[選択項目] 年度：1991〜2023 年　文中：ヤコビアン

0.1 円柱面 $x^2+y^2=ax$ と球面 $x^2+y^2+z^2=a^2$ で囲まれ, 不等式 $x \geqq 0$, $y \geqq 0$, $z \geqq 0$ を満たす領域を R として, 次の問に答えよ.

(1) 領域 R の概形を描け.

(2) 変数変換 $x=r\cos\theta$, $y=r\sin\theta$ のヤコビアン $J=\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)}$ を求めよ.

(3) 領域 R の体積 V を求めよ.

(東北大 2006)　(m20060501)

0.2 極座標変換を用いて次に示す重積分を計算する．以下の問に答えよ.

$$I=\iint_D \frac{x-y}{(x^2+y^2)^2}dxdy, \qquad D=\left\{(x,y) \;\middle|\; 1 \leqq x^2+y^2 \leqq 2,\ \ 0 \leqq y \leqq \sqrt{3}x\right\}$$

(1) 領域 D を xy 平面上に図示せよ.

(2) 次に示す極座標変換のヤコビ行列とその行列式（ヤコビアン）を求めよ.

$$\begin{cases} x=r\cos\theta \\ y=r\sin\theta \end{cases}$$

(3) (2) の極座標変換によって，xy 平面内の領域 D は $r\theta$ 平面内の領域 $\overline{D}$ に対応づけられる．下図に示す点 $O(0,0)$ を原点とする r と θ の直交座標を用いて，領域 $\overline{D}$ を図示せよ.

(4) 重積分 I を計算せよ.

(東北大 2022)　(m20220505)

0.3 次の方程式

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\phi(\boldsymbol{r})=a\delta(\boldsymbol{r}), \tag{a}$$

に関する以下の問いに答えなさい．ここで右辺の a は正の実数，$\delta(\boldsymbol{r})$ は 3 次元のデルタ関数

$$\delta(\boldsymbol{r})=\frac{1}{(2\pi)^3}\int_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{k}e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} \tag{b}$$

である.

(1) 関数 $\phi(\boldsymbol{r})$ のフーリエ変換を

$$\phi(\boldsymbol{r})=\frac{1}{(2\pi)^3}\int_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{k}e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}\widetilde{\phi}(\boldsymbol{k}) \tag{c}$$

とした時，これが方程式 (a) を満たすということから関数 $\widetilde{\phi}(\boldsymbol{k})$ を求めなさい.

(2) 積分要素 $d\boldsymbol{k}$ の直交座標系 (k_x,k_y,k_z) から極座標系 (k,θ,ϕ) への変換は

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{k}=\int_0^{\infty} dk\int_0^{\pi} d\theta\int_0^{2\pi} d\phi|J| \tag{d}$$

で与えられる．このときのヤコビアン J を書きなさい．ここで $k=|\boldsymbol{k}|$ である．また (d) の右辺が

$$\int_0^{\infty} k^2 dk\int_{-1}^{1} d\cos\theta\int_0^{2\pi} d\phi \tag{e}$$

と書けることを示しなさい.

(3) 問 (1) で求めた $\widetilde{\phi}(\boldsymbol{k})$ を使って，(c) から $\phi(\boldsymbol{r})$ を求めなさい．必要があれば，公式

$$\int_0^\infty dx \frac{\sin x}{x} = \frac{\pi}{2} \tag{f}$$

を用いてもよい．

(お茶の水女子大 2013)　　(m20130606)

0.4　次の重積分について，以下の問いに答えよ．

$$I = \iint_D \frac{dxdy}{1+(x+y)^4} \qquad (D : x \geq 0,\ y \geq 0,\ x+y \leq 1)$$

(1) $\begin{cases} u = x+y \\ v = x-y \end{cases}$ とおくとき，x, y の u, v に関するヤコビアン $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}$ を求めよ．

(2) I の値を求めよ．

(電気通信大 2011)　　(m20111004)

