[選択項目] 年度：1991〜2023 年　文中：特殊解

0.1　微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}=\frac{x^2}{2}+1 \qquad (A)$$

について，以下の設問に答えよ．途中の計算手順を詳しく記述すること．

(1)　式 (A) の特殊解として $y=a_3x^3+a_2x^2+a_1x$ を仮定し，係数 $a_1,\ a_2,\ a_3$ を定めよ．

(2)　式 (A) の一般解を求めよ．

(北海道大 2012)　(m20120103)

0.2　以下の問に答えよ．

(1)　次の微分方程式の一般解を $y=C_1e^{Ax}+C_2e^{Bx}$ と仮定して求めよ．ただし，C_1 及び C_2 は任意定数とする．

$$y''-5y'+4y=0$$

(2)　次の微分方程式の特殊解を $y=Ae^{Bx}$ と仮定して求めよ．

$$y''-5y'+4y=e^x$$

(3)　次の 2 つの微分方程式

$$y''+P(x)y'+Q(x)y=R_1(x),\quad y''+P(x)y'+Q(x)y=R_2(x)$$

の一般解をそれぞれ $y=f(x),\ y=g(x)$ とするとき，$y=f(x)+g(x)$ は次の微分方程式

$$y''+P(x)y'+Q(x)y=R_1(x)+R_2(x)$$

の解であることを示せ．

(4)　(3) の結果を用いて，次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$y''-5y'+4y=e^x+e^{4x}$$

(岩手大 1997)　(m19970303)

0.3　2 階微分方程式 $y''+9y=0$ について，次の問いに答えなさい．

(1)　関数 $y=A\sin 3x-B\cos 3x$（$A,\ B$ は任意定数）は一般解であることを証明しなさい．

(2)　初期条件「$x=0$ のとき $y=1,\ y'=3$」を満たす特殊解を求めなさい．

(3)　境界条件「$x=\dfrac{\pi}{3}$ のとき $y=1,\ x=\dfrac{\pi}{9}$ のとき $y=1$」を満たす特殊解を求めなさい．

(岩手大 2012)　(m20120304)

0.4　2 階微分方程式 $y''+3y'+2y=4x^2-14$ について，次の問いに答えなさい．

(1)　上の微分方程式の特性方程式 $S^2+3S+2=0$ の解を求めなさい．

(2)　微分方程式 $y''+3y'+2y=4x^2-14$ の一般解を求めなさい．

(3)　上の (2) の微分方程式について，初期条件 $y(0)=1,\ y'(0)=-4$ を満たす特殊解を求めなさい．

(岩手大 2016)　(m20160303)

0.5　微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{2}{2x+y-1}$ に関する次の問いに答えなさい．

(1) $u=2x+y-1$ とおき，与えられた微分方程式を変数分離形になおしなさい．

(2) この微分方程式の一般解を求めなさい．

(3) 初期条件「$x=1$ のとき $y=-1$」を満たす特殊解を求めなさい．

(岩手大 2017)　　(m20170304)

0.6 微分方程式 $y''+2y'+2y=10\cos 2x$ について，以下の問いに答えなさい．

(1) 微分方程式の特性方程式を示し，その解を求めなさい．

(2) 微分方程式の一般解を求めなさい．

(3) 微分方程式について，初期条件 $y(0)=0,\ y'(0)=2$ をみたす特殊解を求めなさい．

(岩手大 2018)　　(m20180304)

0.7 微分方程式 $y''-2y'+4y=e^{2x}$ について，以下の問いに答えなさい．

(1) 微分方程式の特性方程式を示し，その解を求めなさい．

(2) 微分方程式の特殊解を求めなさい．

(3) 微分方程式の一般解を求めなさい．

(岩手大 2019)　　(m20190304)

0.8 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}-y=-2y^2$ について，次の問に答えなさい．

(1) $u=y^{-1}$ とおき，与えられた微分方程式を線形微分方程式になおしなさい．

(2) 与えられた微分方程式の一般解を求めなさい．

(3) 初期条件「 $x=0$ のとき $y=\dfrac{1}{4}$ 」を満たす特殊解を求めなさい．

(岩手大 2020)　　(m20200304)

