

積分の応用《基本演習》 (NO.2) 問題 1枚目

1. 次の広義積分を求めよ。

$$(1) \int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$$

$$(2) \int_0^{\infty} e^{-2x} dx$$

2. 数直線上を動く点 P の時刻 t における速度を

$$v(t) = 16 - t^2 \text{ とするとき、次の各問に答えよ。}$$

ただし、点 P の $t=0$ における座標を $\frac{5}{3}$ とする。

(1) $t=5$ における動点 P の座標を求めよ。

(2) $t=0$ から $t=5$ までの道のり（実際に動いた距離）を求めよ。

3. 次の図形の面積を求めよ。

(1) 曲線 $y = \frac{1}{x}$, x 軸, 2 直線 $x=1, x=3$ で囲まれた図形

(2) 2 曲線 $y = -x^2 + 2, y = \sqrt{x}$ と y 軸とで囲まれた図形

4. 次の図形を x 軸のまわりに回転してできる回転体の体積を求めよ。

(1) 曲線 $y = x^3$ と x 軸および直線 $x=2$ で囲まれた図形

(2) 曲線 $y = x^2$ と直線 $y = 2x$ で囲まれた図形

5. 曲線 $C : y = \sqrt{16 - x^2}$ ($0 \leq x \leq 2$) がある。次に答えよ。

(1) 曲線 C の長さを求めよ。

(2) 曲線 C を x 軸のまわりに回転してできる回転面の面積を求めよ。

積分の応用《基本演習》 (NO.2) 問題 1枚目

6. 媒介表示 $x = 4 \cos t$, $y = 3 \sin t$ ($0 \leq t \leq \pi$) で表される曲線と x 軸で囲まれた図形を A とする。

(1) 図形 A の面積を求めよ。

(2) 図形 A を x 軸のまわりに回転してできる回転体の体積を求めよ。

7. 媒介表示 $x = 3t^2$, $y = 3t - t^3$ ($0 \leq t \leq 1$) で表される曲線 C について、次の問に答えよ。

(1) 曲線 C の長さを求めよ。

(2) 曲線 C を x 軸のまわりに回転してできる回転面の面積を求めよ。

8. 曲線 $C : r = 1 + \cos \theta$ ($0 \leq \theta \leq \pi$) と半直線 $\theta = 0$ で囲まれる図形を A とするとき、次の問に答えよ。

(1) 図形 A の面積を求めよ。

(2) 曲線 C の長さを求めよ。

9. 曲線 $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq n\pi$) と x 軸で囲まれた図形を A とする。ただし、 n は自然数とする。

(1) 図形 A の面積を求めよ。

(2) 図形 A を x 軸のまわりに回転してできる回転体の体積を求めよ。