，$f(x,y)$ の極値を求めよ.

(2)　$a=-1$ のとき，方程式 $f(x,y)=0$ で与えられる陰関数 $y=\varphi(x)$ の極値を求めよ.

(電気通信大 2011)　　(m20111003)

0.65　次の関数 $f(x,y)$，$g(x,y)$ に対して，以下の問いに答えよ.

$$f(x,y)=xy(1-x-y)\ ,\qquad g(x,y)=3x^3+y^3+2x^2y$$

(1) 関数 $f(x,y)$ の極値を求めよ．

(2) 曲線 $g(x,y)=0$ 上の点 $(1,-1)$ における接線の方程式を求めよ．

(電気通信大 2014)　　(m20141003)

0.66 関数 $f(x,y)=(x^2+y^2)^2-(x^2-y^2)$ について，以下の問いに答えよ．

(1) 関数 $f(x,y)$ の極値を求めよ．

(2) $x=r\cos\theta$, $y=r\sin\theta$ とするとき，$f(x,y)=0$ を r, θ の式で表せ．

(3) 領域 $D=\{(x,y): f(x,y)\leqq 0,\ x\geqq 0,\ y\geqq 0\}$ の面積 S を求めよ．

(電気通信大 2015)　　(m20151003)

0.67 (1) $z=f(x,y)$ を C^2 級関数とし，$x=u^2-v^2$, $y=2uv$ であるとする．

(a) z_u を z_x, z_y, u, v を用いて表せ．

(b) z_{uu} を z_x, z_{xx}, z_{xy}, z_{yy}, u, v を用いて表せ．

(2) 関数 $f(x,y)=\sin x+\sin y+\cos(x+y)$ $\left(0<x<\dfrac{\pi}{2},\ 0<y<\dfrac{\pi}{2}\right)$ の極値を求めよ．

(電気通信大 2016)　　(m20161003)

0.68 関数 $f(x,y)=x^2+3xy-y^3+1$ について，以下の問いに答えよ．

(1) $f(x,y)$ の極値を求めよ．

(2) xyz 空間内の曲面 $z=f(x,y)$ の点 $(2,-1,0)$ における接平面の方程式を求めよ．

(3) xy 平面上の曲線 $f(x,y)=0$ が点 $(2,-1)$ の近くで定める陰関数を $y=\varphi(x)$ とする．$\varphi(x)$ を $x=2$ の近くで

$$\varphi(x)=a_0+a_1(x-2)+a_2(x-2)^2+\cdots$$

とテイラー展開したときの係数 a_0, a_1, a_2 をそれぞれ求めよ．

(電気通信大 2017)　　(m20171003)

0.69 関数 $f(x,y)=xye^{-x^2-y^2}$ について，以下の問いに答えよ．ただし，e は自然対数の底とする．

(1) $f(x,y)$ の偏導関数 $f_x(x,y)$, $f_y(x,y)$ をそれぞれ求めよ．

(2) 連立方程式 $f_x(a,b)=f_y(a,b)=0$ をみたす点 (a,b) をすべて求めよ．

(3) $f(x,y)$ の極値をすべて求めよ．

(電気通信大 2018)　　(m20181003)

0.70 領域 D : $-\dfrac{\pi}{3}<x<\dfrac{2}{3}\pi$, $-\dfrac{\pi}{3}<y<\dfrac{2}{3}\pi$ で定義される関数

$$f(x,y)=2\sin^2 x-2\sin x\sin y-\sin^2 y$$

に関する以下の問いに答えよ．

(1) $f(x,y)$ の偏導関数 $f_x(x,y)$ と $f_y(x,y)$ を求めよ．

(2) $f_x(a,b)=f_y(a,b)=0$ をみたす点 $(a,b)\in D$ をすべて求めよ．

(3) $f(x,y)$ の極値をすべて求めよ．

(電気通信大 2021)　　(m20211003)

0.71 $a > 0$ として，次の重積分に関して各問いに答えなさい.

$$I(a) = \iint_D e^{-(x+y)} dxdy$$

$$D = \{(x, y) \mid x \geq 0\,,\ y \geq 0\,,\ x + y \leq a\}$$

(1) 領域 D を図示しなさい.

(2) 重積分 $I(a)$ を求めなさい.

(3) $I(a)$ を a の関数と考え，定義域 $0 < a < +\infty$ に対して，極値，変曲点，極限を考慮して，そのグラフを書きなさい.

(千葉大 2009)　　(m20091203)

0.72 以下の設問 (1),(2) に答えなさい.

(1) $f(x, y) = \tan x + \tan y - \tan(x + y) \quad (0 \leq x < \pi\,,\ 0 \leq y < \pi)$ の極値を求めなさい.

(2) 半径 r の円に外接する三角形のうち，最小の面積をもつのはどのような場合か．また，その最小値はいくらか.

(筑波大 2003)　　(m20031311)

0.73 関数 $f(x, y) = xy(x + y - 1)$ について以下の設問に答えよ.

(1) $f(x, y)$ が極値を取る可能性のある点 (x, y) を求めよ.

(2) $f(x, y)$ の 2 次偏導関数 $f_{xx}\,,\ f_{xy}\,,\ f_{yx}\,,\ f_{yy}$ を求めよ.

(3) $f(x, y)$ の極値を求めよ.　　注 : 極値は極大値と極小値の総称

(筑波大 2005)　　(m20051305)

0.74 (1) $3x^2 + 4xy + 5y^2 = 1$ のとき，$f = x^2 + y^2$ の極値を求めよ.

(2) 上記 (1) の幾何学的意味を論ぜよ.

(筑波大 2007)　　(m20071302)

0.75 関数 $f(x) = x \cdot \ln x \quad (x > 0)$ について，以下の設問に答えよ.

(1) $f'(x)\,,\ f''(x)$ を求めよ.　　(2) 関数 $f(x)$ の極値と増減を求めよ.

(3) $x \to +0$ および $x \to +\infty$ における関数 $f(x)$ の極限値を求めよ.

(4) 関数 $f(x)$ のグラフの概形を示せ.

曲線 $y = x \cdot \ln x$ と x 軸と $x = a \quad (0 < a < 1)$ とで囲まれた部分の面積を $S(a)$ とおく.

(5) $S(a)$ を求めよ.　　(6) $S(a)$ の極限値 $\lim_{a \to +0} S(a)$ を求めよ.

参考 : グラフの描画には自然対数の底として $e = 2.72$ の値を用いなさい.

(筑波大 2007)　　(m20071314)

0.76 関数 $f(x, y) = x^3 + y^3 + 3xy + 1$ について以下の問に答えよ.

(1) $\left(\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2 - \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ を求めよ.　　(2) $f(x, y)$ の極値を求めよ.

(筑波大 2007)　　(m20071318)

0.77 制約 $x^2 + y^2 - 1 = 0$ の下で目的関数 $h(x, y) = xy - x$ の極値を求めることを考える.

(1) この制約を満たす点の軌跡，および目的関数の値を一定にする (x,y) の組み合わせの軌跡を描きなさい．

(2) 目的関数 $h(x,y)$ の極値を与える点を求めなさい．

(筑波大 2008)　　(m20081304)

0.78 $f(x,y)=x^3-3xy+y^3$ の極値を求めなさい．

(筑波大 2008)　　(m20081306)

0.79 $f(x,y,z)=x^{-1}+y^{-1}+z^{-1}+1$ で与えられる関数 $f(x,y,z)$ の極値とその座標 (x,y,z) を求めよ．ただし，$x>0,\ y>0,\ z>0$ であり，かつ，$x+4y+9z=6$ の付加条件があるものとする．

(筑波大 2008)　　(m20081320)

0.80 $-1<x<1$，$-1<y<1$ で定義された関数 $f(x,y)=\sin^{-1}(xy)$ の 1 次偏導関数 f_x，f_y と 2 次偏導関数 f_{xx}，f_{xy}，f_{yx}，f_{yy} を求め，この関数が極値をもたないことを証明しなさい．

(筑波大 2009)　　(m20091317)

0.81 次の関数の極値を求めよ．

$$f(x,y)=2x^2+xy+y^2-2x+3y-1$$

(筑波大 2012)　　(m20121305)

0.82 $f(x,y)=x^2+xy+y^2+\dfrac{3(x+y)}{xy}$ の極値を求めよ．（ただし，$x\neq 0,\ y\neq 0.$）

(筑波大 2012)　　(m20121318)

0.83 関数 $f(x,y)=e^{-x^2-y^2}$ について以下の問いに答えよ．

(1) 関数 $f(x,y)$ の極値を求めよ．極値の極大，極小についても調べよ．

(2) 次の積分領域 D_a における関数 $f(x,y)$ の 2 重積分 $\displaystyle\iint_{D_a} f(x,y)dxdy$ を求めよ．ただし，$a>0$ とする．

$$D_a=\left\{(x,y)\,\middle|\,x^2+y^2\leq a^2,\ x\geq 0,\ y\geq 0\right\}$$

(3) 次の積分領域 E_a における関数 $f(x,y)$ の 2 重積分 $\displaystyle\iint_{E_a} f(x,y)dxdy$ の $a\to\infty$ における極限値を求めたい．その導出過程を (2) の結果等と図を用いて説明し，極限値を示せ．

$$E_a=\left\{(x,y)\,\middle|\,0\leq x\leq a,\ o\leq y\leq a\right\}$$

(4) (3) の結果を用いて次の積分値を求めよ．

$$\int_0^\infty e^{-x^2}dx$$

(筑波大 2013)　　(m20131306)

0.84 $F(x,y)=x^3-3xy+2y^2-4y=0$ を満たす関数 $y=f(x)$ について，以下の問いに答えなさい．

(1) $y=f(x)$ の 1 次導関数 $f'(x)$ を求めなさい．

(2) (1) の結果を用いて，$y=f(x)$ の極値を求めなさい．

(筑波大 2013)　　(m20131320)

0.85 デカルトの葉形と呼ばれる平面曲線 $C: x^3-3xy+y^3=0$ について，次の問いに答えよ．

(1) C の特異点をすべて求めよ.

(2) C 上の点 (x,y) に関する xy の極値をすべて求めよ.

(3) $x = r\cos\theta,\ y = r\sin\theta$ とおき, C の極方程式を求めよ.

(4) C は第 1 象限で, ある図形を囲むがその図形の面積 S を求めよ.
(ヒント：極方程式を用いて, $t = \tan\theta$ とおけ)

(筑波大 2015) (m20151303)

0.86 $f(x,y) = xye^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$ とする.

(1) $f(x,y)$ の停留点をすべて求めよ.

(2) (1) で求めた停留点のうち, x 座標および y 座標がともに正の点を (a,b) とする. $f(x,y)$ が $(x,y) = (a,b)$ で極値をとるかどうか判定せよ. 極値をとる場合は極大と極小のどちらであるか, 根拠とともに述べよ.

(3) x, y が $xy = 4$ かつ $x > 0$ を満たすとき, $f(x,y)$ の最大値を求めよ.

(筑波大 2019) (m20191305)

0.87 α を実数の定数とし, n を 2 以上の整数とする.

$$f(x,y) = (y-x)^n + x^2 + \alpha y^2$$

に関する以下の問いに答えよ.

(1) $f(x,y)$ の 1 次および 2 次の偏導関数をすべて求めよ.

(2) $f(x,y)$ が $(x,y) = (0,0)$ において極値を取るかどうか判定せよ.

(筑波大 2019) (m20191316)

0.88 $D = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, -\pi < x < \pi \ \text{かつ}\ 0 < y < \pi \right\}$ とする.

関数 $f(x,y) = \sin x - \sin y + \sin(x+y)$ の D における極値をすべて求めよ.

(筑波大 2020) (m20201315)

0.89 (1) $z = f(x,y)$ は xy 平面上で定義された C^2 級関数とする. 変数 $u,\ v$ に対して, $x = u+v,\ y = uv$ のとき, 以下の等式を示せ.

$$\frac{\partial^2 z}{\partial u^2} - 2\frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} + \frac{\partial^2 z}{\partial v^2} = (x^2 - 4y)\ \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - 2\ \frac{\partial z}{\partial y}$$

(2) 関数 $g(x,\ y) = x^4 + y^4 - 2xy^2$ の xy 平面における極値をすべて求めよ.

(筑波大 2021) (m20211303)

0.90 関数 $F(x,y) = xy - x^3 + y^2$ について, 以下の問に答えよ.

(1) $F(x,y) = 0$ を満たす陰関数 $y = f(x)$ の極値となる点 $(x, f(x))$ をすべて求めよ. また, その点が極大値か極小値かについても理由とともに説明せよ.

(2) 原点において $F(x,y) = 0$ を近似する直線をすべて求めよ.