0.9 微分方程式 $\dfrac{x}{2}y'+y=g(x)$ について，次の問いに答えなさい．

(1) $g(x)=0$ のときの一般解を求めなさい．

(2) $g(x)=x^2+\dfrac{1}{4+x}$ のときの一般解を求めなさい．

(3) (2) のときの「$x=-3,\ y=2$」を満たす特殊解を求めなさい．

(岩手大 2021)　　(m20210304)

0.10 微分方程式 $y''-y'-2y=g(x)$ について，以下の問いに答えなさい．

(1) $g(x)=0$ のときの一般解を求めなさい．

(2) $g(x)=e^{3x}$ のときの特殊解を求めなさい．

(3) (2) のときの一般解を求めなさい．

(岩手大 2022)　　(m20220305)

0.11 以下の問いに答えよ．ただし，$y'=\dfrac{dy}{dx},\ y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする．

(1) 微分方程式

$$y'=p(x)+q(x)y+r(x)y^2 \qquad (*)$$

は，特殊解 $y_1(x)$ 持つことがわかっているとする．

(a) 式 $(*)$ の一般解を $y = y_1(x) + 1/u(x)$ とおき，$u(x)$ に関する微分方程式を $p(x)$, $q(x)$, $r(x)$, $y_1(x)$ を用いて表せ．

(b) $y' = (x^2 + x + 1) - (2x + 1)y + y^2$ は，特殊解 $y_1(x) = x$ を持つことがわかっている．一般解を求めよ．(a) で求めた結果を用いてもよい．

(2) 微分方程式

$$\alpha y'' + y' + y = 0 \qquad y(x = 0) = 1,\ \ y'(x = 0) = 2 \qquad (**)$$

を考える．

(a) $y = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x}$ を一般解とする．λ_1, λ_2, C_1, C_2 をそれぞれ α で表せ．ただし，e は自然対数の底とする．

(b) $x \geqq 0$ において，式 $(**)$ の解を

$$y' + y = 0 \qquad y(x = 0) = \beta$$

の解で近似することを考える．α が十分小さい場合，β をどのように選べば近似できるか，(a) で求めた λ_1, λ_2, C_1, C_2 を用いて説明せよ．

(東京大 2011)　　(m20110701)

0.12 以下の問いに答えよ．

(1) 次の微分方程式において $y(0) = 1$ を満たす解を求めよ．

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x^2 + 1} y = e^{-\tan^{-1} x}$$

(2) $-\dfrac{\pi}{4} < x < \dfrac{\pi}{4}$ で定義された関数 y についての微分方程式

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 4y = \frac{1}{\cos 2x} \qquad (*)$$

の一般解を以下の設問の手順にしたがって求めることを考える．

(a) 微分方程式

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 4y = 0$$

の 2 つの一次独立解 y_1, y_2 を実関数の形で求め，そのロンスキ行列式 $W(y_1,\ y_2)$ を計算せよ．ここでロンスキ行列式とは

$$W(y_1,\ y_2) = y_1 \frac{dy_2}{dx} - y_2 \frac{dy_1}{dx}$$

のことである．

(b) 式 $(*)$ の特殊解が，

$$\frac{du}{dx} y_1 + \frac{dv}{dx} y_2 = 0$$

を満たす $u(x)$, $v(x)$ を用いて

$$y = u(x) y_1 + v(x) y_2$$

という形に書けると仮定したとき，$u(x)$, $v(x)$ それぞれが満たす 1 階の微分方程式を導け．

(c) 式 $(*)$ の一般解を求めよ．

(東京大 2015)　　(m20150701)

0.13 以下の 3 問から 2 問選択して解答せよ．3 問解答してはならない．

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ．　$y' = \dfrac{4x - 2y}{2x - y - 1}$

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ．　$y'' - y' + y = 0$

(3) 微分方程式　$xy' - y - x\log x = 0$　において，初期条件 $y(1) = 0$ を満たす特殊解を求めよ．

(横浜国立大 2016)　　(m20161103)