0.5　全微分可能な関数 $z = f(x,y)$ に対して，極座標による変数変換

$$x = r\cos\theta\,, \quad y = r\sin\theta \quad (r > 0,\ 0 \leqq \theta < 2\pi)$$

を考える．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) $\left[\dfrac{\partial z}{\partial r}\,,\ \dfrac{\partial z}{\partial \theta}\right] = \left[\dfrac{\partial z}{\partial x}\,,\ \dfrac{\partial z}{\partial y}\right] A$ を満たす行列 $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ を求めよ．

(2) x, y の r, θ に関するヤコビアン（ヤコビの行列式）$\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)}$ を計算せよ．

(3) $\left(\dfrac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\dfrac{\partial z}{\partial y}\right)^2$ を r，$\dfrac{\partial z}{\partial r}$，$\dfrac{\partial z}{\partial \theta}$ を使って表せ．

(電気通信大 2012)　　(m20121003)

0.6　次の重積分に関して以下の問に答えなさい．

$$I = \iint_D \frac{x+y}{y^2}\sin(x+y)\,dxdy$$
$$D = \left\{(x,y)\ \middle|\ 1 \leq y \leq 2\,,\ 0 \leq x \leq y\right\}$$

(1) 積分領域 D を $u = x+y,\ v = \dfrac{x}{y}$ の関係で (u,v) へ変数変換した場合の D に対応する積分領域を D' とする．$O{-}xy$ 平面での D，および，$O{-}uv$ 平面での D' を図示しなさい．

(2) 関数行列式（ヤコビアン）$J(x,y) = \dfrac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)} = \det\begin{bmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial x} & \dfrac{\partial v}{\partial x} \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} & \dfrac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix}$ を求めなさい．

(3) 重積分 I の値を求めなさい．

(千葉大 2016)　　(m20161203)

0.7　領域 $D = \left\{(x,y)\ \middle|\ \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} \leq 1\,,\ x \geq 0\,,\ y \geq 0\right\}$ 上での重積分 $I = \iint_D (x^2+y^2)dxdy$ を以下の設問に従って求めよ．ただし，$a > 0,\ b > 0$ とする．

(1) $\begin{cases} x = ar\cos\theta \\ y = br\sin\theta \end{cases}$ により変数変換を行う．積分領域 D を変数 $r,\ \theta$ で表せ．

(2) 前問 (1) の変数変換を行ったときのヤコビアンを求めよ．

(3) 以上の結果を用い重積分 I を求めよ.

(筑波大 2009)　　(m20091309)

0.8 a, b は正の定数とし，D を

$$D = \{(x, y) \in \boldsymbol{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$$

で定めるとき，積分

$$\iint_D |(ax+by)(-bx+ay)|e^{-(ax+by)^2} dxdy$$

を次のようにして求めよ.

(1) 次の変数変換のヤコビアンを計算せよ.

$$\begin{cases} u = ax + by, \\ v = -bx + ay \end{cases}$$

(2) 上の変数変換を用いて積分を計算せよ.

(筑波大 2011)　　(m20111322)

0.9 領域 D を

$$D = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, 0 < x + y + z < 1,\ x, y, z > 0\right\}$$

と定める．このとき広義重積分

$$I = \iiint_D \frac{\log(x+y+z)}{\sqrt{xyz}}\, dxdydz$$

を以下の手順で求めよ.

(1) 変数変換

$$\begin{aligned} u &= x + y + z \\ uv &= y + z \\ uvw &= z \end{aligned}$$

により，D が領域 $E = \left\{(u, v, w) \in \mathbb{R}^3 \,|\, 0 < u, v, w < 1\right\}$ に写されることを示せ.

(2) 上の変数変換のヤコビアン $\dfrac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, v, w)}$ を求めよ.

(3) I の値を求めよ.

(筑波大 2012)　　(m20121327)

0.10 半径 a の球体の領域 $D = \left\{(x, y, z) \mid x^2+y^2+z^2 \leq a^2\right\}$ を積分領域とする定積分 $\displaystyle\iiint_D z^2\sqrt{x^+y^2}dxdydz$ の値を以下の問いに従って求めよ.