(筑波大 2021) (m20211311)

0.91 $\mathbb{R}^2$ で定義された関数 $f(x,y) = (2x^2 + y^2)e^{-x^2-y^2}$ を考える.

(a) 点 $(1,-1)$ において, $f(x,y)$ の変化率（方向微分）が最大となる方向, およびその最大値を求めよ.

(b) $f(x,y)$ の極値を求めよ.

(c) $x^2+y^2 \geq 1$ において，不等式 $0 < f(x,y) \leq \dfrac{2}{e}$ が成り立つことを示せ.

(d) $\mathbb{R}^2$ における $f(x,y)$ の最大値，最小値を求めよ.

(筑波大 2021)　　(m20211316)

0.92　関係式 $F(x,y)=x^2-2xy+9y^2-8=0$ をみたす関数 $y=f(x)$ について，以下の問いに答えよ.

(a) 停留点（$f'(x)=0$ となる点）をすべて求めよ.

(b) (a) で求めた各点において $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を求めよ.

(c) (a), (b) の結果を用いて極値をすべて求めよ.

(筑波大 2022)　　(m20221302)

0.93　2 つの 2 変数関数

$$F(x,y)=x^2+2xy-y^2$$
$$G(x,y)=\log\sqrt{x^2+y^2}-\arctan\frac{y}{x}$$

について，以下の各問に答えよ．ただし，$y=\arctan x$ は $y=\tan x$ $\left(-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}\right)$ の逆関数である．また，$\dfrac{d}{dx}\arctan x=\dfrac{1}{1+x^2}$ である.

(1) $G(x,y)$ の x,y に関する偏導関数 $G_x(x,y)$, $G_y(x,y)$ をそれぞれ求めよ.

(2) ラグランジュの未定乗数法を用いて，$F(x,y)$ が条件 $G(x,y)=0$ のもとで極値をとる点の候補を求めよ.

(3) $G(x,y)=0$ の陰関数 $y=g(x)$ について，その 1 次導関数 $g'(x)$ を x および $g(x)$ で表せ，また，2 次導関数 $g''(x)$ を $x, g(x)$ および $g'(x)$ で表せ.

(4) (3) を用いて，条件 $G(x,y)=0$ のもとでの $F(x,y)$ の極小値を求めよ.

(筑波大 2022)　　(m20221308)

0.94　$a,b,c>0$ とする.

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2+\left(\frac{y}{b}\right)^2+\left(\frac{z}{c}\right)^2=1$$

をみたす (x,y,z) の組で

$$w=x+y+z$$

が極値をとる (x,y,z) を求めよ.

(埼玉大 1999)　　(m19991402)

0.95　$f(x,y)=x^2-x\sin y-\cos^2 y$ とする.

(1) 偏導関数 f_x, f_y, f_{xx}, f_{xy}, f_{yx}, f_{yy} を求めよ.

(2) $f_x(x,y)=f_y(x,y)=0$ を満たす点 (x,y) をすべて求めよ.

(3) f の極値を求めよ.

(埼玉大 2006)　　(m20061409)

0.96　関数 $f(x,y)=xe^{-x^2-y^2}$ について次の問いに答えよ.

(1) 偏導関数 $f_x(x,y)$, $f_y(x,y)$ を計算し，$f_x(x,y)=f_y(x,y)=0$ となる (x,y) をすべて求めよ.

(2) $f(x,y)$ の極値を求めよ.

(埼玉大 2008)　　(m20081408)

0.97 a, b を正の定数とし，$f(x,y) = a(x^2+y^2) - b(x-y)^4$ とする．次の問いに答えよ．

(1) 偏導関数 $f_x(x,y)$，$f_y(x,y)$ を計算し，$f_x(x,y) = f_y(x,y) = 0$ となる点を求めよ．

(2) $f(x,y)$ の極値とそれを与える点を求めよ．

(埼玉大 2013)　　(m20131411)

0.98 k を 2 以上の自然数とし，$\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0,\ y \in \mathbb{R}\right\}$ 上で定義された関数 $f(x,y) = x^x + xy^k$ を考える．

(1) $f_x = f_y = 0$ を満たす点を求めよ．

(2) $k = 2$ のとき，(1) で求めた点で関数 f は極値をとるかどうかを判定せよ．

(3) $k = 3$ のとき，(1) で求めた点で関数 f は極値をとるかどうかを判定せよ．

(埼玉大 2014)　　(m20141407)

0.99 a, b, c を定数として，3 次関数

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

を考える．このとき以下の問に答えよ．

(1) 関数 $y = f(x)$ のグラフにおいて，点 $(\alpha, f(\alpha))$ における接線と法線の方程式を求めよ．

(2) どのような場合に，関数 $y = f(x)$ が $x = \alpha$ で極値をとるといわれるのかを説明せよ．

(3) 関数 $y = f(x)$ が x のいかなる値でも極値をとらない条件を a, b, c を用いて示せ．

(茨城大 2002)　　(m20021701)

0.100 $x > 0,\ y > 0$ とする．$a > 0,\ 0 < b < 1$ のとき，以下の各問に答えよ．

(1) 変数変換 $u = xy,\ v = \log \dfrac{y}{x}$ のヤコビ行列式 $\begin{vmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial u} & \dfrac{\partial x}{\partial v} \\ \dfrac{\partial y}{\partial u} & \dfrac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix}$ を求めよ．log は自然対数である．

(2) 直線 $y = ax,\ y = (a^2+1)x$，および曲線 $xy = b,\ xy = b^2$ で囲まれた領域 $D_{a,b}$ を xy–座標平面に図示せよ．

(3) 重積分 $\displaystyle\iint_{D_{a,b}} dxdy$ に (1) の変数変換を用いて，領域 $D_{a,b}$ の面積 $S(a,b)$ を求めよ．

(4) $\dfrac{\partial S}{\partial a} = \dfrac{\partial S}{\partial b} = 0$ となる点 (a,b) を求めよ．その点で $S(a,b)$ が極値をとるかどうか判定せよ．

(茨城大 2008)　　(m20081702)

0.101 2 変数関数 $z = f(x,y) = x^2 + 3xy + y^2$ について, 以下の各問に答えよ.

(1) 曲面 $z = f(x,y)$ 上の点 $(1,2,11)$ における接平面の方程式を求めよ．

(2) $a,\ b$ を定数とする. 極限 $\displaystyle\lim_{t\to 0} \frac{f(1+at\,,\ 2+bt) - f(1,2)}{t}$ を求めよ．

(3) 「$f(0,0)$ は極大値である」,「$f(0,0)$ は極小値である」,「$f(0,0)$ は極値ではない」の 3 つの記述の中から正しいものを 1 つ選び, 理由を付けて答えよ.

(茨城大 2010)　　(m20101701)

0.102 2 変数関数 $f(x,y) = x^3 + xy + \dfrac{1}{2}y^2$ の極値を求めよ．

(茨城大 2014)　　(m20141701)

0.103 a を $0 \leq a$ を満たす定数とし，

$$f(x,y) = x^2 + y^2 - 2axy$$

と定める．以下の各問に答えよ．

(1) 関数 $f(x,y)$ の極値を求めよ．

(2) 次の重積分の値が 0 になるように a を定めよ．

$$\iint_D f(x,y)dxdy\ , \qquad \text{ただし，}\ D = \left\{(x,y)\ \middle|\ x^2+y^2 \leq 1,\ x \geq 0,\ y \geq 0\right\}.$$

(茨城大 2015) (m20151708)

0.104 実 2 変数関数 $f(x,y) = x^3 - 3x - 3y^2$ に対して，xyz 空間内の曲面 S を

$$S = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3\ \mid\ z = f(x,y)\right\}$$

とする．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) $f(x,y)$ の極値を求めよ．

(2) k を正の定数とする．曲面 S 上の点 $(k,k,f(k,k))$ における接平面が原点 $(0,0,0)$ を通るように定数 k の値を定めよ．

(茨城大 2017) (m20171702)

0.105 実 2 変数関数 $f(x,y) = x^3 + 3y^2 - 3x - 6y + 2$ を考える．以下の各問に答えよ．

(1) 関数 $f(x,y)$ の極値を求めよ．

(2) $z = f(x,y)$ で表される曲面の点 $(1,2,f(1,2))$ における接平面の方程式を求めよ．

(茨城大 2019) (m20191703)

0.106 $G(x,y) = x^2 + y^2 - xy - 1 = 0$ で定義される陰関数 $y = g(x)$ の極値を調べよ．

(茨城大 2020) (m20201702)

0.107 関数 $f(x,y) = x^3 - 3xy + y^3$ の極値を求めよ．

（山梨大 2003） (m20031802)

0.108 関数 $f(x,y) = x^3 - 6xy + 3y^2 + 3$ の極値を求めなさい．

(山梨大 2011) (m20111806)

0.109 方程式 $z = f(x,y) = x^2 + g(y) - 1$ で表される曲面 S について次の設問に答えよ．

但し，$g(y)$ はすべての y において微分可能な関数である:

(1) 点 $(1,s,f(1,s))$ における曲面 S の接平面 S' の方程式を求めよ．

(2) 接平面 S' の z 軸切片が $z = -3s^4 + 2s^2 - 1$ であるとき，$g(y)$ を求めよ．

(3) $z = f(x,y)$ は $(x,y) = (0,0)$ に停留点を持つとする． このとき，(2) で求めた $g(y)$ を用いて，$z = f(x,y)$ が極大または極小となる (x,y) およびそのときの極値を全て求めよ．

(山梨大 2016) (m20161805)

0.110 次の関数の極値を求めよ． $f(x,y) = x^2 - xy + y^2 - 4x - y$

(信州大 1999） (m19991902)

0.111 領域 $D = \left\{ (x,y) \;\middle|\; 0 < x < \dfrac{5}{6}\pi\ ,\ 0 < y < \dfrac{5}{6}\pi \right\}$ で定義された
2 変数関数 $f(x,y) = \sin x + \sin y + \cos(x+y)$ について，次の問いに答えよ．

(1) 関数 $f(x,y)$ の偏導関数 $f_x(x,y)$ および $f_y(x,y)$ を求めよ． また，第 2 次偏導関数 $f_{xx}(x,y)$ ，$f_{xy}(x,y)$ および $f_{yy}(x,y)$ を求めよ．

(2) $f_x(x,y) = 0$ かつ $f_y(x,y) = 0$ を満たす領域 D 内の点 (x,y) をすべて求めよ．

(3) 関数 $f(x,y)$ の領域 D における極値を求めよ．

(信州大 2013) (m20131901)

0.112 xy 平面上で定義された関数 $f(x,y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$ について，次の問いに答えよ．

(1) 偏導関数 $f_x(x,y)$，$f_y(x,y)$ を求めよ．また，第 2 次偏導関数 $f_{xx}(x,y)$，$f_{xy}(x,y)$，$f_{yy}(x,y)$ を求めよ．

(2) $f_x(x,y) = f_y(x,y) = 0$ を満たす点 (x,y) をすべて求めよ．

(3) 関数 $f(x,y)$ の極値を求めよ．

(信州大 2014) (m20141901)

0.113 2 変数関数 $f(x,y) = -\sin^3 x + 2\sin x \cos^2 y$ について，次の問いに答えよ．

(1) $D = \{(x,y) \mid 0 < x < \pi,\ 0 < y < \pi\}$ における $f(x,y)$ の極値を求めよ．

(2) $E = \{(x,y) \mid 0 \leqq x \leqq \pi,\ 0 \leqq y \leqq \pi\}$ における $f(x,y)$ の最大値，最小値を求めよ．

(信州大 2018) (m20181901)

0.114 $a,\ b$ は定数で $a < b$ とする．$a < p < q < b$ を満たす $p,\ q$ に対して，

$$I(p,q) = \int_p^q \frac{dx}{\sqrt{(b-x)(x-a)}}$$

とおく．このとき，次の問いに答えよ．

(1) $t = \sqrt{\dfrac{x-a}{b-x}}$ $(p \leqq x \leqq q)$ とおいて，置換積分法により $I(p,q)$ を求めよ．

(2) 極値 $I = \displaystyle\lim_{p \to a+0} \left\{ \lim_{q \to b-0} I(p,q) \right\}$ を求めよ．

(信州大 2018) (m20181902)

0.115 2 変数実数値関数 $f(x,y) = x^3 - 6xy + y^3$ の極値を求めよ．

(新潟大 2003) (m20032002)

0.116 次の問に答えよ．

(1) 2 変数実数値関数 $f(x,y) = x^3 - 6xy + y^3$ の極値を求めよ．

(2) $D = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 \leqq 4\}$ とするとき，2 重積分 $\displaystyle\iint_D x^2 y^2\, dxdy$ の値を求めよ．

(新潟大 2003) (m20032003)