0.14 次の微分方程式の解を $y = f(x)$ の形で求めよ．ただし，(1)〜(3) については一般解，また，(4) については特殊解とする．

(1) $x^3\dfrac{dy}{dx} + y = 0$　　(2) $x\dfrac{dy}{dx} = y + \sqrt{x^2+y^2}$

(3) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{4x+2y}{2x+y-1}$　　(4) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3\dfrac{dy}{dx} - 10y = 0$　$\left(x = 0 \text{ の時}\quad y = 0,\ \dfrac{dy}{dx} = 7\right)$

(富山大 2008)　　(m20082305)

0.15 次の微分方程式のついて，(1)〜(3) については一般解を，また，(4) については特殊解をそれぞれ求めよ。

(1) $(y+3x)dx + (x+1)dy = 0$

(2) $x\dfrac{dy}{dx} = 2x\left(1+x^2\right) - y$

(3) $y'' - y = 0$

(4) $xdx - e^x dy = 0$　　$(x = 0 \text{ のとき } y = 1)$

(富山大 2009)　　(m20092305)

0.16 x が t の関数 $x(t)$ であり，v と a をそれぞれ $v = \dfrac{dx}{dt}$，$a = \dfrac{dv}{dt}$ と定義する．以下の問いに答えよ．ただし，x の一般解や特殊解を表現するのに v や a を用いてはならない．

(1) $a = -9x$ のとき，x の一般解を求めよ．また，$x(0) = v(0) = 1$ を満たす特殊解を求めよ．

(2) $a = -4(v+x)$ のとき，x の一般解を求めよ．

(3) $a = -4(v+x) + e^{-t}$ のとき，$x(0) = 0,\ v(0) = 3$ を満たす特殊解を求めよ．

(4) $v = -2tx^2$ のとき，$x(0) = 1$ を満たす特殊解を求めよ．

(富山大 2013)　　(m20132306)

0.17 次の微分方程式の一般解を求めよ．ただし，(3) についてはすべての一般解を求め，(4) については特殊解を求めよ．

(1) $e^{2x-y} + e^{x+y}\dfrac{dy}{dx} = 0$

(2) $(x^3+y^3)dx - 3xy^2dy = 0$

(3) $\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2 - (2x+3y)\dfrac{dy}{dx} + 6xy = 0$

(4) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} - 15y = 0$　$\left(x = 0 \text{ のとき}\quad y = 5,\ \dfrac{dy}{dx} = 1\right)$

(富山大 2014)　　(m20142306)

0.18 次の各問いに答えよ．

(1) 次の微分方程式の一般解 $x(t)$ を求めよ．

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -x$$

(2) 次の連立方程式の $x(0) = y(0) = 1$ を満たす特殊解 $x(t),\ y(t)$ を求めよ.

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} + \dfrac{dy}{dt} = x - y \\ \dfrac{dx}{dt} - \dfrac{dy}{dt} = x + y \end{cases}$$

(3) 次の連立方程式の $x(0) = y(0) = 1$ を満たす特殊解 $x(t),\ y(t)$ を求めよ.

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} + \dfrac{dy}{dt} = -x + y \\ \dfrac{dx}{dt} - \dfrac{dy}{dt} = x + y \end{cases}$$

(富山大 2015)　　(m20152310)

0.19 次の各問いに答えよ.

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$(1 - x^2)y' = \frac{x}{y}$$

(2) 次の微分方程式について，与えられた条件を満たす特殊解を求めよ.

$$xy^2y' - 2x + 4 = 0, \qquad x = 1 \text{ の時, } y = 3$$

(3) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$x^2 + y^2 - 2xyy' = 0$$

(4) 次の微分方程式について，一つの特殊解を求めた上で，一般解を求めよ.

$$2y'' - 6y' + 5y = 5e^{-2x}$$

(富山大 2018)　　(m20182308)

0.20 (1) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} + 5x = t + e^t$$

(2) 次の常微分方程式を解き，初期条件 $t = 0$ で $x = x_0$ を満たす特殊解を求めよ.;

$$\frac{dx}{dt} - x = -2x^2$$

(3) 次の方程式で表される曲線族が満たす微分方程式を導け．また，この曲線族の直交曲線を求めよ．(α は曲線族のパラメータ)

$$y^2 + \alpha x = 0$$

(富山大 2021)　　(m20212305)

0.21 以下の問いに答えよ.

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = 0$ の一般解を求めよ.

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = e^x$ の特殊解を求めよ.