(1) x, y, z を極座標 r, θ, φ の関数として表せ．r, θ, φ の定義を図示すること.

(2) x, y, z の r, θ, φ の関するヤコビアンを計算せよ.

(3) 極座標を用いて定積分の値を求めよ.

(筑波大 2014)　　(m20141310)

0.11 $D = \{(x, y) \mid 0 \leq 2x + y \leq 1,\ -1 \leq x - 2y \leq 0\}$ 上の二重積分 $\displaystyle\iint_D xdxdy$ について以下の問いに答えなさい.

(1) $u = 2x + y,\ v = x - 2y$ と変数変換をしたとき，変数 (u, v) の D に対応する積分領域を示しなさい.

(2) 上記の変数変換の逆変換 $x=\varphi(u,v),\ \psi(u,v)$ を示しなさい.

(3) $x=\varphi(u,v),\ \psi(u,v)$ のヤコビアンを求めなさい.

(4) $\displaystyle\iint_D x\,dx\,dy$ を求めなさい.

(筑波大 2015)　　(m20151315)

0.12 領域 $D=\{(x,y)\mid (x+y)^2+4(x-y)^2\leq 1\}$ における重積分
$\displaystyle I=\iint_D \frac{|x^2-y^2|}{(x+y)^2+4(x-y)^2}dxdy$ の値を求めたい. 以下の問いに答えよ.

(1) $x+y=r\cos\theta,\ x-y=\dfrac{r}{2}\sin\theta$ とするとき, $x,\ y$ の $r,\ \theta$ に関するヤコビ行列式(ヤコビアン)を計算せよ.

(2) I を (1) で与えられた変数変換を用いて求めよ.

(筑波大 2017)　　(m20171301)

0.13 図のような円柱座標系での微積分に関する以下の問いに答えよ.

(1) 直交座標 (x,y,z) を円柱座標 (r,θ,z) に変換する, $x,\ y,\ \dfrac{\partial x}{\partial r},\ \dfrac{\partial x}{\partial \theta},\ \dfrac{\partial x}{\partial z}$ を $r,\ \theta,\ z$ の関数として示せ.

(2) $\begin{pmatrix} \dfrac{\partial r}{\partial x} & \dfrac{\partial r}{\partial y} & \dfrac{\partial r}{\partial z} \\ \dfrac{\partial \theta}{\partial x} & \dfrac{\partial \theta}{\partial y} & \dfrac{\partial \theta}{\partial z} \\ \dfrac{\partial z}{\partial x} & \dfrac{\partial z}{\partial y} & \dfrac{\partial z}{\partial z} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial r} & \dfrac{\partial x}{\partial \theta} & \dfrac{\partial x}{\partial z} \\ \dfrac{\partial y}{\partial r} & \dfrac{\partial y}{\partial \theta} & \dfrac{\partial y}{\partial z} \\ \dfrac{\partial z}{\partial r} & \dfrac{\partial z}{\partial \theta} & \dfrac{\partial z}{\partial z} \end{pmatrix}=E$ が成り立つことに留意し, $\dfrac{\partial r}{\partial x},\ \dfrac{\partial \theta}{\partial x},\ \dfrac{\partial z}{\partial x}$ を $r,\ \theta, z$ を用いて示せ. なお, E は単位行列である.

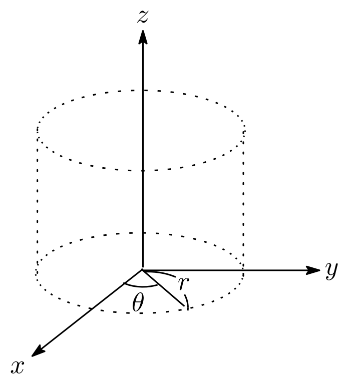
(3) (2) の結果を用いると円柱座標系のラプラシアンは
$\triangle=\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r\dfrac{\partial}{\partial r}\right)+\dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial^2}{\partial\theta^2}+\dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$ で表される. 関数 $f(r,\ \theta,\ z)=rz\cos\theta$ に対して $\triangle f$ を計算せよ.