0.117 $0 < x$ において定義された関数 $f(x) = -\dfrac{1}{x} + \dfrac{C}{x^n}$ が $x = p$ $(0 < p)$ において極値をとるとき，以下の問いに答えよ．ただし，C は正の実数，n は 2 以上の整数である．

(1) $\displaystyle\lim_{x \to \infty} f(x)$ を求めよ．

(2) $\displaystyle\lim_{x \to +0} f(x)$ を求めよ．

(3) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ．

(4) C の値を，p および n を用いて表せ．

(5) この関数の極値を，p および n を用いて表せ．　(6) この関数の概形をグラフで示せ．

(新潟大 2006)　(m20062014)

0.118 関数 $f(x) = x^2 e^{-2x}$ について，次の問いに答えよ．

(1) 関数 $f(x)$ の極値および変曲点の x 座標を求めよ．

(2) 曲線 $y = f(x)$ の概形を描け．

(3) 広義積分

$$\int_0^\infty f(x)dx$$

を求めよ．

(新潟大 2013)　(m20132003)

0.119 $k \neq 0$ とするとき，2 変数関数 $f(x, y) = x^3 - 3kxy + y^3$ の極値を求めよ．

(新潟大 2015)　(m20152020)

0.120 2 変数関数 $f(x, y) = x^2 + 2xy + y^4 - \dfrac{2}{3}y^3 + 1$ について，次の各問いに答えよ．

(1) 曲面 $z = f(x, y)$ の点 $\left(1,\ 1,\ \dfrac{13}{3}\right)$ における接平面の方程式を求めよ．

(2) 関数 $f(x, y)$ の極値を求めよ．

(3) 平面 $z = 2x + 2y + b$ が曲面 $z = f(x, y)$ のある点における接平面となるような b の値をすべて求めよ．

(新潟大 2017)　(m20172021)

0.121 x, y を実数とし，2 変数関数 $f(x, y)$ を累次積分

$$f(x, y) = \int_y^{y+1} \int_x^{x+1} (3u^2 + 3v^2)\, dudv$$

で定義する．下に問いに答えなさい．

(1) $f(x, y)$ を求め，x, y で表しなさい．

(2) $f(x, y)$ の x, y についての偏導関数 f_x，f_y および第 2 次偏導関数 f_{xx}，f_{xy}，f_{yy} を求めなさい．

(3) $f(x, y)$ の極値を求めなさい．

(長岡技科大 2019)　(m20192103)

0.122 $\boldsymbol{R}^2$ 上の関数 $f(x, y) = x^3 - 3xy + y^3$ の極値を求めよ．

(金沢大 2008)　(m20082206)

0.123 $\boldsymbol{R}^2$ 上の関数 $f(x, y) = xy(x^2 + y^2 - 1)$ の極値を求めよ．

(金沢大 2009)　(m20092207)

0.124 $\boldsymbol{R}^2$ 上の関数 $f(x, y) = xye^{-(x^2+2y^2)}$ の極値と，それを与える点を求めよ．

(金沢大 2012)　(m20122208)

0.125 xy平面上の関数

$$f(x, y) = x^3y^2 - y^3 - x^4$$

について，次の問いに答えよ．

(1) 偏導関数 f_x，f_y の値が共に 0 となる点をすべて求めよ．

(2) (1) で求めた点での $f_{xx}f_{yy}-(f_{xy})^2$ の値を求めよ.

(3) f は極値をとらないことを示せ.

(金沢大 2014) (m20142207)

0.126 $x>0$ の範囲で考えて, $f(x)=x^2\log x$ と置く. 次の小問に答えよ.

(1) $f(x)$ のグラフの概形をかけ, また $f(x)$ の極値を求めよ.

(2) すべての自然数 n に対して $f(x)$ の n 次導関数を求めよ

(金沢大 2016) (m20162218)

0.127 関数 $f(x,y)=(x+y)e^{-(x^2+y^2)}$ について, 次の問いに答えよ.

(1) 曲面 $z=f(x,y)$ 上で点 $(1,0,f(1,0))$ における接平面の方程式を $z=ax+by+c$ と表すとき, 定数 a,b,c を求めよ.

(2) $f(x,y)$ の極値を調べよ.

(3) 次の広義重積分の値を求めよ. 必要ならば, $\displaystyle\int_0^\infty e^{-t^2}dt=\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ であることを利用してよい.

$$\iint_D f(x,y)dxdy,\quad D=\{(x,y)\,|\,x\geqq 0,\ y\geqq 0\}$$

(金沢大 2018) (m20182208)

0.128 (1) $A(0,\sqrt{3})$, $B(-1,0)$, $C(1,0)$ を座標平面上の 3 点とする. 線分 AB, BC, CA 上にそれぞれ点 P, Q, R を, 三角形 PQR における $\angle Q$ が直角になるようにとる. ただし, P, Q, R は A, B, C のいずれとも異なるとする. $Q(t,0)$, $\angle CQR=\theta$ とおくとき, 直角三角形 PQR の面積 S を t と θ を用いて表せ.

(2) (1) で求めた S を, 集合

$$D=\left\{(t,\ \theta)\in \boldsymbol{R}^2\ \middle|\, -1<t<1,\ 0<\theta<\frac{\pi}{2}\right\}$$

を定義域とする関数と考える. このとき, $\dfrac{\partial S}{\partial t}=\dfrac{\partial S}{\partial\theta}=0$ を満たす $(t,\ \theta)$ を求めよ.

(3) (2) で求めた $(t,\ \theta)$ において, 関数 S が極値をとるかどうか調べよ.

(金沢大 2019) (m20192207)

0.129 $\boldsymbol{R}^2$ 上の関数

$$f(x,y)=(x^2-y^2)e^{2x}$$

について, 次の問いに答えよ.

(1) $f(x,y)$ のすべての極値を求めよ.

(2) $\boldsymbol{R}^2$ の 4 点 $(2,0)$, $(0,2)$, $(-2,0)$, $(0,-2)$ を頂点とする正方形の周および内部を D とする. このとき, 重積分

$$\iint_D f(x,y)dxdy$$

の値を求めよ.

(金沢大 2020) (m20202204)

0.130 $x\in\boldsymbol{R}$ に対して,

$$f(x)=x\Big(\log\Big(x^2+\frac{1}{2}\Big)-2\Big)+\sqrt{2}\tan^{-1}\big(\sqrt{2}x\big)$$

とおく. 以下の問いに答えよ.

(1) 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x\log(x)}$ を求めよ.

(2) f の導関数を求めよ.

(3) f の極値を求めよ.

(金沢大 2020)　　(m20202207)

0.131 $\boldsymbol{R}^2$ 上の関数

$$f(x,y)=x^2+y^2+\sqrt{3}x-3y$$

について，次の問いに答えよ.

(1) f のすべての極値を求めよ.

(2) 閉領域 $D=\left\{(x,y)\in\boldsymbol{R}^2 \;\middle|\; x^2+y^2\leqq 9,\ y\geqq 0\right\}$ における f の最大値と最小値を求めよ.

(3) (2) の D に対して，重積分

$$\iint_D f(x,y)dxdy$$

を求めよ.

(金沢大 2021)　　(m20212209)

0.132 $x^2+y^2=1$ の条件の下で, 関数 $f(x,y)=x^3+y^3$ の極値をラグランジュの乗数法を用いて求めよ.

（富山大 2004）　　(m20042303)

0.133 関数 $y=\dfrac{bx+1}{x^2+ax}$ が 2 つの極値 -1 および -4 を持つように a,b の値を定めなさい.

(福井大 2000)　　(m20002402)

0.134 以下の関数の増減，凹凸，極値を調べ，このグラフの概形を描け．また，このグラフに変曲点があればそれも調べよ.

$$f(x)=\frac{x}{x^2-1}$$

(福井大 2001)　　(m20012404)

0.135 下記の関数 $y=f(x)$ について，極値を求めよ.

$$f(x)=\frac{ax}{x^2+a^2}\qquad\text{（ただし，}a\text{ は正の定数）}$$

(福井大 2003)　　(m20032407)

0.136 $y=\dfrac{1}{5}x^5-x^4+x^3+2$ のグラフの概形を, xy 直交座標平面上に図示しなさい. また, 極値を求めなさい.

（福井大 2004）　　(m20042404)

0.137 $f(x,y)=xy+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$ の極値を求めよ.

(福井大 2012)　　(m20122408)

0.138 $f(x,y)=x^2+2xy+3y^2$ の極値を調べよ.

(福井大 2013)　　(m20132409)

0.139 2 変数関数 $f(x,y)=x^4-4xy+2y^2$ について，以下の問いに答えよ.

(1) 関数 $f(x,y)$ の 1 階の偏導関数

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x,y) = f_x(x,y), \qquad \frac{\partial}{\partial y} f(x,y) = f_y(x,y)$$

ならびに 2 階の偏導関数

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x,y) = f_{xx}(x,y), \qquad \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} f(x,y) = f_{xy}(x,y), \qquad \frac{\partial^2}{\partial y^2} f(x,y) = f_{yy}(x,y)$$

を，すべて求めよ．

(2) 関数 $f(x,y)$ について，$z = f(x,y)$ は，xyz 空間において曲面を表す．
この曲面上の点 $\big(x_0,\ y_0,\ f(x_0,y_0)\big)$ における接平面の方程式は

$$z - f(x_0,y_0) = \big(f_x(x_0,y_0),\ f_y(x_0,y_0)\big) \bullet (x - x_0,\ y - y_0)$$

によって与えられる．ただし，上式の $\bullet$ は 2 次元ベクトルの内積を表している．このとき，点 $\big(1,\ 2,\ f(1,2)\big)$ における接平面の方程式を $ax + by + cz = d$ の形式で求めよ．すなわち，上式が点 $\big(1,\ 2,\ f(1,2)\big)$ での曲面 $z = f(x,y)$ の接平面の方程式となるような a, b, c, d を求めよ．

(3) 関数 $f(x,y)$ の偏導関数 $f_x(x,y)$，$f_y(x,y)$ について，

$$\begin{cases} f_x(x,y) = 0 \\ f_y(x,y) = 0 \end{cases}$$

を満たす (x,y) の組を，$f(x,y)$ の極値の候補と呼ぶ．関数 $f(x,y)$ の極値の候補をすべて求めよ．

(4) 2 次の偏導関数を用いて，関数 $\phi(x,y)$ を

$$\phi(x,y) = \big\{f_{xy}(x,y)\big\}^2 - f_{xx}(x,y) f_{yy}(x,y)$$

と定義すると，極値の候補である (x_1,y_1) に対して，

- $\phi(x_1,y_1) < 0$ かつ　$f_{xx}(x_1,y_1) > 0$ ならば (x_1,y_1) は極小
- $\phi(x_1,y_1) < 0$ かつ　$f_{xx}(x_1,y_1) < 0$ ならば (x_1,y_1) は極大
- $\phi(x_1,y_1) > 0$ ならば (x_1,y_1) は極値ではない

といえる．上の (3) で求めた極値の候補について，それぞれ極小であるか，極大であるか，あるいは極値ではないか，調べよ．

(福井大 2016)　(m20162418)

0.140　2 変数関数 $f(x,y) = x^2 - 4x + y^4 - 8y^2$ の極値を求めよ．

(静岡大 2004)　(m20042504)

0.141　(1) 関数 $f(x) = x \sin^{-1} x + \sqrt{1-x^2}$ を微分せよ．

(2) 2 変数関数 $f(x,y) = \dfrac{x}{x^2+y^2}$ に対して，$\dfrac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2}$ を計算せよ．

(3) 2 変数関数 $f(x,y) = e^x(x^2+y^2)$ の極値を求めよ．

(静岡大 2005)　(m20052501)

0.142　2 変数関数 $f(x,y) = x^4 - 2xy - x^2 + y^2$ の極値を求めよ．

(静岡大 2007)　(m20072502)

0.143　(1) 関数 $f(x) = \sin x \cos x$ の原点を中心とするテイラー級数を求めよ．

(2) 複素数 $\left(\dfrac{\sqrt{3}+i}{1+i}\right)^{14}$ を $x + iy$ の形に改めよ．（i は虚数単位）

(3) 2 変数関数 $f(x,y)=x^4+y^4-(x-y)^2$ の極値を求めよ．

(静岡大 2008)　(m20082501)

0.144 $(0,2\pi)$ において，$f(x)=x+\sqrt{2}\cos x$ の極値を求めよ．なお，極大値・極小値の区別も明記すること．

(静岡大 2008)　(m20082507)

0.145 (1) 関数 $f(x)=\dfrac{x}{3-x}$ の n 次導関数を求めよ．

(2) 2 変数関数 $f(x,y)=x^2+2y^2+6x+4y+2xy+14$ の極値を求めよ．

(静岡大 2009)　(m20092503)