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = e^x$ の一般解を求めよ.

(福井大 2014)　　(m20142412)

0.22 以下の微分方程式を解きなさい．また，特殊解のグラフは一般解のグラフにどのように関係づけられるかを答えなさい.

$$y = x\frac{dy}{dx} + \frac{1}{2}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$$

(福井大 2018)　　(m20182409)

0.23 次の微分方程式 ① および ② について以下の問いに答えよ.

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}-y=0 \qquad \cdots\cdots①$$

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}-y=x \qquad \cdots\cdots②$$

(1) 微分方程式 ① の一般解を求めよ.

(2) $y=\dfrac{x\log x}{2}$ は微分方程式 ② の特殊解であることを示せ.

(3) 微分方程式 ② の一般解を求めよ.

(静岡大 2012) (m20122510)

0.24 微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}+2y=0$$

について，以下の問に答えよ.

(1) 一般解を求めよ.

(2) 初期条件

$$y(0)=\frac{1}{2}, \qquad \frac{dy}{dx}(0)=2$$

を満たす特殊解を求めよ.

(3) 一般に，微分方程式（a,b は定数とする）

$$\frac{d^2y}{dx^2}+a\frac{dy}{dx}+by=0$$

の 2 つの解を $y_1(x), y_2(x)$ とするとき，

$$f(x)=\frac{dy_1}{dx}y_2-y_1\frac{dy_2}{dx}$$

が満たす微分方程式を求めよ．また，この $f(x)$ が，ある x_0 で $f(x_0)\neq 0$ ならば，すべての x で $f(x)\neq 0$ であることを示せ.

(岐阜大 2000) (m20002601)

0.25 微分方程式 $y\dfrac{dy}{dx}=e^{2x}$ の一般解と初期条件 $y(0)=1$ を満たす特殊解を求めよ.

(岐阜大 2007) (m20072624)

0.26 常微分方程式 $(2x+y)y'-(x+2y)=0$ について次の問いに答えよ.

(1) 方程式の一般解を求めよ. (2) 初期条件 $y(0)=2$ を満たす特殊解を求めよ.

(名古屋工業大 2006) (m20062908)

0.27 関数 $f(x)$ が $[0,\infty)$ において微分可能で，次の微分方程式を満たす.

$$f'(x)-\frac{1}{x+1}f(x)=(x+1)^2e^x$$

このとき，

(1) 微分方程式の一般解 $f(x)$ を求めよ.

(2) 初期条件 $f(0)=1$ を満たす特殊解 $f(x)$ を求めよ.

(名古屋工業大 2009) (m20092907)

0.28 定数係数の 2 階線形微分方程式

$$y'' + \alpha y' + \beta y = \gamma e^x \ , \quad (\alpha \neq 0,\ \beta \neq 0,\ \gamma \neq 0 \ \text{定数})$$

が一つの特殊解 $y = e^{2x} + (1+x)e^x$ を持つとする. このとき, 次の問に答えよ.

(1) 係数 $\alpha,\ \beta,\ \gamma$ を決めよ.

(2) 微分方程式の一般解を求めよ.

(名古屋工業大 2011) (m20112909)

0.29 関数 $y = e^x$ が微分方程式 $xy' + p(x)y = x$ の 1 つの解である．ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ である．このとき,次の問に答えよ.

(1) 関数 $p(x)$ を求めよ.

(2) 微分方程式の一般解を求めよ.

(3) 境界条件：$x = \ln 2$ のとき，$y(x) = 0$ を満たす微分方程式の特殊解を求めよ.

(名古屋工業大 2013) (m20132909)

0.30 微分方程式

$$x^2y'' - xy' + y = f(x) \qquad (A)$$

について，以下の問に答えなさい．ただし $x > 0$ とする．

(1) $f(x) = 0$ のとき，$y_1 = x$ は微分方程式 (A) の特殊解であることを示しなさい．

(2) u を $y = uy_1$ を満足する関数，w を $w = u'$ を満足する関数とするとき，微分方程式 (A) を w の x に関する一階の微分方程式に変形しなさい．

(3) $f(x) = 0$ のとき，微分方程式 (A) を解きなさい．

(4) $f(x) = x^2\sqrt{x}$ のとき，微分方程式 (A) を解きなさい．

(大阪大 2006) (m20063503)

0.31 微分方程式 $y' = -2y + y^2$ について以下の問いに答えよ.