(4) 円柱座標系で r だけを変数 $(r>0)$ とする関数 $g(r)$ が $\triangle g(r)=0,\ g(1)=0,\ g(e)=2$ の条件を満たす. この $g(r)$ を求めよ. ただし, e は自然対数の底である.

(5) $x,\ y,\ z$ の $r,\ \theta,\ z$ に対するヤコビ行列式(ヤコビアン)を計算せよ.

(6) K を積分領域とする以下の三重積分を, 円柱座標系への変数変換を用いて計算せよ. ただし, a は正の定数である.

$$\iiint_k y^2\sqrt{x^2+y^2}\,dxdydz,\qquad K=\{(x,y,z)\mid x^2+y^2\leq 1,\ 0\leq z\leq a\}$$



(筑波大 2018)　　(m20181301)

0.14 下記の 2 重積分を変数変換によって求めることを考える.

$$I = \iint_D (4x^2 - y^2)e^{8xy}dxdy, \qquad D = \left\{(x, y) \;\middle|\; 0 \leq 2x + y \leq 1\ ,\ \ 0 \leq x - \frac{1}{2}y \leq 1\right\}$$

(1) $u = 2x + y,\ v = x - \dfrac{1}{2}y$ と変数変換したとき，変数の組 (u, v) の積分領域 E を示せ.

(2) E から D への写像関数のヤコビアンを求めよ

(3) I を求めよ.

(筑波大 2019)　　(m20191311)

0.15 $t > 0$ とする．xy 平面内の領域 $D(t) : t^2 \leqq\ x^2 + y^2 \leqq\ 4t^2\ ,\ x \geqq\ 0\ ,\ y \geqq\ 0$ 上の二重積分
$F(t) = \displaystyle\iint_{D(t)} \frac{xy}{1 + x^2 + y^2}dxdy$　について，次の問に答えよ.

(1) 極座標変換 $x = r\cos\theta\ ,\ y = r\sin\theta$ のヤコビ行列式（ヤコビアン）を計算し，$F(t)$ を $r\theta$ 平面内の領域上の二重積分に変換せよ.

(2) $F'(t)$ を計算せよ.

(茨城大 2006)　　(m20061702)

0.16 a, b は正の実数とする.

(1) $\dfrac{x}{a} = r\cos\theta\ ,\ \dfrac{y}{b} = r\sin\theta\quad (0 < r\ ,\ 0 < \theta < 2\pi)$　とおくとき, ヤコビアン

$$\frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)} = \det\begin{pmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial r} & \dfrac{\partial x}{\partial \theta} \\ \dfrac{\partial y}{\partial r} & \dfrac{\partial y}{\partial \theta} \end{pmatrix}$$ を求めよ.

(2) 積分 $\displaystyle\iint_D \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}\right)dxdy$　を計算せよ. ただし，$D = \left\{(x, y) \;\middle|\; y \geqq\ 0\ ,\ \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} \leqq\ 1\right\}$ とする.

(金沢大 2005)　　(m20052207)

0.17 a, b, c は正の定数とし，x, y は次で定義される R^2 の領域 D の点とする.

$$D = \left\{(x, y) \in R^2 \;\middle|\; 0 \leq \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq c^2\right\}$$

(1) 変数 r, θ を用いて $x = ar\cos\theta,\ y = br\sin\theta$ と変数変換を行う．この時,
関数行列式（ヤコビアン）$\left|\dfrac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)}\right|$ を求めよ.

(2) (1) の変数変換を用いて重積分　$\displaystyle\iint_D \sqrt{c^2 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}dxdy$　を求めよ.

(金沢大 2016)　　(m20162223)

0.18 重積分

$$I = \iint_D \frac{x}{y}dxdy, \qquad D = \left\{(x, y) \in R^2 \ \middle|\ 1 \leq xy \leq 6,\ 0 < y \leq x \leq 4y\right\}$$

を考える．次の各小問に答えよ.