0.146 $a\neq 0$ とするとき, 2 変数関数 $f(x,y)=xy(a-x-y)$ の極値を求めよ．

(静岡大 2010)　(m20102501)

0.147 2 変数関数 $f(x,y)=x^3+3(y^2-2y)x$ の極値を求めよ．

(静岡大 2011)　(m20112506)

0.148 2 変数関数 $f(x,y)=4xy-2y^2-x^4$ が極値をとる点 (x,y) をすべて求めなさい．

(静岡大 2013)　(m20132508)

0.149 以下に示す関数について次の各問に答えよ．

$$f(x)=\cos x+x\sin x$$

(1) 関数 $f(x)$ を微分せよ．

(2) $[-2\pi\,,\,2\pi]$ の区間における関数 $f(x)$ の極値を求め，増減表を作成せよ．また，この関数の概形を描け．

(3) $[-2\pi\,,\,0]$ および $[0\,,\,2\pi]$ の区間における関数 $f(x)$ のそれぞれの最小点を結ぶ，直線の式 $g(x)$ を求めよ．そして，この直線 $g(x)$ と関数 $f(x)$ で囲まれる領域の面積を求めよ．

(豊橋技科大 2001)　(m20012706)

0.150 以下に示す関数について次の問いに答えよ．　$f(x)=xe^{-x}$

(1) 関数 $f(x)$ を微分せよ．

(2) 関数 $f(x)$ の極値および変曲点を求め，増減表を作成せよ．また，$y=f(x)$ の概形を描け．

(3) 関数 $f(x)$ の表す曲線と x 軸と $x=q\ (q>0)$ の直線とで囲まれる図形の面積を $S(q)$ とする．このとき，極限 $\displaystyle\lim_{q\to\infty}S(q)$ を求めよ．

(豊橋技科大 2006)　(m20062706)

0.151 次の関数 $f(t)$ と $g(t)$ について，以下の問いに答えよ．ここで，e は自然対数の底である．

$$f(t)=5e^{-t}\ ,\qquad g(t)=t^2+t+1$$

(1) $\dfrac{df}{dt}$, $\dfrac{dg}{dt}$ をそれぞれ求めよ．

(2) t を媒介変数とする媒介変数方程式

$$\begin{cases} x=f(t) \\ y=g(t) \end{cases}$$

に対し，以下の問いに答えよ．

ア. $\dfrac{dy}{dx}$ を t の関数で表せ.

イ. $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を t の関数で表せ.

(3) $z(t)=f(t)g(t)$ とし，以下の問いに答えよ．なお，答えは e を含んだままでもよい．

ア．$z(t)$ に関して，すべての極値を求めよ．また，そのときの t も示せ．

イ．$\displaystyle\int_0^1 z(t)dt$ を求めよ．

(豊橋技科大 2016)　　(m20162701)

0.152 次に示す関数 $f(x)$ について，以下の設問に答えよ．

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3-4x+10$$

(1) 関数 $f(x)$ の極値をすべて求めよ．

(2) 曲線 $y=f(x)$ 上の点 $(3,7)$ における接線 $y=g(x)$ と曲線 $y=f(x)$ が囲む領域のうち，領域 $\big\{(x,y)\ \big|\ x\geq 0,\ y\geq 0\big\}$ に含まれる部分の面積を求めよ．

(豊橋技科大 2021)　　(m20212704)

0.153 次の関数のすべての極値を求め，グラフの概形をかけ．

(1) $y=-\cos 2x+2\cos x \qquad (0\leq x\leq 2\pi)$

(2) $y=e^{1-x^2}$　　(3) $y=x^3e^{-x}$

(名古屋大 2002)　　(m20022801)

0.154 関数 $f(x,y)=x^3-xy+y^3$ について次の問に答えよ．

(1) f_x , f_y , f_{xx} , f_{xy} および f_{yy} を求めよ．

(2) 極値を求めよ．

(3) $-1\leq x\leq 1$, $0\leq y\leq 1$ での最大値と最小値を求めよ．

(名古屋工業大 1999）　　(m19992902)

0.155 $f(x,y)=x^2-x^4-y^2$ を領域 R : $x^2+y^2\leqq 1$ で考える．

(1) 領域 R の内部における $f(x,y)$ の極値を求めよ．

(2) R における関数 $f(x,y)$ の最大値最小値を求めよ．

(名古屋工業大 2003)　　(m20032901)

0.156 2 変数関数

$$f(x,y)=\frac{x+y^2-y}{1+x^2}$$

に対して極値をとる点を求めよ．

(名古屋工業大 2004)　　(m20042902)

0.157 N を正の数として, xyz 空間の部分集合

$$T_N=\{(x,y,z)\,|\,x+y+z=N\,,\ 0<x,y,z<N\}$$

を考える. そして, 正の数 p,q,r を用いて関数

$$f_{p,q,r}(x,y,z)=\left(\frac{p}{x}\right)^x\cdot\left(\frac{q}{y}\right)^y\cdot\left(\frac{r}{z}\right)^z$$

を T_N 上で定義する.

(1) $f_{p,q,r}$ の自然対数として定義される関数

$$\log_e f_{p,q,r}(x,y,z)$$

の極値を, ラグランジュの未定乗数法を用いて求めよ.

(2) T_N 上で定義された関数 $f_{p,q,r}$ は, T_N 上のある点 (x,y,z) において最大値をとる事が知られている. この事を用いて, $f_{p,q,r}$ の最大値を求めよ.

(名古屋工業大 2005) (m20052901)

0.158 次の 2 変数関数 $f(x,y)$ の極値を求めよ. $f(x,y)=x^4+6x^2y^2+y^4-6y^2$

(名古屋工業大 2009) (m20092904)

0.159 $f(x,y)=x^3+2xy^2-6x$ とする.

(1) 方程式 $f(x,y)=0$ の表す平面曲線はどのような図形か答えよ.

(2) 2 変数関数 $f(x,y)$ の極値を求めよ.

(名古屋工業大 2011) (m20112903)

0.160 2 変数関数 $f(x,y)=x^3-y^3-xy$ について，問 (1) と (2) に答えよ.

(1) $f_x(a,b)=f_y(a,b)=0$ を満たす点 (a,b) を求めよ.

(2) (1) で求めた点において極値の判定をせよ.

(名古屋工業大 2012) (m20122903)

0.161 関数 $f(x,y)=4x^3-9xy^2+6y^3-12x$ について，以下の問いに答えよ.

(1) 関数 $f(x,y)$ の停留点 $\left(\text{すなわち } \dfrac{\partial f}{\partial x}=\dfrac{\partial f}{\partial y}=0 \text{ をみたす点}\right)$ をすべて求めよ.

(2) (1) で求めた停留点のそれぞれについて，極値の判定をせよ.

(名古屋工業大 2013) (m20132903)

0.162 次の問いに答えよ.

(1) 極限 $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{6+x}\right)^{\frac{x-1}{2}}$ の値を求めよ.

(2) 関数 $F(x)$ が $F(x)=\displaystyle\int_1^{\sqrt{x}}\left(2-\frac{1}{3t}\right)dt$， $x>0$ によって定義される．このとき，$F(x)$ の増減範囲を調べ，極値を求めよ.

(名古屋工業大 2013) (m20132907)

0.163 a,b を定数とし，$f(x,y)=x^3+axy^2+x^2+by^2$ とする.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=0$$

がつねに成り立っているとき，以下の問いに答えよ.

(1) a,b の値を定めよ.

(2) $f(x,y)$ の極値を調べよ.

(名古屋工業大 2014) (m20142903)

0.164 $x^2-4xy+2y^3+6=0$ で定まる陰関数 $y=y(x)$ の極値を求めよ．

(名古屋工業大 2015)　　(m20152903)

0.165 関数 $f(x,y)=3x^2y$ について，条件 $2x^4+y^4=48$ の下での $f(x,y)$ の極値を求めよ．

(名古屋工業大 2016)　　(m20162901)

0.166 関数 $f(x,y)=x^2-2xy+y^3-y$ について，以下の問いに答えよ．

(1) 曲面 $z=f(x,y)$ の点 $P\big(-1,1,f(-1,1)\big)$ における接平面の方程式を求めよ．

(2) $f(x,y)$ の極値を調べよ．

(名古屋工業大 2017)　　(m20172901)

0.167 関数 $f(x,y)=\cos x+\cos y+\cos(x-y)$ について，３点

(i) $(x,y)=(0,0)$,　　(ii) $(x,y)=\left(\dfrac{2\pi}{3},\ -\dfrac{2\pi}{3}\right)$,　　(iii) $(x,y)=(\pi,0)$

は，$f_x(x,y)=0$, $f_y(x,y)=0$ を満たす．このとき各点で $f(x,y)$ が極値を取るかどうかを判定せよ．また，極値を取る場合には極値を求めよ．

(名古屋工業大 2018)　　(m20182903)

0.168 次の関数の極値を求めよ．

$$f(x,y)=x^3-3xy-y^2-y+1$$

(名古屋工業大 2019)　　(m20192903)

0.169 次の関数 $f(x,y)$ および $g(x,y)$ が原点 $(0,0)$ において極値をとるかどうかを，それぞれ判定せよ．なお，極値をとる場合については極大・極小の区別を明示して判定すること．

$$f(x,y)=x^2y+3x^2-5xy+2y^2$$
$$g(x,y)=(1+x^2-y^2)\cos(3x-2y)$$

(名古屋工業大 2020)　　(m20202903)

0.170 関数 $f(x,y)=\log(x^2+y^2+1)+\dfrac{2}{3}(x+y)$ の極値を求めよ．

(名古屋工業大 2021)　　(m20212902)

0.171 関数 $f(x)=\sin\left(\mathrm{Cos}^{-1}x\right)$ の増減を調べ，極値を求めよ．ただし，$y=\mathrm{Cos}^{-1}x$ の値域は $0\leqq y\leqq\pi$ である．

(名古屋工業大 2022)　　(m20222901)

0.172 関数 $f(x,y)=x^3+y^3-x^2-y^2+2xy$ の極値を調べよ．

(名古屋工業大 2022)　　(m20222903)

0.173 ２変数関数 $f(x,y)=x^3+3xy^2-3x$ の極大値，及び，極小値の値と，その点の座標の値を求めよ．次に曲線 $f(x,y)=0$ のグラフの概形を x–y 平面上に描け．また，同じ x–y 平面上に極値も書き込め．

(三重大 2003)　　(m20033106)

0.174 関数 $z(x,y)=2x^3+6xy^2-6x+1$ の極値の値とその点の座標をすべて求めよ．

(三重大 2012)　　(m20123109)

0.175 $f(x,y)=2x^2-2xy+y^2-4=0$ のとき，y を x の関数と見なして y の極値を求めなさい．

(三重大 2013)　　(m20133107)

0.176 微分方程式 $0 = dy + aydx$ で表される関数 $y = f(x)$ について以下の (1)〜(3) の問いに解答せよ．ただし，a は実数で $a > 0$ とする．

(1) $f(0) = a$ の時，与えられた微分方程式を解き，$f(x)$ を x のみの関数として表せ．

(2) $g(x) = xf(x)$ とする時，極値や変曲点を示して $y = g(x)$ のグラフの概形を描け．

(3) 以下の極限値を求めよ．

$$\lim_{a\to\infty} \frac{\displaystyle\int_0^{\infty} g(x)dx}{\displaystyle\int_0^{\infty} f(x)dx}$$

(三重大 2017)　　(m20173113)

0.177 曲線 $y = \dfrac{\log x}{x}$ の極値及び変曲点を求め，この曲線の概形を書け．

(三重大 2018)　　(m20183113)

0.178 次の関数 $f(x)$ の増減を調べて極値と変曲点を示し，グラフの概形を描け．(e は自然対数の底である．)

$$f(x) = x(\log_e x - 1)^2 \qquad (x > 0)$$

(三重大 2020)　　(m20203103)

0.179 関数 $f(x) = x - (x - a)^{2/3}$ の極値を求めよ．ただし，a は正の実数で，x は a より大きい実数とする．

(奈良女子大 2022)　　(m20223205)