(1) この微分方程式を解け.

(2) $y(1) = 3$ を満たす特殊解を求め，そのグラフの概形を描け．軸との交点や漸近線を明示すること.

(大阪大 2007) (m20073502)

0.32 微分方程式に関する以下の問いに答えよ.

(1) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dt^2} + \dfrac{dy}{dt} + 4y = 0$ の一般解を求めよ.

(2) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dt^2} + \dfrac{dy}{dt} + 4y = \cos\omega t$ の特殊解を $y = P\cos\omega t + Q\sin\omega t$ と表すとき, 係数 P と Q 求めよ．ただし, ω は実数で $\omega > 0$ である.

(大阪大 2010) (m20103503)

0.33 次の連立微分方程式について，以下の問いに答えよ.

$$\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt} = 2x(t) - 3y(t) + F(t) \\ \dfrac{dy(t)}{dt} = y(t) - 2x(t) \end{cases}$$

(1) $F(t)=0$ の場合，一般解 $x(t),\ y(t)$ を求めよ．

(2) $F(t)=e^{2t}$ の場合，$y(t)$ の特殊解を $y_1(t)=Ae^{2t}$ と表す．このとき，定数 A を求めよ．

(3) $F(t)=e^{2t}$ の場合，一般解 $x(t),\ y(t)$ を求めよ．

(4) $F(t)=e^{2t}$ の場合，初期条件 $x(0)=2,\ y(0)=0$ の下で解 $x(t),\ y(t)$ を求めよ．

(大阪大 2011)　　(m20113502)

0.34 微分方程式に関する以下の問いに答えよ．

(1) 微分方程式 $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}-2x\dfrac{dy}{dx}+2y=0$ を $x=e^t$ と変数変換することで，一般解 $y(x)$ を求めよ．ただし，$x>0$ とする．

(2) 微分方程式 $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}-2x\dfrac{dy}{dx}+2y=6x^4$ の特殊解を $y=Ax^4$ と表すとき，A の値を求めよ．

(3) (2) の微分方程式の解 $y(x)$ を求めよ．ただし，$x=1$ のとき，$y=4$ かつ $\dfrac{dy}{dx}=9$ とする．

(大阪大 2013)　　(m20133502)

0.35 α を 1 以上の実数とする．1 回微分可能な関数 $f(x)$ が

$$f(x)=\frac{1}{2}\int_2^{2x}\left\{f\left(\frac{t}{2}\right)\right\}^{\alpha}dt+1 \qquad ①$$

を満たすという．以下の設問に答えよ．

(1) $f(1)=A$ を満たす実数 A を求めよ．

(2) $y=f(x)$ とおく．式 ① の両辺を x で微分することにより，微分方程式

$$\frac{dy}{dx}=y^{\alpha} \qquad ②$$

が成り立つことを示せ．

(3) 初期条件「$x=1$ のとき $y=A$ （ただし A は (1) で求めた値）」のもとで微分方程式 ② の特殊解を Y とする．「1 以上の任意の実数 x に対して，Y の x における値が実数になる」ための，α に対する条件を求めよ．

(大阪大 2018)　　(m20183505)

0.36 微分方程式 $y''-2y'=xe^{2x}$ について以下の問いに答えよ．ただし，$y'=\dfrac{dy}{dx},\ y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする．

(1) この方程式は $y=(Ax^2+Bx)e^{2x}$（A,B は定数）の形の特殊解を持つことを示し，A,B を決めよ．

(2) この方程式の一般解を求めよ．

(神戸大 2014)　　(m20143809)

0.37 方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+y=\cos x$ の特殊解を定数変化法を用いて求めよ．

(鳥取大 2009)　　(m20093902)

0.38 次の初期値問題を求めなさい．

(1) 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

$$\frac{dy}{dx}=xe^{-2y}$$

(2) さらに，次の式を満足する上記 (1) で求めた一般解の特殊解を求めなさい．

$$y(0)=2$$

(山口大 2016)　　(m20164301)