(1) 変数 u, v を用いて，変数変換 $x = uv,\ y = u/v$ を行なう．このときヤコビアンを求めよ.

(2) (1) の変数変換を用いて I の値を求めよ.

(金沢大 2016)　　(m20162224)

0.19 以下の式でガンマ関数 $\Gamma(t)$ を定義する．

$$\Gamma(t) = \int_0^\infty e^{-x} x^{t-1} dx\,,\ t > 0.$$

次の問に答えよ．ただし， $t > 0$ のとき $\lim_{x\to\infty} e^{-x}x^t = 0$ となることは証明しなくても使ってよい．

(1) $t > 0$ に対して $\Gamma(t+1) = t\Gamma(t)$ となることを示せ．

(2) 自然数 n に対して $\Gamma(n+1) = n!$ となることを示せ．

(3) $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)^2$ ，すなわち

$$\left(\int_o^\infty e^{-x}x^{-\frac{1}{2}}dx\right)\left(\int_o^\infty e^{-y}y^{-\frac{1}{2}}dy\right)$$

を x, y の 2 変数関数の重積分で表せ．

(4) 変数 (x, y) から (r, θ) への変数変換

$$\begin{cases} \sqrt{x} = r\cos\theta, \\ \sqrt{y} = r\sin\theta \end{cases}$$

に対してヤコビアン $\dfrac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)}$ を求めよ．

(5) 前問 (4) の変数変換を用いて (3) の重積分を計算し $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)$ を求めよ．

(岐阜大 2014)　　(m20142601)

0.20 (1) 空間上の直交座標 (x, y, z) を極座標 (r, θ, φ) ：

$x = r\sin\theta\cos\varphi,\quad y = r\sin\theta\sin\varphi,\quad z = r\cos\theta\quad (r > 0,\ 0 \leq \theta \leq \pi,\ 0 \leq \varphi < 2\pi)$

に変換するとき，そのヤコビアン（関数行列式）を計算しなさい．

(2) 広義積分　$I(\alpha) = \displaystyle\int_{-\infty}^\infty\int_{-\infty}^\infty\int_{-\infty}^\infty \frac{e^{-(x^2+y^2+z^2)}}{(x^2+y^2+z^2)^\alpha}dx\,dy\,dz$

について，$\alpha = \frac{1}{2}$ のときの値 $I\left(\frac{1}{2}\right)$ を求めなさい．

(3) $I(\alpha)$ が収束する α の範囲を求めなさい．

(4) 広義積分　$J(\alpha,\ \beta) = \displaystyle\iiint_B \frac{1}{(x^2+y^2+z^2)^\alpha\ |\ \log(x^2+y^2+z^2)\ |^\beta}dx\,dy\,dz$

が収束するような $\alpha,\ \beta$ の満たすべき条件を求めなさい．

ただし，$B = \left\{(x, y, z)\ :\ x^2+y^2+z^2 < \frac{1}{4}\right\}$.

(大阪大 2007)　　(m20073506)

0.21 次のような変数変換について以下の問いに答えよ．

$$x = u^2 - v^2 \quad y = 2uv$$

ただし，$D = \{(x, y)|x^2+y^2 \leq 1\}$ $E = \{(u, v)|u^2+v^2 \leq 1\}$ とする．

(1) $u^2+v^2 \leq 1$ が $x^2+y^2 \leq 1$ に移ることを証明せよ．

(2) ヤコビアンを求めよ．

(3) $\displaystyle\int_D dxdy$ ， $\displaystyle\int_E \left|\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)}\right| dudv$　を求めよ．

(4) $\displaystyle\int_D dxdy = \int_E \left|\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)}\right| dudv$　は成立しない．何故か．

(神戸大 1999)　　(m19993804)

0.22 重積分

$$V = \iint_D \frac{1}{x^2+y^2}\, dxdy\ .\quad D = \{(x,y) \in R^2 \,|\, 1 \leqq\ x \leqq\ 2,\ 0 \leqq\ y \leqq \sqrt{3}x\}$$

に関する以下の問いに答えよ.