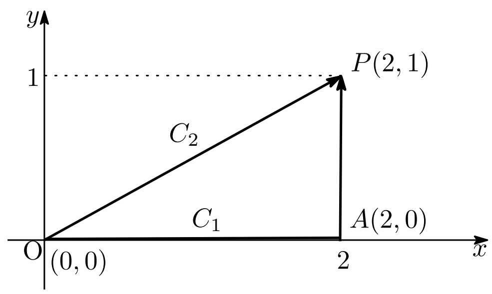
0.180 (x, y) 平面上に 2 つの関数：

$$F(x, y) = 2x + ay\ , \qquad\qquad G(x, y) = 2x + 5y$$

が定義されている．ここに a は定数である．(1)〜(4) に答えよ．

(1) 図に示すように，折れ線 OAP に沿う経路を C_1，また，直線 OP に沿う経路を C_2 とするとき，次の 2 つの線積分の値を求めよ．

$$I_1 = \int_{C_1} (Fdx + Gdy)\ , \qquad\qquad I_2 = \int_{C_2} (Fdx + Gdy)$$



(2) $F = \dfrac{\partial U}{\partial x}$，$G = \dfrac{\partial U}{\partial y}$ なる関数 $U(x, y)$ が存在するように定数 a を定めよ．また，そのときの $U(x, y)$ を求めよ．ただし定数項の差は無視してよい．

(3) (2) の関数 $U(x, y)$ が存在する場合，点 O と点 P を結ぶいかなる経路 C を選んだとしても線積分：

$$I = \int_C (Fdx + Gdy)$$

は経路によらず同じ値をもつことを示せ．

(4) (2) の関数 $U(x, y)$ が存在する場合，単位円周上 $(x^2 + y^2 = 1)$ でのその極値を考える．

(a) 点 (x, y) が単位円周上に沿って動くとき，微分 dx と微分 dy の関係を示せ．

(b) 点 (x, y) が単位円周上に沿って動くとき，$Fdx + Gdy = 0$ となる点において $U(x, y)$ は単位円周上で極値をとることを示せ．

(c) 関数 $U(x, y)$ が極値をとるときの x, y の値および $U(x, y)$ の値をそれぞれ求めよ．

(京都大 2008)　　(m20083302)

0.181　関数 $f(x, y) = x^3 + y^3 - 9xy$ が極値をとる点をすべて求め，その点で極大か極小かを判定せよ．

(京都工芸繊維大 2000)　　(m20003406)

0.182　条件 $x^2 + y^2 - 1 = 0$ の下で，関数 $f(x, y) = 3x - y$ が極値をとり得る点をすべて求めよ．また，その点で極大か極小かも判定せよ．

(京都工芸繊維大 2001)　　(m20013405)

0.183　関数 $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy$ の極値および極値を与える点を求めよ．

(京都工芸繊維大 2005)　　(m20053402)

0.184　関数 $f(x, y) = 3x^2 + y^3 - 6xy$ を考える．

(1)　$f(x, y)$ の 1 階および 2 階の偏導関数をすべて求めよ．　　(2) $f(x, y)$ の極値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2007)　　(m20073404)

0.185　関数 $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4(x - y)^2$ の極値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2009)　　(m20093403)

0.186　関数 $f(x, y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2$ について次の問いに答えよ．

(1)　曲面 $z = f(x, y)$ の点 $(1, 2, 2)$ における接平面を求めよ．

(2)　$f(x, y)$ の極値をすべて求めよ．

(京都工芸繊維大 2011)　　(m20113403)

0.187　関数 $F(x, y) = x^3 + 3xy + y^3$ について次の問に答えよ．

(1)　xyz 空間の曲面 $z = f(x, y)$ の点 $(1, 1, 5)$ における接平面の方程式を求めよ．

(2)　微分可能な関数 $y = y(x)$ が $f(x, y(x)) = 5$ を満たすとき，導関数 $y'(x)$ を x と $y(x)$ を用いて表せ．

(3)　関数 $f(x, y)$ の極値をすべて求めよ．

(京都工芸繊維大 2012)　　(m20123402)

0.188　関数 $f(x, y) = e^{x+2y} + e^{-x-2y} + \dfrac{2}{3}x^3 - x^2 - 4x$ を考える．

(1)　偏導関数 $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x, y)$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}(x, y)$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y)$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y)$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y)$, を求めよ．

(2)　関数 $f(x, y)$ の極値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2014)　　(m20143403)

0.189　関数 $f(x, y) = (2x + 1)e^{-(x^2+y^2)}$ について，次の問いに答えよ．

(1)　xyz 空間の曲面 $z = f(x, y)$ の，点 $(0, 0, 1)$ における接平面の方程式を求めよ．

(2)　関数 $f(x, y)$ の極値をすべて求めよ．

(京都工芸繊維大 2015)　　(m20153402)

0.190　xy 平面上の関数 $f(x,y)=x^3+2xy-y^2-3x-2y$ の極値を求めよ．

(京都工芸繊維大 2016)　　(m20163403)

0.191　xy 平面上の関数 $f(x,y)=\dfrac{x(y^2-1)}{x^2+1}$ について，次の問いに答えよ．

(1)　xyz 空間の曲面 $z=f(x,y)$ の，点 $(1,1,0)$ における接平面の方程式を求めよ．

(2)　関数 $f(x,y)$ の極値をすべて求めよ．

(京都工芸繊維大 2018)　　(m20183404)

0.192　xy 平面の領域 $D=\{(x,y)\mid 0<x<\infty,\ -\infty<y<\infty\}$ で定義される関数

$$f(x,y)=\log x+\frac{2y^2+2y+1}{2x^2}$$

を考える．

(1)　関数 $f(x,y)$ の 1 次および 2 次の偏導関数をすべて求めよ．

(2)　関数 $f(x,y)$ の極値をすべて求めよ．

(京都工芸繊維大 2020)　　(m20203404)

0.193　x の関数 $f(x)=2\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\ \ (x\geqq 0)$ を考える．

(1)　$f(x)$ の増減を調べ，極値を求めよ．

(2)　極限 $\displaystyle\lim_{x\to\infty}f(x)$ を求めよ．

(3)　関数 $y=\mathrm{Tan}^{-1}\left(\dfrac{1}{f(x)}\right)\ \ (x\geqq 0)$ の値域を求めよ．

(京都工芸繊維大 2022)　　(m20223402)

0.194　xy 平面上の関数 $f(x,y)=x^3+6xy+3xy^2$ について，次の問いに答えよ．

(1)　重積分

$$\iint_D f(x,y)dxdy$$

の値を求めよ．ただし，$D=\{(x,y)\mid 0\leqq y\leqq x,\ 0\leqq x\leqq 1\}$ とする．

(2)　関数 $f(x,y)$ の極値をすべて求めよ．

(京都工芸繊維大 2022)　　(m20223403)

0.195　行列 $\begin{pmatrix}5&-1&2\\-1&6&-1\\2&-1&5\end{pmatrix}$ について，以下の問いに答えよ．

(1)　すべての固有値と，それぞれの固有値に属する固有ベクトルを求めよ．ただし，固有ベクトルの大きさは 1 とする．

(2)　関数 $f(x,y,z)$ の x,y,z についての偏導関数をそれぞれ $f_x(x,y,z)$，$f_y(x,y,z)$，$f_z(x,y,z)$，関数 $g(x,y,z)$ の x,y,z についての偏導関数をそれぞれ $g_x(x,y,z)$，$g_y(x,y,z)$，$g_z(x,y,z)$ とする．関数 $f(x,y,z)$ が条件 $g(x,y,z)=0$ のもとで点 (a,b,c) において極値をとり，$g_x(a,b,c)\neq 0$ または $g_y(a,b,c)\neq 0$ または $g_z(a,b,c)\neq 0$ ならば，次の式を満たす実数 λ が存在する．

$$f_x(a,b,c)-\lambda g_x(a,b,c)=0$$

$$f_y(a,b,c) - \lambda g_y(a,b,c) = 0$$

$$f_z(a,b,c) - \lambda g_z(a,b,c) = 0$$

条件 $x^2+y^2+z^2=1$ のもとで，次の関数 $f(x,y,z)$ が最小値をとる (x,y,z) を求めよ．

$$f(x,y,z) = \begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 \\ -1 & 6 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

(大阪大 2017)　　(m20173503)

0.196　行列 $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & -4 & 0 \\ 1 & c & 3 \end{bmatrix}$ について以下の問いに答えよ．ただし，c は実定数である．

(1) 行列 A の固有多項式 $f(\lambda) = |\,\lambda I - A\,|$ を変数 λ の関数とみなし， その極値を求めよ．ただし，I は単位行列を表すものとする．さらに，$c=0$ のときの f のグラフの概形を図示せよ．

(2) 行列 A のすべての固有値が実数となる，c に関する必要十分条件を示せ．

(3) $c=0$ のときの行列 A のすべての固有値と対応する固有ベクトルを求めよ．

(大阪大 2018)　　(m20183501)

0.197　2 変数関数

$$f(x,y) = x^3+y^3-x^2+xy-y^2$$

について各問に答えよ．

(1) $f(x,y)$ の停留点をすべて求めよ．

(2) 各停留点は，極値となっているかどうかを判定せよ．

(大阪府立大 2018)　　(m20183605)

0.198　$y = f(x) = \dfrac{2x+2}{x^2+2x+2}$ について，次の問いに答えよ．

(1) $f(x)$ の極値を求めよ．　　(2) $y=f(x)$ のグラフの概形を描け．

(関西大 2002)　　(m20023701)

0.199　m, n は 2 以上の整数とし，

$$f(x,y) = x^m + y^n$$

とする．

(1) 偏導関数 f_x, f_y, f_{xx}, f_{yy}, f_{xy}, f_{yx} を求めよ．

(2) $f(x,y)$ が極値をもつための m, n の条件を求めよ. 極値をもつときは, 極値を求めよ.

(関西大 2005)　　(m20053702)

0.200　関数 $f(x,y) = 9xy - x^3 - y^3$ の極値を求めよ．

(神戸大 2009)　　(m20093811)

0.201　$\mathbb{R}^2$ 上で定義された関数 $f(x,y) = (x+\cos y)e^{-x}$ の極値を全て求め，極大・極小を判定せよ．

(神戸大 2011)　　(m20113804)

0.202　関数 $z = f(x,y) = x^3+y^3-6xy+9$ の極値を求めよ．

(神戸大 2013)　　(m20133803)

0.203 以下の問に答えよ.

(1) $f(x,y)=2xy-\dfrac{1}{4}(x+y)^4$ とするとき，関数 $z=f(x,y)$ の極値を求めよ.

(2) $f(x,y)=y(x+y)^2$ とするとき，関数 $z=f(x,y)$ の極値を求めよ.

(神戸大 2014)　　(m20143803)

0.204 xy 平面上に 4 点 $P=(0,\pi)$, $Q=(\pi,0)$, $R=(2\pi,\pi)$, $S=(\pi,2\pi)$ をとり，四辺形 $PQRS$ で囲まれた領域（周上の点も含む）を D とする．関数 $f(x,y)=\cos x+\sin y$ について以下の各問に答えよ.

(1) D の内部における $f(x,y)$ の極値を調べよ.
（ここで，D の内部とは D から周上の点を除いた領域である.）

(2) D における $f(x,y)$ の最大値と最小値を求めよ.

(神戸大 2016)　　(m20163808)

0.205 $f(x,y)=\sin(xy)$ とする．以下の各問いに答えよ.

(1) f の 1 階と 2 階の偏導関数を全て求めよ.

(2) f のマクローリン展開を 2 次の項まで求めよ.

(3) f の極値を調べよ.

(神戸大 2017)　　(m20173809)

0.206 (1) $\mathbb{R}^2$ で定義された関数 $g(x,y)=x^3+y^3-9xy$ の臨界点を全て求め，それぞれの点で関数が極値をとるかどうか判定せよ.

(2) $\mathbb{R}^2$ で定義された関数 $f(x,y)$ が回転対称であるとき，$x\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y)=y\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y)$ を満たすことを示せ．ただし，$f(x,y)$ が回転対称であるとは，任意の $x,y,\theta\in\mathbb{R}$ に対し

$$f(x,y)=f(x\cos\theta+y\sin\theta,\ -x\sin\theta+y\cos\theta)$$

を満たすことをいう.

(神戸大 2018)　　(m20183803)

0.207 xy 平面上の 4 点 $P=(1,0)$, $Q=(3,0)$, $R=(1,2\pi)$, $S=(3,2\pi)$ を頂点とする長方形で囲まれた（境界以上の点も含む）領域を D とする．関数 $f(x,y)=(4x-x^2)(\sin y+2)$ を考える．以下の各問に答えよ.

(1) D の内部における $f(x,y)$ の極値を求めよ．ただし，D の内部とは D から D の境界上の点を除いた領域である.

(2) D における $f(x,y)$ の最大値と最小値を求めよ.

(神戸大 2019)　　(m20193803)

0.208 $f(x,y)=x^2-xy+y^2+x+y$ とする.

(1) $f(x,y)$ の極値を求めよ.

(2) 条件 $x^2+y^2\leq 5$ の表す領域は有界閉集合なので，$x^2+y^2\leq 5$ という条件のもとで連続関数 $f(x,y)$ は最大値と最小値をもつ．この最大値と最小値を求めよ.