0.39 次の初期値問題について答えなさい．

(1) 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

$$\frac{dy}{dx}=-y\tan\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$$

(2) さらに，次の式を満足する上記 (1) で求めた一般解の特殊解を求めなさい．

$$y(0)=\frac{1}{2}$$

(山口大 2017)　　(m20174301)

0.40 次の初期値問題について解答しなさい．

(1) 次の微分方程式の一般解を求めなさい．

$$\frac{dy}{dx}=y^2-4$$

(2) 次の式を満足する上記 (1) で求めた一般解の特殊解を求めなさい．

$$y(0)=4$$

(山口大 2021)　　(m20214301)

0.41 (1) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}-ay=0$ を解け．

(2) 区間 $[0,\ell]$ での $\dfrac{d^2y}{dx^2}+a^2y=0$ の解で $\begin{cases} y(0)=0 \\ y(\ell)=0 \end{cases}$ を満たす恒等的に 0 でない解を求めよ．

また，a がどのような値のときにそのような解が存在するか答えよ．

(3) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+a^2y=f(x)$ （ただし，$f(x)$ は既知関数）の一般解を定数変化法により求めることを考える．

同次形 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+a^2y=0$ の一般解は，$y=c_1\sin ax+c_2\cos ax\cdots①$

であるとし，c_1 および c_2 を x の関数と考えて方程式の特殊解を求めた結果，一般解が

$$y=\frac{1}{a}\left\{\sin ax\int f(x)\cos ax dx-\cos ax\int f(x)\sin ax dx\right\}+c_1\sin ax+c_2\cos ax$$

となることを示せ．

(九州大 2006)　　(m20064702)

0.42 次の微分方程式の特殊解を（　）内の形で求め, さらに一般解を求めよ．

$$y''+2y'+y=e^{-x} \qquad (\ y=Ax^2e^{-x}\ )$$

(佐賀大 2004)　　(m20044922)

0.43 大気中に置かれた物体が冷却する速さは，その物体の温度と周囲の温度の差に比例する．次の設問に答えなさい．

(1) 周囲温度（一定）を θ_{at}，比例定数を k とおき，時刻 t における物体の温度 θ を表す微分方程式を答えなさい．

(2) θ の一般解を答えなさい．

(3) 初期条件 $t=0$ のとき $\theta=\theta_0$ として, θ の特殊解を答えなさい．

(4) $\lim_{t\to\infty} \theta$ を答えなさい.

(佐賀大 2016)　　(m20164934)

0.44 ある反応の反応速度が反応物の濃度 C の二乗に比例し，比例定数は k であった．以下の問いに答えなさい.

(1) 時間を t として，C の時間変化を表す微分方程式を答えなさい.

(2) C の一般解を答えなさい.

(3) 初期条件 $t=0$ のとき $C=C_0$ として，C の特殊解を答えなさい.

(4) $C=(1/2)C_0$ となる時間 $t_{1/2}$ を答えなさい.

(佐賀大 2017)　　(m20174915)

0.45 ある反応の反応速度が反応物 A の濃度 $[A]$ に比例した．比例定数の絶対値が k で表されるとして，以下の問いに答えなさい.

(1) 時間を t として，$[A]$ の時間変化を表す微分方程式を答えなさい.

(2) $[A]$ の一般解を答えなさい.

(3) 初期条件 $t=0$ のとき $[A]=C_0$ として，$[A]$ の特殊解を答えなさい.

(4) $[A]=(1/2)C_0$ となる時間 $t_{1/2}$ を答えなさい.

(佐賀大 2021)　　(m20214910)

0.46 (1) 微分方程式 $y''+2y'-35y=0$ の一般解を求めよ.
なお，$y'=\dfrac{dy}{dx}$， $y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.

(2) 微分方程式 $y''+2y'-35y=12e^{5x}+37\sin 5x$ の特殊解を求めよ.

(3) 微分方程式 $y''+2y'-35y=12e^{5x}+37\sin 5x$ の一般解を求めよ.

(長崎大 2009)　　(m20095013)

0.47 以下の問いに答えよ.

(1) 微分方程式 $y''+y=0$ の一般解を求めよ，　なお，$y'=\dfrac{dy}{dx}$，$y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$ とする.

