

積分の応用《基本演習》 (NO.3) 問題 1枚目

1. 数直線上を動く点 P の時刻 t における速度を $v(t) = 30 - 10t$ とする。ただし、点 P の $t = 0$ における座標を 8 とする。次の問いに答えよ。

(1) $t = 4$ における動点 P の座標を求めよ。

(2) $t = 0$ から $t = 4$ までに点 P が実際に動いた道のりを求めよ。

2. 次の広義積分を求めよ。

(1) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

(2) $\int_0^{\infty} e^{-3x} dx$

3. 曲線 $y = x^3$, 2 直線 $x = 1$, $x = 2$ および x 軸で囲まれる図形を A とする。

(1) 図形 A の面積を求めよ。

(2) 図形 A を x 軸のまわりに回転してできる回転体の体積を求めよ。

4. 曲線 $y = \cos 2x$ ($-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{5}{4}\pi$) と x 軸で囲まれる図形を A とする。次の問いに答えよ。

(1) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$ の値を求めよ。

(2) 図形 A の面積を求めよ。

(3) 図形 A を x 軸のまわりに回転してできる回転体の体積を求めよ。

5. 直線 $y = x$ と曲線 $y = \sqrt{x}$ で囲まれる図形を A とする。

(1) 図形 A の面積を求めよ。

(2) 図形 A を x 軸のまわりに回転してできる回転体の体積を求めよ。

(3) 図形 A を y 軸のまわりに回転してできる回転体の体積を求めよ。

積分の応用《基本演習》 (NO.3) 問題 2枚目

6. 曲線 $C: y = \sqrt{4-x^2}$ ($1 \leq x \leq 2$) がある。

次の問いに答えよ。

(1) 曲線 C の長さを求めよ。

(2) 曲線 C を x 軸のまわりに回転してできる
回転面の面積を求めよ。

7. 媒介変数表示 $x = 3 \cos \theta + 1$, $y = 5 \sin \theta$ ($0 \leq \theta \leq \pi$)
で表される。曲線と x 軸で囲まれた図形を A とする。

(1) 図形 A の面積を求めよ。

(2) 図形 A を x 軸のまわりに回転してできる
回転体の体積を求めよ。

8. 媒介変数表示 $x = 3t - t^3$, $y = 3t^2$ ($0 \leq t \leq 1$) で表さ
れる曲線 C がある。次の問いに答えよ。

(1) 曲線 C の長さを求めよ。

(2) 曲線 C を x 軸のまわりに回転してできる回転面の
面積を求めよ。

9. 曲線 $C: r = 3\theta$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) と半直線 $\theta = 0$ とで囲まれ
る図形を A とする。次の問いに答えよ。

(1) 図形 A の面積を求めよ。

(2) 曲線 C の長さを求めよ。