(神戸大 2020)　　(m20203803)

0.209 二次方程式 $ax^2+x+b=0$ が実数解を持たないような実数 a, b, および 二変数関数
$f(x,y)=ax^2+xy+by^2+x+y$ について，次の問いに答えよ.

(1) 二変数関数 $f(x,y)$ が極値をとる点 (x,y) を，a, b を用いて表せ．

(2) (1) で求めた x, y は a, b の値によって変化するため，$x=x(a,b)$, $y=y(a,b)$ とかける．特に $x>0$ かつ $y>0$ となるような a, b について，三辺の長さがそれぞれ $2x$, y, y であり，表面積が 24 である直方体の体積を $V(a,b)$ とする．このとき $V(a,b)$ は最大値を持つが，$V(a,b)$ が最大となるときの a, b の値を求めよ．

(神戸大 2022)　　(m20223803)

0.210 (1) a を実数の定数とする．x, y の関数

$$f(x,y)=\frac{x^2}{2}+axy+\frac{y^4}{4}$$

の停留点 $\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}=0 \text{ かつ } \dfrac{\partial f}{\partial y}=0 \text{ となる点}\right)$ を求め，それらが f の極大値を与える，極小値を与える，極値を与えないのどれであるか判定せよ．

(2) x, y の関数 u, v を

$$u=xy$$
$$v=e^{x^2+y^2}$$

で定める．x, y の関数

$$g(x,y)=\sin(uv)$$

に対して，$\dfrac{\partial g}{\partial x}$, $\dfrac{\partial g}{\partial y}$ を x, y で表せ．

(神戸大 2022)　　(m20223805)

0.211 $f(x)=ax^5-x^4+x^3+b$ は $x=1$ のとき極大値 2 をもつという．

(1) a,b の値を求めよ．

(2) $f(x)$ が，他に極大，極小を持っているならば，それを与える x の値と極値を求めよ．

(3) $f(x)$ のグラフの概形を書け．

(鳥取大 1997)　　(m19973902)

0.212 以下の問いに答えよ．

(1) 関数 $f(x)$ がべき級数展開可能であるとき，$f(x)$ を点 a のまわりでテイラー級数に展開せよ．

(2) (1) で求めた結果を利用して，$f(x)$ が $x=a$ で極値をとるための必要条件と十分条件を示し，その理由を説明せよ．ただし，$f''(a)\neq 0$ とする．

(3) $f(x)=\sin x$ を $x=0$ のまわりでテイラー級数展開せよ．

(鳥取大 2000)　　(m20003903)

0.213 (1) $Z=f(x,y)=\sin(x)\cos(y)$, $x=e^t$, $y=\log_e(t)$ のとき, dZ/dt を t の関数として求めよ．

(2) xy 平面上の点 (x,y) が　$\phi(x,y)=x^2+y^2-1=0$　で表される曲線上を動くとき, 関数 $Z=f(x,y)=x+2y+5$　が極値をとる点 (x,y) とその極値を求めよ（偏微分の手法を用いて解答すること）．

(鳥取大 2006)　　(m20063902)

0.214 次のような関数が与えられている．ただし，$x>0$ とする．　$y=\dfrac{x}{(x^2+1)^{3/2}}$

(1) 1 階および 2 階の導関数 y', y'' をそれぞれ求めよ．

(2) この関数の極値を求めるための関数値の変化表を作成し，その極値を求めよ．

(鳥取大 2008)　　(m20083902)

0.215 次の問いに答えよ．ただし，n は自然数とする．

(1) 極限値 $\lim_{x\to1}\dfrac{x^n-1}{x-1}$ を求めよ．

(2) 関数 $\dfrac{1}{1-x^2}$ の n 階の導関数を求めよ．

(3) 2 変数関数 $f(x,y)=x^3+y^3-3xy$ の極値を求めよ．

(鳥取大 2009)　　(m20093912)

0.216 次の問に答えよ．

(1) 陰関数 $f(x,y)=x^4-4xy+y^4=0$ において，$\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ．

(2) 次の関数の極値を求めよ．また，それは極大値か極小値か答えよ．

$$f(x,y)=x^2+xy+y^2-6x-3y+9$$

(鳥取大 2011)　　(m20113902)

0.217 関数 $f(x)=\dfrac{4x}{1+x^2}$ の極値を求めよ．

(鳥取大 2011)　　(m20113905)

0.218 (1) 関数 e^x , $\sin x$, $\log(1+x)$ をそれぞれ $x=0$ のまわりでテイラー展開せよ．

(2) 積分 $\displaystyle\int_0^\infty xe^{-x^2}dx$ を求めよ．

(3) 関数 $f(x,y)=x^3-3xy+y^3$ の極値を求めよ．

(広島大 2010)　　(m20104101)

0.219 ２変数関数　$f(x,y)=x^3-3xy+3x+y^3-3y^2+3y$
の極値を求めよ．ただし，x,y は実変数とする．

(広島市立大 2001)　　(m20014202)

0.220 ２変数関数 $f(x,y)=2x^3+3x^2y-6xy^2+3y^3-3x^2$ の極値について調べよ．ただし，x,y は実変数とする．

(広島市立大 2002)　　(m20024203)

0.221 x,y は実変数, k は, 実定数とする. 関数 $f(x,y)=x^3+y^3+k(2x+y)$ について以下の問に答えよ.

(1) $k=0$ のとき, $z=f(x,y)$ は極値を持たないことを示せ.

(2) $z=f(x,y)$ が極値を持つための k に関する必要十分条件を求めよ.

(3) $z=f(x,y)$ が極小値を持つとき, その値, およびそのときの x,y の値を求めよ.

(広島市立大 2005)　　(m20054202)

0.222 x,y を実変数とする．このとき次の関数 $f(x,y)$ の極値を求めよ．

$$f(x,y)=x^2-6x+2xy^2+2y^2$$

(広島市立大 2008)　　(m20084202)

0.223 (1) 関数 $z=\cos(xy)$ の偏導関数 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ を求めよ．

(2) 関数 $f(x,y)=xe^{-(x^2+y^2)}$ の極値と，極値をとる点を求めよ．

(広島市立大 2013)　　(m20134201)

0.224 関数 $y=x^4-2x^3$ の増減表・極値を求めて，そのグラフをかけ．

(山口大 1999)　　(m19994301)

0.225 $f(x)=\cos x+\alpha x$ が極値をもたないための α の条件を求めなさい．

(山口大 2009)　　(m20094310)

0.226 $f(x,y)=x^2y-4xy+y^2$ について，次の問いに答えよ．

(1) 偏導関数 $f_x(x,y)$，$f_y(x,y)$ を求めよ．

(2) 方程式 $f(x,y)=0$ で表される曲線上の点 $(1,3)$ における接線の方程式を求めよ．

(3) $f(x,y)$ の極値を求めよ．

(徳島大 2012)　　(m20124402)

0.227 関数 $f(x,y)=x^3-6xy+y^3$ について，以下の問いに答えよ．

(1) $f(x,y)$ の 2 次までの偏導関数を求めよ．

(2) $f(x,y)$ の極値を求めよ．

(高知大 2007)　　(m20074501)

0.228 2 変数関数 $f(x,y)=e^x(x+y^2)$ について，次の問いに答えよ．

(1) $f_x(a,b)=0$ かつ $f_y(a,b)=0$ を満たす (a,b) を求めよ．

(2) (1) で求めた (a,b) について，$f_{xy}(a,b)^2-f_{xx}(a,b)f_{yy}(a,b)$ を計算せよ．

(3) $f(x,y)$ が極値を持つなら，その値は極大値か極小値かを述べ，その値を求めよ．持たないなら，その理由を述べよ．

(高知大 2014)　　(m20144502)

0.229 (1) 関数 $f(x,y)=x-x^3-2xy^2$ の極値を求めよ．

(2) $D=\{(x,y) : 0\leqq x,\ 0\leqq y,\ 2\leqq x^2+y^2\leqq 3\}$ のとき, 次の積分の値を求めよ．

$$\iint_D x^2y\,dxdy$$

(愛媛大 2005)　　(m20054603)

0.230 a を正の定数として $f(x,y)=x^3+y^3-3axy$ とおく．このとき，関数 $f(x,y)$ の極値を求めよ．

(愛媛大 2006)　　(m20064603)

0.231 n を自然数とするとき，関数 $f(x)=\displaystyle\int_x^{x+1}\frac{t^n}{t^{2n}+2}dt$ について次の問いに答えよ．

(1) $f(x)$ が $x=1$ で極値を持つように n の値を定めよ．

(2) (1) の n に対して $\displaystyle\lim_{x\to\infty}f(x)$，$\displaystyle\lim_{x\to-\infty}f(x)$ を求めよ．

(愛媛大 2006)　　(m20064610)

0.232 2 変数関数 $f(x,y)=x^2+xy+y^2-2x+2y$ を考える．

(1) $f(x,y)$ の 1 階偏導関数をすべて求めよ．

(2) $f(x,y)$ の 2 階偏導関数をすべて求めよ．

(3) $f(x,y)$ の極値を求めよ．

(愛媛大 2008)　　(m20084604)

0.233 (1) 関数 $f(x,y)=x^4+y^4-(x-y)^2$ の極値を求めよ．

(2) $D=\{(x,y)\mid -\dfrac{\pi}{2}\leqq x\leqq \dfrac{\pi}{2},\quad 0\leqq y\leqq 1\}$ とするとき，次の 2 重積分を求めよ．

$$\iint_D x\sin(xy)\,dxdy$$

(愛媛大 2009)　　(m20094603)

0.234 関数 $f(x,y)=xy(1-x-y)$ に対して $f_x=f_y=0$ となる (x,y) をすべて求めよ．また f の極値を求めよ．

(愛媛大 2011)　　(m20114604)

0.235 関数 $f(x,y)=x^2+2txy+y^2+2x+2y$ が極値をもつような定数 t の範囲を求めよ．また，そのときに極値を与える点の座標と極値を求めよ．

(愛媛大 2014)　　(m20144603)

0.236 (1) C^1 級の関数 $z=f(x,y)$ と $x=r\cos\theta,\ y=r\sin\theta$ の合成関数 $z=f(r\cos\theta,r\sin\theta)$ に対して

$${z_x}^2+{z_y}^2={z_r}^2+\frac{1}{r^2}{z_\theta}^2$$

が成り立つことを示せ．

(2) $f(x,y)=2x^4-8xy^3+y^4+5$ とする．関数 $f(x,y)=0$ で定まる陰関数 y の極値を求めよ．

(愛媛大 2015)　　(m20154606)

0.237 a を正の整数とし，2 曲線 $C_1:y=|x|e^{-x},\quad C_2:y=ae^{-x}$ で囲まれた図形の面積を S とする．

(1) 関数 $y=|x|e^{-x}$ の増減，極値を調べ，グラフの概形をかけ．

(2) S を a を用いて表せ．

(3) 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to+0}\frac{S}{a^2}$ を求めよ．

(愛媛大 2015)　　(m20154608)

0.238 $a>1$ とし，$f(x)=(e^x-1)(e^x-a)$ とおく．

(1) 関数 $y=f(x)$ の増減，極値，および $\displaystyle\lim_{x\to\pm\infty}f(x)$ を調べ，グラフの概形をかけ．

(2) 曲線 $y=f(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ．

(3) S を (2) で求めた値とするとき，$\displaystyle\lim_{a\to1+0}\frac{S}{(a-1)^3}$ を求めよ．

(愛媛大 2016)　　(m20164604)

0.239 $a,\ b$ は実数で，$a>0$ とする．関数 $f(x)=\dfrac{bx+1}{x^2+a}$ が $x=-1$ で極値 $\dfrac{1}{2}$ をとるとき，以下の問いに答えよ．

(1) $a,\ b$ を求めよ．

(2) 関数 $f(x)$ の増減，極値および極限 $\displaystyle\lim_{x\to\pm\infty}f(x)$ を調べ，グラフの概形を描け．

(3) 曲線 $y=f(x)$ と x 軸，y 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ．

(愛媛大 2017)　　(m20174611)

0.240　$f(x,y)=e^{2x}(x^2+y^2)$ とする．

(1)　$f(x,y)$ の偏導関数 $f_x(x,y)$，$f_y(x,y)$ および 2 階偏導関数 $f_{xx}(x,y)$，$f_{xy}(x,y)$，$f_{yx}(x,y)$，$f_{yy}(x,y)$ を求めよ．

(2)　$f(x,y)$ の極値を求めよ．

(愛媛大 2021)　　(m20214603)

0.241　次の各問いに答えよ．

(1)　$f(x,y)$ は 2 回偏微分可能な関数とし，$f_y \neq 0$ となる点の近くで $f(x,y)=0$ により定義される関数を $y=\varphi(x)$ とする．そのとき，