(2) 微分方程式 $y''+y=6\sin x$ の特殊解を求めよ,

(3) 微分方程式 $y''+y=6\sin x$ の一般解を求めよ,

(長崎大 2011)　　(m20115012)

0.48 (1) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}+y\sin x=0$ の一般解 $y=y(x)$ を求めよ.

(2) 関数 $y=a\cos x+b$ が微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}+y\sin x=\sin 2x$ の特殊解となるように，定数 a，b の値を定めよ.

(3) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}+y\sin x=\sin 2x$ を，$y(0)=5$ という条件の下で解け.

(宮崎大 2019)　　(m20195305)

0.49 次の微分方程式の特殊解を求めよ.

(1) $\dfrac{dy}{dx}=-y$ ，　初期条件 $x=0$ のとき $y=5$

(2) $\dfrac{dy}{dx}=3x^2-e^x+\cos(x)$ ，　初期条件 $x=0$ のとき $y=2$

(室蘭工業大 2009)　　(m20095506)

0.50 (1) 未知関数 $y = f(x)$ に対する 2 階同次線形常微分方程式

$$y'' - 2\sqrt{3}y' + 3y = 0$$

の一般解を求めよ．

(2) 2 階非同次線形常微分方程式

$$y'' - 2\sqrt{3}y' + 3y = \sin x$$

の特殊解を求めよ．その結果を使って，一般解を書き下せ．

(滋賀県立大 2005)　　(m20056002)

0.51 (1) 未知関数 $y = y(x)$ に対する 2 階同次線形常微分方程式　$y'' - 2y' - 8y = 0$　の一般解を求めよ．

(2) 2 階非同次線形常微分方程式　$y'' - 2y' - 8y = 25\cos 3x$　の特殊解を求めよ，その結果をつかって，一般解を書け．

(滋賀県立大 2007)　　(m20076002)

0.52 (1) 未知関数 $y = y(x)$ に対する 2 階定数係数同次線形常微分方程式　$y'' + y' - 6y = 0$　の一般解を求めよ．

(2) 2 階定数係数非同次線形常微分方程式　$y'' + y' - 6y = \sin x$　の特殊解を求めよ．
（特殊解を $y = A\sin x + B\cos x$ と仮定してよい．A, B は定数である.）

(3) 上記 (2) の非同次線形常微分方程式の一般解を書き下せ．

[注；(1) における「同次」および (2) における「非同次」は，それぞれ「斉次」および「非斉次」といわれることもある.]

(滋賀県立大 2008)　　(m20086002)

0.53 (1) 未知関数 $y = y(x)$ に対する 2 階同次線形常微分方程式

$$y'' - 6y' + 9y = 0$$

の一般解を求めよ．

(2) 2 階非同次線形常微分方程式

$$y'' - 6y' + 9y = \cos x$$

の特殊解を求めよ．その結果をつかって，一般解を書き下せ．

(滋賀県立大 2011)　　(m20116002)

0.54 (1) 未知関数 $y = y(x)$ に対する 2 階定数係数同次線形常微分方程式

$$y'' + 5y' + 6y = 0$$

の一般解を求めよ．

(2) 2 階定数係数非同次線形常微分方程式

$$y'' + 5y' + 6y = \cos 2x$$

の特殊解を求めよ．

(3) 上記 (2) の非同次線形常微分方程式の一般解を書け．

[注: (1) における「同次」および (2) における「非同次」は，それぞれ「斉次」および「非斉次」といわれることもある.]

(滋賀県立大 2012)　　(m20126002)

0.55 (1) 未知関数 $y = y(x)$ に対する 2 階定数係数同次線形常微分方程式

$$y'' + y' - 12y = 0$$

の一般解を求めよ.

(2) 2 階定数係数非同次線形常微分方程式

$$y'' + y' - 12y = 2\cos x$$

の特殊解を求めよ.（特殊解を $y = A\sin x + B\cos x$ と仮定してよい.）

(3) 上記 (2) の非同次線形常微分方程式の一般解を書き下せ.

(滋賀県立大 2013)　　(m20136002)

0.56 (1) 未知関数 $y = y(x)$ に対する 2 階定数係数同次線形常微分方程式

$$y'' - 8y' + 16y = 0$$

の一般解を求めよ.