(1) D が変数変換 $x = u,\ y = uv$ によってどのような領域に写されるかを図示せよ.

(2) (1) の変数変換に対するヤコビアンを求めよ.

(3) V の値を求めよ.

(神戸大 2011) (m20113808)

0.23 次の重積分の値を求めるために，以下の小問 (1) と (2) について答えなさい.

$$\iint_{4 \leq x^2+y^2 \leq 9} \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} dxdy \qquad ①$$

(1) 変数 x, y を $x = r\cos\theta, y = r\sin\theta$ のように変数 $r,\ \theta$ を用いて変数変換をする，この変数変換のヤコビアン $J = \begin{vmatrix} \cos\theta & -r\sin\theta \\ \sin\theta & r\cos\theta \end{vmatrix}$ を求めなさい.

(2) 変数 $r,\ \theta$ とヤコビアン J を用いて，式 ① の重積分の値を求めなさい.

(熊本大 2014) (m20145203)

0.24 次の積分について，以下の問に答えなさい.

$$I = \iiint_D \frac{xz}{(y+z)(x+y+z)^4}\, dxdydz$$

$$D\ :\ a \leq x+y+z \leq b,\ 0 \leq x, y, z \quad (0 < a < b)$$

(1) $t = x+y+z,\ u = y+z,\ z = z$ と変換した場合のヤコビアン

$$\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(t,u,z)} \qquad \left(= \frac{\partial(x,y)}{\partial(t,u)}\right)$$

を求めなさい.

(2) D の範囲の概略を $x,\ y,\ z$ からなる直交座標に $a,\ b$ を用いて図示しなさい.

(3) I を $a,\ b$ を用いて求めなさい.

(熊本大 2021) (m20215202)

0.25 重積分 $\displaystyle\iint_D \frac{dxdy}{x^2+y^2}$, $D\ :\ 1 \leqq\ x^2+y^2 \leqq\ 2$ の値を，次の指示に従って求めよ.

(1) 積分領域 D を xy 平面上に図示せよ.

(2) (x,y) を極座標 (r,θ) で表し，積分領域 D に対する (r,θ) の範囲を求めよ.

(3) ヤコビアン $\left|\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)}\right|$ を求めよ.

(4) (3) で求めたヤコビアンを用いて，重積分の値を求めよ.

(宮崎大 2004) (m20045303)

0.26 (1) 平面内の領域 $D = \left\{(x,y) \ \middle|\ \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} \leqq\ 1,\ x \geqq\ 0,\ y \geqq\ 0\right\}$ を xy 平面上に図示せよ．ただし，a, b は正の定数とする.

(2) $x = ar\cos\theta,\ y = br\sin\theta$ $(r \geqq\ 0,\ 0 \leqq \theta < 2\pi)$ と変換したとき，領域 D に対応する $r\theta$ 平面上の領域 E を不等式で表し，またそれを図示せよ.

(3) ヤコビアン $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)}$ を求めよ.

(4) (3) で求めたヤコビアンを用いて，重積分 $\displaystyle\iint_D x\,dxdy$ の値を求めよ.

(宮崎大 2008)　　(m20085303)

0.27 重積分

$$I=\iint_D \frac{1}{\sqrt{1+x^2+y^2}}\,dxdy\ ,\quad D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\leqq\ 1\}$$

について，次の各問いに答えよ.

(1) $x=r\cos\theta,\ y=r\sin\theta$ とおいたときのヤコビアン $\begin{vmatrix}\dfrac{\partial x}{\partial r} & \dfrac{\partial x}{\partial \theta}\\ \dfrac{\partial y}{\partial r} & \dfrac{\partial y}{\partial \theta}\end{vmatrix}$ を求めよ.

(2) 重積分 I の値を求めよ.

(宮崎大 2011)　　(m20115304)