(a) $\varphi'(x)$ を f_x, f_y を用いて表せ．

(b) $\varphi'(x)=0$ となる点での $\varphi''(x)$ を f の 2 階までの偏微分を用いて表せ．

(2)　曲線 $C: f(x,y)=xy+y^2-x^3=0$ 上の $f_y \neq 0$ なる部分における関数 y の極値を求め，極大か極小かを判定せよ．

(九州大 1998)　　(m19984703)

0.242　次の関数の極値を求めよ．　$f(x,y)=x^3-6xy+8y^3$

(九州大 1998)　　(m19984704)

0.243　$f(x,y)=3xy-x^3-y^3$ として，次の各設問に答えよ．

(1)　xyz 空間で $z=f(x,y)$ で定義される曲面の点 (a,b,c)，$c=f(a,b)$，における接平面の方程式を求めよ．

(2)　関数 $f(x,y)$ の極値を求めよ．

(九州大 2003)　　(m20034702)

0.244　2 変数関数 $f(x,y)=(x^2+y^2)e^{x^2-y^2}$ について，次の問いに答えよ．

(1)　$\dfrac{\partial f}{\partial x}$，$\dfrac{\partial f}{\partial y}$ を求めよ．

(2)　$\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}$，$\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$，$\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$，$\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ を求めよ．

(3)　$f(x,y)$ の極値点と極値を求めよ．

(九州大 2012)　　(m20124711)

0.245　(1)　$u=f(x,y)$，$x=r\cos\theta$，$y=r\sin\theta$ $(r>0)$ とするとき，以下の問いに答えよ．

(a) $\left(\dfrac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\dfrac{\partial u}{\partial y}\right)^2$ を r, θ および，u の r, θ に関する偏導関数を用いて表せ．

(b) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ を r, θ および，u の r, θ に関する偏導関数を用いて表せ．

(2)　領域 $D=\left\{(x,y) \mid x^2+y^2 \leqq 1\right\}$ において，関数 $f(x,y)=x^2+xy+y^2$ を考える．以下の問いに答えよ．

(a) 領域 $\left\{(x,y) \mid x^2+y^2<1\right\}$ における $f(x,y)$ の極値とそれを与える (x,y) を求めよ．極大か極小かも述べよ．

(b) 単位円 $x^2+y^2=1$ 上での $f(x,y)$ の最大値，最小値とそれらを与える (x,y) を求めよ．

(c) 領域 D における $f(x,y)$ の最大値，最小値とそれらを与える (x,y) を求めよ．

(九州大 2014)　　(m20144704)

0.246 $a \in \mathbb{R},\ r > 0$ とする．点 $\boldsymbol{x}_1 = (x_1, y_1)$ は円 $C_1 = \left\{ (x_1, y_1) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; {x_1}^2 + {y_1}^2 = 1 \right\}$ 上を動き，点 $\boldsymbol{x}_2 = (x_2, y_2)$ は円 $C_2 = \left\{ (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; (x_2 - a)^2 + {y_2}^2 = r^2 \right\}$ 上を動くものとする．

2 点 $\boldsymbol{x}_1,\ \boldsymbol{x}_2$ 間のユークリッド距離に関する極値問題について，以下の問いに答えよ．ただし，$\mathbb{R}$ は実数全体を表すとする．

(1) 関数

$$f(\theta_1, \theta_2) = (r\cos\theta_2 + a - \cos\theta_1)^2 + (r\sin\theta_2 - \sin\theta_1)^2, \quad (\theta_1, \theta_2 \in \mathbb{R})$$

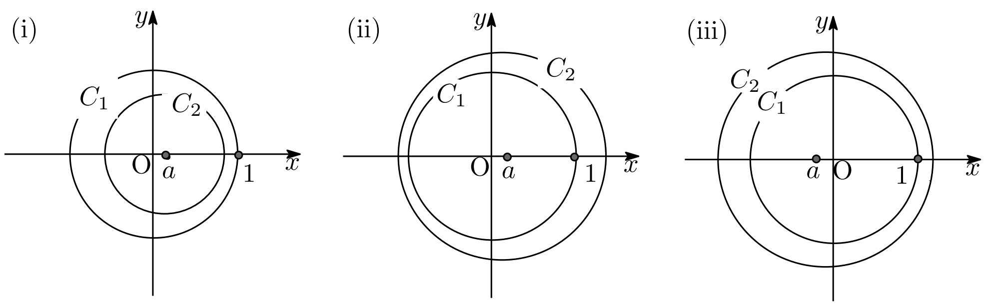
の $(\theta_1, \theta_2) = (0, 0)$ におけるヘッセ行列

$$\boldsymbol{H} = \begin{pmatrix} f_{\theta_1\theta_1}(0,0) & f_{\theta_1\theta_2}(0,0) \\ f_{\theta_2\theta_1}(0,0) & f_{\theta_2\theta_2}(0,0) \end{pmatrix}$$

を求めよ．

(2) (1) で求めたヘッセ行列が正定値になるための条件を a と r で表せ．

(3) 図 (i)(ii)(iii) それぞれについて，点 $\boldsymbol{x}_1^* = (1, 0),\ \boldsymbol{x}_2^* = (a + r, 0)$ が極値問題の極小解であるかどうか判定せよ．



(九州大 2021)　　(m20214712)

0.247 関数 $f(x, y) = 1 - 2x^2 - xy - y^2 + 2x - 3y$ の極値を求めよ．

(佐賀大 2003)　　(m20034918)

0.248 以下の 2 変数関数に極値があるかどうか調べ, 極値がある場合はそれを求めよ．

(1)　$f(x, y) = 3xy(3 - x - y)$

(2)　$f(x, y) = 2x^2 - 6x^2y + 2y^3$

（佐賀大 2004）　　(m20044915)

0.249 次の条件 $g(x, y) = 0$ のもとで関数 $f(x, y)$ の極値を求めよ．

$$g(x, y) = x + y - 1\,, \quad f(x, y) = x^2 + y^2$$

(佐賀大 2006)　　(m20064917)

0.250 2 変数関数 $f(x, y) = xy(3 - x - y)$ の極値を求めよ．

(佐賀大 2007)　　(m20074910)

0.251 次のそれぞれの関数 $f(x, y)$ について, 以下の問いに答えよ. ただし, log は自然対数とする．

(1) $f(x, y) = \log(1 - xy)$　　　(2) $f(x, y) = x^3 + 6xy + y^3$

(a) $f_x,\ f_y,\ f_{xx},\ f_{yy}$ および f_{xy} を求めよ．

(b) $f_x = f_y = 0$ を満たす (x, y) を求めよ.

(c) (b) で求めた (x, y) について, $f(x, y)$ が極大値か, 極小値か, あるいは極値でないか判定せよ.

(佐賀大 2010)　　(m20104909)

0.252　2 変数関数 $f(x, y) = (xy + 2)e^{x-y}$ について，次の問いに答えよ.

(1) f_x，f_y，f_{xy}，f_{xx}，f_{yy} を求めよ.

(2) $f_x = f_y = 0$ を満たす (x, y) を求めよ.

(3) $f(x, y)$ の極値を求めよ.

(佐賀大 2012)　　(m20124901)

0.253　次の関数 y について答えなさい．ただし，a および b は正の定数である.

$$y = 4a\left\{\left(\frac{b}{x}\right)^{12} - \left(\frac{b}{x}\right)^{6}\right\}$$

(1) $y = 0$ となるときの x の値を求めなさい.

(2) $y < 0$ となるときの x の値の範囲を求めなさい.

(3) 関数 y が極値をとるときの x を求めなさい.

(佐賀大 2012)　　(m20124909)

0.254　次の関数の増減，極値，変曲点を調べてグラフを描け.

$$y = \frac{x}{x^2 + 1}$$

(佐賀大 2014)　　(m20144909)

0.255　次の関数について答えよ.　　$f(x) = x - 1 - \log x \qquad (x > 0)$

(1) 関数の増減，凹凸，極値などを調べ，グラフの概形を描け.

(2) 極値をとる点の回りでテイラー展開をし，ゼロでない最低次の項を求めよ.

(3) 次の広義の積分を求めよ.　　$\displaystyle\int_0^1 f(x)dx$

(佐賀大 2015)　　(m20154910)

0.256　関数 $f(x, y) = x^3 - 6xy + y^3$ について，以下の問いに答えよ.

(1) 偏導関数 $\dfrac{\partial f}{\partial x}$，$\dfrac{\partial f}{\partial y}$，$\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}$，$\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ および $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ を求めよ.

(2) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{\partial f}{\partial y} = 0$ を満たす (x, y) を求めよ.

(3) (2) で求めた (x, y) について，$f(x, y)$ が極大値か，極小値か，あるいは極値ではないか示せ.
また，極値である場合はその値を求めよ.

(佐賀大 2015)　　(m20154915)

0.257　関数 $f(x, y) = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{xy}{8}$ の極値を求めよ.

(佐賀大 2016)　　(m20164926)

0.258　関数 $f(x, y) = \left(x^2 + y^2\right) e^{x-y}$ について，次の問いに答えよ．ただし，e は自然対数の底である.

(1) 偏導関数 f_x，f_y，f_{xx}，f_{xy}，f_{yy} を求めよ.

(2) $f(x,y)$ の極値を求めよ.

(佐賀大 2017) (m20174917)

0.259 関数 $f(x,y)=xy(2-x-y)$ について, 次の問いに答えよ.

(1) 偏導関数 f_x, f_y, f_{xx}, f_{xy}, f_{yy} を求めよ.

(2) $f(x,y)$ の極値を求めよ.

(佐賀大 2018) (m20184916)

0.260 関数 $f(x,y)=1-x^2-y^2$ について, 次の問いに答えよ.

(1) 偏微分 f_x, f_y, f_{xx}, f_{xy}, f_{yy} を計算せよ.

(2) ヘッシアン $H(x,y)=\begin{vmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{vmatrix}$ を計算せよ.

(3) (1) と (2) を用いて, $f(x,y)$ の極値を求めよ.

(佐賀大 2021) (m20214901)

0.261 次の関数の増減, 極値, 変曲点を調べてグラフを描け.

$y=\dfrac{x}{x^2+1}$

(佐賀大 2021) (m20214911)

0.262 $f(x,y)=\sin^2(x)-\cos(y)\quad\left(0\leq x\leq\dfrac{\pi}{2},\ 0\leq y\leq\pi\right)$ の極値を求めよ.

(佐賀大 2021) (m20214917)

0.263 関数 $f(x,y)=x^3-3xy+y^3$ の極値を求めよ.

(佐賀大 2021) (m20214923)

0.264 関数 $f(x,y)=x^3+x^2+xy^2-8x-y^2$ の極値を求めよ. 答えだけでなく途中経過も記載すること.

(佐賀大 2022) (m20224927)

0.265 (1) $y=x^3-3x$ のグラフを描き, x 軸との交点を示せ.

(2) $y=x^3-3x$ の極値の位置と極値を示せ.

(3) 変曲点の位置を示せ.

(4) $f=\displaystyle\int_0^z ydx$ のグラフを, (f,z) 座標に描け.

(5) $y=x^3-3x$ の導関数を求めそのグラフを描け

(長崎大 2009) (m20095006)

0.266 関数 $z=\sin x+\sin y+\sin(x+y)\quad(0\leqq\ x<2\pi,\ 0\leqq\ y<2\pi)$ の極値を求めよ. 求める過程も記述すること.

(長崎大 2011) (m20115015)

0.267 関数 $f(x)=\dfrac{2}{x+2}$, $g(x)=\dfrac{2}{x^2}$ に対して, 以下の問いに答えなさい.

(1) 関数 $f(x)$ の微分および不定積分を求めなさい.

(2) 合成関数 $h(x)=f(x)g(x)$ の不定積分を求めなさい.

(3) 合成関数 $k(x)=\dfrac{f(g(x))}{x}$ の極値, 変曲点を示し, そのグラフの概形を描きなさい.

(熊本大 2017) (m20175202)

0.268 関数 $f(x,y)=x^3-12xy+6y^2$ の極値を求めよ．

(宮崎大 2001)　(m20015302)

0.269 2 変数関数 $f(x,y)=3x^2+2y^3-6xy$ について, 次の各問に答えよ.

(1) $f_x(x,y)=f_y(x,y)=0$ を満たす点 (x,y) を全て求めよ.

(2) (1) で求めた点について極大・極小の判定を行ない, $f(x,y)$ の極値を求めよ.

（宮崎大 2004）　(m20045302)

0.270 2 変数関数 $f(x,y)=x^2+2\alpha xy+y^2$ について, 次の各問に答えよ. ただし, α は $\alpha^2\neq 1$ を満たす定数とする.

(1) $f(x,y)$ の 2 階までの偏導関数 $\dfrac{\partial f}{\partial x}$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}$ を全て求めよ.