(2) 2 階定数係数非同次線形常微分方程式

$$y'' - 8y' + 16y = 2\cos x$$

の特殊解を求めよ.

（特殊解を $y(x) = A\sin x + B\cos x$ と仮定してよい.）

(3) 上記 (2) の非同次線形常微分方程式の一般解を書き下せ.

(滋賀県立大 2014)　　(m20146002)

0.57 a, b を正の実定数とするとき，微分方程式

$$\frac{dy}{dx} + a^2y^2 = b^2 \tag{2-1}$$

について，下の問いに答えよ.

(1) $\alpha(\alpha \neq 0)$, β を実定数，C を積分定数とするとき，つぎの不定積分が成り立つことを示せ.

$$\int \frac{1}{\alpha x + \beta}dx = \frac{1}{\alpha}\log_e|\alpha x + \beta| + C \tag{2-2}$$

(2) 微分方程式 (2-1) の一般解を y について解け．なお，計算過程も記入せよ.

(3) 微分方程式 (2-1) を条件 $x = 0$, $y = 0$ のもとで y について解いた特殊解を求めよ．なお，計算過程も記入せよ.

(4) (3) で求めた特殊解は，x が十分に大きいとき一定の値に近づく．この一定の値を求めよ．なお，計算過程も記入せよ.

(宇都宮大 2019)　　(m20196102)

0.58 $\log x$ は自然対数を表すものとして，下の問いに答えよ.

問 1　C を積分定数とするとき，積分公式

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + A}} = \log\left|x + \sqrt{x^2 + A}\right| + C \quad (A \neq 0)$$

を証明せよ.

問 2　問 1 の公式を用いて関数 $y = y(x)$ に関する 1 階の微分方程式

$$y' = \sqrt{1+y^2}$$

の一般解を求め，さらに $x=0$ のとき $y=0$ となるもの（特殊解）を求めよ．なお，計算過程も記入せよ．

問 3　問 2 の特殊解を積分して

$$f(x) = \int_0^x y dx$$

を求めよ．なお，計算過程も記入せよ．

(宇都宮大 2022)　　(m20226104)

0.59　微分方程式 $y'' - 3y' + 2y = -e^{2x}\sin x$ について以下の問に答えよ．

(1) 基本解をすべて求め, それらの 1 次独立性を確かめよ．　　(2) 特殊解を求めよ．

(はこだて未来大 2007)　　(m20076308)

0.60　次の微分方程式の一般解を求め, さらに, 与えられた初期条件を満たす特殊解を求めなさい.

(1) $y\dfrac{dy}{dx} = x^3$,　$y(1) = 1$

(2) $\dfrac{dy}{dx} = \cos 3x$,　$y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 1$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 5\dfrac{dy}{dx} + 6y = 0$,　$y(0) = 0$, $y'(0) = 1$

(和歌山大 2010)　　(m20106503)

0.61　次の微分方程式について，与えられた初期条件を満たす特殊解を求めなさい.

(1) $y\dfrac{dy}{dx} = 3x^2$,　$y(0) = 1$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 2\dfrac{dy}{dx} + y = 0$,　$y(0) = 1$, $y'(0) = 1$

(3) $\dfrac{dy}{dx} + y = 2x$,　$y(0) = 1$

(和歌山大 2012)　　(m20126506)

0.62　次の微分方程式について，与えられた初期条件を満たす特殊解を求めなさい.

(1) $y\dfrac{dy}{dx} = 2x^2$,　$y(0) = 1$

(2) $\dfrac{dy}{dx} = \sin 2x$,　$y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 1$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} - 4y = 0$,　$y(0) = 1,\ y'(0) = -1$

(和歌山大 2013)　　(m20136505)

0.63　次の微分方程式について，与えられた初期条件を満たす特殊解を求めなさい..

(1) $\dfrac{dy}{dx} = 2xy$,　$y(0) = 2$

(2) $\dfrac{dy}{dx} + y = x$,　$y(0) = 0$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 4\dfrac{dy}{dx} + 4y = 0$,　$y(0) = 1$,　$\dfrac{dy}{dx}(0) = y'(0) = -1$

(和歌山大 2014)　　(m20146507)