(2) $f(x,y)$ に極値があれば, 全て求めよ.

(宮崎大 2005)　(m20055302)

0.271 関数 $f(x,y)=(x+y)^3-12xy$ の極値および極値を与える点を求めよ. また, その極値が, 極大値, 極小値のどちらであるのか答えよ.

(宮崎大 2007)　(m20075303)

0.272 $z^2=-xy+x-5y+18$ を満たす実数の組 (x,y,z) によって定まる空間内の曲面を S とする, このとき, 次の各問いに答えよ.

(1) 原点と曲面 S 上の点 (x,y,z) との距離を r とするとき, r^2 を x,y で表した式 $f(x,y)$ を求めよ.

(2) (1) で得られた式 $f(x,y)$ の極値を求めよ.

(宮崎大 2008)　(m20085302)

0.273 x と y の 2 変数関数

$$f(x,y)=x^3-3x^2-y^2$$

について, 次の各問に答えよ.

(1) 関数 $f(x,y)$ の 2 階までの偏導関数

$$\frac{\partial f}{\partial x},\ \frac{\partial f}{\partial y},\ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2},\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2},\ \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y},\ \frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}$$

をすべて求めよ.

(2) 関数 $f(x,y)$ の極値があれば, すべて求めよ.

(宮崎大 2009)　(m20095303)

0.274 x と y の 2 変数関数

$$f(x,y)=\alpha x^2+2xy+2y^2+2x+4y$$

について, 次の問に答えよ. ただし, α は定数で $\alpha\neq\dfrac{1}{2}$ とする.

(1) 関数 $f(x,y)$ の 2 階までの偏導関数

$$\frac{\partial f}{\partial x},\ \frac{\partial f}{\partial y},\ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2},\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2},\ \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y},\ \frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}$$

をすべて求めよ.

(2) 関数 $f(x,y)$ が極値を持つための α の条件を示し, その場合の極値と, その極値が極大値あるいは極小値のどちらであるか答えよ.

(宮崎大 2010)　　(m20105303)

0.275　実数 x, y の 2 変数関数 $f(x,y)=x^3+3xy+y^3$ について，次の各問いに答えよ．

(1) $\dfrac{\partial f}{\partial x}$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\,\partial y}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\,\partial x}$ を求めよ．

(2) $\dfrac{\partial f}{\partial x}=0$ および $\dfrac{\partial f}{\partial y}=0$ となる $(x,\ y)$ をすべて求めよ．

(3) $f(x,y)$ の極値があれば，それらをすべて求めよ．

(宮崎大 2011)　　(m20115303)

0.276　x と y の 2 変数関数

$$f(x,y)=e^{-ax^2-by^2}$$

について，次の問に答えよ．ただし，a, b は定数で，$a>0$, $b>0$ とする．

(1) 関数 $f(x,y)$ の 2 階までの偏導関数

$$\frac{\partial f}{\partial x},\ \frac{\partial f}{\partial y},\ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2},\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2},\ \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y},\ \frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}$$

をすべて求めよ．

(2) 関数 $f(x,y)$ の極値を求めよ．

(宮崎大 2013)　　(m20135305)

0.277　関数 $f(x,y)=x^2-xy+y^2+x-8y-2$ について．次の各問に答えよ．

(1) 2 階までの偏導関数 $f_x(x,y)$, $f_y(x,y)$, $f_{xx}(x,y)$, $f_{xy}(x,y)$, $f_{yx}(x,y)$, $f_{yy}(x,y)$ をすべて求めよ．

(2) $f_x(x,y)=f_y(x,y)=0$ を満たす点 (x,y) をすべて求めよ．

(3) 関数 $f(x,y)$ の極値をすべて求め，それらが極大値であるのか，極小値であるのか，答えよ．

(宮崎大 2016)　　(m20165301)

0.278　2 変数関数 $f(x,y)=x^4+y^4-4xy$ について，次の各問に答えよ．

(1) $f_x(x,y)=f_y(x,y)=0$ を満たす点 (x,y) をすべて求めよ．

(2) (1) で求めたすべての (x,y) について，極値を与える点であるか，答えよ．極値を与える点であるときは，極大値を与えるのか極小値をあたえるのかについても答えよ．

(宮崎大 2019)　　(m20195303)

0.279　2 変数関数 $f(x,y)=e^{x^2-y^2}$ について，次の各問に答えよ．

(1) 2 階までの偏導関数 $f_x(x,y)$, $f_y(x,y)$, $f_{xx}(x,y)$, $f_{xy}(x,y)$, $f_{yx}(x,y)$, $f_{yy}(x,y)$ をすべて求めよ．

(2) $f_x(x,y)=f_y(x,y)=0$ を満たす点 (x,y) をすべて求めよ．

(3) (2) で求めたすべての (x,y) について，極値を与える点であるか，答えよ．極値を与える点であるときは，極大値を与えるのか極小値を与えるのかについても答えよ．

(宮崎大 2020)　　(m20205302)

0.280　関数 $y=x\sqrt{x-x^2}$ の増減，極値，凹凸を調べ，グラフの概形を示せ．

（鹿児島大 2001）　　(m20015403)

0.281 次の関数の増減を調べ，極値を求めよ．また，そのグラフの概形をかけ．

$$y = x(1-x)^{2/3}$$

（鹿児島大 2001） (m20015405)

0.282 関数 $f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 2$ の極値を求めなさい．また，そのグラフを描きなさい．

(鹿児島大 2006) (m20065405)

0.283 $f(x, y) = x^2 + 2xy + 2y^2 - 2x - 2y + 1$ の極値を求めよ．

(鹿児島大 2009) (m20095421)

0.284 関係式 $x^3 - 3xy + y^3 = 0$ で定まる陰関数 $y = f(x)$ の極値を求めよ．

(岡山県立大 2006) (m20065603)

0.285 $f(x, y) = x^2 - xy + y^2 + 1$ の極値を求めよ．

(岡山県立大 2008) (m20085603)

0.286 次の関数の極値を求めよ．

$$y = 2x^2 e^{-x}$$

(香川大 2013) (m20135702)

0.287 関数 $f(x) = e^{-x}(\sin x + \cos x)$ の極値を調べよ．

(島根大 2006) (m20065806)

0.288 (1) 関数 $f(x) = (x+1)e^{-2x}$ について，$f'(x)$ と $f''(x)$ を求めよ．また，3 以上の整数 n に対して第 n 次導関数 $f^{(n)}(x)$ を求めよ．

(2) 関数 $y = x^x$ $(x > 0)$ の極値を求めよ．

(3) 広義積分 $\displaystyle\int_0^{\infty} e^{-x} \sin x \, dx$ の値を求めよ．

(4) 曲線 $y = x \cos x$ $\left(0 \leq x \leq \dfrac{3\pi}{2}\right)$ と x 軸とで囲まれた部分の面積を求めよ．

(島根大 2009) (m20095802)

0.289 (1) $f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} & ((x, y) \neq (0, 0)) \\ 0 & ((x, y) = (0, 0)) \end{cases}$ は原点 $(0, 0)$ で偏微分可能かどうか調べよ．

(2) $f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - y^3}{\sqrt{x^2 + y^2}} & ((x, y) \neq (0, 0)) \\ 0 & ((x, y) = (0, 0)) \end{cases}$ は原点 $(0, 0)$ で全微分可能かどうか調べよ．

(3) 関数 $f(x, y) = xy(x - y + 1)$ の極値を求めよ．

(島根大 2010) (m20105803)

0.290 次の問いに答えよ．

(1) 関数 $f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{\exp(x^3 - y^3) - 1}{x^2 + y^2} & \big((x, y) \neq (0, 0)\big) \\ 0 & \big((x, y) = (0, 0)\big) \end{cases}$ に対して，$f_x(0, 0)$ と $f_y(0, 0)$ を求めよ．

(2) 関数 $f(x, y) = \dfrac{(x+1)^2 (y+1)^2}{xy}$ $(xy \neq 0)$ の極値を求めよ．

(島根大 2012) (m20125808)

0.291 関数 $f(x,y)=x^2+xy+y^2+3x+6y$ の極値を求めよ．

(島根大 2017) (m20175808)

0.292 $f(x,y)=axy-x^3-y^3$ とする．ただし，$a>0$ である． $f(x,y)$ の極値が 1 になるときの a の値を求めよ．

(島根大 2019) (m20195807)

0.293 陰関数 $x^2+xy+y^2=3$ で定まる x の関数 y の極値および極値を与える x の値を求めたい．以下の問いに答えよ．

(1) $\dfrac{dy}{dx}$ を x と y を用いて表せ．

(2) $\dfrac{dy}{dx}=0$ を満たす点 (x,y) をすべて求めよ．

(3) (2) において $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ の符号を調べることによって，y の極値および極値を与える x の値を求めよ．

(首都大 2016) (m20165912)

0.294 (1) $(x,\ y)$ が $(0,0)$ に近づくとき，$f(x,\ y)=\dfrac{\sin(xy^2)}{xy}$ の極限を求めよ．

(2) $f(x,\ y)=xy^2-x^2y-2=0$ のとき，極値を求めよ．

(東京都立大 2022) (m20225904)

0.295 領域 $D: x^2+y^2<4$ における関数 $z=x^2+2xy+2y^2+2y$ の極値を求めよ．

(滋賀県立大 2005) (m20056004)

0.296 $f(x,y)=x^3+8y^3+12xy$ の極値とそれを与える (x,y) を求めよ．

(滋賀県立大 2016) (m20166003)

0.297 以下の問に答えよ．

(1) $x>0$ における次の関数の極値とそのときの x の値を求めよ．

$$f(x)=e^{-ax}-e^{-bx} \qquad \text{ただし，} b>a>0 \text{ とする．}$$

(2) 次の定積分の大きさを求めよ。

$$\int_0^{\pi}\sin^3\theta d\theta$$

(宇都宮大 2004) (m20046103)

0.298 関数 $f(x)=(2x^2-1)e^{-x^2}$ について，以下の問に答えよ．

(1) 関数 $f(x)$ が偶関数であることを示せ．ただし，偶関数とは $g(-x)=g(x)$ という性質を持つ関数である．

(2) 関数 $f(x)$ が極大値をとる x および極小値をとる x を求めよ．また，それぞれの極値を求めよ．

(3) 関数 $f(x)$ のグラフの概形を描け．ただし，$e^{-\frac{3}{2}}$ の値は，約 0.223 である．

(宇都宮大 2007) (m20076102)

0.299 次の 2 変数関数 $z=z(x,y)$ の極値を求めよ．ただし，x の定義域は $x>0$ とする．

$$z=z(x,y)=-\frac{1}{2}xy-\log x+y^2+3y+2$$

(宇都宮大 2010) (m20106104)

0.300 $f(x,y)=x^3-3x^2y+3xy^2-3x$ の極値を求めよ．

(東京海洋大 2007)　　(m20076405)

0.301 $f(x,y)=x^3+3xy^2-6x+1$ の極値を求めよ．

(東京海洋大 2008)　　(m20086404)

0.302 $f(x,y)=2x^2y+2x^2-2xy+3y^2+1$ の極値を求めよ．

(東京海洋大 2009)　　(m20096404)

0.303 $f(x,y)=2x^3+24xy^2-3x^2+48xy+12y^2+24x+24y$ の極値を求めよ．

(東京海洋大 2010)　　(m20106404)

0.304 $f(x,y)=x^3+3x^2+4xy+2y^2+4x+4y$ の極値を求めよ．

(東京海洋大 2011)　　(m20116404)

0.305 関数 $f(x,y)=3x^3+3x^2y-y^3-3x$ の極値を求めよ．

(東京海洋大 2012)　　(m20126405)

0.306 関数 $f(x,y)=x^3+3x^2y+2y^3+3x^2-12y$ の極値を求めよ．

(東京海洋大 2016)　　(m20166408)

0.307 関数 $f(x,y)=x^3y-3x^2y+2y^3$ の極値を求めよ．必要ならば，$f(0,y)$ の増減を調べよ．

(東京海洋大 2021)　　(m20216409)

0.308 $f(x,y)=2x^4+8x^3+2x^2y+18x^2+8xy+y^2+16x+4y$ の極値を求めよ．

(東京海洋大 2022)　　(m20226404)

0.309 関数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ が，条件 $f(0)=-3$，$f(1)=-\dfrac{9}{4}$，$f'(2)=10$，$f'(3)=20$ をすべて満たすとする．このとき，次の問いに答えよ．ただし，$f'(x)$ は $f(x)$ の導関数とする．

(1) a, b, c, d の値を求めよ．

(2) $y=f(x)$ の極値を求め，そのグラフをかけ．

(3) $y=f(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ．

(富山県立大 2017)　　(m20177103)